

## ملخص الوحدة 05: تطور جملة ميكانيكية

✓ إذا كان  $a, v = 0$  فإن:  $a = 0$  حركة مستقيمة منتظمة //  $v = 0$  (سكون)

✓ إذا كان  $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$  فإن الحركة مستقيمة متسارعة

✓ إذا كان  $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$  فإن الحركة مستقيمة متباطئة

➔ **قوانين كبلر** تدرس فواتين كبلر حركة الكواكب التي تدور حول الشمس في مسارات اهليلجية والمسار الاهليلجي هوماساريضي يتميز بمحرفين  $F_1, F_2$  توجد الشمس في أحدهما.

القانون الثالث	القانون الثاني	القانون الأول
<p>مربع الدور لمدار الكوكب يتناسب طرذا مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن الشمس</p> <p>ويعطى بالعلاقة: <math>T^2/a^3 = k</math></p> <p>k : ثابت كبلر</p> <p><math>k = 4\pi^2/G.M</math></p>	<p>يسمح الخط الواصل بين مركز الكوكب ومركز الشمس مساحات متساوية خلال أزمنة متساوية</p>	<p>تتحرك الكواكب حول الشمس في مدارات اهليلجية تكون الشمس في أحد محرفيه</p>

### القانون الثالث

القانون الثالث	القانون الثاني	القانون الأول
<p>ويعرف بمبدأ الأفعال المتبادلة وينص على أنه إذا أرتجم A على جسم B بقوة <math>\vec{F}_{A/B}</math> فإن الجسم B يؤثر بدوره على الجسم A وأنها بقوة <math>\vec{F}_{B/A}</math> بحيث هاتين القوتين لهما نفس الشدة والجهت وتعاكسان في الجهة</p> <p><math>\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}</math></p>	<p>في معلم غاليلي المجموع الشعاعي للقوة المؤثرة على جملة مادية يساوي في كل لحظة جدا، كائنها في شعاع شعاع مركز عطائها بحيث:</p> <p><math>\sum \vec{f} = m\vec{a}</math></p>	<p>في المعامل العطالية أو العتالية يحافظ الجسم على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة إذا لم تتدخل أي قوة لتغيير حالته الحركية</p> <p><math>\sum \vec{f} = 0</math></p>

### 4 بعض المفاهيم الأساسية في الميكانيك

- **النقطة المادية:** هي كل جسم مهمل الأبعاد الهندسية بالنقطة للرجوع الذي يدرس فيه
- **الجملة المادية:** هي مجموعة من النقاط المادية المرتبطة فيما بينها ( مطرفة . كرسى . قسب . سيارة ... )
- **مركز العطالة:** هو نقطة من الجسم أو الجملة المادية تكون ساكنة أو تتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمعلم غاليلي ، في ميكانيك نيوتن هذه النقطة تنطبق دائما على مركز الكتلة تتبعه في كل تنقلاته
- **الرجوع بالمعلم:** لدراسة حركة جسم ما نحتاج إلى مرجع ننسب اليه الحركة ، ولتحديد مواضعه نحتاج إلى معلم
- **المعلم العطالي:** وهو المعلم الذي يتحقق فيه مبدأ العطالة (معلم افراض يلا وجوده لا في الحقيقة)

المرجع سطحى أرضى	المرجع الجيوومركزي	المرجع الهيليوومركزي
هو معلم مرتبط بسطح الأرض يستعمل في دراسة الحركات الجارية على سطح الأرض خلال مدة زمنية قصيرة مقارنة بمدى دوران الأرض حول نفسها	هو مرجع مزود بمعلم مبدأ مركزه الأرض ومحاوره تنجه نحو نفس النجوم الساكنة بالنسبة للشمس. يستعمل لدراسة حركة الكواكب (عطارد - الأرض...) المذنبات والأقمار الصناعية....	هو مرجع مزود بمعلم مبدأ مركزه الشمس ومحاوره تنجه نحو ثلاثة نجوم ساكنة بالنسبة للشمس. يستعمل لدراسة حركة الكواكب (عطارد - الأرض...) المذنبات

• **شعاع الموضع:** هو الشعاع يحدد موضع المتحرك M في لحظة زمنية t يعطى بالعلاقة:

$$\vec{r} = \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

• **السرعة:** هي تغيرات المسافة بالنسبة للزمن وحدتها m/s تميز نوعان السرعة الوسطية:  $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

السرعة اللحظية:  $v = \frac{dx}{dt}$  تعطى بالعلاقة:  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$

• **التسارع:** هو تغيرات السرعة بالنسبة للزمن وحدته (m/s<sup>2</sup>) يعطى بالعلاقة:  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$

$$\vec{r} = \vec{OM} \begin{cases} x(t) \xrightarrow{\text{بالمتري}} \\ y(t) \xrightarrow{\text{بالمتري}} \\ z(t) \xrightarrow{\text{بالمتري}} \end{cases} \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \begin{cases} v_x(t) \xrightarrow{\text{بالمتري}} \\ v_y(t) \xrightarrow{\text{بالمتري}} \\ v_z(t) \xrightarrow{\text{بالمتري}} \end{cases} \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \begin{cases} a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \\ a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} \\ a_z(t) = \frac{dv_z(t)}{dt} \end{cases}$$

## ملخص الوحدة 05: تطور جملة ميكانيكية

### خصائص القرب الجيومستاتي

- ✓ أن يدور القمر الاصطناعي في نفس جهة دوران الأرض (أي من الشرق إلى الغرب).
- ✓ أن يكون على مستوى خط الاستواء (مادارة على خط الاستواء).
- ✓ أن يكون دور القمر الاصطناعي مساويا لدور الأرض.
- ✓ أن يكون على ارتفاع القمر على ارتفاع  $h \approx 36000 \text{ Km}$

### دراسة حركة السقوط الشاقول لحجم صلب في الهواء

القوى المؤثرة على جسم صلب أثناء السقوط الشاقولي:

- قوة الثقل:  $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

- قوة الاحتكاك:  $\vec{f}$  هي قوة معاكسة للحركة وتتعلق بالسرعة.  $\vec{f} = -K \cdot \vec{v}$  حيث تأخذ  $n$  قيمة 1 أو 2

- إذا كانت سرعة الجسم صغيرة (ضعيفة) فإن:  $f = K \cdot v$

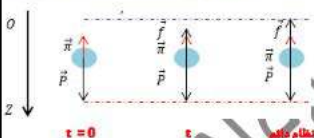
- إذا كانت سرعة الجسم كبيرة فإن:  $f = K \cdot v^2$  حيث  $K$  ثابت الاحتكاك.

**واقعة أميغستات:** هي قوة معاكسة للثقل تدفع من الأسفل الى الأعلى وتظيري في المواع. (هي ثقل المائع المزاج).

تعطى بالعلاقة

$$\vec{\Pi} = -\rho_f \cdot V \cdot \vec{g}$$

حيث:  $\rho_f$  ( $\text{Kg/m}^3$ ) هي الكثافة الحجمية للمائع ب ( $\text{Kg/m}^3$ ) -  $V$  حجم الجسم ب ( $\text{m}^3$ )



### II- حركة كوكب أو قمر اصطناعي

**خصائص الحركة الدائرية المنتظمة:** تكون الجملة في حالة حركة دائرية منتظمة إذا كانت سرعتها الابتدائية غير معدومة وكانت خاضعة لقوة مركزية عمودية على شعاع السرعة ومن خصائص الحركة الدائرية المنتظمة ما يلي:

- ✓ المسار الدائري ، سرعتها ثابتة ، التسارع الطائفي  $a_N = \frac{v^2}{r}$
- ✓ الدور هو الزمن اللازم لإتجاز دورة واحدة كاملة  $(2\pi \cdot r)$  يعطى بالعلاقة:  $T = \frac{2\pi r}{v}$  وحدته (s)

### III تقسيم حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية على اثنين نوعين وكلاهما:

#### 1- دراسة حركة كوكب الأرض حول الشمس:



1- الجملة الشمسية: كوكب الأرض

2- مرجع الدراسة: المرجع الجيومستاتي

3- القوة المؤثرة على الجملة: قوة جذب الشمس.  $F_{S/T} = G \frac{M_S M_T}{r^2} \vec{n}$

4- تطبيقية القانون الثاني لنيوتن على كوكب الأرض:  $\sum \vec{F}_{ext} = M_T \cdot \vec{a}$

$$\vec{F}_{S/T} = M_T \cdot \vec{a} \Leftrightarrow G \frac{M_S M_T}{r^2} \vec{n} = M_T \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = G \frac{M_S}{r^2} \vec{n}$$

نفس الحامل ونفس الاتجاه إذن  $\vec{a}$  ناظمي  $\vec{0}$  أي أن  $a_T = 0$  و  $a_N = Cte$  إذن  $v$  هي حركة دائرية منتظمة

السرعة المدارية:  $v = \sqrt{G \frac{M_S}{r}}$  // دورة الكوكب حول الشمس:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G M_S}}$

الملاحظات	القوى	السرعة المدارية	الحالات
كثافة الشمس $M_S$	$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_S} \cdot r^3$	$v_{orb} = \sqrt{\frac{G M_S}{r}}$	في حالة كوكب يدور حول الشمس (S)
التعد بين الكوكب و مركز الشمس $r$			
كثافة الأرض $M_T$	$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_T} \cdot r^3 = \frac{4\pi^2}{G M_T} \cdot (R_T + h)^3$	$v_{orb} = \sqrt{\frac{G M_T}{r}}$	في حالة قمر اصطناعي يدور حول الأرض (T)
تعد قطر الأرض $R_T$			
تعد القمر عن سطح الأرض $h$			

ملاحظة: إن كثافة الكواكب والأقمار لا تؤثر على السرعة المدارية والدور.

### ✦ وحدة ثابت الجذب العام وتطبيقه العملي

من عبارة قوة الجذب العام يمكن كتابتها  $G = F \frac{r^2}{m \cdot M}$  و حسب التحليل البعدي للقانون الثاني لنيوتن  $F = a \cdot m \rightarrow [F] = [a] \cdot [m]$

$$[G] = \frac{[F] \cdot [r^2]}{[m] \cdot [M]} = \frac{[a] \cdot [m] \cdot [r^2]}{[m] \cdot [M]} = \frac{[a] \cdot [r^2]}{[M]} = \frac{\frac{m}{s^2} \cdot m^2}{Kg} = \frac{m^3}{s^2 \cdot kg}$$

ملخص الوحدة 05: تطور جملة ميكانيكية

المعادلات الرئيسية

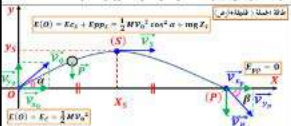
المعادلة الزمنية للسرعة	المعادلة الزمنية للمسافة
$v(t) = g \cdot t + c_1$	$z(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + c_2$
من الشروط الابتدائية $v_0$	من الشروط الابتدائية $z_0$
$v(t) = g \cdot t + v_0$	$z(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + z_0$

تجسيمات القانون الثاني للحركة

حركة المقذوف في حقل الجاذبية الأرضية

- المقذوف في جسم يقذف من نقطة بسرعة ابتدائية يرفع شعاعها مع المستوى الأفقي الذي قلقت منه نقطة  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$

- يقذف جسم بسرعة ابتدائية  $v_0$  كما هو موضح في الشكل. نأخذ معينا  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  بحيث يكون موازيا في المستوى (XOY).



الشروط الابتدائية	$x_0 = 0$	$y_0 = 0$
$v_{x0} = v_0 \cos \alpha$	$v_{y0} = v_0 \sin \alpha$	$t = 0$

• المحطة القوسية: الجسم المقذوف (كرة).

• مرجع الدراسة: سطح أرضي حده أفقي.

• القوى الخارجية المؤثرة على المحطة: الثقل  $\vec{P}$ .

• تطبيق القانون الثاني لنيتون

$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_C$

$\vec{P} = m\vec{a}_C$

- تحليل العلاقة الشعاعية (بالإسقاط) على المحور (OX)

- تحليل العلاقة الشعاعية (بالإسقاط) على المحور (Oy)

$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$

$0 = ma_x$  نجد  $P_x = ma_x$

$-mg = ma_y$  نجد  $P_y = ma_y$

تطبيق الحركة من خلال التسارع - مسطحة حركة الجسم الصلب المقذوف على المحور (OX) هي حركة مستقيمة متساوية  $(a_x = 0)$

- مسطحة حركة الجسم الصلب المقذوف على المحور (Oy) هي حركة مستقيمة متساوية  $(a_y = -g)$

شعاع التسارع	شعاع السرعة الخطية	شعاع الوضع (المسافة)
$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$	$\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$	$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t & (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t & (2) \end{cases}$

من (1) نجد  $t = \frac{x(t)}{v_0 \cos \alpha}$

علاقة المسار بالعرض في (2) نجد  $y(t) = -\frac{1}{2}g \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \sin \alpha \left( \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)$

$y(t) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2(t) + \tan \alpha x(t)$

في معلم غاليلي بتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد:

$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على المحور OZ الموجه نحو الأسفل نجد:

$mg - \rho_{air} \cdot V \cdot g - K \cdot v = m \cdot a$

$mg - \rho_{air} \cdot V \cdot g - K \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt}$

$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v = \frac{g}{m} (m - \rho_{air} \cdot V)$

$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v = g \left( 1 - \frac{\rho_{air} \cdot V}{m} \right)$

$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v = g \left( 1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$

$v(t) = \frac{mg}{K} \left( 1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right) \left( 1 - e^{-\frac{K}{m}t} \right)$

معادلة تفاضلية حلها من الشكل:

بحيث:  $\tau = \frac{K}{m}$  و  $v_L = \frac{mg}{K} \left( 1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$

من أجل  $f = K \cdot v^2$  المعادلة التفاضلية للسرعة وعبارة  $v_L$  السرعة الجديدة

$v_L = \sqrt{\frac{mg}{K} \left( 1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)}$  //  $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v^2 = g \left( 1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s} \right)$

نموذج الإسقاط الجدي

تعريف الإسقاط الجدي: حركة كل جسم يخضع لتقلبه فقط تسمى سقوطا حرا.

القوى المؤثرة: قوة الثقل  $\vec{P}$  بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على المحور OZ الموجه نحو الأسفل نجد:

$m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow g = a$

حركة مركز عطالة الجسم حركة مستقيمة متساوية بانتظام.