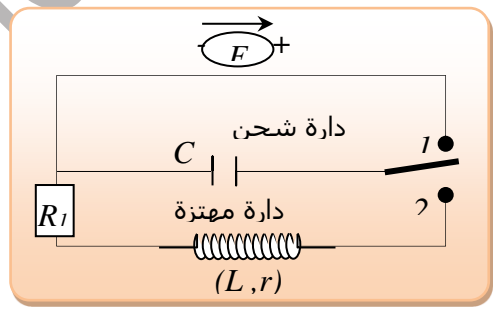
الاهتزازات الحرة لجملة كهربائية:

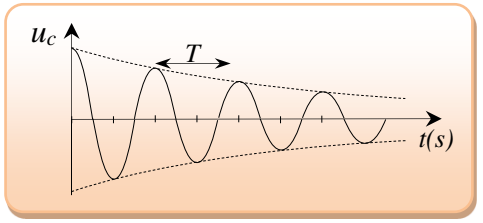
❖ **الجملة الكهربائية المهتزة:** ندعو جملة كهربائية مهتزة كل دارة تحتوي على وشيعة ، مكثفة مشحونة ومقاومة

❖ **حالة اهتزازات حرة:** نحقق دارة كهربائية كما بالشكل المقابل نعتبر مقاومة الدارة $R = R_1 + r$ بواسطة الدارة 1 نحقق شحن المكثفة وعند تمام الشحن نحول البادلة إلى الوضع2 نوصل راسم اهتزاز بين طرفي المكثفة:

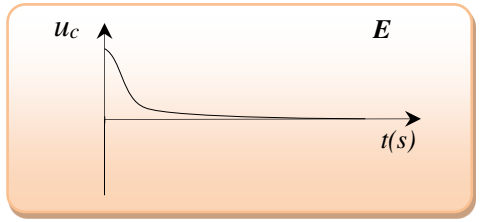


نميز 3 حالات:

✓ من أجل R صغيرة تكون النظام الكهربائي متخامد شبه دورية دورها $T \approx T_0$

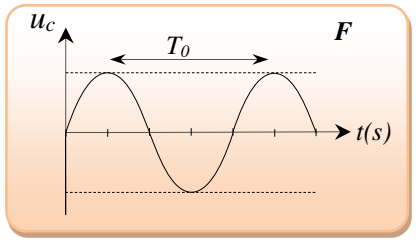


✓ من أجل R كبيرة يكون النظام الكهربائي لا دوري حرج



نسمي المقاومة الحرجة للدارة R_C , حيث $R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ (تقبل بدون برهان)

✓ من اجل مقاومة معدومة R=0 تكون الاهتزازات في هذه الحالة دورية غير متخامدة.



نقاط هامة:

- في الدارة RLC كلما تناقصت قيمة المقاومة في الدارة يتناقص التخامد ويسمى هذا الاهتزاز بالحر المتخامد (حر يعني انا الدارة لا تتلقى طاقة من الوسط الخارجي
- التفسير الطاقوي للتخامد: عند تفريغ مكثفة مشحونة في الوشيعة يكون التفريغ بالتناوب بين المكثفة والوشيعة لذا يدعى التفريغ المهتز ويحدث خلال ذلك فقدان الجملة لجزء من طاقتها في المقاومة بفعل جول .

❖ **الدراسة التحليلية للدارة RLC :** باستخدام قانون التوترات لدينا $u_C + u_L + u_R = 0$ حيث

$$q = C.u_C \quad ، \quad i = \frac{dq}{dt} \quad ، \quad u_L = L\frac{di}{dt}$$

$$u_C + L.C.\frac{d^2u}{dt^2} + R.C\frac{.du}{dt} = 0 \qquad u_C + L\frac{di}{dt} + R.i = 0$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L}.\frac{.du}{dt} + \frac{1}{L.C}.u_C = 0$$ وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حلها خارج البرنامج

- من أجل R = 0 (دارة مثالية LC) تصبح المعادلة التفاضلية $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{L.C}.u_C = 0$

حلها جيبيا $u_C(t) = E.\cos(\omega_0.t + \varphi)$

التواتر: $f = \frac{1}{T_0}$ نبضها الذاتي $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ، دوره الذاتي $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

- **ملاحظة:** يمكن اجراء الدراسة التحليلية للدارة R.L.C باستعمال شدة التيار i أو كمية الكهرباء q

Nergan Noor El Houda

ملخص الوحدة 07 : الاهتزازات الكهربائية

❖ الدراسة الطاقوية للدارة RLC :

إن طاقة الدارة في أي لحظة هي طاقة الوشيعة والمكثفة $E = E_C + E_L$

$$E(t) = \frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C} + \frac{1}{2}L.i^2(t)$$ نشتق المعادلة من الطرفين نحصل على

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{C}.q.\frac{dq}{dt} + L.i.\frac{di}{dt} = (\frac{1}{C}.q + L.\frac{d^2q}{dt^2}).\frac{dq}{dt}$$

من المعادلة التفاضلية بدلالة q ($L.\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}.q = 0$) نجد $\frac{1}{C}.q + L..\frac{d^2q}{dt^2} = -R.i$

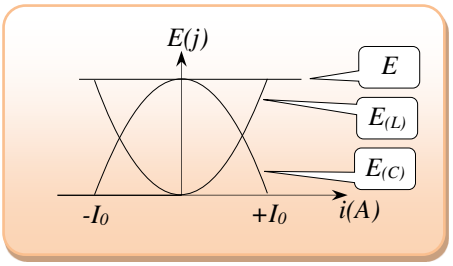
نحصل في النهاية على $\frac{dE}{dt} = -R.i^2$

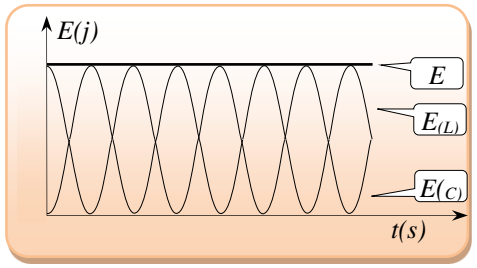
أي أن التغير في الطاقة غير معدوم مما يدا على إنه يوجد ضياع في الطاقة (فعل جول) وسبب هذا الضياع هو وجود المقاومة . ومن اجل دارة لا تحتوي على مقاومة فإن $\frac{dE}{dt} = 0$ الطاقة محفوظة وتعطى بـ

$$E(t) = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C} = \frac{1}{2}L.I_0^2 = C^{te}$$

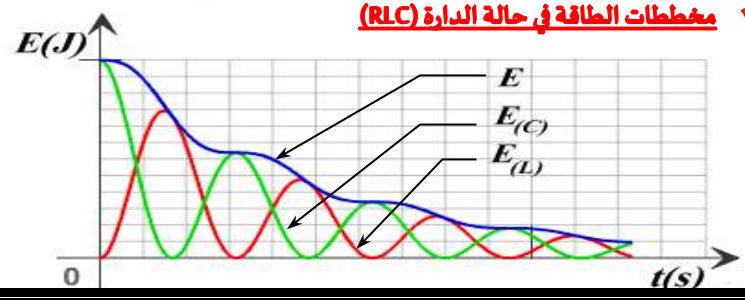
ويكون النظام غير متخامد دوري دوره الذاتي $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

✓ مخططات الطاقة في حالة الدارة مثالية (LC)





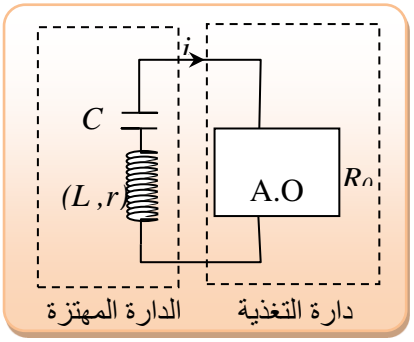
✓ مخططات الطاقة في حالة الدارة (RLC)



تغذية الاهتزازات الكهربائية المتخامدة: إن المسؤول عن تخامد الاهتزازات هو المقاومة ولذلك

يمكن تغذية الدارة بتوصيلها بجهاز (مضخم تطبيقي A.O) يعوض الطاقة الضائعة بفعل المقاومة حيث يلعب

هذا الجهاز دور مقاومة سالبة حيث يكون قانون التوترات كالتالي:

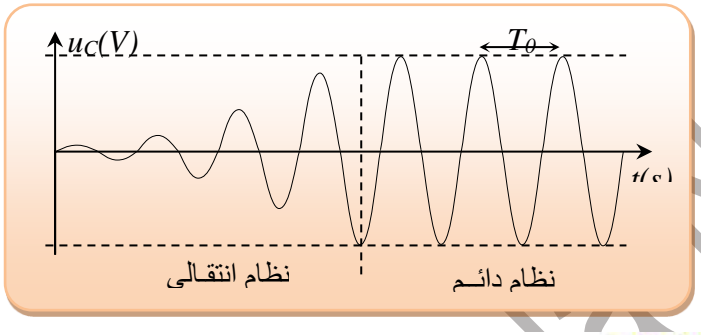


$$u_C + L\frac{di}{dt} + r.i = R_0.i$$

من اجل $R_0 = r$ يكون : $u_C + L\frac{di}{dt} = 0$ ،

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{L.C}.u_C = 0$$

فيتحول بذلك النظام من اهتزازي متخامد إلى نظام اهتزازي مغذى غير متخامد.



عبارة الدور لهزاز مغذى:

لدينا: $T_0 = \frac{2\pi}{w_0}$ حيث $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ اذن بالتعويض نجد $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ وهي عبارة الدور الذاتي لهزاز مغذى.

التحليل البعدي للدور:

$$[T_0] = \left(\frac{[U]\cdot[T]}{[I]}\cdot\frac{[I]\cdot[T]}{[U]}\right)^{1/2} \Leftarrow \begin{cases} [I] = \frac{[U]\cdot[T]}{[I]} \Leftarrow u_L = L\frac{di}{dt} \\ [C] = \frac{[I]\cdot[T]}{[U]} \Leftarrow i = C\frac{du_C}{dt} \end{cases}$$ بما أن : $[T_0] = ([L]\cdot[C])^{1/2} \Leftarrow T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

ومنه : $[T_0] = \left([T]^2\right)^{1/2} = [T]$ أي الدور الذاتي متجانس مع الزمن

Nour El Houda