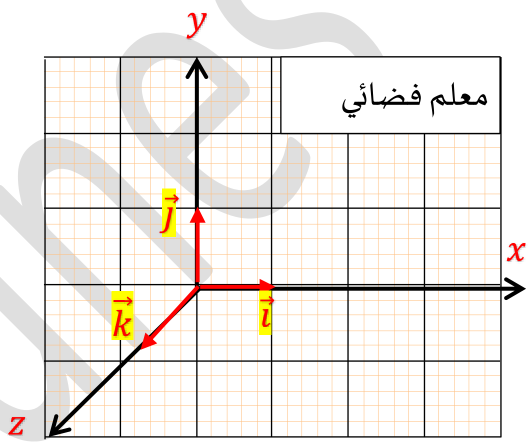
❖ تذكير ببعض المفاهيم الأساسية:

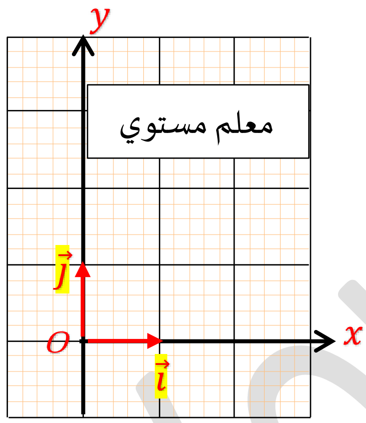
1- مفهوم الجملة الميكانيكية: هي جسم أو جزء منه أو مجموعة أجسام محدودة بالوسط الخارجي نختارها قصد دراستها

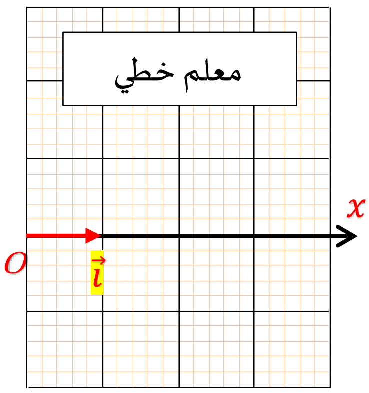
2- النقطة المادية: يمكن اعتبار الجملة نقطة مادية إذا كانت أبعادها مهملة أمام المرجع الذي تدرس فيه حركة هذه الجملة.

3- المرجع والمعلم: لا يمكن دراسة حركة جسم مادي أو جملة ميكانيكية دون تحديد مرجع لذلك، إن المرجع جسم صلب يرتبط بمعلمين:

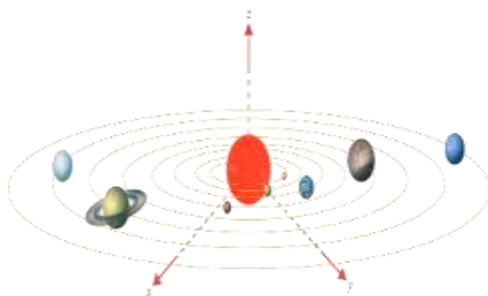
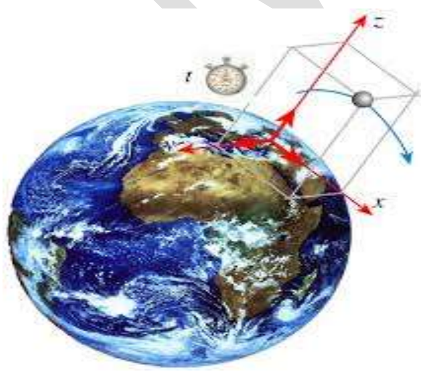
- المعلم الفضائي: $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$: يحدد فيه موضع نقطة مادية بإحداثياتها x، y وz
- معلم الزمن: يختار عادة مبدأه لحظة بداية الحركة.







4- المراجع العطالية (الغاليلية): المرجع العطالي هو مرجع ساكن أو متحرك بحركة مستقيمة منتظمة بالنسبة إلى مرجع أخر نعتبره ساكن خلال مدة الدراسة

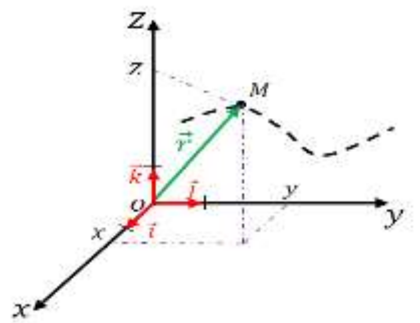
المرجع الهيليومركزي (المركزي الشمسي)	المرجع الجيومركزي (المركزي الأرضي)	المرجع سطحي أرضي
مبدأه مركزه الشمس ومحاوره تتجه نحو ثلاثة نجوم ساكنة بالنسبة للشمس. يستعمل لدراسة حركة الكواكب (عطارد - الأرض...) المذنبات	مبدأه مركزه الأرض ومحاوره تتجه نحو نفس النجوم الساكنة بالنسبة للشمس. يستعمل لدراسة حركة القمر والأقمار الصناعية....	هو معلم مرتبط بسطح الأرض يستعمل في دراسة الحركات الجارية على سطح الأرض خلال مدة زمنية قصيرة مقارنة مدة دوران الأرض حول نفسها
		

❖ دراسة حركة في معلم كارتيزي $\left(o,\vec{\imath}\,,\vec{\jmath}\,,\vec{k}\right)$:

شعاع الموضع $\overrightarrow{OM}$

هو شعاع يحدد موضع المتحرك M في لحظة زمنية (t)

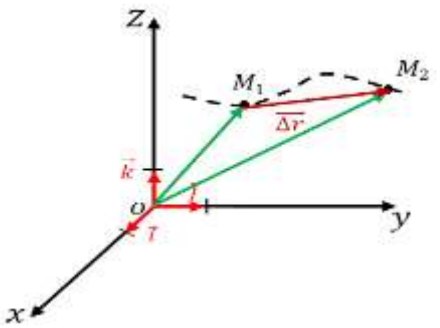
تعطى عبارته: $\overrightarrow{OM}=\vec{r}=x\vec{\imath}+y\vec{\jmath}+z\vec{k}$



شعاع الانتقال $\overrightarrow{\Delta r}$

ينتج عن التغير في شعاع الموضع

$$\overrightarrow{M_1M_2}=\overrightarrow{\Delta r}=\Delta x\vec{\imath}+\Delta y\vec{\jmath}+\Delta z\vec{k}$$



شعاع السرعة اللحظية

تعرف السرعة اللحظية بالعلاقة:

$$\vec{v}=\frac{\overrightarrow{dr}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec{\imath}+\frac{dy}{dt}\vec{\jmath}+\frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{v}=\frac{\overrightarrow{dr}}{dt}=v_x\vec{\imath}+v_y\vec{\jmath}+v_z\vec{k}$$

v_z ، v_y ،v_x مركبات السرعة اللحظية $\vec{v}$ في المعلم الكارتيزي

$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$ 　وحدتها (m/s)

شعاع السرعة اللحظية مماسي لمسار المتحرك وفي نفس جهة الحركة.

شعاع السرعة المتوسطة

تعرف السرعة المتوسطة بالعلاقة:

$$\overrightarrow{v_m}=\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{\imath}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{\jmath}+\frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}$$

شعاع التسارع $\vec{a}$: يعبر التسارع عن مقدار تغير السرعة اللحظية خلال مدة زمنية وحدته (m/s^2)

شعاع التسارع اللحظي

$$\vec{a}=\frac{\overrightarrow{dv}}{dt}=\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$$

$$\vec{a}=\frac{d^2x}{dt^2}\vec{\imath}+\frac{d^2y}{dt^2}\vec{\jmath}+\frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

$$\vec{a}=a_x\vec{\imath}+a_y\vec{\jmath}+a_z\vec{k}$$

طويلته: $a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$

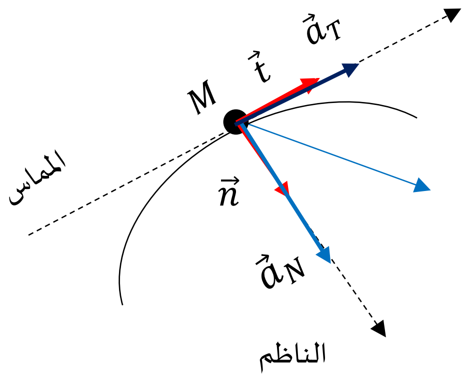
شعاع التسارع المتوسط

$$\overrightarrow{a_{2m}}=\frac{\overrightarrow{\Delta v_2}}{\Delta t}=\frac{\overrightarrow{\Delta v_3}-\overrightarrow{\Delta v_1}}{\Delta t}$$

$$\vec{r}=\overrightarrow{OM}\left\{\begin{array}{l}x(t)\\y(t)\\z(t)\end{array}\right.\ \xrightarrow[\text{بالتكامل}\ \longleftarrow]{\text{بالاشتقاق}}\ \vec{v}=\frac{\overrightarrow{dr}}{dt}\left\{\begin{array}{l}v_x(t)=\dfrac{dx(t)}{dt}\\v_y(t)=\dfrac{dy(t)}{dt}\\v_z(t)=\dfrac{dz(t)}{dt}\end{array}\right.\ \xrightarrow[\text{بالتكامل}\ \longleftarrow]{\text{بالاشتقاق}}\ \vec{a}=\frac{\overrightarrow{dv}}{dt}\left\{\begin{array}{l}a_x(t)=\dfrac{dv_x(t)}{dt}\\a_y(t)=\dfrac{dv_y(t)}{dt}\\a_z(t)=\dfrac{dv_z(t)}{dt}\end{array}\right.$$

- ✓ إذا كان $a = 0$ فإن الحركة مستقيمة منتظمة.
- ✓ إذا كان $\vec{a}.\vec{v} > 0$ فإن الحركة مستقيمة متسارعة.
- ✓ إذا كان $\vec{a}.\vec{v} < 0$ فإن الحركة مستقيمة متباطئة.

1- عبارة شعاع التسارع في معلم فريني: يستعمل عادة معلم فريني لدراسة الحركة المنحنية وخاصة منها الدائرية، وهو معلم مرتبط بمركز جسم المتحرك هذا يعني أنه يتحرك مع المتحرك. يتكون معلم فريني من محورين متعامدين في الموضع M.أحدهما مماسي للمسار و الآخر عمودي (ناظمي) على المحور المماسي، ينسب دوما إلى أحد المراجع العطالية السابقة.



عبارة شعاع التسارع في هذا المعلم:

$$\vec{a} = a_T.\vec{t} + a_N.\vec{n}$$

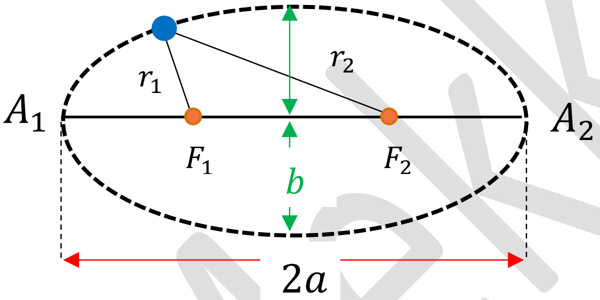
$$\vec{a}\begin{cases} a_T = \dfrac{dv}{dt} & \text{التسارع المماسي} \\ a_N = \dfrac{v^2}{r} & \text{التسارع الناظمي} \end{cases}$$

rهو نصف قطر انحناء المسار

2- القوانين الثلاثة لكيلر:

بعض خصائص الاهليج $r_1 + r_2 = 2a \ \ (ellips)$

F_1 وF_2 محرقي (بؤرتي) المدار. $A_1A_2 = 2a$ طول المحور الاكبر 2b طول المحور الأصغر

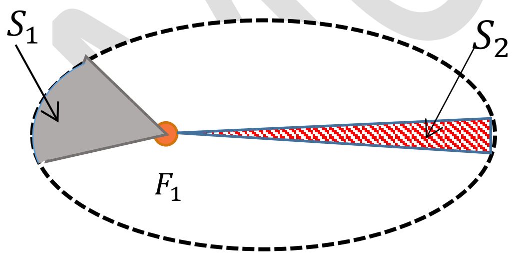


القانون الأول (قانون المدارات): (1609)

في المرجع الهيليومركزي يتحرك مركز عطالة الكواكب حول الشمس في مدارات إهليجية تقع الشمس في أحد محرقيه (بؤرتيه).

- ✓ إذا كانت الشمس في المحرق F_1 فإن النقطة A_1 تسمى نقطة الحضيض و النقطة A_2 تسمى نقطة الأوج

القانون الثاني (قانون المساحات): (1609)



يمسح الخط الواصل بين مركز الكوكب ومركز الشمس مساحات متساوية $(S_1) = (S_2)$ خلال فترات زمنية متساوية.

- ✓ سرعة الكواكب تزداد كلما اقتربت من الشمس وتتناقص كلما تباعدت عنها

القانون الثالث (قانون الأدوار): (1618)

إن مربع الدور المداري (T) لكوكب خلال حركته حول الشمس يتناسب طردا مع مكعب نصف طول المحور الأكبر يترجم القانون بالعلاقة: $\dfrac{T^2}{a^3} = k$

3- قوانين نيوتن:

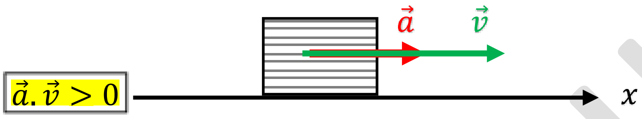
القانون الأول (مبدأ العطالة): في مرجع غاليلي (عطالي)، يحافظ كل جسم (مركز عطالته) على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة إذا لم تتدخل قوة لتغيير حالته الحركية (جملة معزولة أو شبه معزولة). $\vec{v}_G = \overrightarrow{Cte}$ ou $\left(\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}\right) \Leftrightarrow \vec{v}_G = \vec{0}$

القانون الثاني (المبدأ الأساسي للتحريك): في مرجع غاليلي، المجموع الشعاعي للقوى الخارجية $\sum \vec{F}_{ext}$ المطبقة على جملة مادية يساوي في كل لحظة جداء كتلتها m في شعاع تسارع مركز عطالتها ونكتب: $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$

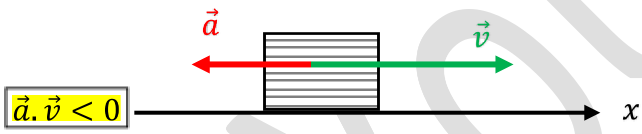
القانون الثالث (مبدأ الفعلين المتبادلين): إذا أثرت جملة A على جملة B بقوة $\vec{F}_{A/B}$ فإن الجملة B تؤثر على الجملة A بقوة $\vec{F}_{B/A}$ تساويها في الشدة لها نفس الحامل وتعاكسها في الجهة. ونعبر عنها $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

4- مختلف الحركات المستقيمة:

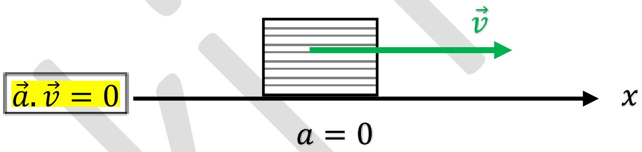
حركة مستقيمة متسارعة:



حركة مستقيمة متباطئة:



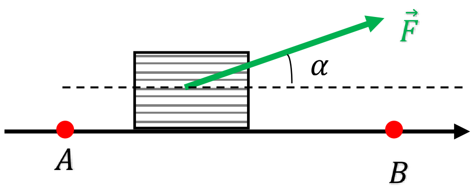
حركة مستقيمة منتظمة:



5- الميكانيك والطاقة:

عمل قوة ثابتة في حالة حركة انسحابيه مستقيمة:

يعرف عمل قوة $\vec{F}$ ثابتة عندما تنتقل نقطة تطبيقها وفق مسار مستقيم AB بالعبارة التالية: $W_{AB}(\vec{F}) = F.AB.\cos\alpha$

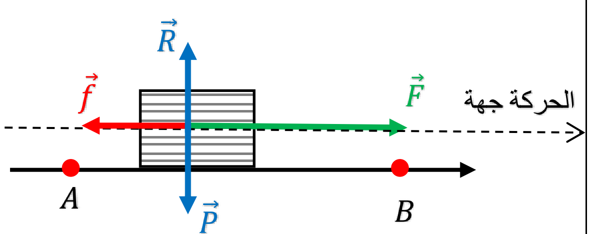


حالات خاصة:

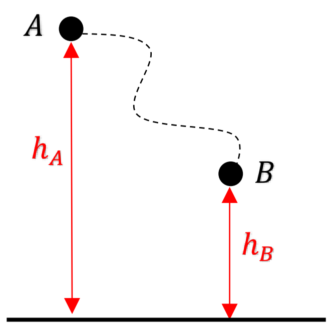
عمل محرك → $W_{AB}(\vec{F}) = F.AB$

عمل معدوم → $W_{AB}(\vec{P}) = W_{AB}(\vec{R}) = 0$

عمل مقاوم → $W_{AB}(\vec{f}) = -f.AB$



عمل قوة الثقل:



عمل قوة الثقل لا يتعلق بالمسار المتبع، وإنما يتعلق بشدة الثقل والفرق في الارتفاع $(h_A - h_B)$

بين نقطتي الانتقال A و B　$W_{AB}(\vec{P}) = m.g.h = m.g.(h_A - h_B)$

حيث: m: كتلة الجسم (kg).　g: شدة الجاذبية الأرضية (N/kg)　h: الارتفاع (m).

ملاحظة:

- ✓ إذا انتقل الجسم نحو الأعلى (صاعد) فإن عمل الثقل يكون سالب $W_{AB}(\vec{P}) = -m.g.h$
- ✓ إذا انتقل الجسم نحو الأسفل (نازل) فإن عمل الثقل يكون موجب $W_{AB}(\vec{P}) = +m.g.h$

6- تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة:

عبارة الطاقة الميكانيكية لجملة (جسم + أرض) أو (جسم + نابض):

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\boxed{E_m = E_C + E_P} \Rightarrow \quad E_P \Rightarrow \begin{cases} E_{PP} = mgh \dashrightarrow \boxed{\text{جملة (جسم + أرض)}} \\ E_{Pe} = \frac{1}{2}K.x^2 \dashrightarrow \boxed{\text{جملة (جسم + نابض)}} \end{cases}$$

معادلة انحفاظ الطاقة:

اعتمادا على مبدأ انحفاظ الطاقة تكتب معادلة انحفاظ على النحو التالي:

الطاقة الابتدائية للجملة + الطاقة المكتسبة – الطاقة المفقودة = الطاقة النهائية للجملة

$$\boxed{E_i + W_{\text{مكتسبة}} - |W_{\text{مفقودة}}| = E_f}$$

الجملة المعزولة طاقويا:

$$\boxed{E_i = E_f}$$

❖ **توجيهات:**

♦ استخدام القانون الثاني لنيوتن	♦ استخدام الطاقة
حساب أو التعبير عن: ❖ تسارع الحركة. ❖ طبيعة حركة جسم – متسارعة- متباطئة – منتظة. ❖ دراسة حركة. ❖ شدة قوة. ❖ معادلة تفاضلية للسرعة. ❖ معادلة تفاضلية للمسافة.	حساب أو التعبير عن: ❖ السرعة في نقطة ما. ❖ المسافة المقطوعة. (يمكن استخدام مخطط السرعة). ❖ شدة قوة (في وجود المسافة d او السرعة v).

❖ شرح حركة الكواكب والأقمار الصناعية:

1- تعريف الحركة الدائرية المنتظمة:

نقول عن حركة أنها دائرية منتظمة إذا كان مسارها دائري وقيمة سرعتها على المسار ثابتة، ومن خصائصها:

- المسار دائري - تسارع ناظمي $a_N = \frac{v^2}{r}$

- الدور T: هو المدة الزمنية اللازمة لإنجاز دورة كاملة (من أجل $t = T$ يقطع المتحرك مسافة قدرها محيط الدائرة أي $x = 2\pi r$

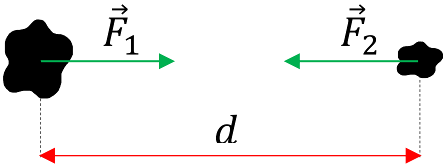
$$x = v.t \Leftrightarrow 2\pi r = v.T \Leftrightarrow T = \frac{2\pi r}{v}$$ وحدته الثانية (s)

- نتيجة: كل جسم في حركة دائرية منتظمة له تسارع مركزي (ناظمي).

2- قانون التجاذب الكوني لنيوتن (قانون التجاذب العام):

توجد قوة تجاذب بين أي جسمين في الكون، تتناسب طردا مع جداء كتلتيهما وعكسا مع مربع المسافة بين مركزيهما.

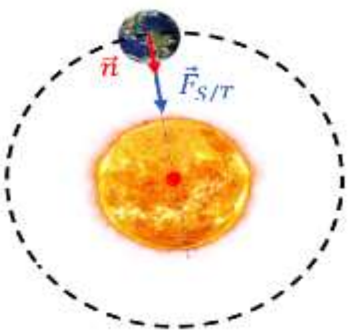
$$F_1 = F_2 = G.\frac{m_1.m_2}{d^2}$$



m_1 وm_2 كتلة الجسمين.

G مقدار ثابت يسمى ثابت التجاذب الكوني وقيمته $G = 6,67 \times 10^{-11} N.m^2 Kg^{-2}$

3- دراسة حركة كوكب الأرض حول الشمس:



مرجع الدراسة: المرجع الهيليومركزي **الجملة المدروسة:** كوكب الارض

القوة المؤثرة على الجملة: قوة جذب الشمس. $\vec{F}_{S/T} = G\frac{M_S.m_T}{r^2}\vec{n}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على كوكب الأرض: $\sum \vec{F}_{ext} = m_T.\vec{a}$

$$\vec{F}_{S/T} = M_T.\vec{a} \Leftrightarrow G\frac{M_S.m_T}{r^2}\vec{n} = m_T.\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = G\frac{M_S}{r^2}\vec{n}$$

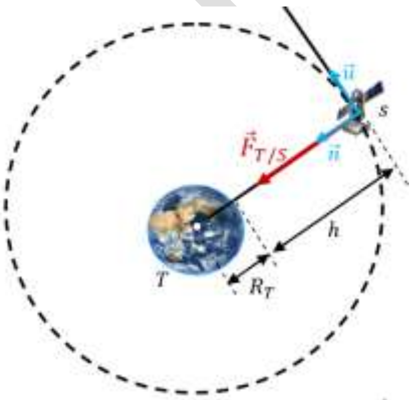
إثبات أن حركة كوكب الأرض حول الشمس حركة دائرية منتظمة: بما أن القوة $\vec{F}_{S/T}$ ناظمية، و $\vec{a}$ و $\vec{n}$ لهما نفس الحامل ونفس الاتجاه إذن $\vec{a}$ ناظمي و $a_t = 0$ أي أن $v = Cte$ إذن حركة دائرية منتظمة.

السرعة المدارية: $a = a_n = G\frac{M_S}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{G\frac{M_S}{r}}$

دور الكوكب حول الشمس: $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_S}}$

4- دراسة قمر اصطناعي حول الارض:

مرجع الدراسة: المرجع الجيومركزي



تمثيل القوة المطبقة: من طرف الارض على أحد الاقمار عبارتها $\vec{F}_{T/S} = G\frac{m_S.M_T}{r^2}\vec{n}$

تبيان أن حركة القمر حول الارض حركة دائرية منتظمة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m_s.\vec{a}$

$$\vec{F}_{T/S} = m_s.\vec{a} \Leftrightarrow G\frac{m_s.M_T}{(R_T+h)^2}\vec{n} = m_s.\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}\vec{n}$$

إثبات أن حركة القمر الصناعي حول الارض حركة دائرية منتظمة: بما أن القوة $\vec{F}_{T/S}$ ناظمية، و $\vec{a}$ و $\vec{n}$ لهما نفس الحامل ونفس الاتجاه إذن $\vec{a}$ ناظمي و $a_t = 0$ أي أن $v = Cte$ إذن حركة دائرية منتظمة.

تبيان أن $\frac{(R_T+h)^3}{T^2} = K$

$$a = a_n = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} = \frac{v^2}{(R_T+h)} \Leftrightarrow v^2 = G\frac{M_T}{(R_T+h)} \ldots\ldots (1)$$

$$v = \frac{2\pi(R_T+h)}{T} \Leftrightarrow v^2 = \frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

من (1) و (2) نجد $\frac{(R_T+h)^3}{T^2} = G\frac{M_T}{4\pi^2} = K$ المقدار $G\frac{M_T}{4\pi^2}$ ثابت

5- شروط استقرار قمر صناعي:

نقول عن قمر اصطناعي أنه جيو مستقر (ثابت) إذا بقي في شاقول نفس النقطة من الأرض.

حتى يكون قمرا اصطناعيا مستقرا يجب:

- أن يدور القمر الاصطناعي في نفس جهة دوران الارض (أي من الشرق إلى الغرب).
- أن يكون على مستوى خط الاستواء (مداره على خط الاستواء).
- أن يكون دور القمر الاصطناعي مساويا لدور الارض.
- أن يكون على ارتفاع القمر على ارتفاع $h \approx 36000Km$

6- عبارة الجاذبية g على ارتفاع h من سطح الأرض:

$$g = g_0\frac{{R_T}^2}{(R_T+h)^2}$$

❖ السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء.

1- السقوط الحقيقي: كل جسم يسقط سقوطا حقيقيا في مائع (الهواء) فإنه يخضع لثلاثة قوى

نترك جسم صلب (S) كتلته m يسقط من ارتفاع h بدون سرعة ابتدائية

القوى المؤثرة على الجسم الصلب (S):

✓ الثقل: $\vec{P} = m.\vec{g}$

✓ قوة الاحتكاك: $\vec{f}$: هي قوة معاكسة للحركة وتتعلق بالسرعة. $\vec{f} = -K.\vec{v^n}$ حيث تأخذ n قيمة 1 أو 2

إذا كانت سرعة الجسم صغيرة (ضعيفة) فإن: $f = K.v$

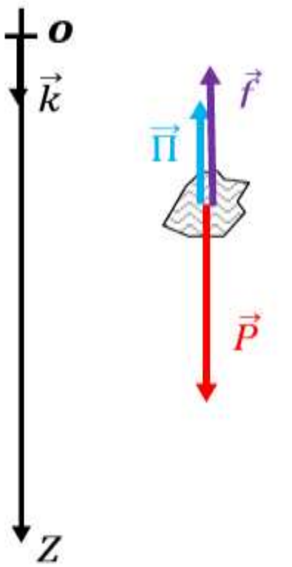
إذا كانت سرعة الجسم كبيرة فإن $f = K.v^2$ حيث K ثابت الاحتكاك.

✓ دافعة أرخميدس: هي قوة معاكسة للثقل تدفع من الاسفل الى الاعلى وتظهر في الموائع. (هي ثقل المائع المزاح). تعطى بالعلاقة:

$$\vec{\Pi} = -\rho_f.V.\vec{g}$$

حيث $g(m/s^2)$ الجاذبية الارضية - V حجم الجسم ب (m^3) - ρ_f الكتلة الحجمية للمائع ب (Kg/m^3).

دراسة حركة السقوط الحقيقي:



✓ المعادلة التفاضلية لتطور السرعة $v(t)$:

مرجع الدراسة: مرجع سطحي أرضي مزود بمعلم $(O\,,\vec{K})$ موجه إيجابيا نحو الاسفل

الجملة المدروسة: جسم صلب **القوى المؤثرة:** $\vec{\Pi}\,،\,\vec{f}\,،\,\vec{P}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور oz الموجه نحو الاسفل نجد:

$$P - \Pi - f = m.a$$

$$mg - \rho_{air}.V.g - K.v^n = m.a$$

$$mg - \rho_{air}.V.g - K.v^n = m.\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}.v^n = \frac{g}{m}(m - \rho_{air}.V)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}.v^n = g\left(1 - \frac{\rho_{air}.V}{m}\right)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}.v^n = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$$

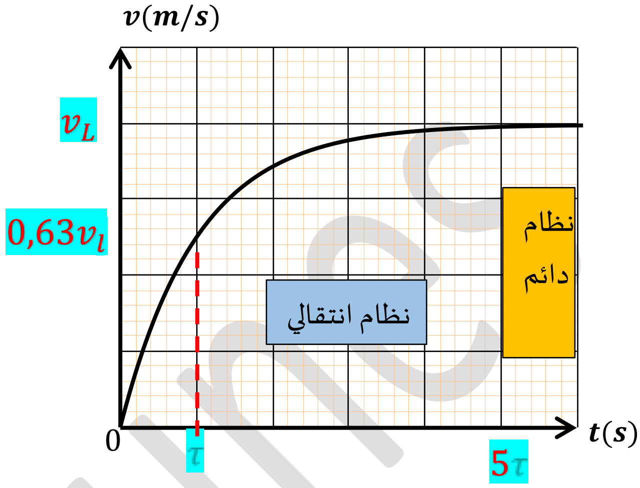
معادلة تفاضلية من الشكل: $\frac{dv}{dt} + Av^n = B$ حيث n تأخذ قيمة 1 أو 2

	إذا كانت $f = K.v$	إذا كانت $f = K.v^2$
المعادلة التفاضلية لتطور السرعة $v(t)$	$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}.v = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$	$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}.v^2 = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$
حل المعادلة التفاضلية	$v(t) = \frac{mg}{K}\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)\left(1 - e^{-\frac{K}{m}t}\right)$	غير مطالب بها.
عبارة السرعة الحدية v_L	لما $t = +\infty \Rightarrow \begin{cases} v(t) = v_L \\ \frac{dv}{dt} = 0 \end{cases}$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد: $v_L = \frac{mg}{K}\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$	لما $t = +\infty \Rightarrow \begin{cases} v(t) = v_L \\ \frac{dv}{dt} = 0 \end{cases}$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد: $v_L = \sqrt{\frac{mg}{K}\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)}$
عبارة التسارع الابتدائي a_0	لما $t = 0 \Rightarrow v(0) = 0$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد: $a_0 = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_s}\right)$	
ثابت الزمن τ	$\tau = \frac{m}{K}$	غير مطالب بها.

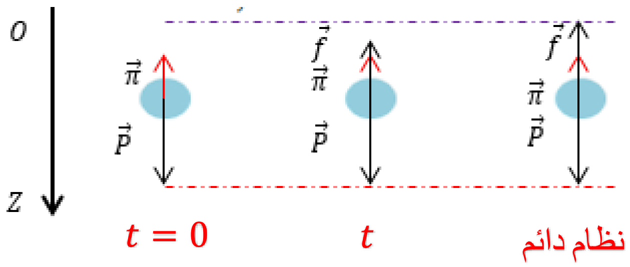
✓ العلاقة بين a_0 و v_L و τ في حالة السرعات الصغيرة: $(f = K.v)$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v_l}{\tau} e^{-t/\tau} \Rightarrow a_0 = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = \frac{v_l}{\tau} e^{0} \Rightarrow \boxed{a_0 = \frac{v_L}{\tau}}$$

✓ المنحنى البياني الممثل لتغيرات سرعة الجسم بدلالة الزمن $v = f(t)$ في حالة السرعات الصغيرة: $(f = K.v)$



t	0	τ	5τ
$v(m/s)$	0	$0,63v_l$	v_l



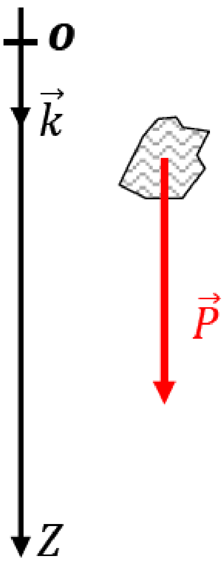
ملاحظة: بيانيا قيمة التسارع تمثل ميل المماس عند اللحظة t ومنه a يكون أعظمي عند اللحظة $t = 0$ ثم يتناقص حتى ينعدم في النظام الدائم.

✓ التحليل البعدي للثابت K:

في حالة $f = K.v$	في حالة $f = K.v^2$
$f = K.v \Rightarrow K = \frac{f}{v} \Rightarrow [K] = \frac{[f]}{[v]}$ $F = m.a \Rightarrow [F] = [m].[a]$ $[K] = \frac{[f]}{[v]} = \frac{[m].[a]}{[v]} = \frac{M.[L].[T]^{-2}}{[L].[T]^{-1}}$ $[K] = [M].[T]^{-1}$ ومنه وحدة K هي Kg/s	$f = K.v^2 \Rightarrow K = \frac{f}{v^2} \Rightarrow [K] = \frac{[f]}{[v]^2}$ $F = m.a \Rightarrow [F] = [m].[a]$ $[K] = \frac{[f]}{[v]^2} = \frac{[m].[a]}{[v]^2} = \frac{[M].[L].[T]^{-2}}{[L]^2.[T]^{-2}}$ $[K] = [M].[L]^{-1}$ ومنه وحدة K هي Kg/m

❖ نموذج السقوط الحر:

1- تعريف السقوط الحر: حركة كل جسم يخضع لثقله فقط تسمى سقوطا حرا.



دراسة حركة جسم صلب يسقط سقوطا حرا:

✓ **الجملة المدروسة:** الجسم

✓ **المرجع:** سطحي أرضي مزود بمعلم $(o.z)$ نعتبره غاليلي خلال فترة الدراسة.

✓ **القوى المؤثرة:** قوة الثقل $\vec{P}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور oz الموجه نحو الاسفل نجد: $P = m.a$

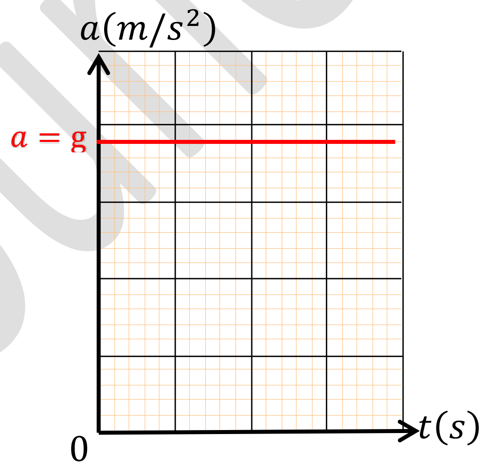
$$m.g = m.a \Rightarrow \boxed{g = a}$$

حركة مركز عطالة الجسم حركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

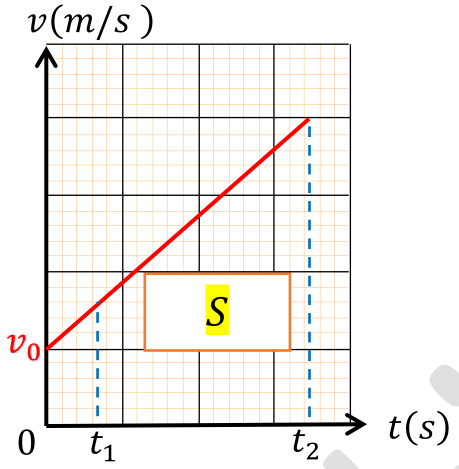
المعادلة الزمنية للمسافة	المعادلة الزمنية للسرعة	المعادلة التفاضلية للحركة
$z(t)=\frac{1}{2}g.t^2+v_0.t+c_2$ من الشروط الابتدائية $c_2=z_0$ $z(t)=\frac{1}{2}g.t^2+v_0.t+z_0$	$v(t)=g.t+c_1$ من الشروط الابتدائية $c_1=v_0$ $v(t)=g.t+v_0$	$\frac{dv}{dt}=g$

2- المنحنيات البيانية للحركة:

مخطط التسارع $a=f(t)$

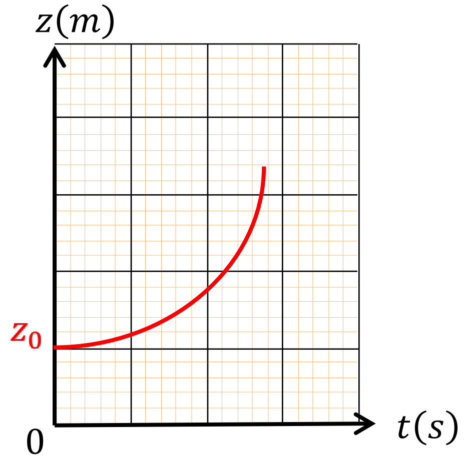


مخطط السرعة $v=f(t)$



تمثل المساحة S (مساحة شبه المنحرف) المسافة المقطوعة بين اللحظتين t_1 و t_2

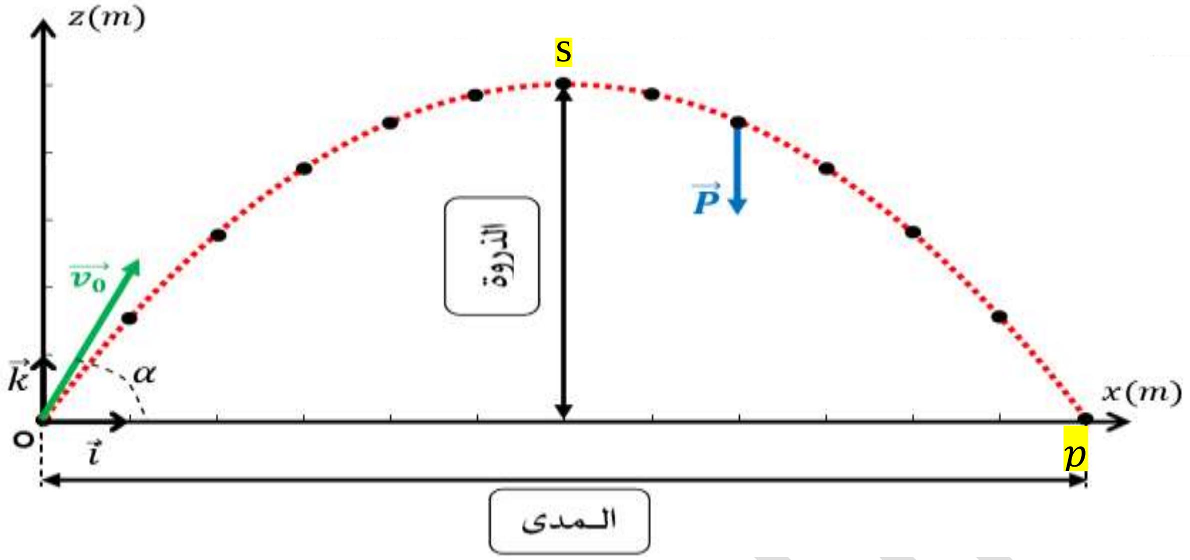
مخطط الفاصلة $z=f(t)$



3- العلاقة بين السرعة والتسارع: (محذوفية الزمن). $v^2-v_0^2=2g(z-z_0)$

❖ حركة القذيفة في حقل الجاذبية الارضية

عند اللحظة $t = 0$ ومن النقطة O نقذف جسم بسرعة ابتدائية $\overrightarrow{v_0}$ يصنع حاملها زاوية α مع المستوي الافقي، ونسجل المواضع المتتالية لحركة هذا الجسم فنحصل على البيان التالي: (نهمل جميع تأثيرات الهواء أمام الثقل.)



1- دراسة مركز عطالة الجسم:

✓ **الجملة المدروسة:** الجسم الصلب

✓ **المرجع:** سطحي أرضي مزود بمعلم $(o,\vec{i},\vec{k})$ نعتبره غاليلي خلال فترة الدراسة.

✓ **القوى المؤثرة:** قوة الثقل $\vec{P}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور ox: $a_x = 0$

بالإسقاط على المحور oz: $a_z = -g$

نتيجة:

التسارع على المحور ox معدوم وبالتالي الحركة على هذا المحور حركة مستقيمة منتظمة.

التسارع على المحور oz ثابت وبالتالي الحركة على هذا المحور حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

2- المعادلات الزمنية للحركة:

❖ الشروط الابتدائية:

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \qquad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0.\cos\alpha \\ v_{oy} = v_0.\sin\alpha \end{cases}$$

المحاور	التسارع	معادلة السرعة	معادلة الموضع (المسافة)
ox	$a_x = 0$	$v_x = v_0.\cos\alpha$	$x = v_0.\cos\alpha.t$
oz	$a_z = -g$	$v_z = -g.t + v_0.\sin\alpha$	$z = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t$

❖ معادلة المسار:

$$\begin{cases} x = v_0 . \cos\alpha . t \dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ z = -\frac{1}{2} g . t^2 + v_0 . \sin\alpha . t \dots\dots (2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد: $t = \frac{x}{v_0 . \cos\alpha}$ بالتعويض في المعادلة (2) نجد:

$$z = -\frac{1}{2} g . \left(\frac{x}{v_0 . \cos\alpha}\right)^2 + v_0 . \sin\alpha . \frac{x}{v_0 . \cos\alpha}$$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha . x$$

معادلة المسار من الشكل $z = A . x^2 + B . x$ هي معادلة قطع مكافئ.

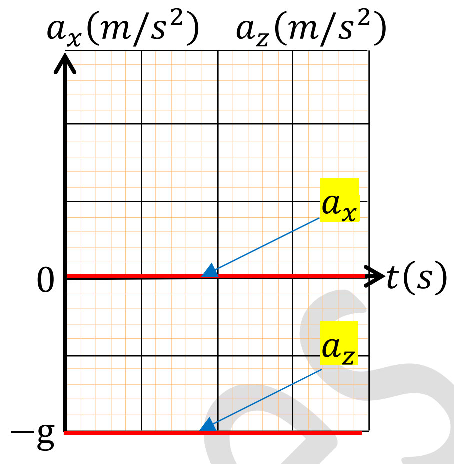
3- النقاط الخاصة:

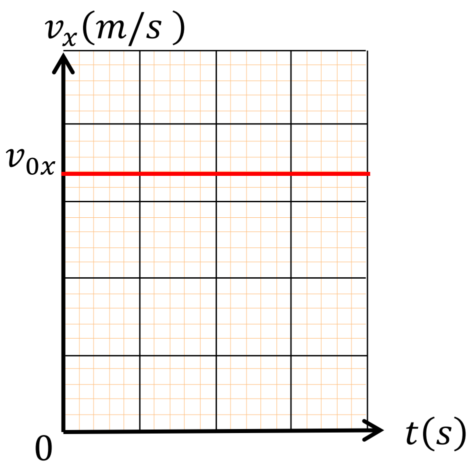
المدى	الذروة
هي أقصى مسافة أفقية بالنسبة لنقطة القذف يصلها الجسم. إحداثيات النزوة p: $p(x_p, z_p)$ نعوض في معادلة المسار ب $z_p = 0$ $0 = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} {x_p}^2 + \tan\alpha . x_p$ $\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} {x_p}^2 = \tan\alpha . x_p = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} x_p$ $x_p = \frac{2v_0^2 \cos\alpha . \sin\alpha}{g}$ نعلم أن $\cos\alpha . \sin\alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ $x_p = \frac{v_0^2 . sin^2\alpha}{g}$ ومنه إحداثيات المدى هي: $p\left(\frac{v_0^2 . \sin 2\alpha}{g}, 0\right)$	هي أقصى ارتفاع تبلغه القذيفة من نقطة القذف. إحداثيات النزوة s: $s(x_s, z_s)$ عند أقصى ارتفاع $v_z = 0$ $v_z = -g . t_s + v_0 . \sin\alpha = 0 \Rightarrow t_s = \frac{v_0 . \sin\alpha}{g}$ نعوض t_s في المعادلة الزمنية $x = v_0 . \cos\alpha . t$ $x_s = v_0 . \cos\alpha . \frac{v_0 . \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 . \cos\alpha . \sin\alpha}{g}$ نعلم أن $\cos\alpha . \sin\alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ $x_s = \frac{v_0^2 . \sin 2\alpha}{2g}$ عوض t_s في المعادلة الزمنية $z = -\frac{1}{2} g . t^2 + v_0 . \sin\alpha . t$ $z_s = -\frac{1}{2} g . \left(\frac{v_0 . \sin\alpha}{g}\right)^2 + v_0 . \sin\alpha . \frac{v_0 . \sin\alpha}{g}$ $z_s = \frac{v_0^2 . \sin^2\alpha}{2g}$ ومنه إحداثيات المدى هي: $s\left(\frac{v_0^2 . \sin 2\alpha}{2g}, \frac{v_0^2 . \sin^2\alpha}{2g}\right)$

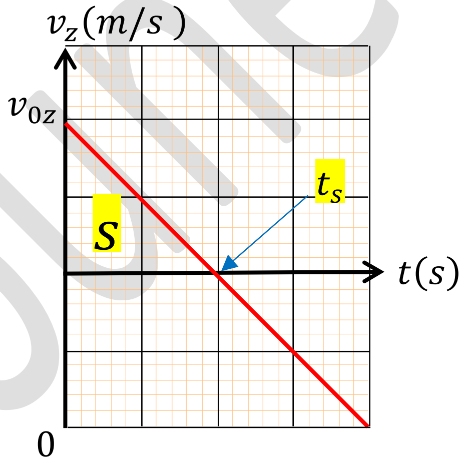
ملاحظات:

- ✓ فاصلة المدى x_p تساوي ضعف فاصلة الذروة x_s
- ✓ إذا كانت زاوية القذف $\alpha = 45°$ فإن المدى يكون أعظمي.
- ✓ كلما كانت قيمة سرعة القذف كبيرة كانت قيمتي المدى والذروة أكبر.

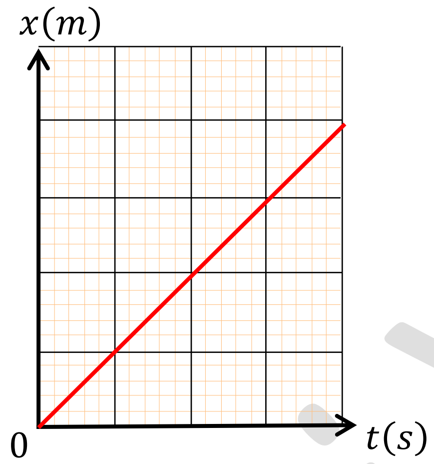
4- المنحنيات البيانية:



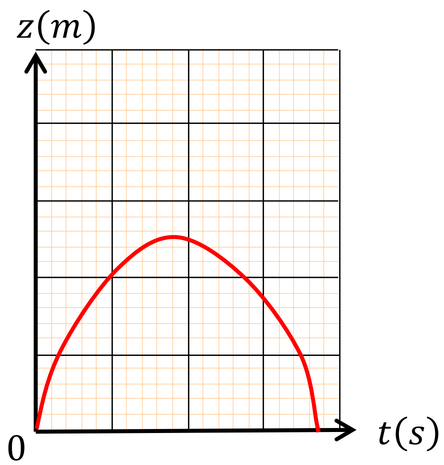




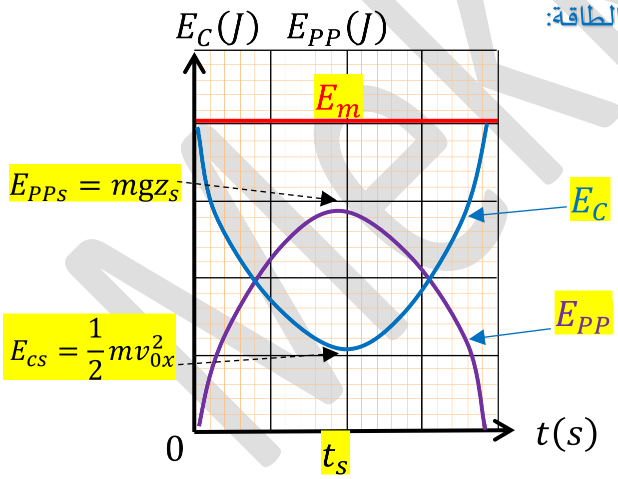
- ميل المنحنى يمثل التسارع a_z أي $a_z = \frac{\Delta v_z}{\Delta t}$
- مساحة المثلث Sتمثل أقصى ارتفاع أي $Z_S = S$



- ميل المنحنى يمثل السرعة v_x أي $v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

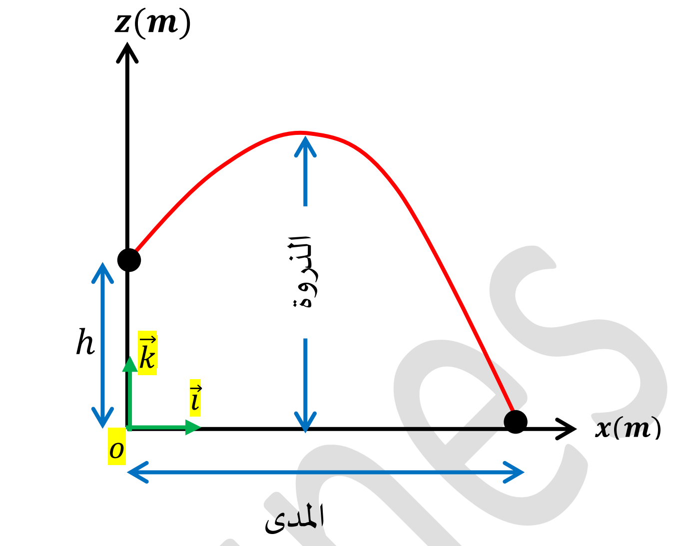


مخطط الطاقة:



- الطاقة الحركية $E_c = \frac{1}{2}mv^2$
- الطاقة الكامنة الثقالية $E_{pp} = \frac{1}{2}mgh$
-

5- حالات خاصة لحركات القذائف

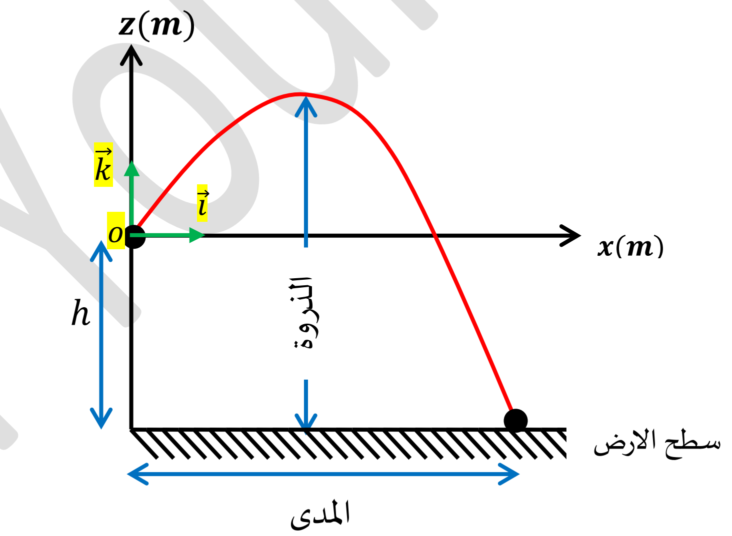


المعادلات الزمنية للحركة:

$$\begin{cases} x = v_0 . \cos\alpha . t \\ z = -\frac{1}{2} g . t^2 + v_0 . \sin\alpha . t + h \end{cases}$$

معادلة المسار:

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha . x + h$$

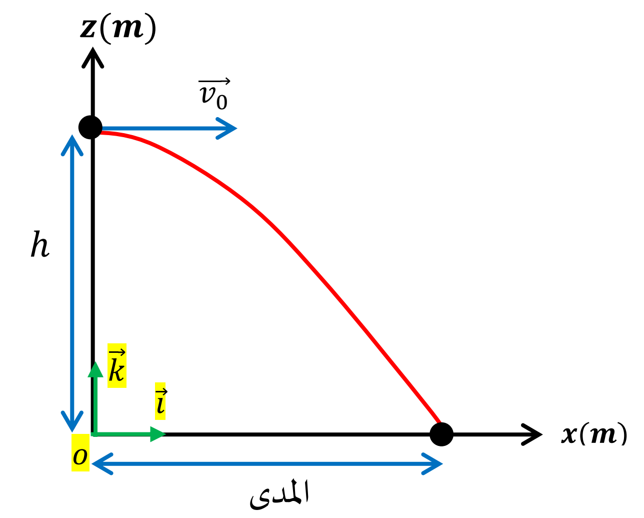


المعادلات الزمنية للحركة:

$$\begin{cases} x = v_0 . \cos\alpha . t \\ z = \frac{1}{2} g . t^2 - v_0 . \sin\alpha . t \end{cases}$$

معادلة المسار:

$$z = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 - \tan\alpha . x$$



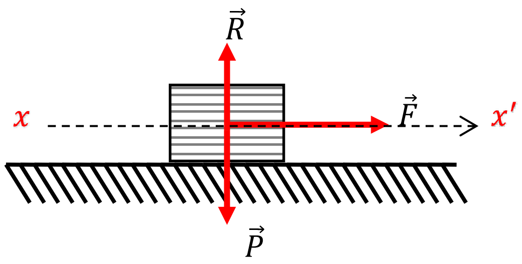
المعادلات الزمنية للحركة:

$$\begin{cases} x = v_0 . t \\ z = -\frac{1}{2} g . t^2 + h \end{cases}$$

معادلة المسار:

$$z = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + h$$

❖ حركة مركز عطالة جسم على مستوي أفقي:



ندرس حركة عربة صغيرة على طاولة ملساء بفعل قوة محرك كهربائي $\vec{F}$

تنطلق من السكون لتكتسب سرعة $v = 2m/s$ بعد 4 ثواني من بدأ الحركة

1- القوى التي تخضع لها العربة أثناء حركتها: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{F}$

2- عبارة تسارع العربة على المسار:

الجملة المدروسة: الجسم الصلب

المرجع: سطحي أرضي مزود بمعلم $(o,\vec{i},\vec{k})$ نعتبره غاليلي خلال فترة الدراسة.

القوى المؤثرة: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{F}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور (xx') نجد: $F = m.a \Rightarrow a = \frac{F}{m}$

3- المعادلة الزمنية للسرعة والمعادلة الزمنية للحركة (معادلة المسافة):

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v(t) = a.t + v_0$$

لدينا $v_0 = 0$ ومنه $v(t) = a.t$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x(t) = \frac{1}{2}a.t^2 + x_0$$

لدينا $x_0 = 0$ ومنه $x(t) = \frac{1}{2}a.t^2$

✍ **ملاحظة:** من أجل $v_0 \neq 0$ و $x_0 \neq 0$ نجد $v(t) = a.t + v_0$ و $x(t) = \frac{1}{2}a.t^2 + v_0.t + x_0$

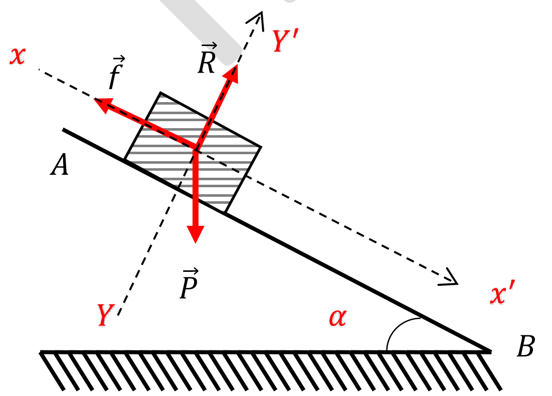
❖ حركة مركز عطالة جسم على مستوي مائل:

يتحرك جسم صلب كتلته (m) من السكون على طريق مستقيم AB مائل بزاوية α على المستوي الافقي نفرض أن قوة الاحتكاك ثابتة موازية لمسار مركز عطالة الجسم ومعاكسة لجهة الحركة.

1- القوى التي يخضع لها الجسم أثناء حركته على المسار AB: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{f}$

2- المرجع المناسب لدراسة هذه الحركة: سطحي أرضي نعتبر غاليلي.

3- عبارة تسارع الحركة a على المسار AB



الجملة المدروسة: الجسم.

المرجع: سطحي أرضي مزود بمعلم نعتبره غاليلي.

القوى المؤثرة: قوة الثقل $\vec{P}$ قوة رد الفعل $\vec{R}$ الاحتكاك $\vec{f}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,.\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{R} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور (xx') نجد: $P\sin\alpha - f = m.a$

بالإسقاط على المحور (yy') نجد: $P\cos\alpha = \mathrm{R}$

ومه عبارة التسارع هي: $mg\sin\alpha - f = m.a \Rightarrow a = \mathrm{g}\sin\alpha - \frac{f}{m}$

1- حدد طبيعة حركة مركز عطالة الجسم الصلب على المسار AB

بما أن $a = Cte$ والمسار مستقيم فإن الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

2- أكتب المعادلات الزمنية للحركة:

المعادلة الزمنية للسرعة: $v(t) = a.t$

معادلة المسافة: $x(t) = \frac{1}{2}a.t^2$

ملاحظة:

✓ في بعض التمارين يعطى التصوير المتعاقب لبعض المواضع لمركز عطالة الجسم خلال فواصل زمنية ومتساوية. حيث $\tau = t_{i+1} - t_i$

لحساب السرعة انطلاقا من التصوير المتعاقب نطبق: $v_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau}$

مثال $v_2 = \frac{M_1M_3}{2\tau}$