① حركة الكواكب والأقمار:

② دراسة السقوط الشاقولي :

① حركة الكواكب والأقمار :

1- قوانين نيوتن الثلاث :

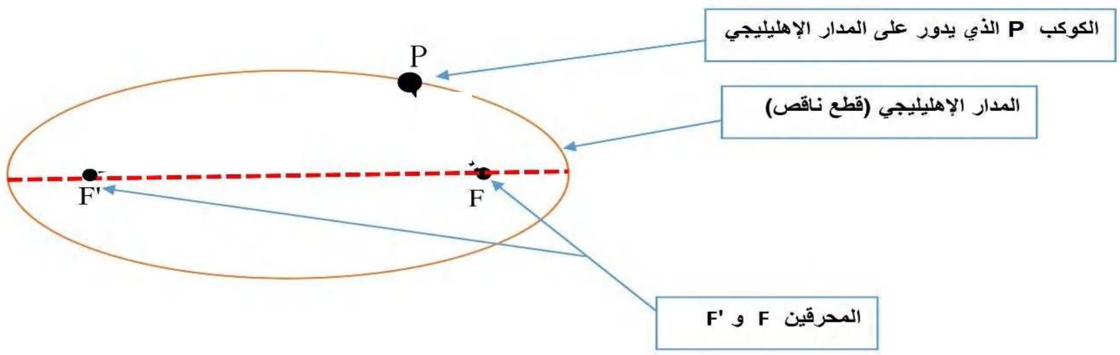
● **القانون الأول (مبدأ العطالة)** : في معلم غاليلي (عطالي) ، إذا كان المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المؤثرة على جملة ما معدوم معناها إما أن تكون هذه الجملة ساكنة أو تتحرك بحركة مستقيمة منتظمة $\sum \vec{F}_{ext} = 0$

● **القانون الثاني (مبدأ التحريك)** : في معلم غاليلي المجموع الشعاعي للقوى المؤثرة على جملة تساوي جداء كتلتها مع تسارع مركز عطالتها : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

● **القانون الثالث (مبدأ الفعلين المتبادلين)** : إذا اثرت جملة A على جملة B بقوة $\vec{F}_{A/B}$ فإن الجملة B تقوم بالتأثير على A بقوة $\vec{F}_{B/A}$ تُساويها في الشدة وتُعاكسها في الاتجاه ولهما نفس الحامل .

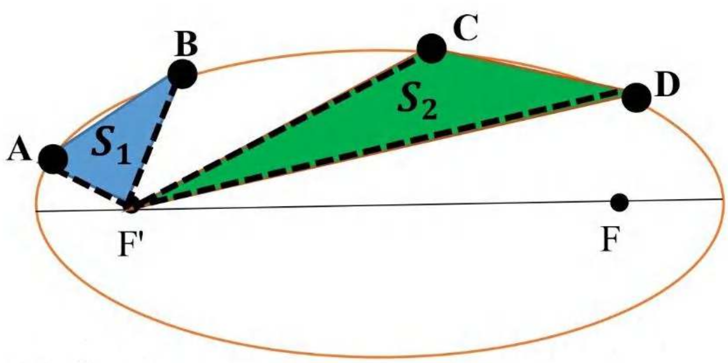
2- قوانين كِبلر الثلاثة :

● **القانون الأول** : في مرجع هيليو مركزي تدور الكواكب حول الشمس في مدارات إهليليجية ، وتقع الشمس في أحد بؤرتيه (محرقيه) F أو F' ، وهو قانون عام (نفس الشيء بالنسبة لدوران الأقمار حول الأرض في مرجع مركزي أرضي حيث الأرض تقع في أحد محرقيه أو دوران أي جسم حول جسم) .



● **القانون الثاني لكبلر (قانون المساحات المتساوية)** :

● يمسح المستقيم الواصل بين مركز الكوكب ومركز الشمس مساحات متساوية في فترات زمنية متساوية :

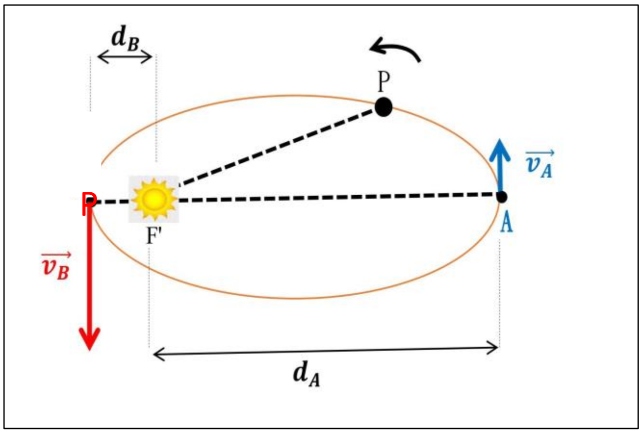


● أي عندما ينتقل الكوكب من النقطة A إلى النقطة B في مدة زمنية t_1 ، فإنهُ إذا قطع المسافة من C إلى D في نفس المدة الزمنية t_1 معناه أن المساحتين متساويتين : $S_1 = S_2$.

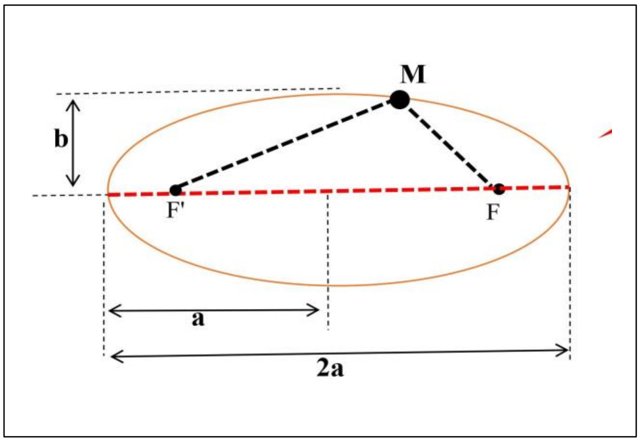
● **القانون الثالث لكبلر :** خلال حركة كوكب حول الشمس في المدار الإهليليجي ، تكون النسبة بين مُربع الدور T^2 و مُكعب نصف المحور الأكبر a^3 دائما ثابتة : $\frac{T^2}{a^3} =$ ثابت .

القيمة المتوسطة لنصف القطر المدار الإهليليجي توافق نصف طول المحور الأكبر a نكتب : ($\frac{T^2}{r^3} = \frac{T^2}{(R_T+h)^3} =$ ثابت)

◄ **توضيح مهم حول حركة الأقمار:**



① يدور الكوكب P حول الشمس في مدار إهليليجي (الشمس متموضعة في المحرق F' مثلا) . أقرب نقطة للكوكب من الشمس في المدار هي P وتُسمى : **نُقطة الرأس الأقرب (أو نقطة الحضيض)** حيث تكون السرعة في أقصى قيمة لها . أما أبعد نقطة هي A وتّسمى **نقطة الرأس الأبعد (نقطة الأوج)** وتكون السرعة في أصغر قيمة لها .



② يتميز المدار الإهليليجي بمحورين أصغر وأكبر :

- a : هو نصف المحور الأكبر.
- 2a : يمثل طول المحور الأكبر.
- b : نصف المحور الأصغر.

◄ عندما يدور الكوكب حول الشمس وعندما يكون في النقطة M كيفية، فإنهُ يُحقق العلاقة الهندسية :

$MF + MF' = 2a$

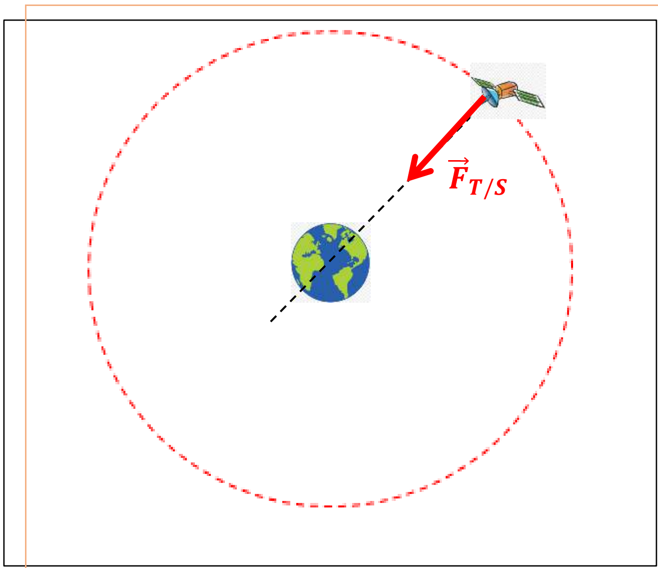
3- المراجع العملية :

المراجع العملية الثلاثة	**المرجع الهيليومركزي** (يُسمى كذلك : **المرجع المركزي الشمسي** أو **كوبرنيك**) : مرجع عطالي مُزود بمعلم بثلاثة محاور موجهة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة ، حيث : ● مبدؤهُ مركز الشمس . ● يُستعمل في دراسة حركة الكواكب و المذنبات .... والتي تتم في مدة زمنية قصيرة مقارنة بمُدة دوران الشمس في المجرة (● هو المعلم الغاليلي الأكثر دقة .)
	المرجع الجيومركزي (يُسمى كذلك : **المرجع المركزي الأرضي**) : مرجع م عطالي ، مزود بمعلم بثلاثة محاور موجهة نحو ثلاثة نجوم نعتبرها ثابتة ، حيث : ● مبدؤهُ مركز الأرض . ● يُستعمل في دراسة حركة القمر و الأقمار الصناعية والتي تتم في مدة زمنية قصيرة مقارنة بمُدة دوران الأرض حول الشمس (● هُو معلم أقل دقة من المعلم المركزي الشمسي .)
	المرجع السطحي الأرضي : مرجع عطالي مُرتبط بسطح الأرض (أي نقطة على سطح الأرض) : ● مبدؤُهُ : أي نُقطة على سطح الأرض . ● يُستعمل لدراسة مُعظم الحركات على سطح الأرض و التي تتم في مدة زمنية قصيرة مقارنة بمُدة دوران الأرض حول نفسها (● هُو المعلم الأقل دقة بين هذه المعالم .)

4- الدراسة : نعتمد في دراستنا هذه إلى 03 قوانين أساسية يجب أن تُحفظ :

◄ الدور T : هو زمن دورة واحدة وحدتهُ الثانية حيث : $T = \frac{2\pi r}{v}$ ● v : السرعة بالـ m/s	◄ التسارع الناظمي a_N : $a_N = \frac{v^2}{r}$ ● r : نصف قطر المدار	◄ قانون القانون 03 لنيوتن : ● يُعطى قانون الجذب العام بين جسمين A وB : $F_{A/B} = \frac{G \times m_A \times m_B}{r^2}$ ● r : نصف قطر المدار ● m_A , m_B : كتلة الكوكبين A وB

-4 عبارة السرعة المدارية v:



- يدور قمر صناعي S كُتلتُهُ m_S حول الأرض ذات الكتلة M_T بحركة دائرية منتظمة . حيث $r = R_T + h$

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (قمر صناعي) ، حيث نعتبر أن القمر نقطة مادية أبعادُهُ مُهملة ، في مرجع مركزي أرضي :

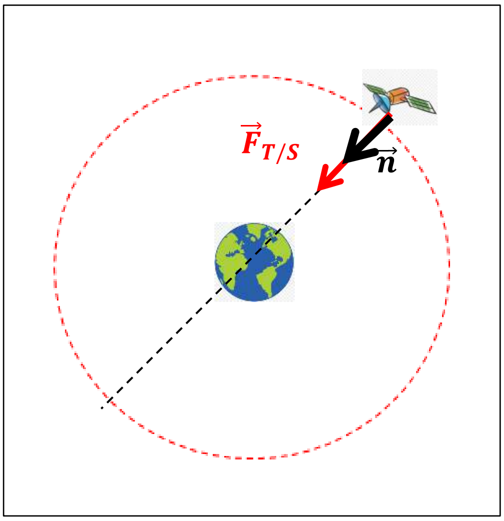
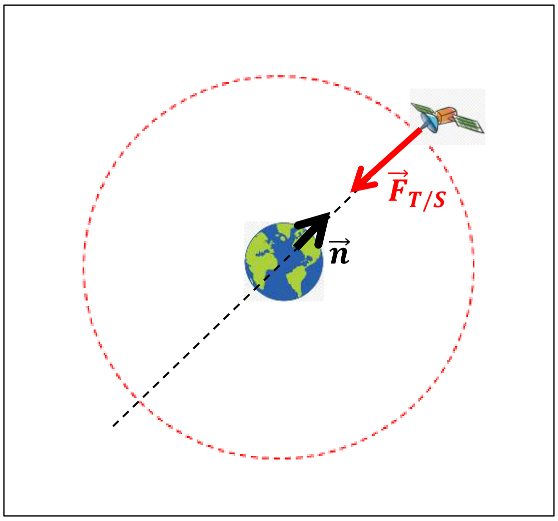
$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ أي : $\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}$ بالإسقاط على الناظم:

$F_{T/S} = m\, a_N$ نعوض a_N ، $F_{T/S}$ بما يُساويهما :

◄ $\frac{G \times m_S \times M_T}{r^2} = m_S \times \frac{v^2}{r}$ يُصبح لدينا : $\frac{G \times M_T}{r} = v^2$ أي : $\boxed{v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{r}}}$ ....(1)

- بما ان G ، M_T ، r كُلها ثوابت أي أن السرعة ثابتة و لا تتغير (حركة دائرية منتظمة) .

- **ملاحظة :** لو في تمرين تم إعطاؤنا احد التمثيلين وطُلب منا تمثيل على الرسم للقوة $\vec{F}_{T/S}$ و إعطاء عبارتها <u>الشعاعية</u> :

• الحالة (1) : عندما نقوم بتمثيل القوة $\vec{F}_{T/S}$ نجد لديه نفس جهة شعاع الوحدة $\vec{n}$ للمحور الناظمي .	• الحالة (2) : عندما نقوم بتمثيل القوة $\vec{F}_{T/S}$ نجد جهتها عكس جهة شعاع الوحدة $\vec{n}$
	
• تُكتب العبارة الشعاعية إذن : $\vec{F}_{T/S} = \frac{G \times m_S \times M_T}{r^2}\, \vec{n}$	• تُكتب العبارة الشعاعية إذن : $\vec{F}_{T/S} = -\frac{G \times m_S \times M_T}{r^2}\, \vec{n}$

✓ أما عبارة القوة (شدة القوة او طويلة القوة) هي دائما موجبة لأنها مقدار جبري $F_{T/S} = \frac{G \times m_S \times M_T}{r^2}$

5- عبارة الدور T ، وإثبات قانون كبلر الثالث :

◀ مباشرة بتعويض قيمة السرعة المدارية $v = \sqrt{\frac{G\times M_T}{r}}$ في عبارة الدور $T = \frac{2\pi r}{v}$ نجد :

► $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G\times M_T}{r}}}$ ⟹ نُربع الطرفين ⟹ $T^2 = \frac{(2\pi r)^2}{\left(\sqrt{\frac{G\times M_T}{r}}\right)^2}$ ⟹ أي ⟹ $T^2 = \frac{(2\pi r)^2}{\frac{G\times M_T}{r}}$

► $T^2 = \frac{4\times\pi^2\times r^3}{G\times M_T}$ ⟹ أي ⟹ $T = \sqrt{\frac{4\times\pi^2\times r^3}{G\times M_T}}$ ⇨ $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\times M_T}}$

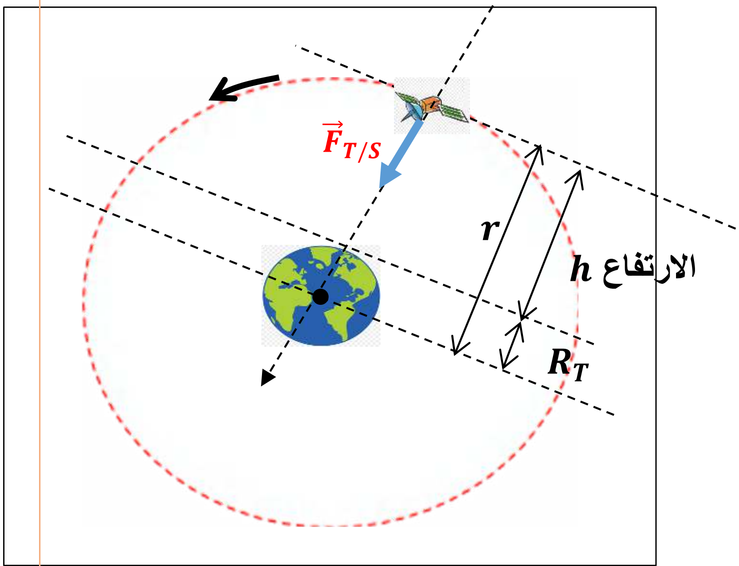
✓ إنطلاقا من عبارة الدور (نربع الطرفين) نستنتج قانون كبلر الثالث

$$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\times\pi^2}{G\times M_T} = \text{ثابت}}$$

6- عبارة تسارع الجاذبية g (على ارتفاع h) والجاذبية g_0 (على سطح الأرض $h = 0$) :

- كلما إرتفعنا أكثر تنقص الجاذبية والتي تمثل التسارع الناظمي a_n

- وإذا كان الإرتفاع معدوم أي اننا على سطح الأرض أي :



$$a = g_0 = 9,8m/s^2$$

● لدينا : $a = a_n = \frac{v^2}{r}$ وبتعويض عبارة السرعة المدارية:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\sqrt{\frac{G\times M_T}{r}}\right)^2}{r}$$

◀ أي :

$$a = \frac{\left(\sqrt{\frac{G\times M_T}{r}}\right)^2}{r} = \frac{\frac{G\times M_T}{r}}{r} = \frac{G\times M_T}{r^2}$$

◀ أي :

$$a = \frac{G\times M_T}{r^2} = \frac{G\times M_T}{(h+R_T)^2}$$

●تسارع الجاذبية هو نفسهُ التسارع الناظمي أو التسارع (في دراسة حركة الأقمار والكواكب عموما) $a = a_N = g$:

● عبارة التسارع على إرتفاع h :

$$a = g = \frac{G\times M_T}{(h+R_T)^2} \ldots\ldots\ldots ①$$

● عبارة التسارع على سطح الأرض $(h = 0)$:

$$a = g_0 = \frac{G\times M_T}{(0+R_T)^2} \ldots\ldots ②$$

◀ نقسم العبارتين ① و ② طرف بطرف نجد :

$$\frac{g}{g_0} = \frac{\dfrac{G \times M_T}{(h+R_T)^2}}{\dfrac{G \times M_T}{{R_T}^2}} = \frac{{R_T}^2}{(h+R_T)^2}$$

◀ إذن : $g = g_0 \times \frac{{R_T}^2}{(h+R_T)^2}$ وهي عبارة الجاذبيـــة g من على ارتفاع h بدلالة الجاذبية على سطح الأرض g_0 حيث :

$g_0 = 9,8 m/s^2$ (تطبيق للفكرة باكالوريا علوم تجريبية 2014 الموضوع 02 التمرين 04)

◀ ملاحظة :

● في التحليل البُعدي في الميكانيك نستعمل الرموز :

في التطبيق العددي في الميكانيك نحول دائما إلى هذه الوحدات :	رمز البُعد :
◀ الكتلة دائما بالـ $[Kg]$	◀ كتلة (Masse) $\longleftarrow [M]$
◀ الزمن دائما بالـ $[s]$	◀ الزمن (Temps) $\longleftarrow [T]$
◀ الطول دائما بالـ $[m]$	◀ طول (Longueur) $\longleftarrow [L]$
◀ القوة $[F]$	
◀ إنطلاقا من القانون الثاني لنيوتن يمكننا إستنتاج مايوافق وحدة النيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ أي : $[N] = [Kg] \times [m] \times [s]^{-2}$	

● قيم تقريبية لثوابت مُهمة ، تذكرها ينفعُك في التأكد من إجابتك :

(في التمارين لا نُقرب نأخذ القيم كما هي ونكتفي بـ2 أو ثلاث ارقام بعد الفاصلة)

✓ كتلة الأرض : $M_T \cong 6 \times 10^{24} Kg$

✓ كتلة الشمس : $M_S \cong 2 \times 10^{30} Kg$

✓ قانون كبلر الثالث بالنسبة لدوران الأقمار حول الأرض : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_T} \cong 1 \times 10^{-13}$

✓ قانون كبلر الثالث بالنسبة لدوران الكواكب حول الشمس : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_S} = 3 \times 10^{-19}$

7- تعاريف وبعض الأسئلة النظرية في الأقمار:

◄ المرجع الغاليلي (العطالي) : اذا كان ثابتا أو يتحرك حركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمعلم آخر .

◄ أو بإختصار (المرجع الغاليلي : كل مرجع يتحقق فيه مبدأ العطالة)

◄ يمكن إعتبار أن القمر نقطة مادية إذا أمكننا إهمال أبعاده أمام المرجع الذي تُنسب اليه الحركة .

◄ القمر الجيومستقر : هو خاصية جسم يدور حول الأرض في مستوى خط الإستواء في نفس جهة دوران الأرض ولهُ نفس دور دوران الأرض حول نفسها :

1- لديــــه نفس دور الأرض حول نفسها $T \cong 24\ h$

2- يكـــون على مُستوى خط الإستــــواء .

3- لديــــه نفــس جهــــة دوران الأرض

- حيث أرتفاعُهُ عن سطح الأرض يساوي تقريبا : $h \cong 36000\ km$.

◄ نعتبر المعلم الجيومركزي أنهُ غاليلي (حتى نتمكن من تطبيق القانون الثاني لنيوتن) يجب أن يكون دور حركة القمر الصناعي صغير جدا مقارنة مع دور حركة الأرض حول الشمس .(أو يمكن أن نقول اذا كانت مدة دراسة حركة القمر الصناعي لا تسمح لمركز الأرض أن يرسم قوسا حول مركز الشمس ، بل مستقيما لكي لا تكون الحركة دائرية وتتأثر بقوة الناظم أي ليس غاليلي)

- بإختصار نقول ان مدة الدراسة صغيرة جدا مقارنة بحركة دوران المرجع المدروس .

◄ وحدة ثابت الجذب العام G (تحليل بُعدي) :

● لدينا : $F = \frac{G \times m_A \times m_B}{r^2}$ أي : $G = \frac{F \times r^2}{m_A \times m_B}$ نضع الوحدات : $[G] = \frac{[N].[m]^2}{[Kg]\times[Kg]}$

- وحدة النيوتن هي : $[N] = Kg.m.s^{-2}$ ◄ يُصبح : $[G] = \frac{\cancel{[Kg]}[m].[s]^{-2}.[m]^2}{\cancel{[Kg]}\times[Kg]}$ ◄ أي : $[G] = \frac{[s]^{-2}.[m]^3}{[Kg]}$

أي : $[G] = [m]^3.[s]^{-2}.[Kg]^{-1}$

● أما الكتابة بالتحليل البُعدي فقط نُعوض بالرموز : $[G] = [L]^3.[T]^{-2}.[M]^{-1}$

◄ لا يسقط القمر الصناعي على الأرض : لوجود إستقرار مداري بسبب القوة الطاردة المركزية .

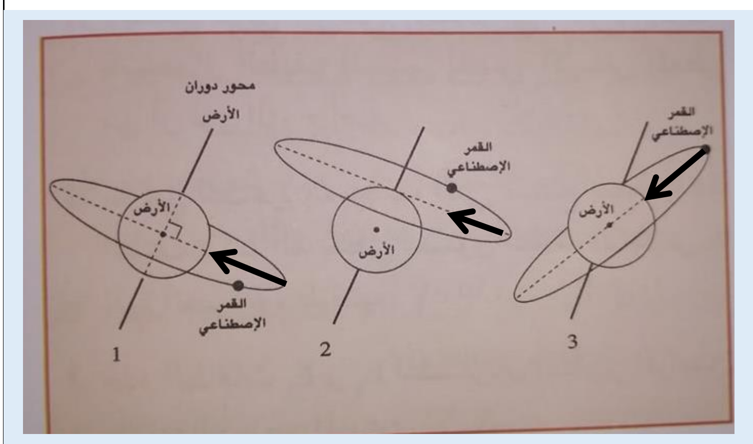
◄ ملاحظة مهمة (كتاب مدرسي صفحة 294)

سؤال01 : يوجد مسار واحد من بين هذه المسارت يتعارض مع قوانين الميكانيك ؟

الجواب : المدار (02) لا يتماشى مع قوانين نيوتن حيث أن القوة التي تُطبقها الأرض على القمر تكون موجهة نحو مركز الأرض وليس مركز المدار.

سؤال 02: ماهو المسار الوحيد الذي يُناسب القمر الجيومستقر

الجواب : المدار هو (01) لأنهُ يشمل خط الإستواء



② **السقوط الشاقولي :** نقول عن جسم بأنهُ يسقط سقوطا شاقوليا في مائع (الهواء) ، إذا كانت حركة مركز عطالته مسارها مستقيم ونحو الشاقول (عمودية على سطح الأرض) ، ونُميز نوعين من السقوط الشاقولي في الدراسة :

السقوط الشاقولي

السقوط الشاقولي حقيقي

السقوط الشاقولي الحُر

● القِوى التي تُدرس في السقوط الشاقولي الحقيقي هي :

◄ قوة الثقل $\vec{P}$.

◄ قوة أرخميدس (دافعة ارخميدس) $\vec{\pi}$ أو نرمز لها كذلك $\vec{F_A}$.

(تُهمل في بعض الأحيان)

◄ قوة الإحتكاك مع الهواء $\vec{f}$.

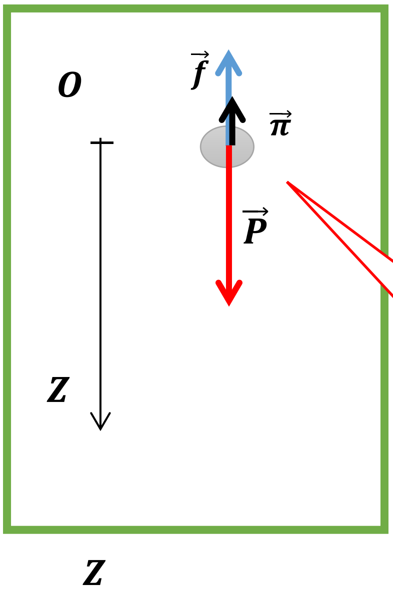
● في السقوط الحُر : نقول عنهُ حُر إذا كان الجسم لا يخضع إلا لقوة ثقله فقط (تهمل $\vec{f}$ و $\vec{\pi}$ أمام $\vec{P}$) أي ان القوة الوحيدة المُؤثرة هي :

◄ قوة الثقل $\vec{P}$.

◄ خصائص القوى :

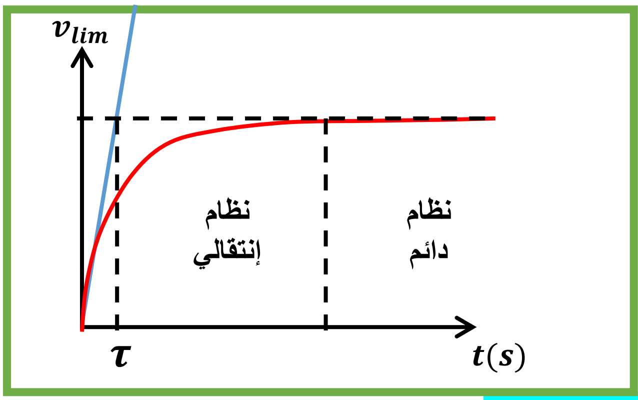
القوة ومايُساويها	التمثيل
◄ قوة الثقل $\vec{P}$: $\mathbf{P = mg}$ ● حيث g هي الجاذبية الأرضية ووحدتها : $\mathbf{g = 9,8\ m \times s^{-2}}$ أو $\mathbf{g = 9,8\ N/Kg}$	● دائما تُمثل موجهة نحو الأسفل .
◄ قوة أرخميدس (دافعة ارخميدس) $\vec{\pi}$ أو نرمز لها كذلك $\vec{F_A}$. $\boldsymbol{\pi = \rho_{air} \times V \times g}$ حيث أن حجم المائع المزاح هو نفسهُ حجم الجسم $V_S = V_{air} = V$ ● ρ_{air} هي الكتلة الحجمية للمائع (الهواء) حيث : $\rho_{air} = \frac{m_{air}}{V}$ ● و m_{air} : كُتلة المائع المُزاح . ● حيث الحجم هنا $\mathbf{V}$ هو حجم الجسم وهُو نفسهُ حجم المائع المُزاح .	● دائما تُمثل موجهة نحو الأعلى .
◄ قوة الإحتكاك مع الهواء $\vec{f}$: حيث : $f = Kv$ حالة سُرعات صغيرة . $f = Kv^2$ حالة سُرعات كبيرة .	● تُمثل عكس إتجاه الحركة : - حالة سقوط الجسم) تُمثل نحو الأعلى) - حالة صعود الجسم) تُمثل نحو الأسفل)

أ-- السقوط الشاقولي الحقيقي :

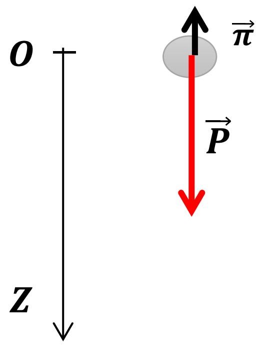
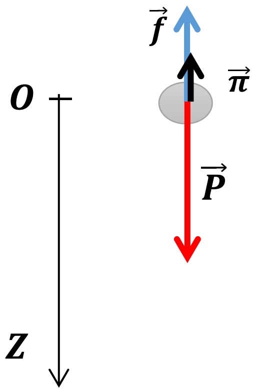
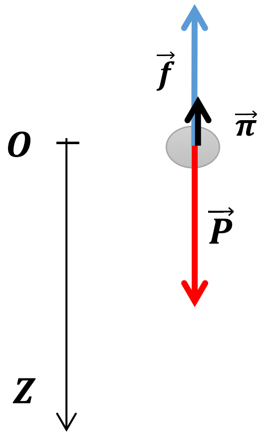


-1 دراسة التجريبية : نقوم بترك كرية بدون سرعة إبتدائية تسقط سقوطا شاقوليا نحو الأسفل :

◄ في التمثيل دائما تكون القوة p أطول بكثير من القوة π و هذا لأنهُ من شروط حُدوث السقوط أن يكون $P \gg \pi$



◄ تمثيل القوى :

● عند اللحظة $t = 0$	● في النظام الانتقالي	● في النظام الدائم
◄عند اللحظة $t = 0$ الإحتكاك معدوم : $f = 0$ (لأن السرعة معدومة) 	$P > f + \pi$◄ 	◄ هنا تُصبح السرعة ثابتة $v = v_{lim}$ أي مجموع القوى المؤثرة على الجملة معدوم : $P = f + \pi$. 

-2 الدراسة النظرية : (دائما قبل تطبيق قانون الثاني لنيوتن نُحدد المرجع المناسب للدراسة والجملة المدروسة)

– المعادلة التفاضلية للحركة : الجملة المدروسة هي الجسم الذي يسقط ، المرجع المناسب للحركة هو السطحي الأرض الذي نعتبرهُ عطاليا أثناء مدة الدراسة ، بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ أي : $\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$

◄ بالإسقاط على المحور (OZ) : $P - \pi - f = ma$ نُعوض كُل قوة بما يُساويها أي :

- في حالة سرعات صغيرة ($f = kv$)

◄ $mg - \rho_{air}\ V\ g - Kv = m\frac{dv}{dt}$ نقسم الطرفين على m نجد : $g - \frac{\rho_{air}\ V\ g}{m} - \frac{K}{m}v = \frac{dv}{dt}$

◄ بالتبسيط نجد : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g - \frac{\rho_{air}\ V\ g}{m}$ أي $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$

- (حيث أن الكتلة الحجمية للجسم : $\rho_S = \frac{m}{V}$ أي $\frac{1}{\rho_S} = \frac{V}{m}$)
- المعادلة الأخيرة هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى للسرعة (السرعة ومشتقها)

◄ نُميز حالتين :

	◄ حالة سرعات صغيرة $f = Kv$	◄ حالة سرعات كبيرة $f = Kv^2$
① المعادلة التفاضلية : ● يجب أن لا نُخلطهما : V : حجم الجسم (ثابت) v : سرعة الجسم (متغيرة)	$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$	$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v^2 = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$
② العبارة النظرية للسرعة الحدية v_{lim}: تصل السرعة الى قيمتها الحدية في النظام الدائم ،(نستخرجُها بيانيا مباشرة بالاسقاط)، أما نظريا لدينا عند الـ(∞) الميل ينعدم وهو يُمثل التسارع : $a_\infty = \frac{dv}{dt}_{(t\to\infty)} = 0$	◄ لدينا : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ ◄ عند ∞ : $\cancel{\frac{dv}{dt}}_{(t\to\infty)} + \frac{K}{m}v_{lim} = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ ► $\frac{K}{m}v_{lim} = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ ► $v_{lim} = \frac{g\,m}{K}\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$	◄ لدينا : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v^2 = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ ◄ عند ∞ : $\cancel{\frac{dv}{dt}}_{(t\to\infty)} + \frac{K}{m}v_{lim}^2 = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ ► $\frac{K}{m}v_{lim}^2 = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ ► $v_{lim} = \sqrt{\frac{g\,m}{K}\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)}$
③ العبارة النظرية للتسارع الإبتدائي a_0: عند اللحظة $(t = 0)$ تكون السرعة الإبتدائية معدومة ويكون $(v_0 = 0)$ التسارع أعظمي (لأن الميل يكون أعظمي عندها) وهو يُمثل a_0 $a_0 = \frac{dv}{dt}_{(t=0)}$	$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ ◄ لدينا عند اللحظة $t = 0$ $(v = 0)$ $\frac{dv}{dt}_{(t=0)} + \cancel{\frac{K}{m}v} = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ ◄ أي: $a_0 = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$	$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v^2 = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ ◄ نفس الشيء ، ونجد : $\frac{dv}{dt}_{(t=0)} + \cancel{\frac{K}{m}v^2} = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ $a_0 = g\left(1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$

④ التحليل البُعدي لثابت الاحتكاك مع الهواء K ● حيث أن : $[N] = Kg.m.s^{-2}$	◄ في حالة سرعات صغيرة : $f = Kv$ أي : $K = \frac{f}{v}$ ► $[K] = \frac{[N]}{[m]\times[s]^{-1}} = \frac{[Kg].[m].\ [s]^{-2}}{[m]\times[s]^{-1}}$ $= Kg.s^{-1}$ ◄ بُعديا نكتب : $[K] = M.T^{-1}$	◄ في حالة سرعات كبيرة : $f = Kv^2$ أي : $K = \frac{f}{v^2}$ ► $[K] = \frac{[N]}{([m]\times[s]^{-1})^2} = \frac{[Kg].[m].\ [s]^{-2}}{[m]^2\times[s]^{-2}}$ $= Kg.m^{-1}$ ◄ بُعديا : $[K] = M.L^{-1}$
⑤ ثابت الزمن τ ● من المنحنى السرعة الخاص بالسقوط الحقيقي ، المماس عند $(t=0)$ يُمثل التسارع الإبتدائي حيث : $a_0 = \frac{dv}{dt}_{(t=0)} = \frac{v_{lim}}{\tau}$ ► $a_0 = \frac{v_{lim}}{\tau}$	◄ لدينا : $a_0 = \frac{v_{lim}}{\tau}$ أي : $\tau = \frac{v_{lim}}{a_0}$ ◄ بتعويض v_{lim} و a_0 بما يُساويهم فوق : ► $\tau = \frac{v_{lim}}{a_0} = \frac{\frac{gm}{K}\cancel{(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_S})}}{g\cancel{(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_S})}} = \frac{\frac{m}{K}}{1} =$ ⇨ $\tau = \frac{m}{K}$	◄ لدينا : $a_0 = \frac{v_{lim}}{\tau}$ أي : $\tau = \frac{v_{lim}}{a_0}$ ◄ بتعويض v_{lim} و a_0 بما يُساويهم فوق : ► $\tau = \frac{v_{lim}}{a_0} = \frac{\sqrt{\frac{mg}{K}\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)}}{a_0}$ ◄ لدينا : $a_0 = g\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ ◄ نُعوضها في عبارة v_{lim} : ► $\tau = \frac{\sqrt{\frac{m}{K}a_0}}{a_0}$ ◄ نُربع الطرفين : ► $\tau^2 = \frac{\left(\sqrt{\frac{m}{K}a_0}\right)^2}{a_0^2} = \frac{\frac{m}{K}a_0}{a_0^2} = \frac{\frac{m}{K}}{a_0}$ ► $\tau = \sqrt{\frac{m}{a_0 K}}$

● **ملاحظات مهمة :**

① **يمكن كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة التسارع :**

من المعادلة التفاضلية السابقة $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right) \Leftarrow a + \frac{K}{m}v = g\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$

- نشتق الطرفين بدلالة الزمن : $\frac{da}{dt} + \frac{K}{m}\frac{dv}{dt} = \cancel{g\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)} \Leftarrow \frac{da}{dt} + \frac{K}{m}a = 0$

(وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى بدلالة التسارع)

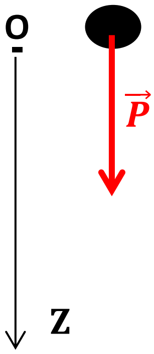
② **يمكن كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة الإحتكاك :** لدينا $f = kv$ أي $v = \frac{f}{k}$ نشتق الطرفين بدلالة الزمن $\frac{dv}{dt} = \frac{1}{k}\frac{df}{dt}$

- من المعادلة التفاضلية السابقة $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ بتعويض قيمتي v و $\frac{dv}{dt}$ بما يساويهم :

⇦ $\frac{1}{k}\frac{df}{dt}+\frac{K}{m}\frac{f}{k} = g\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$ بالتبسيط نجد : $\frac{df}{dt}+\frac{k}{m}f = gk\left(1-\frac{\rho_{air}}{\rho_S}\right)$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى بدلالة الإحتكاك

ب -- السقوط الشاقولي الحُر: <u>تعريف</u> : "يكون السقوط حُر لجسم صلب في مرجع غاليلي عندما يخضع لقوة ثقله فقط ."



◀ الجملة المدروسة هي الجسم الذي يسقط ، المرجع المناسب لدراسة الحركة هو السطحي الأرض الذي نعتبرهُ عطاليا أثناء مدة الدراسة ، بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

أي : $\vec{P} = m\vec{a}$

◀ بالإسقاط على المحور (OZ) : $P = ma_z$ أي : $mg = ma_z$ أي : $a_z = g$

◀ طبيعة الحركة مُستقيمة مُتغيرة بإنتظام .

- **<u>المعادلات التفاضلية :</u>**

◀ نكتب المعادلة التفاضلية للسرعة إنطلاقا من المعادلة $a_z = g$ ⇦ $\frac{dv_z}{dt} = g$

◀ نكتب المعادلة التفاضلية للفاصلة إنطلاقا من المعادلة $a_z = g$ ⇦ $\frac{d^2z}{dt^2} = g$

- **<u>المعادلات الزمنية للحركة :</u>**

$a_z = g$ بالمكاملة نتحصل على :

$$\boxed{v_z(t) = g.t + v_0}$$

◀ $v(t) = g.t + v_0$ بالمكاملة نتحصل على :

$$\boxed{z(t) = g.\frac{t^2}{2} + v_0\,.t + z_0}$$

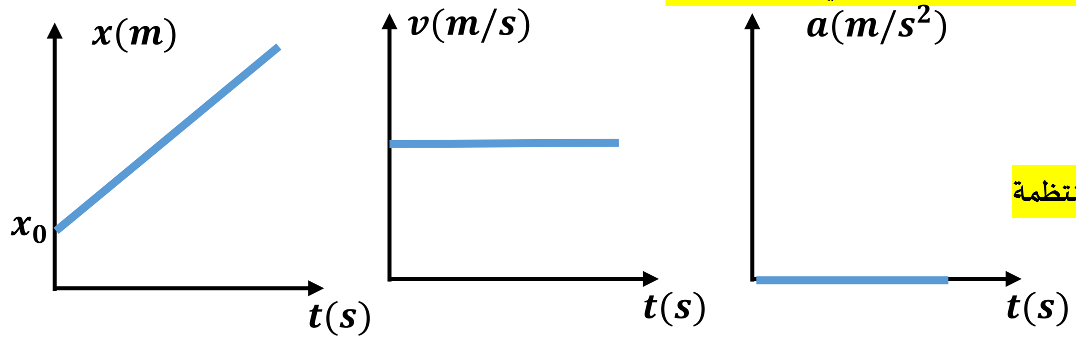
- بصفة عامة نميز حالتين للمعادلات الزمنية للحركة و على المحور $x(t)$ مثلا نكتب :

المعادلة الزمنية للمسافة	المعادلة الزمنية للسرعة	التسارع a
$x(t) = vt + x_0$	$v =$ ثابت	● الحالة 01 : إذا وجدنا التسارع معدوم $(a = 0)$ الحركة مستقيمة منتظمة
$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$	$v(t) = at + v_0$ حيث v_0 السرعة الإبتدائية وهي توافق السرعة عند لحظة إنطلاق الكرة x_0 : فاصلة المتحرك عند الإنطلاق	● الحالة 02 : إذا وجدنا التسارع ثابت $\left(a = \text{ثابت}\right)$ الحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام (متسارعة او متباطئة)

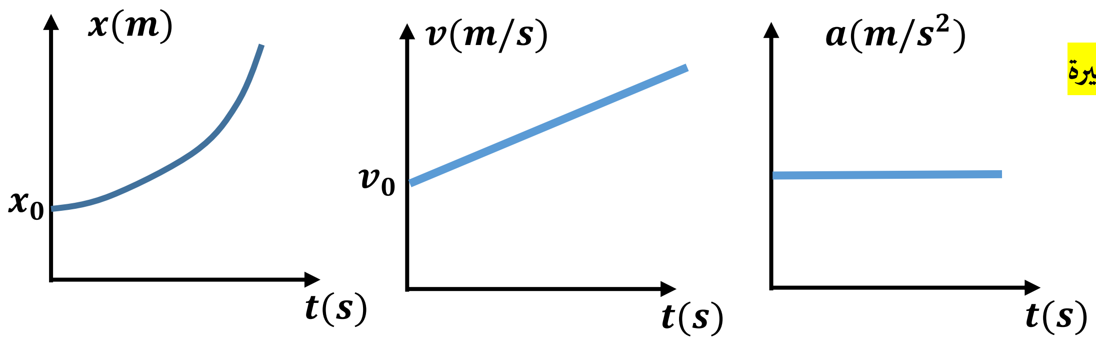
- ملاحظة : في حالة الحركة المستقيمة المتغيرة بإنتظام ، إذا اخرجنا قيمة الزمن من عبارة السرعة $v(t) = at + v_0$ ونعوضها في عبارة المسافة $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ وبالتبسيط نستخرج عبارة محذوفية الزمن :

$$v(t)^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

- المنحنيات الموافقة للمعادلات الزمنية في الجدول أعلاه :



☑ حركة مستقيمة منتظمة



☑ الحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام

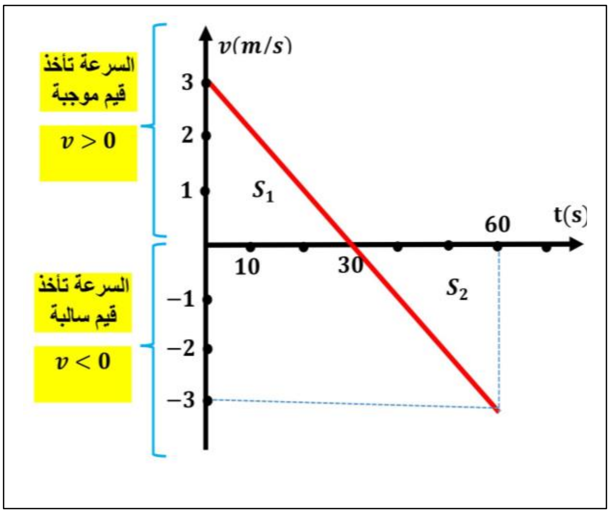
- **بالنسبة للتسارع عندما يكون ثابت نميز حالتين :**

① الحركة مستقيمة **متسارعة** بإنتظام يكون $\vec{a}\times\vec{v}>0$

② الحركة مستقيمة **متباطئة** بإنتظام يكون $\vec{a}\times\vec{v}<0$ ، والجدول التالي يوضح هذه الجُزئية :

● يجب دراسة الجُداء : $\vec{a}\times\vec{v}$			
$\vec{v}\times\vec{a}>0$	الحركة متسارعة بإنتظام	$\vec{v}\times\vec{a}<0$	الحركة متباطئة بإنتظام

مثال توضيحي:



● كقراءة للمنحنى السرعة تبدأ من القيمة $v_0=3\ m/s$ ثم قيمتها تتناقص بإستمرار إلى أن تصل إلى القيمة 0 ، ثم تبدأ تتزايد في الجهة العكسية لذلك تكون بقيم سالبة، نميز مرحلتين (طورين) : [0s → 30s] و [30s → 60s] :

● نحسب التسارع للمرحلتين : (حيث أن التسارع يمثل الميل)

$$\blacktriangleright\ a_1=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-3}{30-0}=-0,1\ m/s^2$$

$$\blacktriangleright\ a_2=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{(-3)-0}{60-30}=-0,1\ m/s^2$$

● (S_1) و (S_2) يُمثلان المسافتين المقطوعتين في كُل طور .

● طبيعة الحركة :

المرحلة	طبيعتها	التعليل
المرحلة (1) [0 – 30]	◄ حركة مُستقيمة متغيرة بإنتظام (متباطئة)	$\vec{a}\times\vec{v}<0$
المرحلة (2) [30 – 60]	◄ حركة مُستقيمة متغيرة بإنتظام (متسارعة)	$\vec{a}\times\vec{v}>0$

③ المستوي المائل والأفقي :

✓ **نشاط شامل :** التمرين الثالث (التجريبي) باكالوريا علوم تجريبية الموضوع 01 (2019)

التمرين التجريبي: (07 نقاط)

تُعتبر منطقة تيميمون بولاية أدرار المعروفة بالواحة الحمراء مقصداً للسُيَّاح لممارسة رياضة التزحلق على الكثبان الرملية.

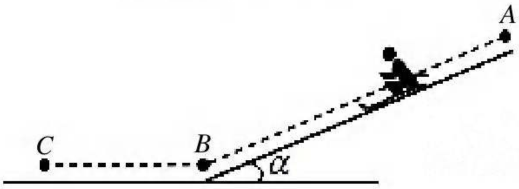
يهدف التمرين الى دراسة الحركة المستقيمة لمتزحلق على الرمل.

باستغلال شريط فيديو لمتزحلق (الشخص + لوازمه) تم تصويره من طرف أحد زوار منطقة تيميمون، ندرس الجملة {المتزحلق} التي مركز عطالتها G المنمذجة بنقطة مادية كتلتها m .

صورة لمتزحلق على الرمل

المعطيات:

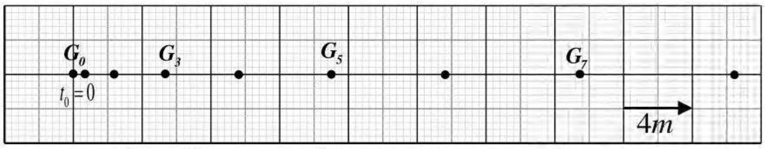
- كتلة الجملة $m=70\,kg$ ؛
- شدة تسارع حقل الجاذبية الأرضية $g=9,8\,m\cdot s^{-2}$ ؛
- طول المسار الأفقي $BC=12\,m$ ؛
- زاوية الميل $\alpha=41^{\circ}$.



الشكل 7

1. المرحلة الأولى (المسار AB):

حركة المتزحلق تتم على مستو مائل انطلاقا من النقطة A دون سرعة ابتدائية الشكل 7.
معالجة شريط الفيديو السابق ببرمجية $Avistep$ مكّنتنا من تسجيل المواضع المتتالية لمركز عطالة الجملة خلال مجالات زمنية متتالية ومتساوية $\Delta t = 0,8\,s$ الشكل 8.



الشكل 8. **تسجيل المواضع المتتالية لمركز عطالة الجملة**

1.1. عرّف المرجع الغاليلي (العطالي).

2.1. احسب قيم السرعة في اللحظات t_3، t_5 و t_7 الموافقة للمواضع G_3، G_5، G_7 على الترتيب.

3.1. ارسم على ورق ميليمتري المنحنى البياني لتطور السرعة اللحظية بدلالة الزمن $v = f(t)$.

4.1. جِد بيانياً قيمة تسارع مركز عطالة الجملة a_G واستنتج طبيعة الحركة.

5.1. احسب بيانياً المسافة المقطوعة بين الموضعين G_0 وG_8.

6.1. بإهمال قوى الاحتكاك على المسار AB :

1.6.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جِد عبارة التسارع a'_G واحسب قيمته.

2.6.1. برّر الاختلاف بين قيمتي التسارع المحسوبتين في السؤالين (4.1.) و(1.6.1.).

2. المرحلة الثانية(المسار BC):

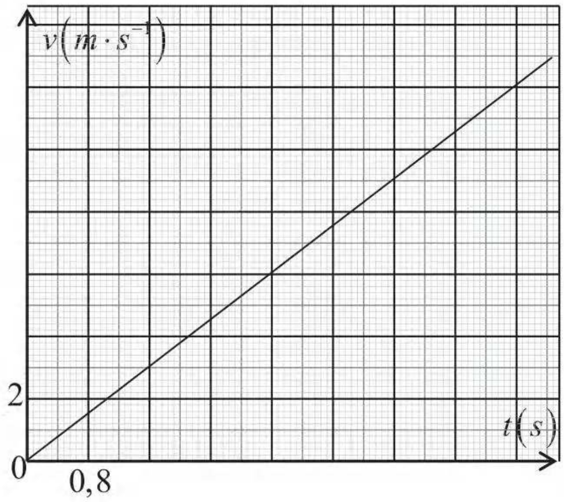
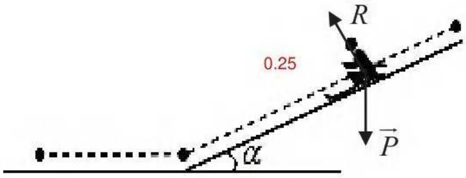
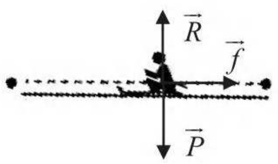
يصل المتزحلق الى النقطة B بسرعة $v_B = 12\,m \cdot s^{-1}$ ويواصل حركته المستقيمة على المستوي الأفقي BC ليتوقف عند الموضع C. تنمذج القوى المعيقة للحركة بقوة وحيدة $\vec{f}$ مماسية للمسار وثابتة في الشدة.

1.2. أحص ومثّل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة الجملة G.

2.2. جِد شدة القوة $\vec{f}$، بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة للجملة المدروسة.

الحل :

التمرين التجريبي: (07 نقاط) **1. المرحلة الأولى(المسار AB):** **1.1.** تعريف المرجع الغاليلي: هو كل مرجع يتحقق فيه مبدأ العطالة.	0.5	
2.1. حساب قيم السرعة اللحظية: – عند الموضع G_3 : $v_3 = \frac{G_2G_4}{2 \cdot \tau} = \frac{1,8 \times 4}{1,6} = 4,5\,m \cdot s^{-1}$ 2x0.25 – عند الموضع G_5 : $v_5 = \frac{G_4G_6}{2 \cdot \tau} = \frac{3 \times 4}{1,6} = 7,5\,m \cdot s^{-1}$ 0.25 –عند الموضع G_7 : $v_7 = \frac{G_6G_8}{2 \cdot \tau} = \frac{4,2 \times 4}{1,6} = 10,5\,m \cdot s^{-1}$ 0.25	4×0.25	
بيان تطور السرعة اللحظية بدلالة الزمن $v = f(t)$:		

الإجابة	العلامة مجزأة	المجموع
	2x0.25	
4.1. قيمة التسارع a بيانيا: $a=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=1,88\,m\cdot s^{-2}$ 0.25 – طبيعة الحركة: حركة مستقيمة متسارعة بانتظام. 0.5	3×0.25	
5.1. حساب المسافة المقطوعة بين الموضعين G_0 وG_8: – بيانيا: المسافة G_0G_8 قيمتها تساوي عدديا مساحة المثلث المحصور بين اللحظتين $t=0s$ و $t=6,4s$ 0.25 وبالتالي $G_0G_8=\dfrac{12\times6,4}{2}=38,4m$ 0.25	0.5	
1.6.1. عبارة التسارع a_G: الجملة المدروسة: متزحلق المعلم: سطحي أرضي نعتبره عطاليا. 0.25 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن لمركز عطالة الجملة $\sum \vec{F}_{ext}=m\cdot\vec{a}_G$ 0.25 $\vec{P}+\vec{R}=m\cdot\vec{a}'_G$ بالإسقاط على محور الحركة: $a'_G=g\cdot\sin\alpha$ 0.25 $a'_G=g\cdot\sin\alpha=9,80\times\sin(41^\circ)=6,4\,m\cdot s^{-2}$ 0.25 	5x0.25	4.75
2.6.1. تبرير اختلاف قيمتي التسارع: القيمة النظرية للتسارع أكبر من القيمة التجريبية 0.25 يعود الى وجود قوى معيقة للحركة 0.25	0.5	
1.2. احصاء وتمثيل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة الجملة G: – قوة الثقل $\vec{p}$ 0.25 – قوة رد فعل السطح الأفقي على المتزحلق $\vec{R}$ 0.25 – قوة الاحتكاك $\vec{f}$ 0.25 	3×0.25	
2.2. ايجاد شدة القوة $\vec{f}$ بتطبيق معادلة انحفاظ الطاقة على الجملة المدروسة: $E_f=E_i+E_{re}-E_{ced}\Rightarrow E_i-E_{ced}=0$ 2x0.25 $\Rightarrow \dfrac{1}{2}mv_B^2=f\cdot BC$ 2x0.25 $\Rightarrow f=420N$ 0.25 ملاحظة: تغيير الجملة المدروسة والنتيجة صحيحة 0.50	5x0.25	2.25

④ تذكير : الدراسة الطاقوية (سنة ثانية) :

الطاقة الحركية E_c	الطاقة الكامنة الثقالية E_{pp}	الطاقة الكامنة المرونية E_{pe}
$E_c = \frac{1}{2} m v^2$ [joul] [Kg] [m/s]	$E_{pp} = mgh$ [joul] [Kg] $[m/s^2]$ $[m]$	$E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2$ [joul] [N/m] $[m]$
◀ تتعلق E_c بالسرعة : (تزيد E_c عند زيادة السرعة)	◀ تتعلق E_{pp} بالإرتفاع : (تزيدE_{pp} عند زيادة الإرتفاع h)	◀ تتعلق E_{pe} بتشوه النابض : (تزيدE_{pe} عند زيادة x)

◀ عمل قوة : عمل أي قوة $\vec{F}$ تنتقل من النقطة A الى النقطة B يعطى بالقانون :

$$\boxed{W(\vec{F}) = F \times AB \times cos\alpha}$$

F: هي القوة بالنيوتن[N]	AB : هو الانتقال بالمتر [m]	α : هي الزاوية المحصورة بين شعاع الانتقال وشعاع القوة

◀ حالتين خاصتين لعمل قوة :

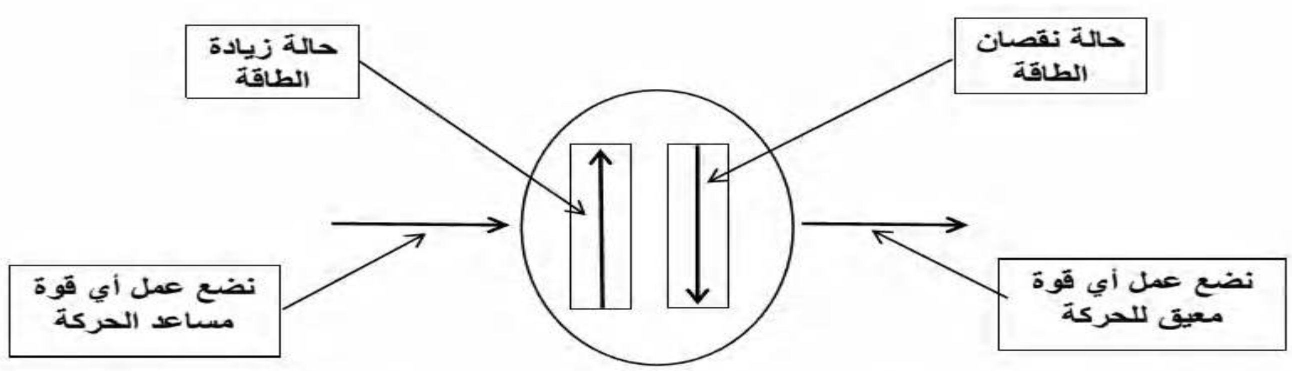
1 عمل الثقل : لا يتعلق بالمسار بل بموضع البداية والنهاية :

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{P}) = m\, g\, h_{AB}}$$

2 عمل قوة الإحتكاك : دائما تكون عكس إتجاه الحركة :

$$\boxed{W_{A\to B}(\vec{f}) = -f \times AB}$$

◀ الحصيلة الطاقوية :



نمثل داخل الدائرة كل الطاقات : $E_{pp}/\ E_c/E_{pe}/E_{pt}/E_i$ التي تتغير بسهم يشير الى زيادة او نقصان الطاقة ، والتي لا تتغير لا نمثلها .

◀ معادلة الانحفاظ :

الطاقة الابتدائية للجملة + الطاقة التي تستقبلها – الطاقة التي تقدمها (تفقدها) = الطاقة النهائية للجملة

◀ الإستطاعة : تعرف بأنها غزارة تحويل الطاقة

$$\boxed{P = \frac{E}{t}}$$

E : الطاقة بالجول[joul]	t : الزمن بالثانية [s] فتنتج الاستطاعة بـ [joul/s] وهي توافق الواط [wat]

◀ ملاحظة مُهمة في الحصيلة الطاقوية: لا يُمكن أن نجد في حصيلة واحدة عمل الثقل والطاقة الكامنة الثقالية معا .

- عمل الثقل يكون مُعيق للحركة في حالة الصعود ويكون مُساعد للحركة في حالة النُزول .
- عندما نتحرك على مسار أفقي (دون صعود أو نزول) ، عمل الثقل لا يُعيق ولا يساعد الحركة أي لا يُؤثر عليها .

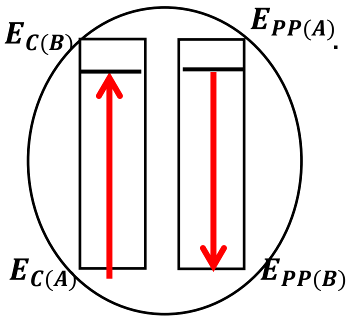
◀ إذا كانت الجملة المختارة (أرض + جسم) : ◀ هُنا نستعمل E_{PP} في الحصيلة وعمل الثقل $W(\vec{P})$ لا ندخلهُ في الحصيلة .	◀ إذا كانت الجملة المختارة (جسم فقط) ، وأرض ليس ضمن الجملة : ◀ هنا نُدخل عمل الثقل $W(\vec{P})$ ضمن الحصيلة و E_{PP} لا تدخل في الحصيلة .

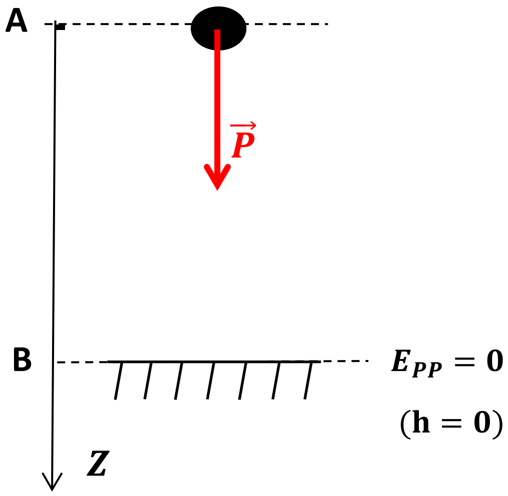
◀ تطبيق على الحصيلة : دراسة السقوط الحر دراسة طاقوية :

◀ نقوم بترك كرية تسقط بدون سرعة إبتدائية من النقطة A $(v = 0)$

نقوم بتمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (أرض + كرية) بين الموضعين A و B ، أثناء السقوط :

- الطاقة الحركية تزيد لان السرعة تزيد .
- الطاقة الكامنة الثقالية تتناقص لأن الإرتفاع h يتناقص .





◀ معادلة الإنحفاظ لهذه الحصيلة : $E_1 + \sum W(\vec{F})_{\text{مساعدة}} - \sum W(\vec{F})_{\text{مُعيقة}} = E_2$ ⇦

◀ $\cancel{E_{C(A)}} + E_{PP(A)} = E_{C(B)} + \cancel{E_{PP(B)}}$ أي : $E_{PP(A)} = E_{C(B)}$ أي : $m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2$

◀ $g\,h = \frac{1}{2}\,v^2$ أي : $v^2 = 2\,g\,h$