

BAC 2021

الطالب (ة):

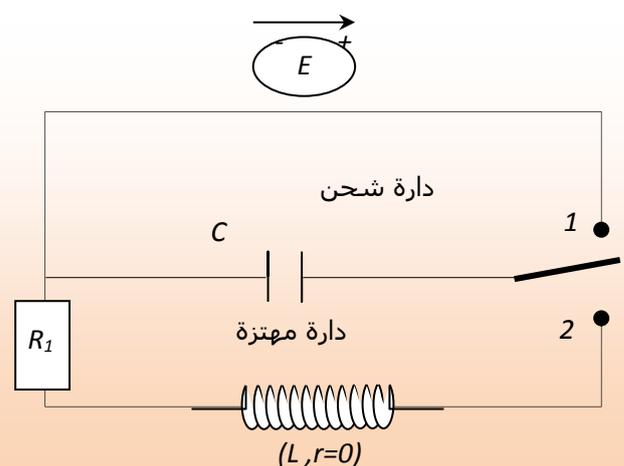
الفيزياء والكيمياء



السنة الثالثة ثانوي
علوم تجريبية، رياضيات، تقني رياضي

الوحدة السابعة :
التطورات المهتزة
الإهتزازات الحرة لجملة
كهربائية

الأستاذ: لقرع لزهر



I- الاهتزازات الحرة للدارة R,L,C على التسلسل:

1- تفريغ مكثفة في وشيعة تحريضية:

* عند تفريغ مكثفة في وشيعة تحريضية نحصل على دارة كهربائية مهتزة و بما أن الدارة لا تتلقى طاقة من الوسط الخارجي فإن الاهتزازات الحاصلة حرة.

* عند تغيير قيمة المقاومة المكافئة للدارة ($R = R_0 + r$) نحصل على ثلاث حالات و هي:

- حالة اهتزازات متخامدة: نحصل على نظام شبه دوري عندما تكون مقاومة الدارة صغيرة. يزداد تخامد الاهتزازات بزيادة مقاومة الدارة (R) و نقصان ذاتية الوشيعة (L). قيمة شبه الدور (T) تزداد بزيادة سعة المكثفة (C) و ذاتية الوشيعة (L).

- حالة تخامد لا دوري: نحصل على نظام لا دوري عندما تكون مقاومة الدارة كبيرة.

- حالة تخامد حرج: نحصل على نظام لا دوري حرج عندما تكون مقاومة الدارة معتبرة و ذات قيمة حرجة ($R = R_C$).

2- الدراسة التحليلية - المعادلة التفاضلية:

$$\text{لدينا قانون التوترات: } U_{AM} + U_{MB} + U_{BA} = 0$$

$$\text{أي أن: } \frac{q}{C} + R_0 \cdot I + (L \cdot \frac{dI}{dt} + r \cdot I) = 0$$

$$\text{و لدينا: } I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\text{إذن: } \frac{q}{C} + (R_0 + r) \cdot \frac{dq}{dt} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\text{ومنه: } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية و متجانسة تميز الاهتزازات الحرة المتخامدة للدارة R,L,C على التسلسل.

ملاحظة:

- إذا كانت مقاومة الدارة صغيرة ($R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$) فإن حل المعادلة

$$\text{التفاضلية يكون من الشكل: } q(t) = Q_m \exp(-\frac{R}{2L} t) \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

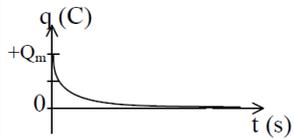
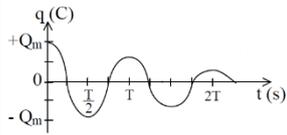
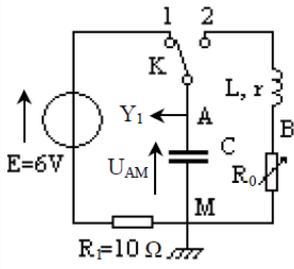
فتكون الدارة مهتزة اهتزازات كهربائية متخامدة سعتها متناقصة

$$\text{بشكل أسي: } Q = Q_m \exp(-\frac{R}{2L} t)$$

- إذا كانت مقاومة الدارة كبيرة ($R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$) فإن الدارة لا يهتز فنقول

عن هذا النظام بأنه لا دوري.

- و في حالة $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ فإن الدارة تكون في حالة تخامد حرج.



II- الاهتزازات الحرة للجملة المثالية L,C :

1- المعادلة التفاضلية:

الجملة المثالية L,C تعتبر حالة خاصة أين تتعدم مقاومة الدارة.
من المعادلة التفاضلية للدارة R,L,C نستنتج أن:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية و متجانسة تميز الاهتزازات الحرة غير المتخامدة للدارة L,C. حلها تابع جيبي للزمن من الشكل:

$$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

و هي المعادلة الزمنية لشحنة المكثفة.

حيث: Q_m : الشحنة العظمى للمكثفة.

ω_0 : نبض الاهتزازات و يقدر بـ rad/s

φ : الصفحة الابتدائية و تتعلق بالشروط الابتدائية

و تقدر بـ rad

النبض الذاتي للاهتزازات هو: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

و دورها الذاتي هو: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

أي أن: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

2- التوتر و شدة التيار الكهربائين:

لدينا: $U_c = \frac{q}{C}$

إذن: $U_c(t) = (Q_m/C) \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$

و منه: $U_c(t) = U_m \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$

و لدينا: $I = \frac{dq}{dt}$

إذن: $I(t) = -Q_m \omega_0 \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi)$

و منه: $I(t) = I_m \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi + \pi)$

3- الدراسة الطاقوية:

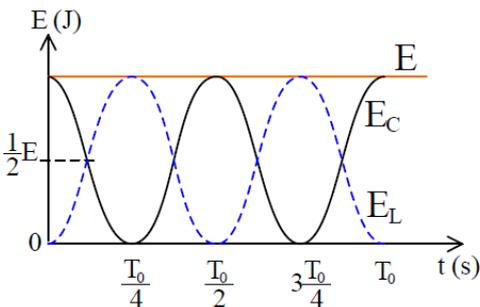
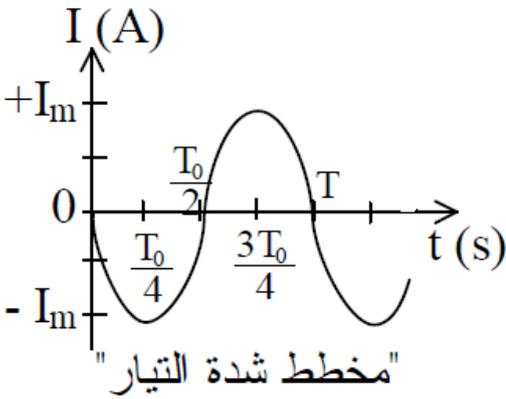
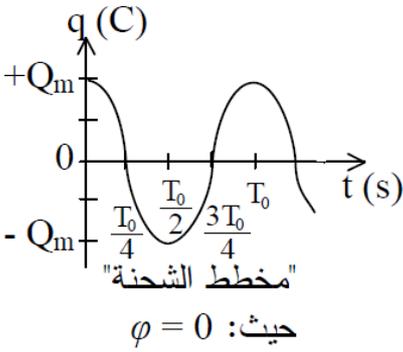
- الطاقة المخزنة في المكثفة: $E(C) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$

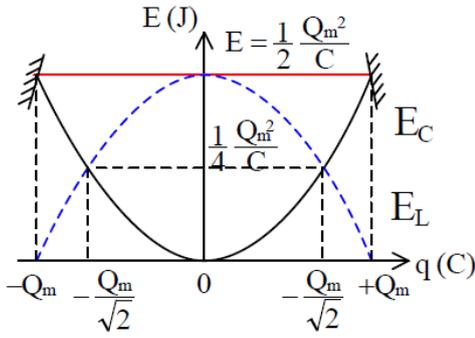
أي أن: $E(C) = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} \cos^2(\omega_0 \cdot t + \varphi)$

- الطاقة المخزنة (المتولدة) في الوشيجة: $E(L) = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

أي أن: $E(L) = \frac{1}{2} L Q_m^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 \cdot t + \varphi)$

و لدينا: $\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C}$





$$E(L) = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

و منه:

$$E(L) = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} (1 - \cos^2(\omega_0 t + \varphi))$$

أي أن:

$$E(L) = \frac{1}{2C} (Q_m^2 - q^2)$$

و منه:

$$E = E(C) + E(L) \quad \text{طاقة الدارة } L, C$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C}$$

و منه:

فطاقة الدارة L, C ثابتة، حيث يحدث تبادل في الطاقة بين المكثفة والوشيعة بشكل دوري و مستمر.

III- تغذية الاهتزازات الكهربائية بتعويض التخامد:

1- طاقة الدارة R, L, C :

طاقة الدارة R, L, C هي: $E = E(C) + E(L)$

$$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L \cdot I^2 \quad \text{إذن:}$$

باشتقاق طرفي المعادلة بالنسبة للزمن نجد:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2C} 2q \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{2} L \cdot 2I \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{C} q \frac{dq}{dt} + L \cdot \frac{dq}{dt} \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = L \cdot \frac{dq}{dt} \left(\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot q \right) \quad \text{إذن:}$$

المعادلة التفاضلية للدارة R, L, C هي: $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot q = -\frac{R}{L} \frac{dq}{dt} \quad \text{إذن:}$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot q = -\frac{R}{L} \cdot I \quad \text{أي أن:}$$

$$\frac{dE}{dt} = L \cdot \frac{dq}{dt} \left(-\frac{R}{L} \cdot I \right) \quad \text{إذن:}$$

$$\frac{dE}{dt} = -R \cdot I^2 \quad \text{إذن:}$$

$$dE = -R \cdot I^2 \cdot dt \quad \text{و منه:}$$

إذن خلال مجال زمني Δt يكون مقدار الضياع في الطاقة هو:

$$\Delta E = R \cdot I^2 \cdot d\Delta$$

فطاقة الدارة R, L, C متناقصة و مقدار التناقص يساوي إلى التحويل الحراري بفعل جول في النواقل الأومية، و هذا ما يسبب تخامد في الاهتزازات الكهربائية.

2- المعادلة التفاضلية لهزاز مغذى:

للحفاظ على سعة الاهتزازات يتم تعويض الطاقة الضائعة بفعل جول بشكل دوري و مستمر. يمكن تغذية الاهتزازات، باستعمال تركيب مناسب (المضخم العملي (A.O.)).

خلال الاهتزازات المغذاة، يتم تحويل للطاقة بصفة دائمة بين الوشيعة والمكثفة كما يعوض الضياع في الطاقة بفعل جول، بصفة كاملة، بواسطة التركيب المغذي. فتبقى الطاقة الكلية للدائرة ثابتة.

$$\text{حيث أن: } U_{AM} = R_0 I$$

$$\text{حسب قانون التوترات: } U_{AM} = U_{AD} + U_{DA}$$

$$\text{أي أن: } R_0 \cdot I = (L \cdot \frac{dI}{dt} + r \cdot I) + \frac{q}{C}$$

$$\text{لدينا: } q = C \cdot U_C$$

$$\text{و لدينا: } I = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

$$\text{إذن: } \frac{dI}{dt} = C \cdot \frac{d^2U_C}{dt^2}$$

$$\text{إذن: } L \cdot C \cdot \frac{d^2U_C}{dt^2} + (r - R_0) \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0$$

$$\text{ومنه: } \frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{(r - R_0)}{L} \cdot \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} U_C = 0$$

$$\text{بأخذ: } R_0 = r$$

$$\text{تصبح من الشكل: } \frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{L \cdot C} U_C = 0$$

و هي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية و متجانسة تقبل حلا من

$$\text{الشكل: } U_C(t) = U_m \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

ملاحظة:

- إذا كانت ($R_0 < r$) فإن النظام المحصل عليه يكون شبه دوري أو لا دوري.

- إذا كانت ($R_0 > r$) فإن النظام المحصل عليه يكون دوريا، حيث الاهتزازات تتضخم حتى التشبع فتصبح غير جيبية.

3- عبارة دور الاهتزازات المغذاة:

باشتقاق عبارة التوتر U_C بالنسبة للزمن نجد:

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} = -U_C \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 \cdot U_C$$

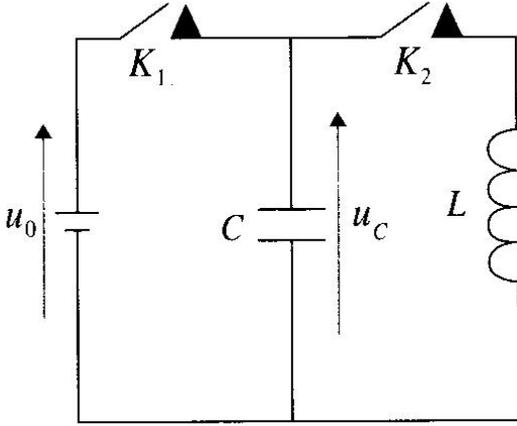
بالمطابقة بين المعادلتين نجد أن:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ نبض الاهتزازات هو:}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \text{ و دورها هو:}$$

التمارين

التمرين 01:



يتكون التركيب جانبه من :

- مولد كهربائي يعطي توترا ثابتا قيمته U_0 .

- مكثفة سعتها C .

- وشيعة معامل تحريضها $L = 8mH$ ومقاومتها الداخلية مهملة .

- قاطعتين للتيار K_1 و K_2 .

1- نحتفظ بالقاطعة K_2 مفتوحة ونغلق القاطعة K_1 .

1-1- عبر عن الشحنة العظمى q_0 التي تحملها المكثفة .

2-1- عبر عند نهاية الشحن للمكثفة عن كل من الطاقة E_{C0} المخزنة في المكثفة والطاقة E_{L0} المخزنة في

الوشيعة .

2- عند اللحظة ذات التاريخ $t=0$ نفتح القاطعة K_1 ونغلق القاطعة K_2 .

1-2- أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u ثم أعط حل هذه المعادلة .

2-2- أكتب العبارة الزمنية لكل من الطاقة E_C المخزنة في المكثفة والطاقة E_L المخزنة في الوشيعة .

3-2- بين أن الطاقة الكلية في الدارة محفوظة .

4-2- أوجد بدلالة U_0 و C عبارة q شحنة المكثفة عندما تتساوى الطاقة E_C المخزنة في المكثفة مع الطاقة

المخزنة في الوشيعة .

3- نعوض الوشيعة السابقة بوشيعة أخرى معامل تحريضها L' ومقاومتها مهملة ، ونعيد نفس التجربة ، فنحصل على

دارة كهربائية جديدة مقرتذبذبات كهربائية جيبية ، يكون دورها الخاص ضعف الدور الخاص للتذبذبات السابقة

. أوجد عبارة L' بدلالة L . $(T'_0 = 2T_0)$

التمرين 02:

نشحن مكثفة سعنها $C = 0,25mF$ بواسطة مولد قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$ ، ونركبه عند اللحظة $t =$

0 بين طرفي وشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها r .

نعين بواسطة راسم التذبذبات تغيرات التوتر U_C بين طرفي المكثفة ، فنحصل على الشكل جانبه .

1- ما نظام التذبذبات الحاصل .

2- كيف تفسر خمود هذه التذبذبات ؟

3- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C بين طرفي المكثفة .

4- عين بيانيا شبة الدور T للتذبذبات .

5- نعتبر المقاومة $r=0$.

1-1- أكتب في هذه الحالة المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C .

2-2- حل هذه المعادلة هو $u_C(t) = U_m \cos(\alpha t + \varphi)$. ما عبارة كل من U_m و α و φ

3-5- استنتج عبارة كل من الشحنة $q(t)$ للمكثفة وشدة التيار $i(t)$ المار في الدارة .

4-5- أعط عبارة الدور الخاص T_0 للتذبذبات .

6- أحسب معامل التحريض الذاتي للوشية علما أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص .

7- لصيانة التذبذبات ، نركب على التوالي في الدارة RLC مولدا يزودها بتوتر $U_g = R_0 i$.

ما قيمة المقاومة R_0 التي تمكن من الحصول على تذبذبات غير مخمدة جيبيية .

التمرين 03:

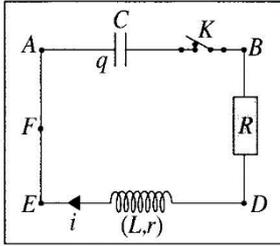
نعتبر مكثفة سعته $C = 47nF$ مشحونة مسبقا تحت توتر مستمر $U_0 = 6V$ ، نصل مربطي هذا المكثف بوشية معامل تحريضها الذاتي $L = 65mH$ ومقاومتها مهملة .

1- مثل شكل توضح فيه التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة و التوتر $u_L(t)$ بين طرفي الوشية .

2- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $U_C(t)$.

3- حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $u_C(t) = U_{max} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$ ، حدد قيمتي T_0 و U_{max} .

التمرين 04:



تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل جانبه من :

مكثفة سعته $C = 22\mu F$ ، تم شحنها بتطبيق توتر ثابت $u_{AB} > 0$ بين مربطيه . ناقل

أومي مقاومتها R . وشية مقاومتها r ومعامل تحريضها L .

K قاطعة للتيار الكهربائي .

في لحظة تاريخها $t_0 = 0$ نغلق القاطعة ونسجل بواسطة كاشف للتذبذب ذاكرتي تغيرات

U_C التوتر بين مربطي المكثفة بدلالة الزمن ، يبدأ التسجيل عند اللحظة عند لحظة غلق اغلاق الدارة فنحصل على

البيان جانبه :

1- حدد على بيان الدارة كيف يتم ربط تركيب كاشف التذبذب للحصول

على هذا المنحنى .

2- أوجد قيمة U_{AB} التي استعملت لشحن المكثفة .

3- حدد قيمة T شبه الدور للتذبذبات ، ثم استنتج قيمة L معامل تحريض

الوشية .

4- ما هي قيمة E_0 الطاقة المخزونة في المكثف عند $t_0 = 0$.

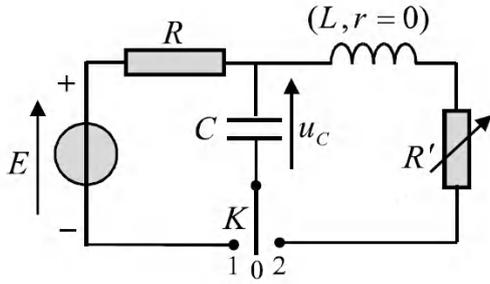
5- لتكن E_1 الطاقة المخزونة في المكثفة عند $t_1 = T$ و E_2 الطاقة

المخزونة فيه عند $t_2 = 2T$.

1-5- حدد باعتمادك على المنحنى قيمتي كل من $\frac{E_2}{E_1}$ و $\frac{E_1}{E_0}$.

2-5- قارن هاتين القيمتين . ماذا تستنتج ؟

6- كيف يجب تركيب المدخل الثاني لكاشف التذبذب لكي نعاين التيار الكهربائي على الشاشة ؟ علل جوابك .



الشكل-3

التجهيز المستخدم:

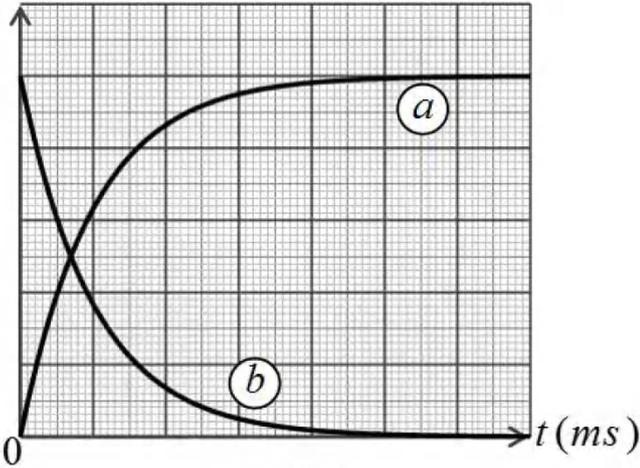
مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 5V$ ، جهاز راسم الاهتزاز ذو ذاكرة، مكثفة فارغة سعتها $C = 1\mu F$ ، وشيعة ذاتيتها L مقاومتها مهملة، ناقل أومي مقاومته R ، مقاومة متغيرة R' ، بادلة K ، أسلاك التوصيل.

لدراسة تأثير المقاومة على نمط الاهتزازات الكهربائية تم تحقيق التركيب التجريبي (الشكل-3).

• التجربة الأولى:

قام فوج من التلاميذ بشحن المكثفة C بوضع البادلة K في الوضع (1) وضبط الحساسية الشاقولية لراسم الاهتزاز على $1V/div$ والمسح الأفقي على $10ms/div$ فظهر على شاشته المنحنيين (a) و (b) (الشكل-4).

$u(V)$



الشكل-4

(1) بين على الشكل-3 كيف تم ربط جهاز راسم

الاهتزاز لمتابعة تطور التوترين الكهربائيين $u_R(t)$ و $u_C(t)$ بين طرفي كل من الناقل الأومي والمكثفة.

(2) انسب مع التعليل كل من المنحنيين (a) و (b) لتطور التوتر الكهربائي الموافق.

3- أ) باستعمال المعادلة الزمنية للتوتر $u_C(t)$ ، حدّد عبارتي اللحظتين t_1 و t_2 الموافقتين لشحن المكثفة بنسبة 40% و 90% على الترتيب بدلالة ثابت الزمن للدارة τ .

ب) تأكد من أن $\Delta t = t_2 - t_1 \approx 1,79\tau$ ثم حدّد

بيانيا قيمة كل من t_2 و t_1 وباستغلال العلاقة السابقة

احسب قيمة τ واستنتج قيمة R .

• التجربة الثانية:

بعد شحن المكثفة تماماً وفي لحظة نعتبرها كمبدأ لقياس الأزمنة $t = 0$ قام فوج آخر من التلاميذ بنقل البادلة K إلى الوضع (2) وتسجيل في كل مرة تغيرات التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة من أجل عدة قيم للمقاومة

$R'(\Omega)$	0	100	5000
--------------	---	-----	------

R' معطاة في الجدول التالي:

فتحصل الفوج على المنحنيات الموضحة في الشكل-5.

(1) ما هو نمط الاهتزازات في كل حالة؟ علّل.

(2) انسب كل بيان للمقاومة المناسبة.

(3) من أجل $R' = 0$:

(أ) أوجد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي

$u_C(t)$ بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن.

(ب) حل المعادلة التفاضلية السابقة هو

$$u_C(t) = A \cdot \cos Bt$$

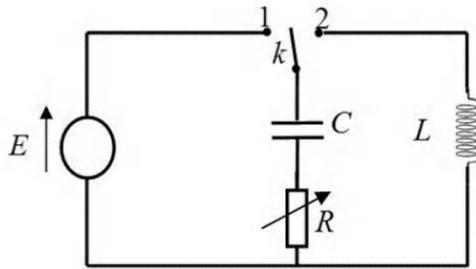
عبر عن الثابتين A و B بدلالة مميزات الدارة.

(ج) استنتج قيمة الدور الذاتي T_0 للاهتزازات واحسب قيمة الذاتية L للوشية.

التمرين 06:

نحقق التركيب التجريبي الموضح في الشكل-2 والمتكون من:

- مولد مثالي للتوتر الكهربائي، قوته المحركة الكهربائية E .
- مكثفة فارغة سعتها C .
- ناقل أومي مقاومته R متغيرة.
- وشية ذاتيتها L ، مقاومتها مهملة.
- بادلة k .



الشكل-2

(1) نضع البادلة k في الوضع (1) في اللحظة $t = 0$ s.

(أ) ماهي الظاهرة التي تحدث في الدارة؟

(ب) وضح بأسهم الاتجاه الاصطلاحي للتيار الكهربائي المار في الدارة واتجاه التوترين u_R ، u_C .

2- (أ) بتطبيق قانون جمع التوترات، اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_C(t)$

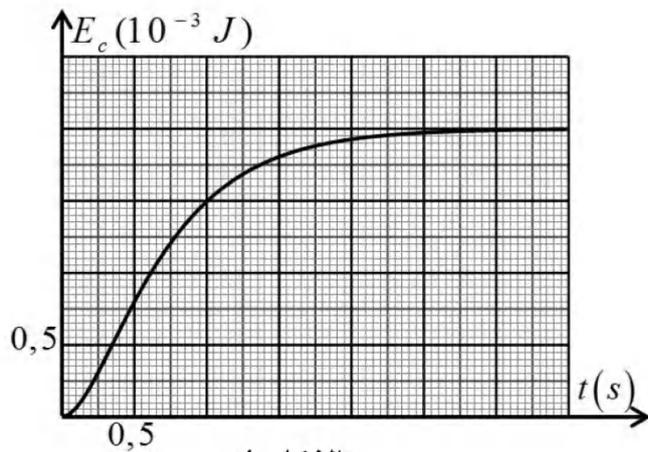
(ب) تقبل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل: $u_C(t) = A + Be^{-\alpha t}$

حيث: A ، B ($B \neq 0$)، α مقادير ثابتة يطلب تحديد عباراتها بدلالة المقادير المميزة للدارة.

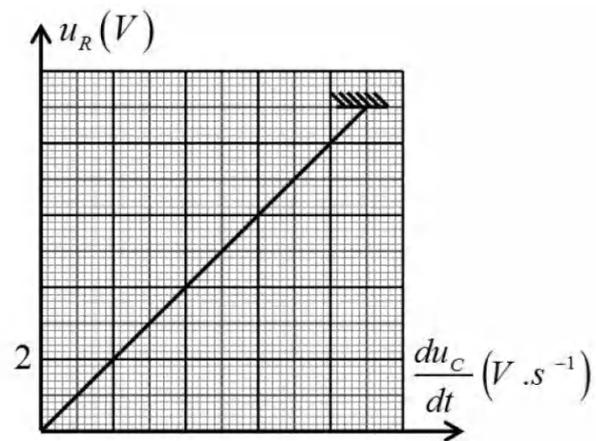
(ج) باستعمال التحليل البعدي، أوجد وحدة قياس المقدار α في جملة الوحدات الدولية.

(3) مكنت برمجية خاصة من رسم بيانيي العلاقاتين: $u_R = f\left(\frac{du_C}{dt}\right)$ و $E_C = g(t)$ الممثلين على الترتيب في

الشكلين (3) و (4). (E_C تمثل الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة t)



الشكل-4



الشكل-3

باستغلال البيانيين أوجد:

- (أ) ثابت الزمن للدارة τ .
- (ب) القوة المحركة الكهربائية للمولد E .
- (ج) سعة المكثفة C .
- (د) مقاومة الناقل الأومي R .

(4) بعد إتمام شحن المكثفة، نجعل مقاومة الناقل الأومي ($R = 0$) ونضع البادلة في الوضع (2) عند اللحظة $t = 0s$.

(أ) اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.

(ب) بين أن: $u_C(t) = A \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$ حلا للمعادلة

التفاضلية السابقة ثم حدد عبارة كل من الدور الذاتي

للاحتزازات (T_0) والعدد A بدلالة المقادير المميزة للدارة

(ج) يمثل البيان الموضح في الشكل-5 تغيرات الطاقة

المخزنة في المكثفة $E_C(t)$ بدلالة الزمن.

باستعمال البيان استنتج قيمة:

- الدور الذاتي (T_0) للاحتزازات.

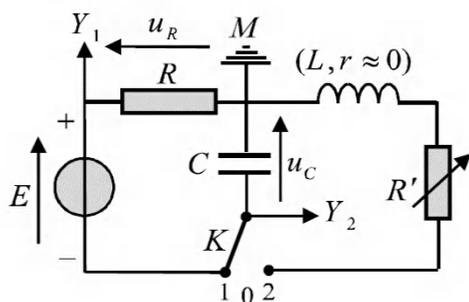
- ذاتية الوشعة (L).

حل التمرين 05:

التجربة الأولى:

(1) كيفية ربط جهاز راسم الاهتزاز: لاحظ الشكل

ملاحظة: تقلب إشارة المدخل Y_2 .



0,25

0,25

0,50	0,25 0,25	<p>(2) المنحني (a) يوافق تطور التوتر $u_C(t)$. التعليل: في اللحظة $t = 0$، حيث $u_R(0) = E$ و حسب قانون جمع التوترات: $E = u_R + u_C$ يكون: $u_C(0) = 0$ المنحني (b) يوافق تطور التوتر $u_R(t)$. التعليل: في اللحظة $t = 0$: $i(0) = I_0$ و حسب العلاقة $u_R(t) = R \cdot i(t)$ فإن $u_R(0) = (u_R)_{\max} = E$ (تقبل كل الإجابات الصحيحة الأخرى).</p>
1	0,25 0,25 0,25 0,25	<p>(3) أ- عبارتي t_1 و t_2: من معادلة البيان (a): $u_C(t) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ $t_1 \rightarrow u_C(t_1) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}) = 0,40E$ و منه: $t_1 = -\tau \cdot \ln 0,6$ $t_2 \rightarrow u_C(t_2) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t_2}{\tau}}) = 0,90E$ و منه: $t_2 = -\tau \cdot \ln 0,1$ ب- التحقق من أن $\Delta t = t_2 - t_1 \approx 1,79\tau$ وحساب قيمة τ واستنتاج قيمة R: من عبارتي t_1 و t_2 السابقتين نجد: $\Delta t = \tau(\ln 0,6 - \ln 0,1) = 1,79\tau$ من البيان (a) نقرأ: $t_1 = 5ms$ و $t_2 = 23ms$ و منه: $\tau = 10ms$ (تقبل الإجابة بتوظيف العبارة Δt فقط). قيمة R: بالتعريف $R = \frac{\tau}{C}$ و منه: $R = 10 \times 10^3 \Omega = 10k \Omega$</p>
0,75	0,25 0,25 0,25	<p>التحربة الثانية: (1) نمط الاهتزازات في كل حالة: * المنحني (α): اهتزازات حرة غير متخامدة (نظام دوري). التعليل: سعة الاهتزاز ثابتة (لا يوجد ضياع في طاقة الجملة). * المنحني (β): اهتزازات حرة متخامدة (نظام شبه دوري). التعليل: سعة الاهتزاز تتناقص خلال الزمن (يوجد ضياع في طاقة الجملة في مقاومة الدارة بمفعول جول). * المنحني (γ): نظام لا دوري حرج. التعليل: لا توجد اهتزازات.</p>
0,25	0,25	<p>(2) البيان الموافق لكل مقاومة: اعتمادا على ما سبق يوافق: * المنحني (α): المقاومة $R' = 0$. * المنحني (β): المقاومة $R' = 100\Omega$. * المنحني (γ): المقاومة $R' = 5000\Omega$.</p>
01,25	0,25	<p>(3) أ- المعادلة التفاضلية لتطور التوتر $u_C(t)$ من أجل $R' = 0$: بتطبيق قانون تجميع التوترات في الدارة المهتزة (LC): $u_C(t) + u_L(t) = 0$ لكن: $u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = L \cdot \frac{d^2q(t)}{dt^2} = LC \cdot \frac{d^2u_C(t)}{dt^2}$ و منه: $\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_C(t) = 0$ أو $u_C(t) + LC \cdot \frac{d^2u_C(t)}{dt^2} = 0$</p>

ب- عبارتي الثابتين A و B بدلالة مميزات الدارة (LC):

$$\text{حل م. ت. السابقة } u_C(t) = A \cdot \cos Bt \text{ و منه: } \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} = -A \cdot B^2 \cdot \cos Bt$$

$$\text{بالتعويض نجد: } A \cdot \left(\frac{1}{LC} - B^2 \right) \cos Bt = 0$$

$$\text{المعادلة محققة من أجل: } \frac{1}{LC} - B^2 = 0 \text{ و منه: } B = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

في اللحظة $t = 0$ ، المكثفة مشحونة تماما، بالتالي: $u_C(0) = A \cdot \cos(B \times 0) = E$ و منه: $A = E$

ج- قيمتي الدور الذاتي T_0 للاهتزازات و الذاتية L للوشية:

$$\text{من البيان } (\alpha) \text{، نقراً: } 2T_0 = 2,5 \text{ms و منه: } T_0 = 1,25 \times 10^{-3} \text{s}$$

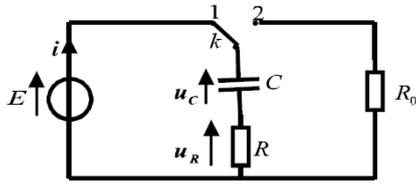
$$\text{بالتعريف: } T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{LC} \text{ و منه:}$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 \cdot C} = 0,04 \text{H} = 40 \text{mH}$$

حل التمرين 06

1-أ/الظاهرة التي تحدث في المكثفة هي ظاهرة الشحن .

ب/ اتجاه التيار المار في الدارة ، واتجاه التوترين u_C و u_R :



0,5

0,25

0,25

2-أ/ إيجاد المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C(t)$

التوتر بين لبوسي المكثفة :

$$u_C + u_R = E$$

$$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = E$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$$

ب / تعيين عبارات A ، B و α بدلالة المقادير المميزة للدارة :

$$u_C(t) = A + B e^{-\alpha t} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = -B \alpha e^{-\alpha t}$$

$$-B \alpha e^{-\alpha t} + \frac{1}{RC} (A + B e^{-\alpha t}) = \frac{E}{RC} \text{ : بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :}$$

$$B e^{-\alpha t} \left(-\alpha + \frac{1}{RC} \right) + \left(\frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} \right) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(-\alpha + \frac{1}{RC} \right) = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{RC} \\ \frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0 \Rightarrow A = E \end{array} \right.$$

من الشروط الابتدائية : عند $t=0$ يكون $u_C(0) = 0$

$$u_C(0) = A + B = 0 \text{ و منه } B = -A$$

$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{1}{RC} t} \right) \text{ و منه :}$$

1,25

0,25

0,25

0,25

ج - إيجاد وحدة قياس المقدار α في ج و د :

$$\alpha = \frac{1}{RC} \text{ لدينا}$$

0,25

$$[\alpha] = \frac{1}{[R] \times [C]} = \frac{[I] \cdot [U]}{[U] \cdot [Q]} = \frac{[I]}{[Q]} = \frac{[I]}{[I][T]} = [T]^{-1}$$

بتطبيق قواعد التحليل البعدي نجد:

3- أ / إيجاد ثابت الزمن τ :

0,25

$$E_C(\tau) = \frac{1}{2} CE^2 (1 - e^{-\tau/\tau})^2 = E_{C_{max}} \times (0,63)^2 = 7,9 \times 10^{-4} J \text{ عند}$$

0,25

من البيان (4) نجد: $\tau = 0,5 s$

ب- إيجاد القوة المحركة الكهربائية للمولد:

0,25

$$u_R(0) = u_{R_{max}} = E = 9V \text{ يكون } t = 0$$

0,25

$$E_{C_{max}} = \frac{1}{2} CE^2 \Rightarrow C = \frac{2E_{C_{max}}}{E^2} = 49,4 \mu F \text{ إيجاد سعة المكثفة:}$$

0,25

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{0,5}{49,4 \times 10^{-6}} = 10,1 \times 10^3 \Omega: R \text{ إيجاد مقاومة الناقل الأومي}$$

4- أ) المعادلة التفاضلية لتطور التوتر $u_C(t)$

بتطبيق قانون تجميع التوترات في الدارة المهتزة (LC): $u_C(t) + u_L(t) = 0$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = L \cdot \frac{dq(t)}{dt} = LC \cdot \frac{d^2u_C(t)}{dt^2} \text{ لكن:}$$

0,25

$$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_C(t) = 0 \text{ أو } u_C(t) + LC \cdot \frac{d^2u_C(t)}{dt^2} = 0$$

ب) تبين حل المعادلة التفاضلية:

01

$$\text{حل م. ت. السابقة } u_C(t) = A \cdot \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t \text{، ومنه: } \frac{d^2u_C(t)}{dt^2} = -A \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2 \cdot \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t$$

0,25

$$\text{ومنه نجد: } \frac{d^2u_C(t)}{dt^2} = -\frac{1}{LC} \cdot u_C(t) \text{ وهو المطلوب.}$$

$$\text{عبارة الدور الذاتي: } T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \text{ حيث } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ ومنه } T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

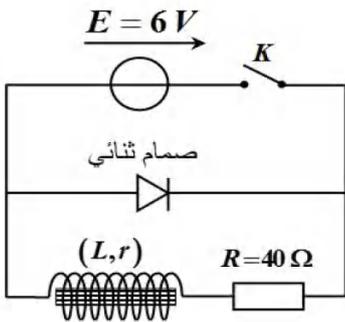
0,25

$$\text{عبارة A: عند } t=0s \text{ } u_C(0) = A = E$$

$$\text{(ج) قيمة الدور الذاتي: } T_0 = 4 \times 0,5 = 2s$$

0,25

$$\text{قيمة ذاتية الوشيعية: } L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{4 \times \pi^2 \times 50 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^{-3} H = 2mH$$

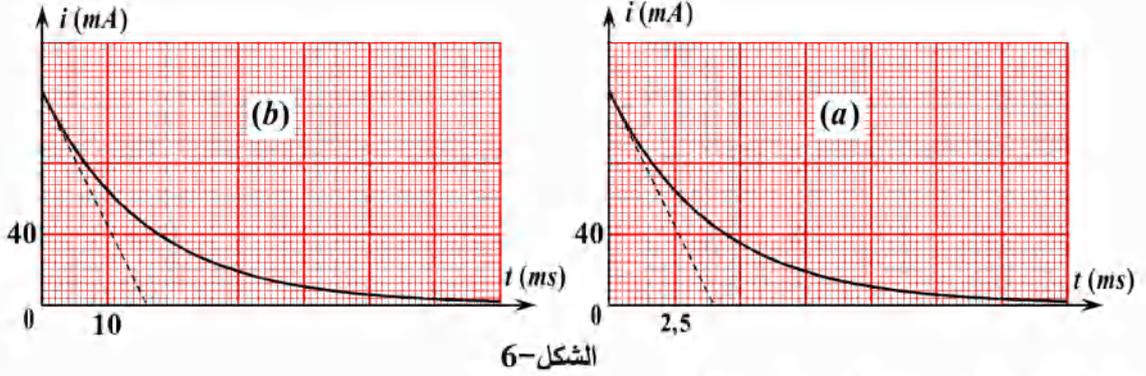


الشكل-5

I- حَقِّق فوج من التلاميذ الدارة الكهربائية المبينة في (الشكل-5).

التجربة الأولى (الوشيجة بداخلها نواة حديدية): بعد غلق القاطعة K لمدة طويلة، فُتِحَت عند اللحظة $t = 0$ ، فتمكن التلاميذ من الحصول على البيان $i = f(t)$ الممثل لتغيرات شدة التيار بدلالة الزمن.

التجربة الثانية (الوشيجة بدون النواة الحديدية): أُعيدت نفس التجربة السابقة بعد سحب النواة الحديدية، فتمكن التلاميذ من الحصول على البيان $i = g(t)$. أنظر (الشكل-6).



الشكل-6

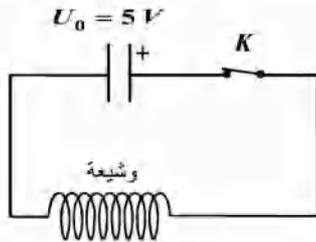
1) حدّد المنحنى الموافق لكل حالة مع التعليل.

2.أ) احسب قيمة مقاومة الوشيجة المستعملة.

ب) استنتج قيمة ذاتية الوشيجة في كل من التجريتين.

3) احسب قيمة الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيجة في كل من التجريتين. برر الاختلاف بين القيمتين.

II- تم ربط وشيجة أخرى على التسلسل مع مكثفة تحمل شحنة قدرها $Q = 2,5 \mu C$ ، مع العلم أن هذه المكثفة سُجِنَت كلياً تحت توتر كهربائي $U_0 = 5 V$ في الدارة الموضحة في (الشكل-7).



الشكل-7

يمثل البيان الموضح في (الشكل-8) تغيرات الطاقة المخزنة $\mathcal{E}(t)$ داخل المكثفة بدلالة الزمن.

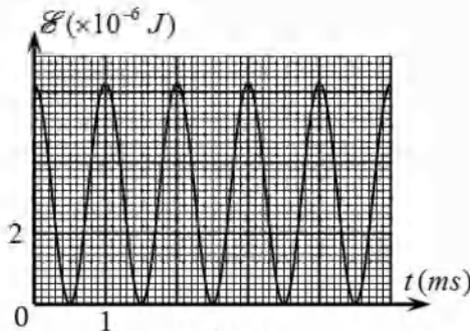
1) احسب سعة المكثفة.

2-أ) حدّد نمط الاهتزازات الملاحظ، علّل.

ب) استنتج قيمة ذاتية الوشيجة المستعملة في الدارة،

ج) هل هذه الوشيجة مماثلة لتلك المستعملة سابقاً؟ برّر إجابتك.

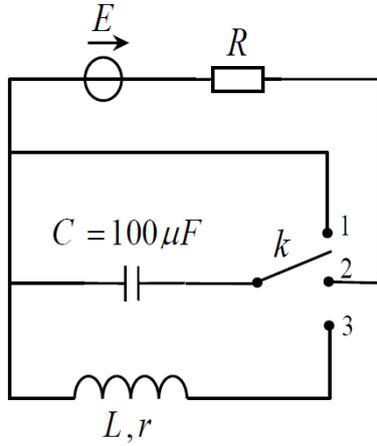
يعطى: $\sqrt{10} = \pi$.



الشكل-8

0,75	0,75	<p>I - I تحديد المنحنى الموافق: المنحنى (a) : $\tau_a = 4ms$ و المنحنى (b) : $\tau_b = 16ms$</p> <p>و نعلم أنه عند وجود النواة داخل الوشيعة يرفع قيمة ذاتيتها، مما يزيد في قيمة τ.</p> <p>إذن: المنحنى (a) يوافق $i = g(t)$ و المنحنى (b) يوافق $i = f(t)$.</p>
01,5	0,5 0,5 0,5	<p>2- أ) مقاومتها الوشيعة : $R_T = R + r = \frac{E}{I_0} = \frac{6}{0,12} = 50\Omega$ ، وبالتالي: $r = 50 - 40 = 10\Omega$</p> <p>ب) ذاتيتها: - بدون نواة: $L = \tau_a \cdot (R + r) = 4 \times 10^{-3} \cdot 50 = 0,2 H$</p> <p>- بوجود نواة: $L = \tau_b \cdot (R + r) = 16 \times 10^{-3} \cdot 50 = 0,8 H$</p>
1,25	0,5 0,5 0,25	<p>3) حساب مقدار الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة: $\mathcal{E} = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2$</p> <p>* وجود النواة: $\mathcal{E} = \frac{1}{2} \times 0,8 \times 0,12^2 = 5,76 \times 10^{-3} J$</p> <p>* عدم وجود النواة: $\mathcal{E} = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 0,12^2 = 1,44 \times 10^{-3} J$</p> <p>التبرير: الاختلاف ناتج عن الاختلاف في الذاتية</p>
0,5	0,5	<p>II - 1- حساب سعة المكثفة: $C = \frac{Q}{U_0} \Rightarrow C = \frac{2,5}{5} = 0,5\mu F$</p>
02	0,5 0,5 0,5	<p>2- أ) الاهتزازات حرة غير متخامدة ودورية لأن الجملة لم تتلق الطاقة من الوسط الخارجي والسعة ثابتة (عدم وجود مقاومة).</p> <p>ب) قيمة ذاتية الوشيعة المستعملة في الدارة المهتزة:</p> <p>من منحنى الطاقة $\mathcal{E}(t)$ لدينا: $\frac{T_0}{2} = 1ms \Rightarrow T_0 = 2ms$ وعلاقة دور الاهتزازات الحرة:</p> $T_0 = 2\pi\sqrt{L'C}$ <p>و منه: $L' = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$ ت.ع: $L' = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 0,5 \times 10^{-6}} = 0,2H$</p> <p>ج) الوشيعة الجديدة غير مماثلة للوشيعة السابقة.</p> <p>التبرير:</p> <p>* الوشيعة الجديدة: مقاومتها معدومة نظرا لوجود اهتزازات حرة غير متخامدة، رغم أن ذاتيتها تساوي $0,2H$.</p>

1. تهدف الدراسة إلى التعرف على سلوك مكثفة عند ربطها على التسلسل مع عناصر كهربائية مختلفة .
لأجل هذا الغرض نحقق الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل -2- والتي تتكون من العناصر التالية:



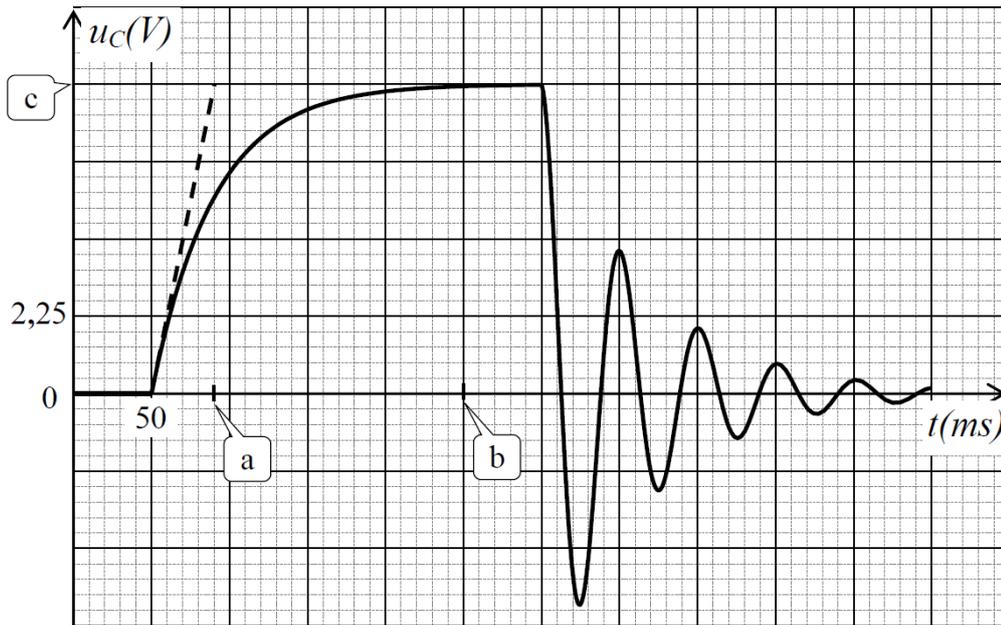
الشكل -2-

- مولد ذو توتر ثابت E .
- مكثفة غير مشحونة سعتها $C = 100 \mu F$.
- ناقل أومي مقاومته R .
- وشيعة حقيقية (L, r) .
- بادلة k ذات ثلاثة مواضع مبرمجة زمنيا وفق الجدول الآتي:

المجال الزمني	وضع البادلة k
$[t_0, t_1]$	1
$[t_1, t_2]$	2
$[t_2, t_3]$	3

باستعمال راسم اهتزاز ذي ذاكرة ، تمكنا من المتابعة الزمنية لتطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $U_C = f(t)$

الموضح في الشكل -3-



الشكل -3-

- 1.1. أعد رسم الدارة ثم حدّد عليها كيفية توصيل راسم الاهتزاز لمعاينة تطور التوتر بين طرفي المكثفة.
- 2.1. في أيّ وضع للبادلة k تتحقق دارة الشحن؟

2. بالاعتماد على المنحنى البياني:

1.2. حدّد المجال الزمني لمختلف أوضاع البادلة (3,2,1).

2.2. أعط المدلول الفيزيائي للمقادير الموضحة على البيان (c,b,a) و استنتج قيمها .

3.2. باستعمال قانون جمع التوترات (من أجل البادلة في الوضع -2) جِد المعادلة التفاضلية المعبرة عن التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة.

4.2. احسب قيمة مقاومة الناقل الأومي R.

3. في المجال الزمني $[t_2, t_3]$.

1.3. ما هي الظاهرة الفيزيائية التي يوضحها البيان؟

2.3. استنتج دور الاهتزازات الكهربائية .

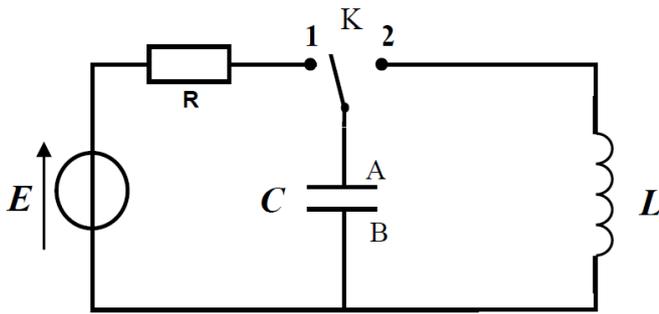
3.3. باستعمال التحليل البعدي ، حدد العبارة الصحيحة للدور T من بين العبارات الآتية :

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{LC}} , T = 2\pi \cdot \sqrt{LC} , T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

4.3 . استنتج قيمة ذاتية الوشيعة L .

4. أرسم كيفيا مقطع من المنحنى السابق ضمن المجال الزمني $[t_2, t_3]$ إذا ما اعتبرنا الوشيعة صرفة (L,r=0) .

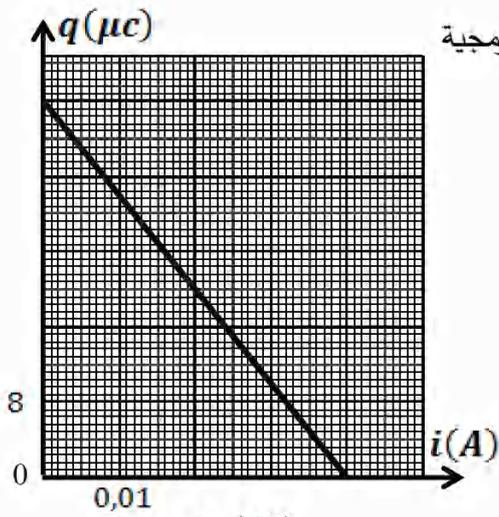
التمرين 09:



الشكل -3-

تستخدم المكثفات والوشائع في عدة أجهزة كهربائية .
من أجل التحقق التجريبي من قيمة السعة C لمكثفة
والذاتية L لوشيعة ، تم إنجاز التركيب التجريبي الممثل
في الشكل -3- والمتكون من:

- مولد مثالي للتوتر قوته المحركة الكهربائية E .
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$.
- مكثفة فارغة سعتها C .
- وشيعة صافية ذاتيتها L .
- بادلة K .



الشكل-4

(I) عند اللحظة $t=0$ ، نضع البادلة K في الوضع (1) و نعاين بواسطة برمجية

إعلامية مناسبة، تغيرات شحنة المكثفة $q(t)$ بدلالة شدة التيار $i(t)$

المر في الدارة، فنحصل على المنحنى الممثل في الشكل-4.

1. فسّر مجهرياً الظاهرة التي تحدث في المكثفة.

2. جد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q(t)$.

3. بين أنّ المعادلة التفاضلية السابقة تكتب على الشكل: $q = a.i + b$

حيث a و b ثابتين يطلب كتابتهما.

4. اكتب معادلة المنحنى البياني ثم استنتج:

قيمة كل من سعة المكثفة C ، القوة المحركة الكهربائية للمولد E

والشدة الأعظمية للتيار I_0 .

(II) بعد الانتهاء من شحن المكثفة التي نعتبر

أنّ سعته $C = 10 \mu F$ ، نقوم بتغيير البادلة إلى الوضع (2)

عند اللحظة $t=0$. نعاين تغيرات الشحنة $q(t)$ للمكثفة

بواسطة نفس البرمجية السابقة فنحصل على المنحنى الممثل

في الشكل-5.

1. ما هو نمط الاهتزاز المتحصل عليه؟ وأي نظام

للاهتزازات يبيّنه الشكل-5؟

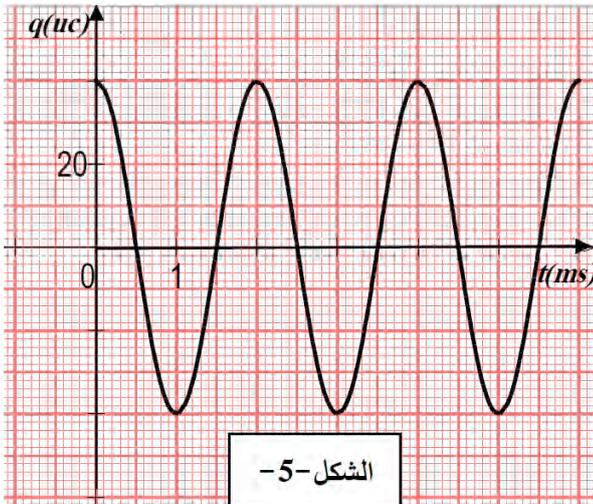
2. جد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q(t)$ للمكثفة.

3. علماً أنّ حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل: $q(t) = Q_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ حيث T يمثل دور الاهتزازات.

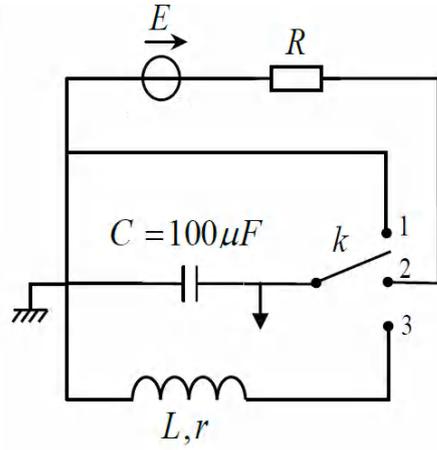
1.3. جد عبارة الدور T بدلالة مميزات الدارة.

2.3. استنتج قيمة ذاتية الوشيعة L .

4. اكتب المعادلة الزمنية لتغيرات شدة التيار $i(t)$ ثم أرسم المنحنى $i = f(t)$.



الشكل-5



- 1.1- رسم الدارة و كيفية توصيل راسم الاهتزاز:
 2.1- وضع البادلة الذي يحقق عملية الشحن هو الوضع 2
 1.2- المجالات الزمنية لأوضاع البادلة:

وضع البادلة	المجال الزمني (ms)
1	[0 , 50]
2	[50 , 300]
3	[300 , 550]

1.25

2.2- المقادير الموضحة على البيان وقيمها:

- a: لحظة شحن المكثفة 63 % من شحنتها الاعظمية حيث $a = 90 \text{ ms}$
 b: لحظة شحن المكثفة 99 % من شحنتها الاعظمية ، حيث $b = 250 \text{ ms}$
 c: التوتر الكهربائي الاعظمي بين طرفي المكثفة حيث $c = E = 2.25 \times 4 = 9 \text{ V}$

3.2- المعادلة التفاضلية المعبرة عن $u_C(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_C + u_R = E$

نجد $u_C + R \cdot i = E$ ومنه $u_C + R \cdot \frac{dq}{dt} = E$ نجد $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$

4.2- حساب قيمة R : من علاقة ثابت الزمن $\tau = RC$ حيث $\tau = 40 \text{ ms}$

نجد $R = \frac{\tau}{C} = \frac{40 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-6}} = 400 \Omega$

1.3- الظاهرة التي يبرزها البيان في المجال الزمني $[300 \text{ ms} , 550 \text{ ms}]$:

اهتزازات كهربائية حرة متخامدة

3.00

2.3- شبه الدور T_0 من المنحنى البياني : $T_0 = 50 \text{ ms}$

3.3- العبارة الصحيحة للدور T_0 : هي العبارة $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ لان

$$[T_0] = [L]^{1/2} [C]^{1/2} = \frac{[U]^{1/2} [T]^{1/2}}{[I]^{1/2}} \times \frac{[I]^{1/2} [T]^{1/2}}{[U]^{1/2}} = [T]$$

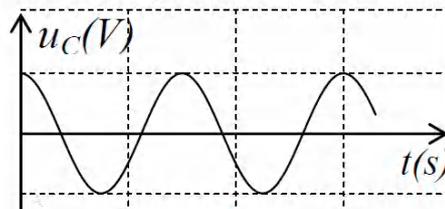
4.3- استنتاج ذاتية الوشيعة L : لدينا $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

ومنه $L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} = \frac{(0.05)^2}{4\pi^2 \times 100 \times 10^{-6}} = 0.63 \text{ H}$

4- رسم مقطع من المنحنى ضمن المجال الزمني $[300 \text{ ms} , 550 \text{ ms}]$ من اجل

وشيعة صرفة

2.00



I. عند اللحظة $t = 0$ نضع البادلة في الوضع (1).

1- التفسير المجبري للظاهرة التي تحدث في المكثفة .

0.50 0.50 عند الوضع (1) تحدث ظاهرة شحن المكثفة حيث تنتقل الإلكترونات من الصفيحة A الى الصفيحة B الى غاية $U_C = E$ بلوغ

2- إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q(t)$:

0.75 0.75 $u_C + u_R = E \Rightarrow \frac{q}{C} + R \cdot i = E \Rightarrow \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} = E \Rightarrow \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC} q(t) = \frac{E}{R}$
3- عبارة q بدلالة i :

0.75 0.75 في المعادلة التفاضلية نعوض $i = \frac{dq}{dt}$ فنجد $q = -(RC) \cdot i + CE$ و بتطابق العلاقة مع العلاقة المطلوبة نجد $b = CE$ ، $a = -(RC)$
4- معادلة المنحنى :

$$q = -10^{-3}i + 40 \cdot 10^{-6} \dots C \quad \text{معادلة البيان}$$

استنتاج :

$$RC = 10^{-3} \Rightarrow C = \frac{10^{-3}}{100} = 10^{-5} F = 10 \mu F \quad \text{قيمة سعة المكثفة } C$$

$$CE = 40 \cdot 10^{-6} \Rightarrow E = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{10^{-5}} = 4V \quad \text{قيمة القوة المحركة الكهربائية } E$$

$$I_0 = \frac{E}{R} = \frac{4}{100} = 0,04A \quad \text{قيمة الشدة الاعظمية } I_0$$

II

1- نمط الإهتزاز الملاحظ : اهتزاز كهربائي حر غير متخامد. النظام : دوري

2- المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثفة:

$$0.75 0.75 \quad U_C + U_L = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{C} q(t) + L \frac{dq^2(t)}{dt^2} \Rightarrow \frac{dq^2(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} q(t) = 0$$

1.3. إيجاد عبارة الدور

$$q = Q_0 \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{2\pi}{T} Q_0 \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{T^2} Q_0 \cos \frac{2\pi}{T} t$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$1.00 0.50 \quad -\frac{4\pi^2}{T^2} Q_0 \cos \frac{2\pi}{T} t + \frac{1}{LC} Q_0 \cos \frac{2\pi}{T} t = 0 \Rightarrow \left(-\frac{4\pi^2}{T^2} + \frac{1}{LC}\right) Q_0 \cos \frac{2\pi}{T} t = 0$$

$$-\frac{4\pi^2}{T^2} + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{LC} \quad \text{ومنه:}$$

$$T = 2\pi \sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} \quad \text{2.3. قيمة ذاتية الوشيبعة:}$$

0.75

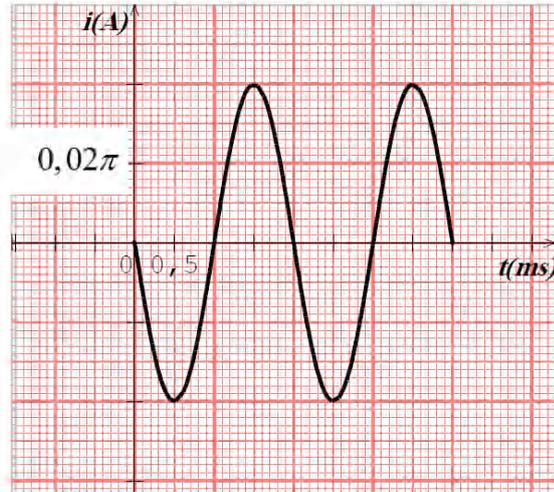
0.25

من المنحنى : قيمة الدور الذاتي $T = 2ms$ و منه $L = \frac{(2 \cdot 10^{-3})^2}{4\pi^2 \cdot 10^{-5}} = 0,01H$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{2\pi}{T} Q_0 \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow i = -0,04\pi \sin 1000\pi t \dots\dots\dots (A)$$

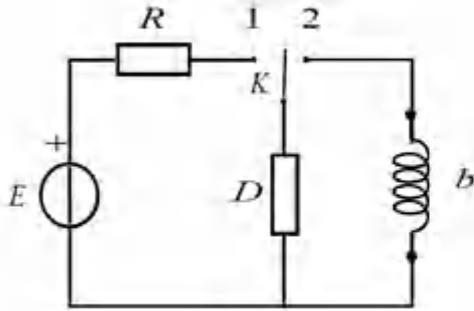
منحنى شدة التيار :

0.50



التمرين 10:

يعتمد تشغيل انارة سلاالم العمارات على دارات كهربائية تحتوي مصابيح ومؤقتة تنظم وتتحكم في مدة اشتعال المصابيح.



الشكل 4

يهدف هذا التمرين إلى دراسة ثنائيات قطب واهتزاز جملة كهربائية.

1. احدى هذه الدارات الكهربائية التي تتحكم في المؤقتة

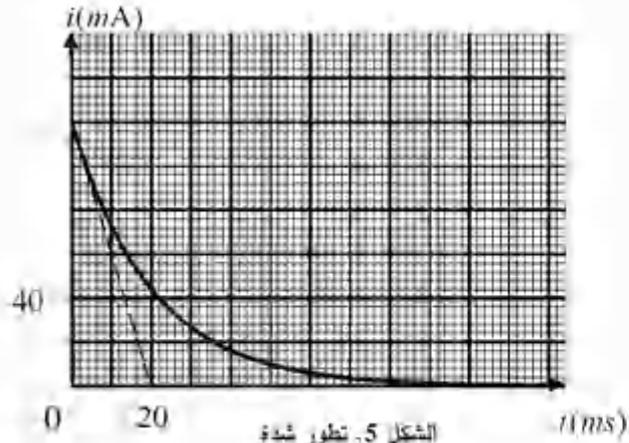
مُبيّنة في الشكل 4 والتي تتكوّن من:

- مولّد كهربائي توتره ثابت E .
- ناقل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$.
- ثنائي قطب D مجهول يمكن أن يكون: ناقل أومي، مكثّفة أو وشيعة.
- وشيعة b ذاتيتها L ومقاومتها r مههلة.
- باندة K وأسلاك توصيل.

1.1. نضع البادلة في الوضع (1) عند اللحظة $t = 0$ ، نعاين بواسطة برمجية مناسبة التطور الزمني لشدة التيار

الكهربائي $i = f(t)$ المار بالدارة الكهربائية كما هو موضح في الشكل 5.

1.1.1. حدّد طبيعة ثنائي القطب D مع التعليل.



الشكل 5- تطور شدة التيار بدلالة الزمن

2.1.1. كم يكون التوتر الكهربائي الأعظمي $U_{D_{max}}$

بين طرفي ثنائي القطب D ؟

2.1. نعتبر الآن أن ثنائي القطب D مكثفة سعتها C .

2.1.1. تأكد أن المعادلة التفاضلية للتوتر u_C بين

طرفي المكثفة تكتب على الشكل الآتي:

$$\frac{du_C}{dt} + A \cdot u_C = B$$

جد العبارة الحرفية لكل من الثابتين A و B

2.2.1. المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي u_C

تقبل إحدى الحلول الآتية:

$$u_C = CE(1 - e^{-t/RC}), \quad u_C = E \cdot e^{-t/RC}, \quad u_C = E(1 - e^{-t/RC})$$

3.2.1. جد قيمة كل من: ثابت الزمن τ ، سعة المكثفة C .

2. عندما يبلغ التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة قيمته العظمى $U_{C_{max}}$ ، نضع البادلة في الوضع (2) في

لحظة نعتبرها مبدأ للأزمنة $t = 0$.

1.2. بتطبيق قانون جمع التوترات، جد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة الكهربائية $q(t)$ للمكثفة.

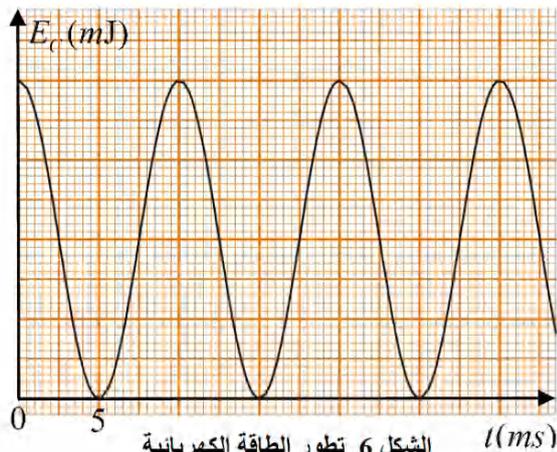
2.2. إن حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل: $q(t) = Q_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ حيث Q_0 تمثل الشحنة الأعظمية

للمكثفة، T_0 الدور الذاتي لاهتزازات الدارة الكهربائية و φ الصفحة الابتدائية. جد العبارة الحرفية لكل من

الثابتين Q_0 و T_0 .

3.2. الدراسة الطاقوية مكنتنا من تمثيل تطور الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن $E_C = g(t)$

كما يوضحه الشكل 6.



الشكل 6- تطور الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن

1.3.2. باستعمال المنحنى $E_C = g(t)$ ،

تأكد من أن الوشيجة صافية ($r = 0$).

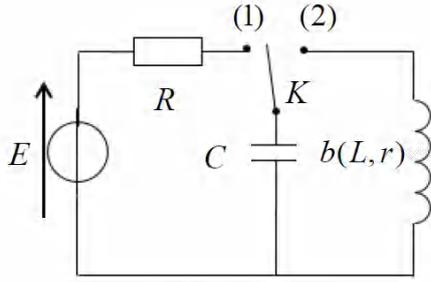
2.3.2. احسب الطاقة الكهربائية العظمى

$E_{C_{max}}$ المخزنة في المكثفة.

3.3.2. عيّن بيانياً قيمة الدور الذاتي T_0 للدارة

المهتزة ثم استنتج قيمة الذاتية L للوشيجة.

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل 5 والمكون من العناصر الكهربائية التالية:



الشكل 5

- مولد توتر كهربائي ثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$
- ناقل أومي مقاومته R
- مكثفة سعتها C
- وشيعة b ذاتيتها L ومقاومتها r
- بادلة K

1. نضع البادلة في الوضع (1) فتشحن المكثفة كلياً وتخزن كمية من الكهرباء قدرها: $Q_0 = 1,32 \times 10^{-4} C$. احسب الطاقة الأعظمية التي تخزنها المكثفة في نهاية عملية الشحن واستنتج سعة المكثفة.
2. نُنجز ثلاث تجارب باستعمال في كل مرة إحدى الوشائع الثلاث:

التي تتميز بالميزات التالية:

$$b_1(L_1 = 260 \text{ mH}, r_1 = 0) \quad , \quad b_2(L_2 = 115 \text{ mH}, r_2 = 0) \quad , \quad b_3(L_3, r_3 = 10 \Omega)$$

في كل تجربة نشحن المكثفة كلياً ونضع البادلة في الوضع (2)، يسمح تجهيز ExAO بالحصول على البيانات التالية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن $u_C(t)$.

- 1.1. حدّد نمط الاهتزازات الذي يبينه البيان (1) والبيان (3).

- 2.2. أرفق كل بيان بالوشيعة التي توافقه في التجربة مع

التعليل.

- 3.2. نعتبر حالة تفريغ المكثفة في الوشيعة

$$b_2(L_2 = 115 \text{ mH}, r_2 = 0)$$

- 1.3.2. جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر

الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_C(t)$.

- 2.3.2. يعطى حل المعادلة التفاضلية بالشكل:

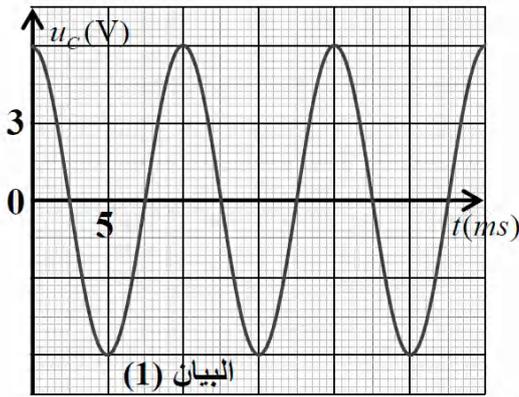
$$u_C(t) = U_{C_{max}} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

جد قيمة كل من: $U_{C_{max}}$ ، T_0 ، ω_0 و φ .

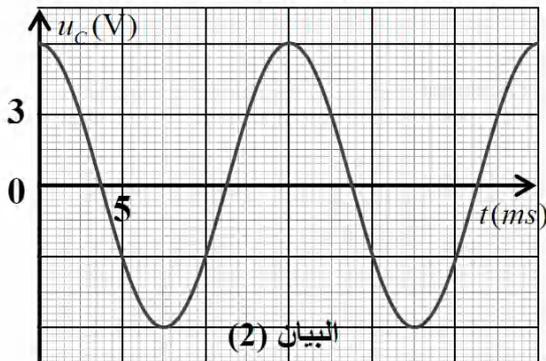
- 3.3.2. بين أن الطاقة الكلية للدائرة L, C ثابتة، احسب

قيمتها.

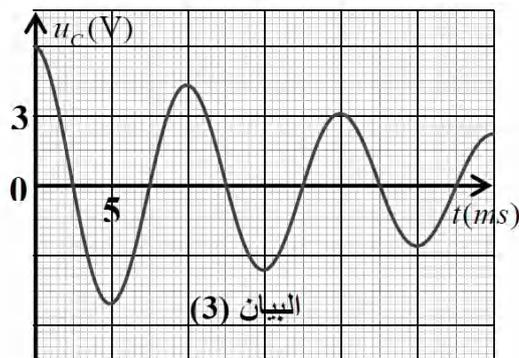
- 4.2. فسّر لماذا تتناقص سعة الاهتزازات في البيان (3).



البيان (1)



البيان (2)



البيان (3)

		(1) 1.1
	0.25 0.25	1.1.1. طبيعة ثنائي القطب D : مكثفة. التعليل: لأن شدة التيار منعدمة في النظام الدائم.
3.25	0.25	2.1.1. التوتر الأعظمي $U_{Dmax} = E = R.I_0 = 100 \times 0,12 = 12V$
	0.25	2.1 1.2.1. التأكد من المعادلة التفاضلية للتوتر U_C :
	0.25 0.25 0.25 0.25	$u_R(t) + u_C(t) = E \Rightarrow RC \frac{du_C}{dt} + u_C(t) = E \Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C(t) = \frac{E}{RC}$ من الشكل $\frac{du_C}{dt} + A.u_C = B$ حيث: $\begin{cases} A = 1/RC \\ B = E/RC \end{cases}$
	0.25 0.25	2.2.1. المعادلة التفاضلية للتوتر u_C تقبل $u_C = E(1 - e^{-t/RC})$ حلاً لها: التعليل: لأن العبارة $u_C = E(1 - e^{-t/RC})$ تحقق المعادلة التفاضلية.
	0.25 0.25 0.25	3.2.1. من البيان: ثابت الزمن $\tau = 0,02s$ ، $c = \frac{\tau}{R} = \frac{0,02}{100} = 2 \times 10^{-4}F$
		(2) 1.2. المعادلة التفاضلية لـ: $q(t)$
	0.25 0.25	$u_b(t) + u_C(t) = 0 \Rightarrow L \frac{di(t)}{dt} + u_C(t) = 0$
	0.25	ومنه: $\frac{d^2q(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC}q(t) = 0$
	0.25 0.25	2.2. العبارة الحرفية للثابتين T_0 و Q_0 : بتعويض الحل في المعادلة التفاضلية نجد: $Q_0 = CE$ ومن الشروط الابتدائية $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
	0.25	3.2 1.3.2 الوشية صرفة ($r=0$): لأنه لا يوجد ضياع في الطاقة.
2.75	0.25 0.25	2.3.2. حساب E_{Cmax} : $E_{Cmax} = \frac{1}{2} C.E^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-4} \times (12)^2 = 14,4mJ$
	0.25 0.25 0.25	3.3.2 $T_0 = 2 \cdot T_{Energie} = 2 \times 10ms = 20ms$ استنتاج الذاتية L للوشية: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} = \frac{(0,02)^2}{40 \times 2 \times 10^{-4}} = 0,05H$

<p>1</p> <p>0.25 0.25 0.25 0.25</p>		<p>1. الطاقة الأعظمية:</p> $E_{Cmax} = \frac{1}{2} \times Q_0 \times U_{Cmax} = \frac{1}{2} \times Q_0 \times E$ $E_{Cmax} = 3,96 \times 10^{-4} \text{ J}$ <p>سعة المكثفة: $C = \frac{Q_0}{E} = 22 \times 10^{-6} \text{ F}$</p>
	<p>0.25 0.25</p>	<p>2. نمط الاهتزازات الذي يبينه البيان (1): اهتزازات حرة غير متخامة</p> <p>نمط الاهتزازات الذي يبينه البيان (3): اهتزازات حرة متخامة</p>
<p>5</p> <p>4x0.25</p>		<p>2.2. البيان (3): نظام شبه دوري لوجود مقاومة بالدارة فهو يوافق الوشيعية ($b_3(L_3, r_3 = 10\Omega)$، البيانين (1) و (2) نظام دوري تنعدم فيهما المقاومة فهما يوافقان الوشيعتين</p> <p>$b_2(L_2 = 115\text{mH}, r_2 = 0)$ ، $b_1(L_1 = 260\text{mH}, r_1 = 0)$ لكن $L_2 < L_1$: فإن: $T_2 < T_1$ حسب عبارة الدور : $T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$</p> <p>إذن: البيان (1) يوافق الوشيعية $b_2(L_2 = 115\text{mH}, r_2 = 0)$</p> <p>والبيان (2) يوافق الوشيعية $b_1(L_1 = 260\text{mH}, r_1 = 0)$</p>
	<p>4x0.25</p>	<p>3.2. حالة تفريغ المكثفة في الوشيعية $b_2(L_2 = 115\text{mH}, r_2 = 0)$</p> <p>إيجاد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي المكثفة $u_c(t)$:</p> <p>بتطبيق قانون جمع التوترات لدينا $u_c + u_L = 0 \Rightarrow u_c + L \frac{di}{dt} = 0$ حيث $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$ و</p> <p>ومنه : $LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0$ بالقسمة على LC نجد : $\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c = 0$</p>
<p>0.25 0.25 0.25 0.25</p>		<p>2.3.2. حل المعادلة التفاضلية بالشكل: $u_c(t) = u_{Cmax} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$</p> <p>- إيجاد قيمة كل من: U_{Cmax} و T_0 ، ω_0 و φ :</p> <p>$u_{Cmax} = E = 6V$ (القيمة العظمى للتوتر)</p> <p>$T_0 = 2\pi\sqrt{L \times C} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 10\text{ms}$ (الدور الذاتي للاهتزازات للبيان (1))</p> <p>$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.01} = 200\pi \text{ rad / s}$ (النبض الذاتي للاهتزازات)</p> <p>من البيان (1) لدينا لما $t = 0$ يكون:</p> <p>$u_c(0) = U_{Cmax} = U_{Cmax} \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ (الصفحة الابتدائية)</p>

3.3.2. إثبات أن الطاقة الكلية للدائرة L, C ثابتة:

$$0.25 \quad u_C = E \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{حيث} \quad E_T = E_C + E_L = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$$

$$0.25 \quad i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} = -C \omega_0 E \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{و}$$

$$T_0^2 = 4\pi^2 L \times C \quad \text{حيث:} \quad E_T = \frac{1}{2} C E^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} L (-C \omega_0 E)^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)^2$$

و $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ ومنه $E_T = \frac{1}{2} C E^2 = C^{te}$ نستنتج أن : طاقة الدارة LC ثابتة والدارة مثالية.

$$0.25 \quad E_T = 3,96 \times 10^{-4} \text{ J} \quad \text{قيتها:}$$

4x0.25

0.50

4.2. تفسير تناقص سعة الاهتزازات في البيان (3):

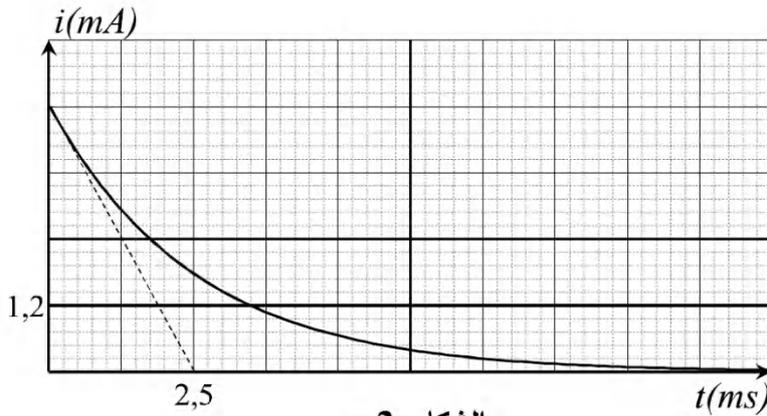
تناقص سعة الاهتزازات في البيان (3) نتيجة وجود مقاومة (وهي مقاومة الوشيجة b_3) أي هناك ضياع للطاقة على شكل حرارة بفعل جول.

التمرين 12

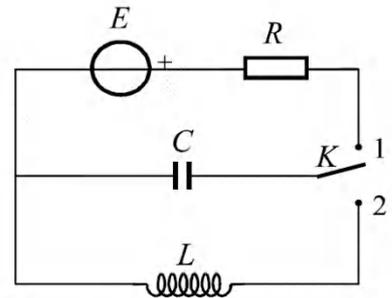
تحقق الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل-1- والتي تتألف من مولد ذي توتر ثابت $E = 6V$ ، ناقل أومي

مقاومته R ، مكثفة غير مشحونة سعتها C ، بادلة K ووشيجة ذاتيتها L مقاومتها مهملة.

باستعمال تجهيز التجريب المدعم بالحاسوب تمكنا من الحصول على المنحنى البياني $i = f(t)$ الممثل لتغيرات شدة التيار المار في الدارة بدلالة الزمن أثناء عملية شحن المكثفة، الشكل-2-.



الشكل-2-



الشكل-1-

(1) أعد رسم دارة الشحن موضحا عليها الجهة الاصطلاحية للتيار الكهربائي وبيّن بسهم التوتر الكهربائي بين طرفي كل عنصر كهربائي.

(2) باستعمال قانون جمع التوترات اكتب المعادلة التفاضلية للشحنة q بدلالة الزمن.

(3) إنَّ حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالعلاقة: $q(t) = A(1 - e^{-bt})$. جد عبارة كل من A و b .

(4) جد عبارة شدة التيار $i(t)$.

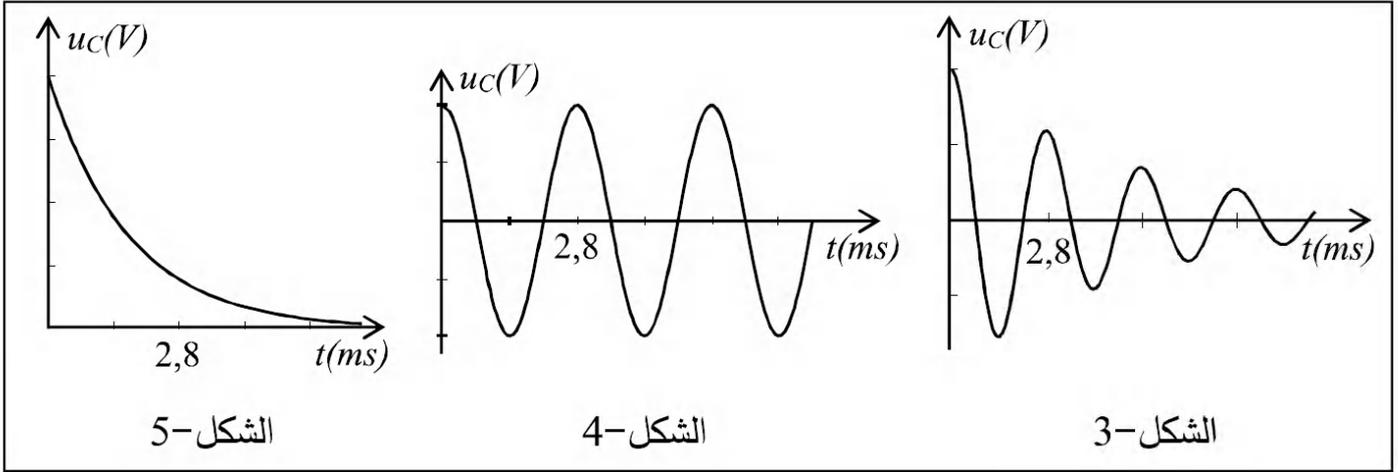
(5) باستعمال البيان: أ) احسب مقاومة الناقل الأومي R .

ب) بيّن أنّ سعة المكثفة $C = 2\mu F$.

(6) بعد إتمام عملية الشحن، وفي اللحظة $t = 0$ نغيّر البادلة إلى الوضع (2).

أ) بيّن أنّ المعادلة التفاضلية للتوتر بين طرفي المكثفة تعطى بالعلاقة: $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$

ب) من المنحنيات الآتية، أيها يوافق حل هذه المعادلة مع التعليل.



ج) بالاعتماد على المنحنى المختار احسب ذاتية الوشاعة L .

د) احسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة من أجل البادلة في الوضع (2) عند اللحظتين:

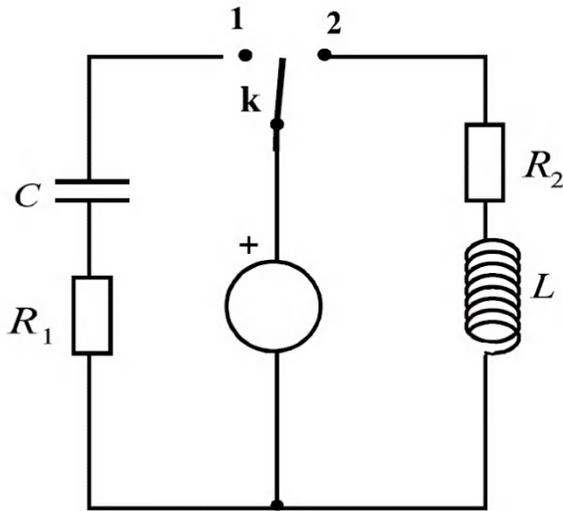
$$t = 0s, \quad t = \frac{T}{4} \text{ حيث } T \text{ دور الاهتزاز.}$$

هـ) فسّر التغير الحادث في هذه الطاقة.

التمرين 13:

نحقق الدارة الكهربائية الممثلة في (الشكل -1-) باستعمال العناصر الكهربائية التالية:

- مولد للتوتر الكهربائي مثالي قوته المحركة الكهربائية E .
- ناقلان أوميان مقاومتيهما R_1, R_2 حيث $R_1 = R_2 = R$.
- مكثفة فارغة سعتها C .
- وشيعة صافية ذاتيتها L .
- بادلة K .



الشكل -1-

1) في اللحظة $t = 0$ ، نضع البادلة K في الوضع (1).

أ) ما هي الظاهرة الكهربائية التي تحدث في الدارة؟

ب) مثل الجهة الاصطلاحية للتيار المار في الدارة

وبيّن بسهم التوتر الكهربائي بين طرفي كل عنصر

كهربائي.

ج) جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر

الكهربائي بين طرفي المكثفة $U_c(t)$.

د) بيّن أن $U_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ هو حل للمعادلة التفاضلية.

2) نضع الآن البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها مبدأ للأزمنة.

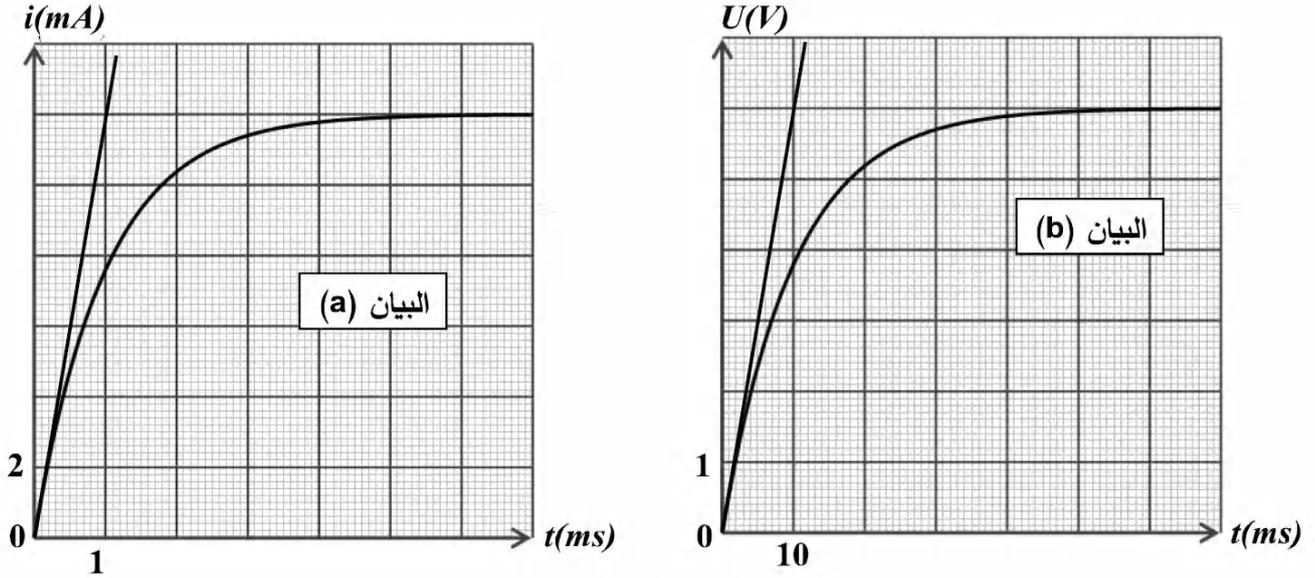
أ) جد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$.

ب) حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل: $i(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t} + B$

حيث A و B ثابتين. جد عبارة كل منهما.

3) بواسطة برمجية خاصة تمكنا من الحصول على البيانيين (a) و (b) الممثلين في (الشكل -2-).

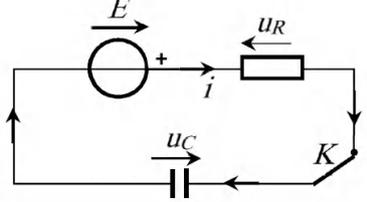
أحدهما يوافق البادلة في الوضع (1) والآخر يوافق البادلة في الوضع (2).

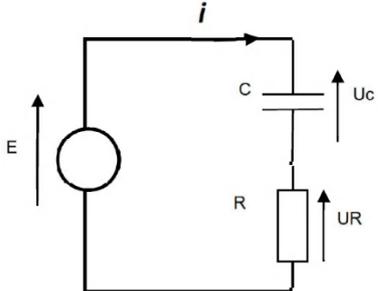


الشكل - 2 -

أ) أرفق كل منحنى بالوضع المناسب للبادلة مع التعليل.

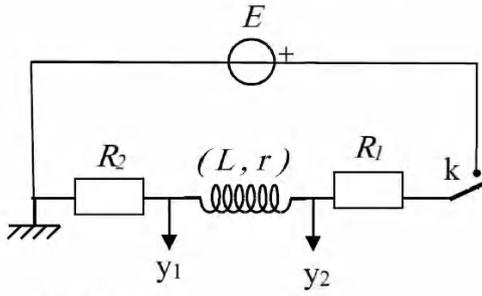
ب) باستعمال البيانيين جد قيم المقادير التالية: L, C, R, E .

01	0,25 0,25 0,25 0,25	 <p>1- توضيح الجهة الاصطلاحية للتيار والتوترات:</p>
0,75	0,25 0,25 0,25	<p>2- المعادلة التفاضلية للشحنة q:</p> <p>لدينا $u_R + u_C = E$ ومنه $R.i + \frac{1}{C}q = E$ حيث $i = \frac{dq}{dt}$</p> <p>نجد $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{R.C}q - \frac{E}{R} = 0$</p>
0,75	0,25 0,25 0,25	<p>3- عبارة A ، b : نشق الحل نجد $\frac{dq}{dt} = Abe^{-bt}$ بالمطابقة نجد</p> <p>$Abe^{-bt} + \frac{A}{R.C} - \frac{A}{R.C}e^{-bt} = \frac{E}{R}$</p> <p>نخلص إلى $A = E.C$ ، $b = \frac{1}{R.C}$ (نقبل $A = Q_{\max}$ ، $b = \frac{1}{\tau}$)</p>
0,25	0,25	<p>4- عبارة شدة التيار: لدينا $i = \frac{dq}{dt}$ بالاشتقاق نجد $i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{R.C}}$</p>
01	0,25 0,25 0,25 0,25	<p>5- (أ) مقاومة الناقل الاومي: عند اللحظة $t = 0$ يكون $u_C = 0$ ومنه $u_R = R.i = E$</p> <p>نجد $R = \frac{E}{i_0} = \frac{6}{4.8 \times 10^{-3}} = 1250 \Omega$</p> <p>(ب) إثبات قيمة سعة المكثفة: من المماس عند $t = 0$ نجد $\tau = R.C$ من البيان</p> <p>$C = \frac{\tau}{R} = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{1250} = 2 \mu F$</p>
03,25	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,25 0,25 0,25 0,5	<p>6- (أ) إثبات المعادلة التفاضلية: لدينا $u_C + u_L = 0$ ومنه $u_C + L \frac{di}{dt} = 0$ حيث</p> <p>بالاشتقاق والتعويض نجد $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{L.C} u_C = 0$ $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$</p> <p>(ب) المنحنى الموافق لحل المعادلة التفاضلية هو الشكل 4-</p> <p>التعليل: المعادلة التفاضلية حلها جيبي والوشية مثالية (لا تحتوي مقاومة داخلية) حيث لا تستهلك الطاقة ومنه لا يحدث تخامد في الاهتزازات (ثبات في السعة)</p> <p>(ج) حساب ذاتية الوشية: تعطى عبارة الدور الذاتي بالعلاقة: $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$</p> <p>ومن المنحنى البياني $T_0 = 2,8 \times 10^{-3} s$ بالمطابقة نجد $L = \frac{T_0^2}{(2\pi)^2 \times C} = 0,1 H$</p> <p>(د) حساب الطاقة المخزنة في المكثفة: $E(C) = \frac{1}{2} C u_C^2$</p> <p>عند $t = 0s$ نجد $E(C) = 3,6 \times 10^{-5} \text{ joules}$</p> <p>عند $t = \frac{T}{4} s$ نجد $E(C) = 0 \text{ joules}$</p> <p>(هـ) التفسير: خلال ربع الدور يتناقص التوتر بين طرفي المكثفة من قيمته الأعظمية (6V) إلى الصفر بسبب انتقال الطاقة من المكثفة إلى الوشية دون ضياع.</p>

<p>0,25</p> <p>1,75</p> <p>0,75</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>	<p>أ- الظاهرة الكهربائية : شحن المكثفة</p>	<p>-1</p>  <p>ب-</p> <p>ج) المعادلة التفاضلية: $\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC}U_C = \frac{E}{RC}$</p> <p>د) $u_c(t) = E(1 - e^{-t/RC})$ هو حل للمعادلة التفاضلية</p>
<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>1,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	<p>أ- المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار :</p>	<p>-2</p> $\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{E}{L}$ <p>ب- ايجاد عبارة كل من: A و B</p> $i(t) = Ae^{\frac{R}{L}t} + B$ $\frac{di(t)}{dt} = -\frac{AR}{L}e^{\frac{R}{L}t}$ $-\frac{AR}{L}e^{\frac{R}{L}t} + \frac{R}{L}(Ae^{\frac{R}{L}t} + B) = \frac{E}{L}$ $\frac{RB}{L} = \frac{E}{L} \Rightarrow B = \frac{E}{R}$ $i(0) = A + B = 0 \Rightarrow A = -\frac{E}{R}$
<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>2,75</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	<p>أ) ارفاق كل منحنى بالوضع المناسب للبادلة شدة التيار في الوشيعة تتزايد مع مرور الزمن بينما في المكثفة تتناقص و بالتالي البيان (a) يوافق البادلة في الوضع (2) و البيان (b) يوافق البادلة في الوضع (1) و هو $u_c(t)$.</p> <p>ب- قيم المقادير E, R, C, L</p> <p>من البيان (b) : $u_{cmax} = E = 6V$</p> <p>من البيان (a) : $R = \frac{E}{I_{max}}$</p> <p>$R = 500\Omega$</p> <p>من البيان (b) : $\tau_b = 10ms$</p> <p>$C = \frac{\tau_b}{R}$</p> <p>$C = 2 \times 10^{-5} F$</p> <p>$\tau_a = 1ms$</p> <p>$\tau_a = \frac{L}{R}$</p> <p>من البيان (a) :</p> <p>$L = 500mH = 0,5H$</p>	<p>-3</p>

تستعمل الوشائع، المكثفات والنواقل الأومية في الدارة الكهربائية لمختلف الأجهزة الكهربائية، ولإبراز دور (تصرف) هذه العناصر الكهربائية، قام أستاذ مع فوج من تلاميذ السنة النهائية بتركيب الدارتين الكهربائيتين الآتيتين:

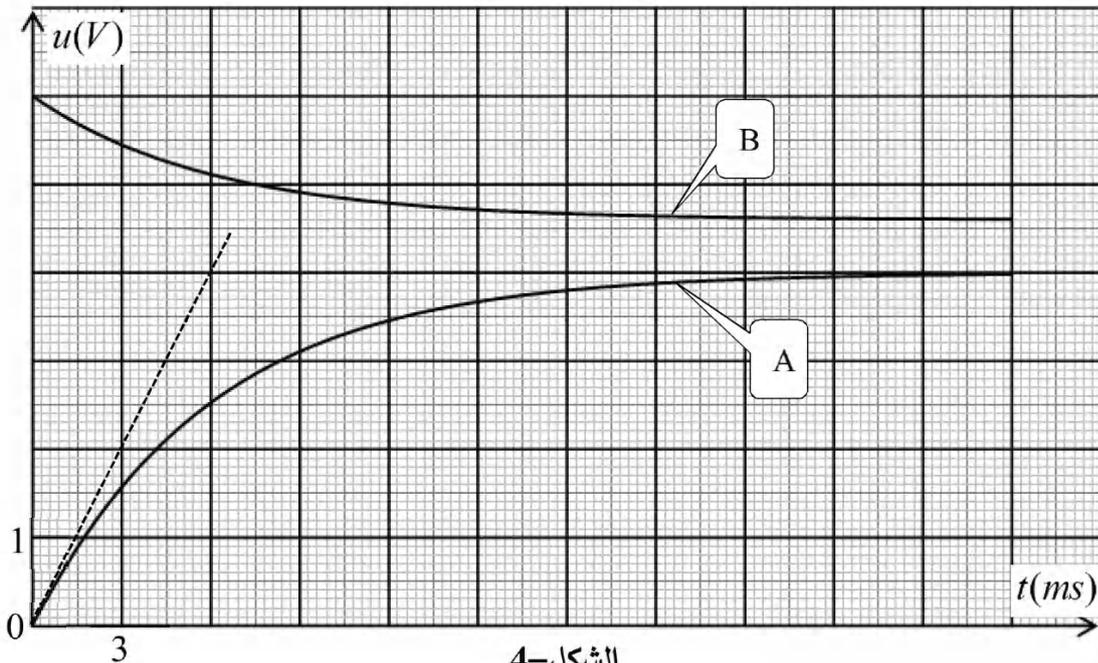
I. التركيب الأول الممثل في الشكل-3 والمكون من:



الشكل-3

- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية r .
- ناقلين أوميين مقاومتها R_1 ، $R_2 = 80 \Omega$.
- مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية E .
- قاطعة K .
- راسم اهتزاز رقمي ذو ذاكرة.

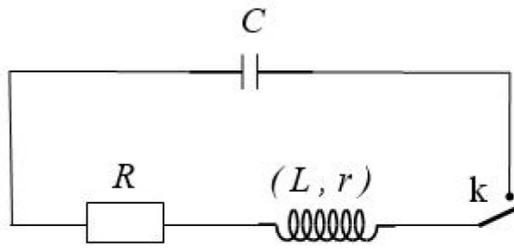
نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ نحصل على المنحنيين البيانيين الممثلين في الشكل-4.



الشكل-4

- 1) عيّن المنحنى البياني الذي يمثل التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_2 ، علل .
- 2) أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار المار في الدارة .
- 3) اعتمادا على الشكل-4:
 - أ) أوجد قيمة E .
 - ب) حدّد قيمة كل من: r ، R_1 .
 - ج) احسب قيمة L بطريقتين مختلفتين.

II. التركيب الثاني الممثل في الشكل-5 والمكون من:



الشكل-5

- الوشعية السابقة

- مكثفة سعتها $C = 47 \mu F$ مشحونة كلياً .

- ناقل اومي مقاومته $R = 28 \Omega$.

- قاطعة K .

- راسم إهتزاز رقمي ذو ذاكرة .

نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ نحصل على المنحنيين البيانيين

الممثلين في الشكل-6 .

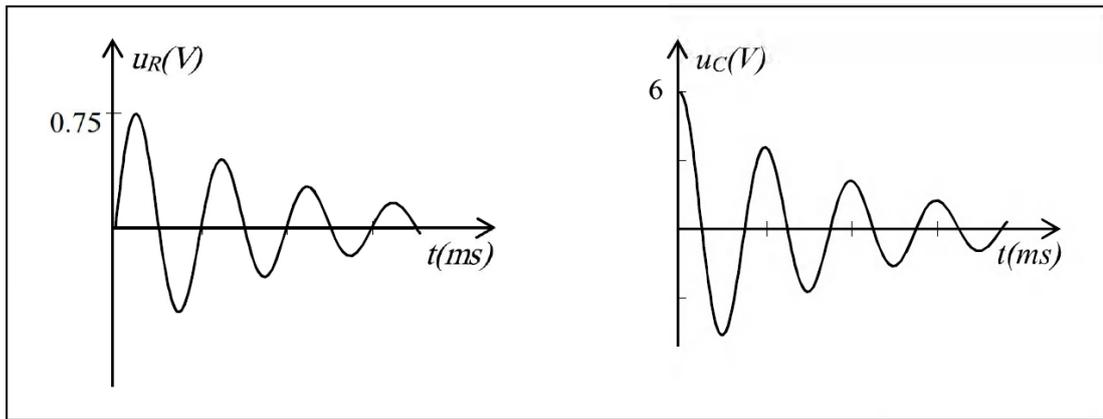
(1) كيف تتحقق تجريبياً من أن المكثفة مشحونة؟

(2) ما هو نمط الإهتزازات الملاحظ؟ علل.

(3) احسب قيمة الطاقة الكلية للدائرة عند اللحظتين $t = 0$ و $t = T/4$ حيث T هو شبه الدور للاهتزازات

الكهربائية. ماذا تستنتج؟

(4) كيف تتوقع شكل المنحنى البياني $u_C(t)$ عند حذف الناقل الأومي R ؟



حل التمرين 14:

0,5	0,5	-1-I المنحنى البياني الذي يوافق u_{R2} هو المنحنى A (عند اللحظة $t = 0$ يكون $u_R = 0$)
0,75	0,25 0,25 0,25	2- المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار $u_{R1} + u_{R2} + u_b = E$ نجد $R_1 i + R_2 i + r i + L di/dt = E$ $(R_1 + R_2 + r)i + L di/dt = E$, نخلص إلى $\frac{di}{dt} + \frac{(R_1 + R_2 + r)}{L} i = \frac{E}{(R_1 + R_2 + r)}$

	0,25	$E = 6 V$ قيمة E (أ-3)
	0,25	(ب- قيمة r : لدينا $u_{\max} = (r + R_2).i_0$ ولدينا $i_0 = \frac{u_{R_2}}{R_2} = \frac{4}{80} = 0.05 A$
	0,25	نجد $r = \frac{u_{\max}}{i_0} - R_2 = 12 \Omega$
	0,5	قيمة R_1 : $E = (r + R_2 + R_1).i_0$ نجد $R_1 = 28 \Omega$
03,25	0,5	(ج- قيمة L : ط1: من البيان $\tau = 0.006 s$ نجد $L = \tau(R_1 + R_2 + r) = 0.72 H$
		$L \left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0} = E \Rightarrow \frac{L}{R_2} \left(\frac{du_{R_2}}{dt} \right)_{t=0}$
	1,25	ط2: $L = \frac{E.R_2}{\left(\frac{du_{R_2}}{dt} \right)_{t=0}}$
		من البيان A: $\left(\frac{du_{R_2}}{dt} \right)_{t=0} = \frac{2}{3} \times 10^3 V / s$ ومنه $L = 0,72 H$
0,5	0,5	(II – 1) - التحقق التجريبي: توصيل طرفي المكثفة بجهاز الفولط متر ، انحراف المؤشر يدل على أنها مشحونة.
0,25	0,25	(2) - نمط الاهتزازات حرة متخامدة لأنها لا تستقبل طاقة من الوسط الخارجي وتحتوي الدارة على ناقل أومي .
01,25	0,5	(3) - حساب الطاقة الكلية: $E_T = E_c(0) = \frac{1}{2} C.u_c^2(0)$
	0,5	عند $t = 0$: $E_T = E_c(0) = \frac{1}{2} C.u_c^2(0) = 8.5 \times 10^{-4} J$
	0,5	عند $t = T/4$: $E_T = E_L(T/4) = \frac{1}{2} L.i^2(T/4) = 2.58 \times 10^{-4} J$
	0,25	ومنه $E_T(0) > E_T(T/4)$ ومنه ضياع في الطاقة (طاقة غير محفوظة)
0,5	0,5	(4) - عند حذف الناقل الأومي يزداد زمن التخامد دون تأثر الدور ، يكون ضياع الطاقة أقل (يقبل التفسير بيانياً)



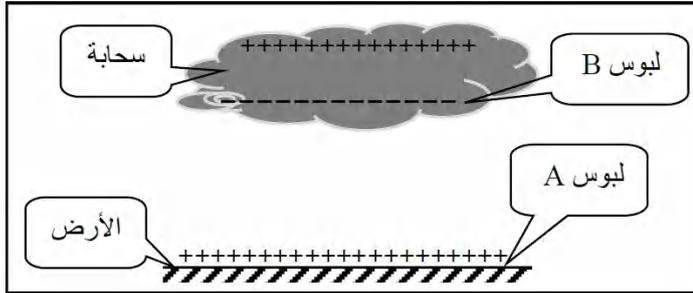
LeCongolais

هل تعلم؟ في 27 أكتوبر 1998، قتلت الصاعقة فريق كرة قدم بأكمله في جمهورية الكونغو الديمقراطية.

أثناء العاصفة الرعدية، تُسبب التيارات العنيفة في السحاب تصادمات بين جزيئات الماء، تظهر شحنات موجبة وشحنات سالبة. الشحنتان متعاكستان ومنفصلتان: قاعدة السحابة مشحونة سلبًا والجزء العلوي إيجابيًا. في نفس الوقت تكون التربة مشحونة إيجابيًا كما بالشكل I النمذج للصورة المقابلة.

وبالتالي، فإنها تشكل مكثفة مشحونة، أحد لبوسها هو الأرض (اللبوس A الموجب) والآخر قاعدة السحابة (اللبوس B السالب)، سعتها C، التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة هو $U_{AB} = E = 10^8 \text{ V}$.

يهدف هذا التمرين إلى حساب المقاومة الكهربائية للهواء وذاتية وشيعة.



الشكل 1. رسم تخطيطي للصورة

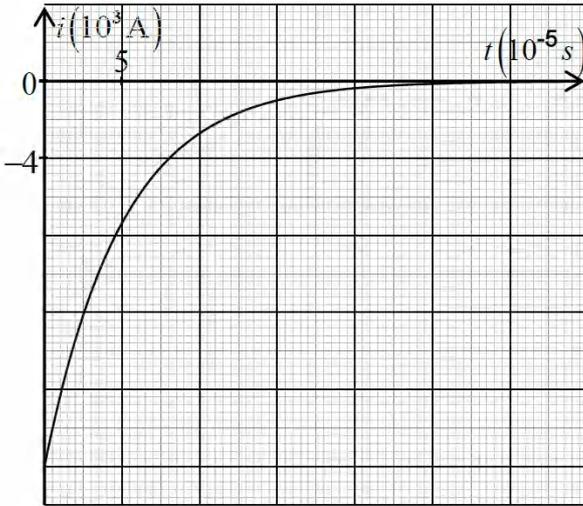
1. البرق ظاهرة كهربائية طبيعية تحدث نتيجة تفريغ كهربائي في الهواء الرطب ما بين الأرض وسحابة. نعتبر الهواء الرطب ناقلًا أوميا مقاومته R.

تتطور شدة التيار الكهربائي أثناء التفريغ وفق المنحنى البياني الشكل 2.

1.1. ارسم شكلا تخطيطيا لدارة التفريغ الكهربائية النمذجة للظاهرة الموصوفة بالشكل 1.

2.1. بتطبيق قانون جمع التوترات الكهربائية، أسس المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار $i(t)$.

3.1. بيّن أن: $i(t) = -I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة.



الشكل 2. تطور شدة التيار الكهربائي بدلالة الزمن

4.1. باستغلال البيان (الشكل 2):

1.4.1. استخراج قيمة كل من شدة التيار الكهربائي العظمى I_0 وثابت الزمن τ لثنائي القطب R, C .

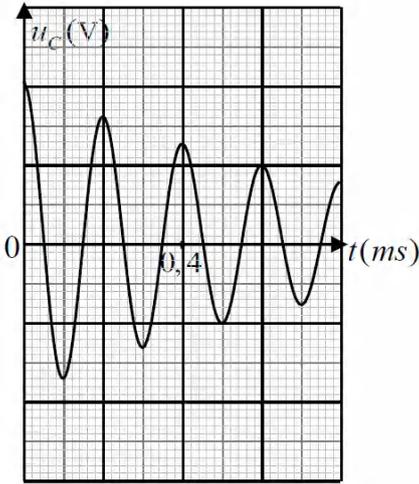
2.4.1. احسب قيمة R واستنتج قيمة سعة المكثفة C .

5.1. المثان القائلان «عندما يهدر الرعد، اذهب إلى الداخل» و«إذا كان هناك برق بالقرب من موقعك، فأنت لست آمنا بالخارج». على ضوء هذا أعط بعض قواعد الحماية من الصاعقة.

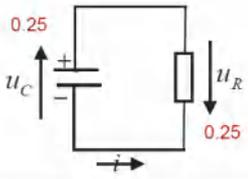
2. نربط مكثفة مشحونة سعتها $C = 10^{-2} \mu F$ مع وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r .
بواسطة التجريب المدعم بالحاسوب (ExAO) تم الحصول على منحنى تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_C(t)$ الشكل 3.

1.2. حدّد نمط الاهتزاز واستنتج قيمة شبه الدور T .

2.2. جد قيمة ذاتية الوشيعة L باعتبار $T \approx T_0$.
حيث: T_0 الدور الذاتي للدارة المثالية L, C .



الشكل 3. تطور التوتر $u_C(t)$

	3×0.25		<p>1.1. الشكل التخطيطي لدارة التفريغ الكهربائية المنمذجة للظاهرة الموصوفة.</p> <p>($i < 0$) 0.25</p>
	4×0.25		<p>2.1. تأسيس المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار $i(t)$: بتطبيق قانون جمع التوترات الكهربائية $u_C(t) + u_R(t) = 0$ أو $\begin{cases} u_C(t) = \frac{1}{C} \cdot q(t) \\ u_R(t) = R \cdot i(t) \end{cases}$ $\frac{1}{C} \cdot \frac{dq(t)}{dt} + R \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$ 0.25 باشتقاق طرفي المعادلة بالنسبة للزمن $\frac{1}{C} \cdot q(t) + R \cdot i(t) = 0$ 0.25 حيث $\frac{di}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot i = 0$</p>
	4×0.25		<p>3.1. لنبين أن: $i(t) = -I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ حلاً للمعادلة التفاضلية السابقة: نشتق $i(t)$ بالنسبة للزمن نجد $\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$، نعوض في المعادلة التفاضلية السابقة ومنه $i(t) = -I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ وحل المعادلة التفاضلية. 2×0.25</p>
5	3×0.25		<p>1.4.1. باستغلال البيان (الشكل 2) لتستنتج قيمة كل من: - شدة التيار الكهربائي العظمى I_0: عند اللحظة $t = 0$ يكون $i(t = 0) = -I_0 = -2 \cdot 10^4 A$ ومنه $I_0 = 2 \times 10^4 A$ 0.25 - ثابت الزمن τ: عند اللحظة $t = \tau$ يكون $i(t = \tau) = -0,37 \cdot I_0 = -0,74 A$ 0.25 نحصل على $\tau = 5 \times 10^{-5} s$. 0.25 ملاحظة: يمكن تحديد قيمة ثابت الزمن τ بطريقة المماس عند المبدأ.</p>
	4×0.25		<p>2.4.1. استنتاج كل من: - قيمة R: $E = R \cdot I_0 \Rightarrow R = \frac{E}{I_0} = \frac{10^8}{2 \cdot 10^4} = 5000 \Omega = 5 k\Omega$ 0.25 - قيمة سعة المكثف C: $\tau = R \cdot C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{5} = 10 nF$ 0.25</p>
	0.5		<p>5.1. بعض قواعد الحماية من البرق: نكر قاعدتين على الأقل - تجنب التواجد في المرتفعات العالية عند حدوث البرق. - تجنب التواجد قرب الأبراج المعدنية. - تجنب التواجد قرب مصادر المياه.</p>
1	2×0.25		<p>1.2. تحديد نمط الاهتزاز واستنتاج قيمة شبه الدور T: - نمط الاهتزاز: اهتزازات كهربائية حرة متخامدة - استنتاج قيمة شبه الدور T: $2 \cdot T = 0,4 \Rightarrow T = \frac{0,4}{2} = 0,2 ms$</p>
	2×0.25		<p>2.2. قيمة ذاتية الوشيجة L باعتبار أن $T \approx T_0$ $T \approx T_0 = 2 \cdot \Pi \sqrt{L \cdot C} \Rightarrow L = \frac{T^2}{4 \cdot \Pi^2 \cdot C} = \frac{4 \cdot 10^{-8}}{40 \cdot 10^{-8}} = 0,1 H$ 0.25</p>