الأستاذ : قطار أحمد يسين

❖ تتميز كُل الأنوية المُشعة (الغير مُستقرة) بثلاث ثوابت $(\tau, t_{\frac{1}{2}}, \lambda)$, يكفي معرفة أحدُها

لنستنتج الباقين إنطلاقا من العلاقتين : $\boxed{\tau \times \lambda = 1}$ $\boxed{\ln 2 = t_{\frac{1}{2}} \times \lambda}$

حيث :
- τ : ثابت الزمن
- $t_{\frac{1}{2}}$: نصف العُمر
- λ : ثابت النشاط الإشعاعي (ثابت التفكك)

❖ في أغلب البيانات , نستخرج أحد الثوابت وإنطلاقا من العلاقتين فوق نستنتج قيمة : λ أو $t_{\frac{1}{2}}$ أو τ .

✓ **الحالة 01 :** $N = f(t)$

✓ هذا البيان $N = f(t)$ يمثل تغيرات عدد الأنوية المتبقية N بدلالة الزمن t

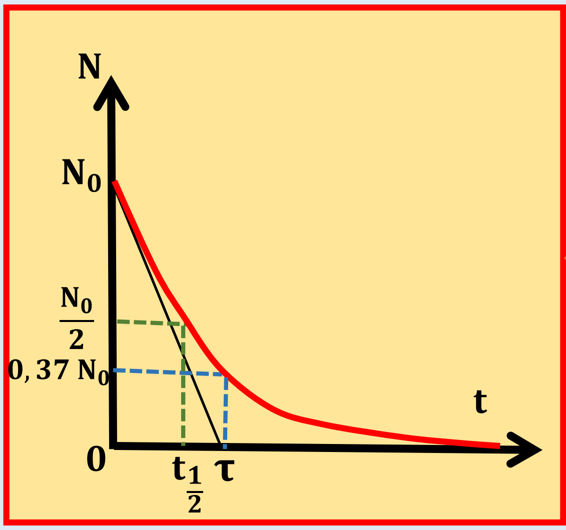
✓ المنحنى البياني يوافق عبارة التناقص الإشعاعي :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

✓ دالة أسية متناقصة حيث τ يوافق نقطة تقاطع محور الفواصل مع المماس عند الصفر , أو يوافق

$$N(\tau) = 0{,}37\, N_0$$

✓ ولإستخراج زمن نصف العُمر : $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{N_0}{2}$



الإثبات الرياضي

- $N(\tau) = N_0 e^{-\lambda\tau} = N_0 e^{-\frac{1}{\tau}\tau} = N_0 e^{-1} = 0{,}37 N_0$

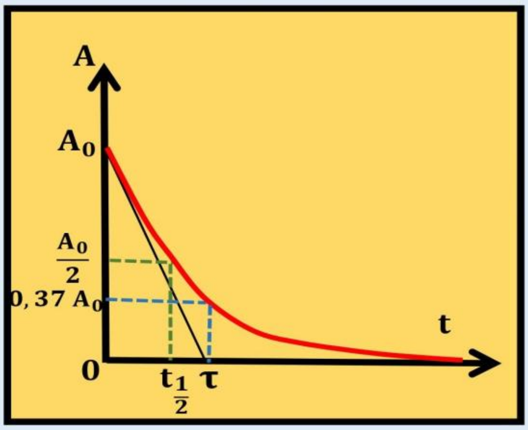
- $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = N_0 e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}} = N_0 e^{-\lambda \times \frac{\ln 2}{\lambda}} = N_0 e^{-\ln 2} = N_0 e^{\ln 2^{-1}} = N_0 \times 2^{-1} = 0{,}5\, N_0$

ملاحظة :

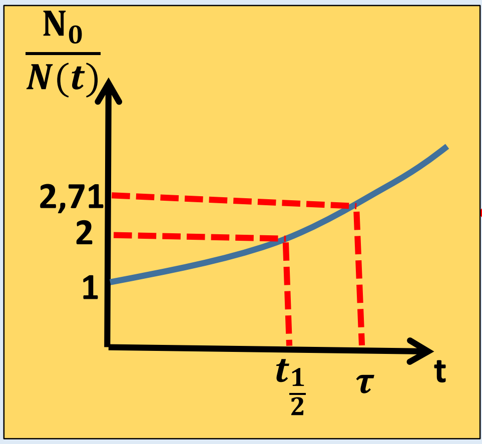
- نفس الشيىء في حالة $m(t)$, $n(t)$, $A(t)$, حيث نعتمد على العلاقات وبنفس الطريقة في كل منحنى بياني حيث :

حيث :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$
$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$$
$$n(t) = n_0 e^{-\lambda t}$$
$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$



✓ الحالة 02 : المنحنى البياني : $\frac{N_0}{N(t)} = f(t)$



• $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$

$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{e^{\lambda t}}$ نقلب الطرفين

$\frac{N_0}{N(t)} = \frac{e^{\lambda t}}{1} \Rightarrow \frac{N_0}{N(t)} = e^{\lambda t}$

• $t = t_{\frac{1}{2}} : \frac{N_0}{N(t_{\frac{1}{2}})} = e^{\lambda t_{\frac{1}{2}}} = e^{\lambda \times \frac{ln2}{\lambda}} = e^{ln2} = 2$

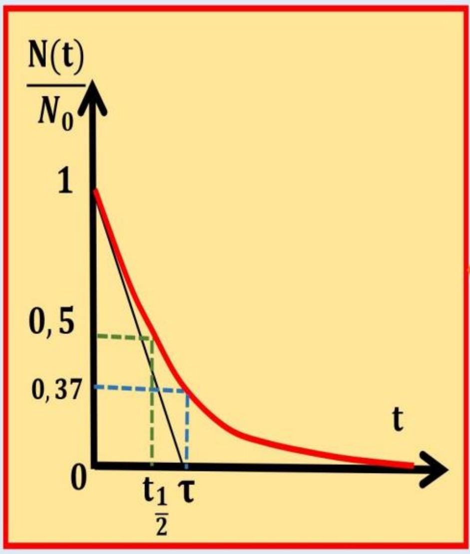
• $t = \tau : \frac{N_0}{N(\tau)} = e^{\lambda \times \tau} = e^{\lambda \times \frac{1}{\lambda}} = e^{1} = 2,71$

• $t = 0 : \frac{N_0}{N(0)} = e^{\lambda \times 0} = 1$

✓ رياضيا لو نشتق: $(e^{\lambda t})' = \lambda e^{\lambda t} =$ موجب

فهي دالة أسية متزايدة كما في المنحنى .

✓ الحالة 03 : المنحنى البياني : $\frac{N(t)}{N_0} = f(t)$



• $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$

• $t = t_{\frac{1}{2}} : \frac{N\left(t_{\frac{1}{2}}\right)}{N_0} = e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}} = e^{-\lambda \times \frac{ln2}{\lambda}} = e^{-ln2}$

$= e^{ln2^{-1}} = 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$

• $t = \tau : \frac{N(\tau)}{N_0} = e^{-\lambda \tau} = e^{-\lambda \times \frac{1}{\lambda}} = e^{-1} = 0,37$

• $t = 0 : \frac{N(0)}{N_0} = e^{-\lambda \times 0} = 1$

✓ رياضيا لو نشتق: $(e^{-\lambda t})' = -\lambda e^{\lambda t} =$ سالب

فهي دالة أسية متناقصة كما في المنحنى .

✓ الحالة 04 : المنحنى البياني $ln\, N = f(t)$

- $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ندخل ln على الطرفين

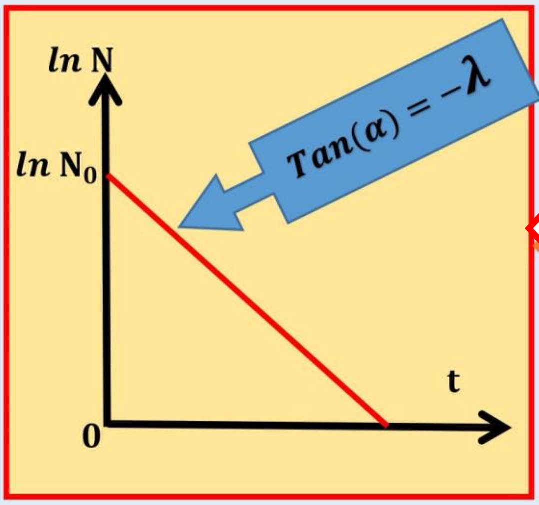
$\ln N = \ln(N_0 e^{-\lambda t})$ ⇒ $\ln N = \ln N_0 + \ln e^{-\lambda t}$

⇒ $\ln N = -\lambda t + \ln N_0$

✓ هذه معادلة مستقيم لا يمر بالمبدأ من الشكل :

$y = \tan\alpha\ t + b$

$\begin{cases} \ln N_0 = b & (\text{نقطة تقاطع المنحنى مع محور التراتيب } b) \\ -\lambda = \tan\alpha & (\text{تمثل الميل أو معامل التوجيه } \tan\alpha) \end{cases}$

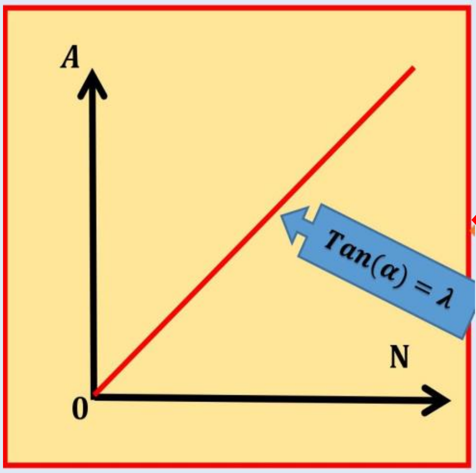


✓ الحالة 05 : المنحنى البياني $ln\, A = f(N)$

✓ العلاقة التي تربط تناقص النشاط الإشعاعي A بدلالة الأنوية المتبقية $N(t)$ هي $A(t)= \lambda \times N(t)$,
مباشرة هي معادلة مستقيم يمر بالمبدأ من الشكل :

$y = \tan\alpha\ t$

$\begin{cases} A = \lambda \times N \\ y = \tan\alpha\, t \end{cases}$ ⇒ $\lambda = \tan\alpha$



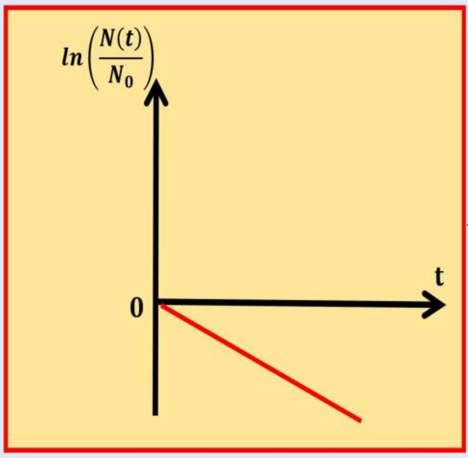
الحالة 06 : المنحنى البياني $ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = f(t)$

- $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ⇒ $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$ ⇒

ندخل ln على الطرفين $\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \ln e^{-\lambda t}$ ⇒

$\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t$ ⇐ $\begin{cases} \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t \\ y = \tan\alpha\, t \end{cases}$

✓ هذه معادلة مستقيم يمر بالمبدأ معامل توجهية سالب فهو نازل نحو الأسفل إذن : $-\lambda = \tan\alpha$



الحالة 07 : المنحنى البياني $N_d(t) = f(t)$

● المنحنى يمثل التزايد في الأنوية المتشكلة (المتفككة)

$N_d(t)$ بدلالـة الزمن t : حيث $N_d(t) = N_0(1 - e^{-\lambda t})$

$$\bullet [N_d(t)]' = [N_0(1 - e^{-\lambda t})]' = [N_0 - N_0 e^{-\lambda t}]' =$$

$$-(-\lambda N_0 e^{-\lambda t}) = +\lambda N_0 e^{-\lambda t} = \text{موجب}$$ (إذن البيان أسي مُتزايد)

$$\bullet\ t = 0 \quad : N_d(0) = N_0(1 - e^{-\lambda \times 0}) = 0$$

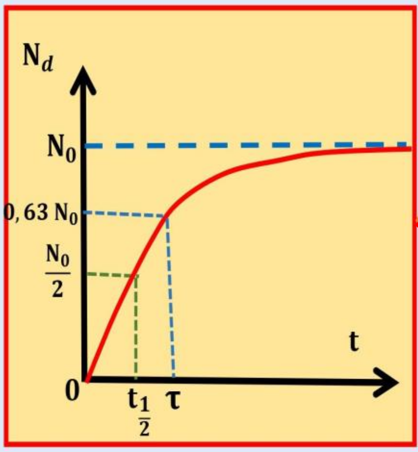
$$\bullet t = t_{\frac{1}{2}} : N_d\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = N_0\left(1 - e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}}\right) = N_0\left(1 - e^{-\lambda \frac{ln2}{\lambda}}\right)$$

$$N_0(1 - e^{-\ln 2}) = N_0(1 - e^{\ln 2^{-1}}) = N_0(1 - 2^{-1})$$

$$= 0{,}5N_0$$

$$\bullet t = \tau \ : \ N_d(\tau) = N_0(1 - e^{-\lambda\tau}) = N_0\left(1 - e^{-\lambda\frac{1}{\lambda}}\right)$$

$$N_0(1 - e^{-1}) = 0{,}63N_0$$



الحالة 08 : المنحنى البياني $-ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = f(t)$

$$\bullet\ N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow$$

ندخل على الطرفين ln

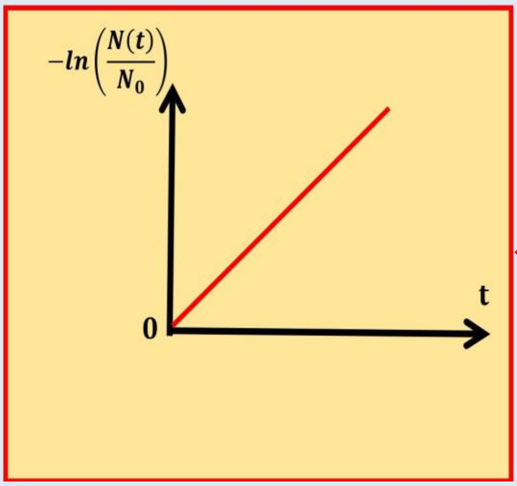
$$\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \ln e^{-\lambda t} \Rightarrow$$

$$\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t \Rightarrow -\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \lambda t$$

$$\begin{cases} -\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \lambda t \\ y = \tan\alpha\ t \end{cases}$$

✓ هذه معادلة مستقيم يمر بالمبدأ معامل توجيهه موجب فهو

إذن : $\lambda = \tan\alpha$



الحالة 09 : المنحنى البياني $-lnN = f(t)$

- $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ندخل على الطرفين ln

$\ln N = \ln(N_0 e^{-\lambda t})$ ⇒ $\ln N = \ln N_0 + \ln e^{-\lambda t}$

$\ln N = -\lambda t + \ln N_0$ نضرب الطرفين في $(-)$

⇒ $-\ln N = \lambda t - \ln N_0$

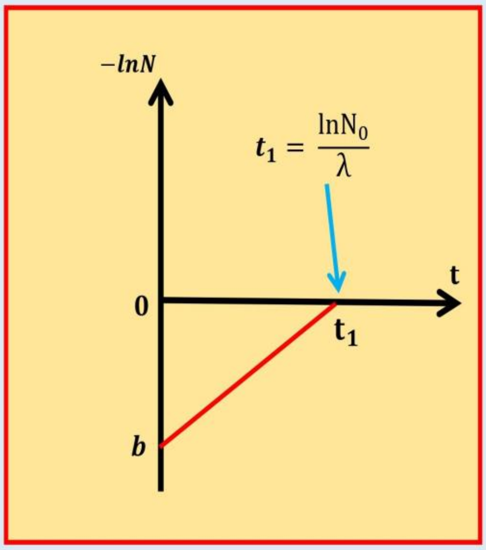
✓ هذه معادلة مستقيم لا يمر بالمبدأ إذن :

$$\begin{cases} -\ln N = \lambda t - \ln N_0 \\ y = \tan\alpha\, t + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\ln N_0 = b \ (\text{نقطة تقاطع المنحنى مع محور التراتيب } b) \\ \lambda = \tan\alpha \ (\tan\alpha \text{ تمثل الميل أو معامل التوجيه}) \end{cases}$$

- $-\ln N(t_1) = \lambda t_1 - \ln N_0$ $\qquad 0 = \lambda t_1 - \ln N_0$

$\lambda t_1 = \ln N_0$ $\qquad t_1 = \frac{\ln N_0}{\lambda}$



الحالة 10 : المنحنى البياني $\ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = f(t)$

- $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ⇒ $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$ ⇒ $\frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{e^{\lambda t}}$

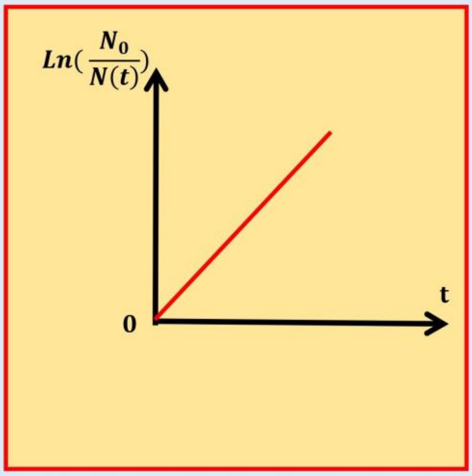
نقلب الطرفين $\frac{N_0}{N(t)} = e^{\lambda t}$ ندخل على الطرفين ln

$\ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = \lambda t$ ⇒ $\ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = \lambda t$

$$\begin{cases} \ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = \lambda t \\ y = \tan\alpha\, t \end{cases}$$

✓ هذه معادلة مستقيم يمر بالمبدأ معامل توجيهه موجب فهو

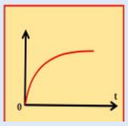
إذن : $\lambda = \tan\alpha$



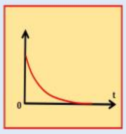
خلاصة

- توجد بعض البيانات الأخرى المحتملة الأساس هو فهم الفكرة وليس حفظها ثم تطبيق نفس المراحل حيث نميز كخلاصة:

علاقة أسية (تحتوي على $e^{f(x)}$) بعد إشتقاقها نعرفها إما تكون :



دالة أسية متزايدة



دالة أسية متناقصة

معادلة مستقيم من الشكل : $y = \tan\alpha\, t + b$

مستقيم لا يمر بالمبدأ : $y = \tan\alpha\, t + b$

مستقيم يمر بالمبدأ : $y = \tan\alpha\, t$