التحضير الجيد للبكالوريا

الشعب:

علوم تجريبية | رياضيات | تقني رياضي | تسيير وإقتصاد

ملخص حول

المتتاليات العددية

إعداد الأستاذ:

قويسم إبراهيم الخليل

آخر تحديث:

2020 / 12 / 05

1 دراسة اتجاه تغير متتالية U_n

درس إشارة الفرق $U_{n+1} - U_n$:

- في حالة: $U_{n+1} - U_n > 0$ فإن: (U_n) متزايدة تماما.
- في حالة: $U_{n+1} - U_n < 0$ فإن: (U_n) متناقصة تماما.
- في حالة: $U_{n+1} - U_n = 0$ فإن: (U_n) ثابتة

2 تقارب وتباعد متتالية

- إذا كانت $\lim U_n = l$ حيث: $(l \in \mathbb{R})$ فإن: (U_n) متقاربة.
- في الحالات الأخرى (U_n) متباعدة.

نتائج (حول تقارب متتالية):

- إذا كانت (U_n) متزايدة تماما وَ محدودة من الأعلى $(U_n \leq A)$ فهي متقاربة.
- إذا كانت (U_n) متناقصة تماما وَ محدودة من الأسفل $(U_n \geq A)$ فهي متقاربة

متتالية ثابتة

(U_n) ثابتة معناه:

$\boxed{U_{n+1} = U_n = \alpha}$

حيث: $\alpha \in \mathbb{R}$

(كل الحدود متساوية وتساوي الحد الأول)

3 المتتالية الحسابية

1) طريقة اثبات أن المتتالية (U_n) حسابية:

يكفي أن نثبت أن:

- الفرق $(U_{n+1} - U_n)$ عدد ثابت، أي $\boxed{U_{n+1} - U_n = r}$
- أو نكتب U_{n+1} بدلالة U_n، فنجد: $\boxed{U_{n+1} = U_n + r}$

حيث: r عدد حقيقي: يسمى أساس المتتالية الحسابية (U_n)

2) عبارة الحد العام لمتتالية حسابية:

U_n بدلالة n يسمى الحد العام

- بصفة عامة: $\boxed{U_n = u_p + (n-p)r}$ علاقة تربط بين حدين مختلفين.
- $\boxed{U_n = u_0 + nr}$، في حالة u_0 هو الحد الأول.
- $\boxed{U_n = u_1 + (n-1)r}$، في حالة u_1 هو الحد الأول.

الخليل للرياضيات

ملاحظة (حول عبارة الحد العام لمتتالية حسابية):

- هذه العلاقات يُمكن استعمالها في حالات أخرى، وذلك بتعويض U_n بأي حد مُعطى في التمرين.
- نستعمل العلاقة $\boxed{U_n = u_p + (n-p)r}$ إذا كانت (U_n) حسابية ومعرفة بحدين مختلفين

وباستعمال العلاقة نقوم بحساب الأساس فنجد: $\boxed{r = \frac{u_n - u_p}{n-p}}$

3) مجموع حدود متتابعة من متتالية حسابية:

بصفة عامة يُحسب المجموع باستعمال العلاقة:

$$\boxed{\text{المجموع} = (\text{عدد الحدود})\left(\frac{\text{الحد الأول} + \text{الحد الأخير}}{2}\right)}$$

حيث: (عدد الحدود = دليل الحد الأخير − دليل الحد الأول + 1)

4) خاصية الوسط الحسابي:

تكون الأعداد الحقيقية a, b, c بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية حسابية إذا وفقط إذا كان: $\boxed{a + c = 2b}$

4 المتتالية الهندسية

1) طريقة اثبات أن المتتالية (U_n) هندسية:

يكفي أن نثبت أن:

- الحاصل $\left(\frac{U_{n+1}}{U_n}\right)$ عدد ثابت، أي $\boxed{\frac{U_{n+1}}{U_n} = r}$
- أو نكتب U_{n+1} بدلالة U_n، فنجد: $\boxed{U_{n+1} = qU_n}$

حيث: q عدد حقيقي: يسمى أساس المتتالية الهندسية (U_n)

2) عبارة الحد العام لمتتالية حسابية:

U_n بدلالة n يسمى الحد العام

- بصفة عامة: $\boxed{U_n = u_p \times q^{n-p}}$ علاقة تربط بين حدين مختلفين.
- $\boxed{U_n = u_0 \times q^n}$، في حالة u_0 هو الحد الأول.
- $\boxed{U_n = u_1 \times q^{n-1}}$، في حالة u_1 هو الحد الأول.

الخليل للرياضيات

ملاحظة (حول عبارة الحد العام لمتتالية هندسية):

- هذه العلاقات يُمكن استعمالها في حالات أخرى، وذلك بتعويض U_n بأي حد مُعطى في التمرين.
- نستعمل العلاقة $\boxed{U_n = u_p \times q^{n-p}}$ إذا كانت (U_n) هندسية ومعرفة بحدين مختلفين وباستعمال العلاقة نقوم بحساب الأساس فنجد: $\boxed{q^{n-p} = \frac{u_n}{u_p}}$

3) مجموع حدود متتابعة من متتالية حسابية:

بصفة عامة يُحسب المجموع باستعمال العلاقة:

$$\boxed{\text{المجموع} = (\text{الحد الأول})\left(\frac{1 - q^{\text{عدد الحدود}}}{1 - q}\right)}$$

حيث: (عدد الحدود = دليل الحد الأخير − دليل الحد الأول + 1)

4) خاصية الوسط الهندسي:

تكون الأعداد الحقيقية a, b, c بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية حسابية إذا وفقط إذا كان: $\boxed{a \times c = b^2}$

5) قوانين النهايات المتعلقة بالمتتاليات الهندسية:

- إذا كان: $q > 1$ ، فإن: $\lim(q^n) = +\infty$
- إذا كان: $-1 < q < 1$ فإنّ: $\lim(q^n) = 0$
- إذا كان: $q \leq -1$ فإنّ: $\lim(q^n)$ غير موجودة

◄ بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا ►