الطريق الى البكالوريا

عدد التمارين : 71

الشعب : علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

الأستاذ مرنيز وليد

Maths
Without pain

Pratiquez, pratiquez, pratiquez

Pratiquez autant que possible.

La seule façon de vraiment apprendre à résoudre des problèmes est d’en faire.

اخر تحديث : 28 ديسمبر 2020

السنة الدراسية

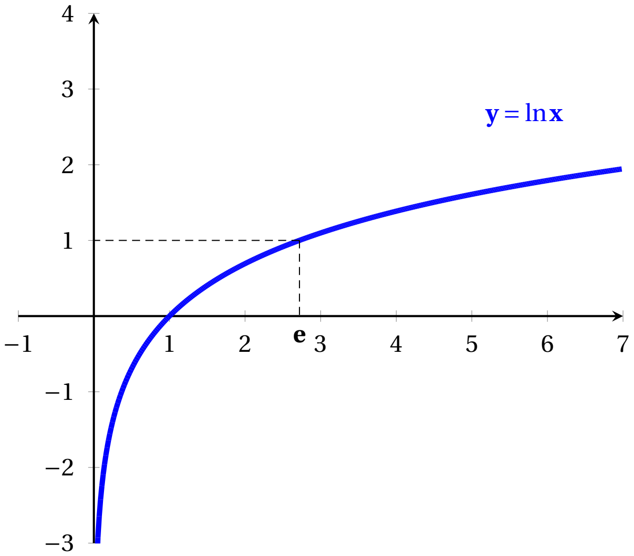
2020 - 2019

المحتويات

...

القسم I

بطاقة تعريفية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية



الخواص الجبرية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية

- $\ln 1 = 0$ ، $\ln e = 1$

من اجل كل عدد حقيقي $a > 0$ و $b > 0$:

- $\ln ab = \ln a + \ln b$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

حالة خاصة :

من اجل كل a من $]0;+\infty[$ ،

- $\ln\frac{1}{a} = -\ln a$

من اجل كل $a \in]0;+\infty[$ و من اجل كل $x \in \mathbb{R}$

- $\ln(a^x) = x\ln a$; $a^x = e^{x\ln a}$

من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ و من اجل كل $y \in]0;+\infty[$ ،

- $x = \ln y$ يكافئ $y = e^x$

من اجل كل عدد حقيقي $x > 0$ و $a > 0$:

- $\log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}$

النهايات الشهيرة للدالة اللوغاريتمية النيبيرية

- $\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$
- $\lim_{x\overset{>}{\to}0} \ln x = -\infty$

التزايد المقارن

- $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$
- $\lim_{x\overset{>}{\to}0} x\ln x = 0$
- $\lim_{x\to1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$

و من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$

- $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$
- $\lim_{x\overset{>}{\to}0} x^n\ln x = 0$

مشتقة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية

- $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$. **مثال :** $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$

اذن

$$f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$$

حل معادلات و متراجحات

- من اجل كل $a, b > 0$

$\ln a = \ln b$. يكافئ $a = b$

- **تغيير المتغير :** الاكثر الاستعمالا بوضع

$X = \ln x$

الهدف هو التحول من معادلة تتضمن لوغاريتم الى معادلة بسيطة (معادلة من الدرجة الثانية،...)

- من اجل كل $a, b > 0$

$\ln a \geq \ln b$ يكافئ $a \geq b$

(الدالة اللوغاريتمية متزايدة تماما على $]0;+\infty[$)

...

القسم II

تمارين تدريبية

رموز مفتاحية

- تمارين للتدرب في المنزل
- فكرة تستحق المحاولة
- تمارين للتدرب تتضمن افكار اساسية
- تمارين للتعمق

تمرين رقم 1:

©

احسب النهايات التالية:

- $\lim_{x\to+\infty}(x-\ln x)$
- $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+2)}{x}$
- $\lim_{x\to-\infty} x^3+3x-\ln(1-2x)$
- $\lim_{x\to+\infty} 2\ln x-\ln(x+1)$
- $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^2+1)}{x}$
- $\lim_{x\to e}\dfrac{\ln x-1}{x-e}$
- $\lim_{x\overset{>}{\to}0}(x+2)\ln x$
- $\lim_{x\to+\infty}\left[(\ln x)^2-\ln x+3\right]$
- $\lim_{x\overset{>}{\to}\frac{1}{2}}\dfrac{1}{2x-1}+\ln(2x-1)$
- $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^n}{x}$
- $\lim_{x\to+\infty}\ln(e^{2x}-e^x+1)$

تمرين رقم 2:

©

باستعمال النظريات على المشتقات احسب الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=\ln(1+x^2)$
2) $f(x)=\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$
3) $f(x)=\ln(\ln x)$
4) $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{\ln x}$
5) $f(x)=e^{-x}\ln x$
6) $f(x)=e^{x\ln x}$
7) $f(x)=\ln(1+e^x)$
8) $f(x)=\ln(e^{2x}-e^x+1)$

تمرين رقم 3:

©

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:
- $\ln x-1=0$
- $\ln|x^2-1|=0$
- $\ln x(\ln x-1)=0$
- $2(\ln x)3-7(\ln x)^2+3\ln x=0$
- $\dfrac{2-\ln x}{1+\ln x}=0$
- $\ln|2x+1|+\ln|x-1|=\ln 2$
- $(\ln x)^2-\ln x-6=0$
- $\ln|e^{2x}-1|=x$

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

- $\ln x \geq 1$
- $\ln(x+1) \leq 0$
- $\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) \leq 1$
- $\ln(x^2-2x) \leq \ln(4x-5)$
- $\ln|x^2-1| \leq 0$
- $(\ln x)^2 - \ln x \geq 0$
- $(\ln x+1)(\ln x-1) > 0$
- $\frac{2-\ln x}{1+\ln x} < 0$
- $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 + 3\ln x > 0$

تمرين رقم 4:

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2+2-2\ln(x)$.

1) ادرس تغيرات الدالة g و احسب $g(1)$.

2) استنتج انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$، $g(x) > 0$

II) f دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = x + \frac{2\ln x}{x}$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$.

ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل المستقيم (D) ذاالمعادلة $y=x$ مقاربا مائلا له عند $+\infty$

ج) حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D).

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين انه يوجد مماس وحيد (Δ) للمنحنى (C_f) ، موازيا للمستقيم (D).

ب) اكتب معادلة (Δ) .

ج) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

د) انشئ المستقيمين (Δ) و (D) و المنحنى (C_f).

هـ) ناقش بيانيا، حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx - 2\ln(x) = 0$.

تمرين رقم 5:

I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا على المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α حيث $1.5 < \alpha < 2$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{\ln x}{x^2+1}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا.

ب) عبر عن $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4) ارسم (Δ) و (C_f)

5) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}x + m$

III) h هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $h(x) = \frac{|\ln x|}{x^2+1}$

اشرح كيف يمكن رسم (C_h) منحنى الدالة h اعتمادا على (C_f) ، ثم ارسم (C_h).

تمرين رقم 6:

f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ، نسمي (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$.)

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف E يطلب تعيين احداثييها.

ب) اكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C) الذي يشمل المبدأ O.

3) ارسم (Δ) ، (D) و (C).

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m ، عدد حلول المعادلة $m^x = x$

تمرين رقم 7:

I) الدالة العددية g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم x اشارة $g(x)$.

II) الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ فان : $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ا) بين ان المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (D).

بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1 - \frac{1}{e}$ يمس المنحنى في نقطة A يطلب تعيين احداثيتها.

4) ارسم (Δ) ، (D) و C_f.

تمرين رقم 8:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \frac{1}{2}x + \ln(1 + e^{-x})$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ ، على الشكل: $f(x) = -\frac{1}{2}x + \ln(1 + e^{x})$

2) برهن ان الدالة f زوجية.

3) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

5) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') يطلب تعيين معادلتيهما.

6) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f).

7) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ: $g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{\sqrt{x}}\right)$.

(ا) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; +\infty[$ ، $g(x) = f(\ln x)$.

- استنتج اتجاه تغير الدالة g

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة g

تمرين رقم 9:

I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = 2x - 1 - \ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

3) تحقق ان $g(1) = 1$ و بين ان المعادلة $g(x) = 1$ تقبل حلا اخرا α حيث $0.1 < \alpha < 0.3$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = x^2 - x\ln x$ و $f(0) = 0$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) ا) احسب $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{f(x)}{x}$ و فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها.

د) عين دون حساب $\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

3) ا) اثبت ان $f(x)=x\left[g(x)-x+1\right]$ ، ثم احسب $f(\alpha)$.

ب) اعط حصرا لـ $f(\alpha)$

4) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') ميلاهما يساوي 1 ، يطلب كتابة معادلة كل منهما.

5) ارسم (T) ، (T') و المنحني (C_f).

تمرين رقم 10:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=1-\frac{\ln x^2}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) اثبت ان المنحنى (C_f) يقطع المستقيم $(\Delta): y=1$ في نقطتين يطلب تعيين احداثياهما.

3) احسب $f(-x)+f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

4) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-0.71;-0.70[$

5) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0;1)$ و يمس المنحنى (C_f) في نقطتين يطلب حساب احداثيات كل منهما، اكتب معادلة المماس (T)

6) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

7) ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx+1$

8) h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث: $h(x)=1+\frac{\ln x^2}{|x|}$

ا) بين ان h دالة زوجية.

ب) دون دراسة تغيرات h ، ارسم (C_h) ، علل ذلك.

تمرين رقم 11:

الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$

(C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$ وفسر النتيجتين هندسيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الترتيب 0.

4) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثياها.

5) بين ان المنحنى (C) يقطع المستقيم (d) ذا المعادلة $y=\frac{1}{2}$ في نقطتين فاصلتهما α و β حيث :
$0.4<\alpha<0.5$ و $5.3<\beta<5.4$

6) ارسم كلا من (T) و (C).

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $g(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x^2}{2x}$
وليكن (γ) منحناها البياني في المعلم السابق.

1) بين ان الدالة g فردية.

2) بين ان $g(x)=f(x)$ على مجال يطلب تحديده.

3) دون دراسة الدالة g شكل جدول تغيراتها.

4) اعتمادا على المنحنى (C) ، اشرح كيفية رسم المنحنى (γ) ، ثم ارسمه.

تمرين رقم 12:

f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right) & x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)-\frac{2}{x^2+1}$

1) بين انه، من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $g'(x)=\frac{2(x^2-1)}{x(x^2+1)^2}$

2) ادرس اشارة $g'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

3) برهن ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.5<\alpha<0.6$

4) حدد اشارة $g(x)$

II) 1) ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$

2) ا) احسب $\lim_{x\to+\infty} xf(x)$ ، يمكن وضع $t=\frac{1}{x^2}$

ب) استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3) ا) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=x\ln(x^2+1)-2x\ln x$

ب) احسب $\lim_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$

ج) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0

4) انشئ جدول تغيرات الدالة f ، ثم ارسم (C) . نأخذ $f(\alpha)\approx 0.8$

تمرين رقم 13:

I) g هي الدالة المعرفة على $]-1;3]$ كمايلي : $g(x)=2\ln(x+1)-\dfrac{x}{x+1}$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين ان المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α يحقق $-0.8<\alpha<-0.7$

3) عين، حسب قيم x اشارة $g(x)$

4) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ : $h(x)=[g(x)]^2$

ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$

ب) عين اشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h.

II) f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كمايلي :

$$u(x)=\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)} & x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

2) ا) بين انه من اجل كل x من $]-1;0[\cup]0;3]$ ، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

ب) بين ان: $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

ج) احسب $f(3)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]-1;3]$ فان : $x-\ln(x+1)\geq 0$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المماس (T)

4) عين معادلة للمستقيم (T') الموازي لـ (T) و الذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

5) ارسم (T) ، (T') و (C_f)

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

تمرين رقم 14:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=\ln(1+e^{-x})-\dfrac{1}{1+e^x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $f(x)=e^x\ln(2+e^{-x})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن وضع $t=\frac{1}{e^x}$)
2) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=-xe^x+e^x\ln(1+e^x)$
- استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
3) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- استنتج مجموعة صور $\mathbb{R}$ بواسطة الدالة f
4) بين ان المعادلة : $f(x)=\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α.
5) ارسم (C_f) منحنى الدالة f في مستو مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الجقيقي m عدد حلول المعادلة : $e^x\ln(1+e^{-x})-m=0$

تمرين رقم 15:

لتكن f الدالة العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln x}{1-\ln x} & x\in\,]0;e[\,\cup\,]e;+\infty[\\ f(0)=-1 \end{cases}$$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) بين ان $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=-1$ (يمكن وضع $t=\ln x$) ثم ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين.
ب) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{f(x)-f(0)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
2) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
3) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $x\in\,]0;e[\,\cup\,]e;+\infty[$: $f'(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)^2}$
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
5) بين انه من اجل $x\in\,]0;e[\,\cup\,]e;+\infty[$ ، $f''(x)=\frac{1+\ln x}{x^2(1-\ln x)^3}$ ثم استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
6) احسب $f(4)$ ارسم (T) و (C_f)
7) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-e;e\}$ بـ : $g(x)=f(|x|)$
ا) بين ان الدالة g زوجية.
ب) اشرح كيفية الحصول على (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_g)

تمرين رقم 16:

f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x} & x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (الوحدة$1cm$)

1) ادرس استمرارية الدالة f عند العدد 0

2) ا) ادرس اتجاه تغيرا الدالة g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\ln(1+x)-\left(x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}\right)$

ب) احسب $g(0)$ ثم استنتج انه من اجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $\ln(1+x)\leq x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}$

ج) بطريقة مماثلة بين انه اذا كان $x\geq 0$ فان : $\ln(1+x)\geq x-\dfrac{x^2}{2}$

د) تحقق انه اذا كان $x>0$ فان : $-\dfrac{1}{2}\leq\dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2}\leq-\dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{3}$

هـ) استنتج ان f قابلة للاشتقاق عند العدد 0 و ان : $f'(x)=-\dfrac{1}{2}$

3) لتكن h الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $h(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln(1+x)$

(ا) ادرس اتجاه تغير الدالة h و استنتج اشارتها على المجال $[0;+\infty[$

(ب) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x^2}$ ، واستنتج اتجاه تغير الدالة f.

(ج) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها. (نقبل ان : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$)

4) ارسم المنحنى (C).

تمرين رقم 17:

لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{1+\log_{\frac{1}{2}}(x)}{x}$.

وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $1cm$)

1. (ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا. (نقبل ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$)

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. عين نقاط تقاطع المنحنى (C) مع محور الفواصل.

4. ارسم (C).

...

القسم III

مواضيع بكالوريات جزائرية

...

1

شعبة علوم تجريبية

Ce n'est pas que je suis si intelligent, c'est que je reste plus longtemps avec les problèmes.

Albert Einstein

تمرين رقم 18:

© | علوم تجريبية - 2020 - الموضوع الأول (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1-\dfrac{\ln x}{x^2}$.

(C_f) التمثيل البياني لـ f في مستو منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (تؤخذ وحدة الطول $2cm$)

1. (أ) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

   (ب) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

   (ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

2. الدالة العددية g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^3-1+2\ln x$

   (أ) بين ان g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

   (ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$

3. (أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$

   (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين ان التمثيل البياني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ويطلب تعيين معادلة له.

5. انشئ (T) ، (Δ) و (C_f)

6. الدالة العددية h معرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=-|x|+1+\frac{\ln|x|}{x^2}$

(ا) بين ان h دالة زوجية

(ب) اشرح كيف يتم انشاء المنحنى (C_h) الممثل للدالة h انطلاقا من (C_f). (لا يطلب انشاء (C_h))

تمرين رقم 19:

© | علوم تجريبية - 2019 - الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{x-2}+\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) (ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا.

(ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ وشكل جدول تغيراتها.

3) نسمي (Γ) المنحنى البياني للدالة اللوغاريتمية النيبيرية "ln" في المعلم السابق.

(ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-\ln x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المنحنى (Γ)

4) ارسم بعناية المنحنى (Γ) ثم المنحنى (C_f)

5) H الدالة المعرفة على المجال $[3;+\infty[$ بـ : $H(x)=\int_3^x \ln(t)\,dt$ حيث t متغير حقيقي موجب تماما.

(ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين عبارة $H(x)$ بدلالة x

(ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين ذوي المعادلتين : $x=3$ و $x=4$

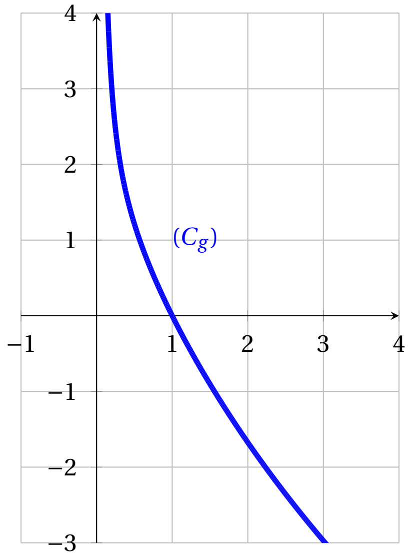
6) g الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ بـ : $g(x)=f(-2x)$

دون حساب عبارة $g(x)$ حدد اتجاه تغير الدالة g على مجموعة تعريفها.

تمرين رقم 20:

علوم تجريبية - 2018 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{1}{x}-(\ln x)^2-\ln x-1$ و (C_g) المنحنى البياني الممثل لها كما هو مبين في الشكل المقابل :



- احسب $g(1)$ ثم استنتج بيانيا اشارة $g(x)$.

II) f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{1+x\ln x}$ (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ وبين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2) ا) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(1+x\ln x)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) بين ان $y=\left(\dfrac{e^2}{e-1}x-\dfrac{e}{e-1}\right)$ هي معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور الفواصل، ثم ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

4) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $(e-1)f(x)=e^2x-me$ حلين متمايزين

III) n عدد طبيعي حيث $n>1$ ، I_n مساحة الحيز من المستوي المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=n$

ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n>1$: $I_n=\ln(1+n\ln n)$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (I_n)

تمرين رقم 21:

علوم تجريبية - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-\frac{1}{2}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) ا) بين ان: من اجل كل x من $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f'(x)=\dfrac{-8\ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) حل في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثم استنتج اشارة $f(x)$.

4) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثيها، ثم انشئ (C_f).

II) لتكن الدالة g المعرفة على $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ كمايلي: $g(x)=2[-x+ln(2x+1)]$

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g.

ب) بين ان للمعادلة $g(x)=0$ حلين احدهما معدوم و الاخر α حيث: $1.2<\alpha<1.3$

ج) استنتج اشارة $g(x)$.

2) نضع من اجل كل عدد طبيعي n اكبر تماما من 1 : $I_n=\int_n^{n+1} f(x)dx$

- اثبت ان : من اجل كل $x\geq\frac{3}{2}$ ، $0<f(x)<\frac{1}{2x+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} I_n$

تمرين رقم 22:

علوم تجريبية - 2017 - الموضوع الأول (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على D حيث $D=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{2}{3}x+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ ، التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (C_f).

1) بين ان الدالة f فردية ثم فسر ذلك بيانيا.

2) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

استنتج ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب.

3) ا) بين انه من اجل كل x من D ، $f'(x)=\frac{2}{3}\left(\frac{x^2+2}{x^2-1}\right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8<\alpha<1.9$.

5) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=\frac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

6) انشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

7) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(2-3|m|)x+3ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=0$

تمرين رقم 23:

علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الأول (07 نقاط)

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=-1+(x+1)e+2\ln(x+1)$

(حيث العدد e هو اساس اللوغاريتم النيبيري).

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α حيث: $-0.34<\alpha<-0.33$

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{e}{x+1}+\frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ا) بين ان $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)=-\infty$ و احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{-g(x)}{(x+1)^3}$. (f' هي مشتقة الدالة f).

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

د) ارسم المنحنى (C_f) (نقبل ان: $f(\alpha)\approx 3.16$)

2) ا) بين ان الدالة: $x\mapsto \frac{-1}{x+1}[1+\ln(x+1)]$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=0$ و $x=1$

3) نعتبر الدالة العددية k المعرفة على $]-1;1[$ بـ: $k(x)=f(-|x|)$ و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) بين ان الدالة k زوجية.

ب) بين كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه (دون دراسة تغيرات الدالة k).

ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $k(x)=m$

تمرين رقم 24:

© | علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الاول (06.5 نقطة)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+1-\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) احسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثم بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x}{x}+x-1$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

3) اكتب معادلة للماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 1.

4) ا) بين ان (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث: $y=x-1$ معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ)

5) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحنى (C)

6) ا) m عدد حقيقي. (Δ_m) المستقيم حيث: $y=mx-m$ معادلة له.

ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و حلول المعادلة: $f(x)=mx-m$

7) ا) جد دالة اصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

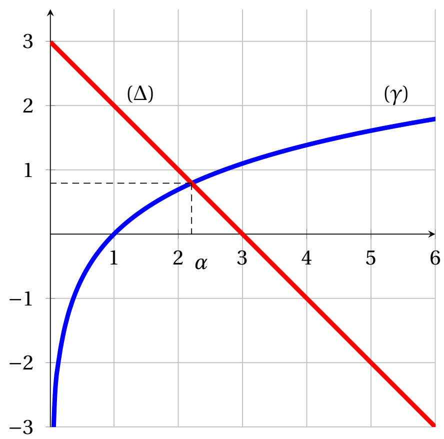
ب) احسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ، المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معالتيهما: $x=1$ و $x=n$ حيث n عدد طبيعي $(n>1)$.

ج) عين اصغر عدد طبيعي n_0 بحيث اذا كان $n>n_0$ فان: $I_n>2$

تمرين رقم 25:

علوم تجريبية - 2015 - دورة جوان، الموضوع الاول (06.5 نقطة)

المستوى منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.



I) (γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-x+3$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ)

1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة الى (Δ) على $]0;+\infty[$

2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-3+\ln x$
استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

3) تحقق ان: $2.2<\alpha<2.3$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(1-\frac{1}{x})(\ln x-2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) اثبت انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين انه: $f(\alpha)=\frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى حامل محور الفواصل، ثم انشئ (C_f) على المجال $]0;e^2]$

III) F الدالة الاصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و التي تحقق: $F(1)=-3$

1) بين أن منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

2) بين ان $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج عبارة الدالة F

تمرين رقم 26:

علوم تجريبية - 2014 - دورة جوان، الموضوع الاول (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=1+\frac{2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، فسر النتيجتين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=1$

ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

ج) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا α ، حيث $e^{-0.4}<\alpha<e^{-0.3}$

3) انشئ (T) و (C_f)

4) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كمايلي: $h(x)=1+\frac{2\ln|x|}{|x|}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x)-h(-x)=0$ ماذا تستنتج؟

ب) انشئ المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f).

ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2=(m-1)|x|$.

تمرين رقم 27:

علوم تجريبية - 2013 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج انه من اجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$. فسر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) بين انه من اجل كل x من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، حيث f' هي مشتقة الدالة f.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم تحقق ان $0<\alpha<0.5$

3) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ)

4) نقبل ان المستقيم (T) ذا المعادلة : $y=x+\frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0

ا) احسب x_0.

ب) ارسم المستقيمين المقاربين و المماس (T) ثم المنحنى (C_f).

ج) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m ، بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين.

تمرين رقم 28:

علوم تجريبية - 2012 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ كمايلي: $f(x)=x+5+6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0[$ ، $f'(x)=\frac{x^2-x-6}{x(x-1)}$
استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) ا) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب) ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

4) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-3.5<\alpha<-3.4$ و $-1.1<\beta<-1$

5) انشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

6) ا) نعتبر النقطتين $A\left(-1;3+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2;\frac{5}{2}+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$

ب) بين ان $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

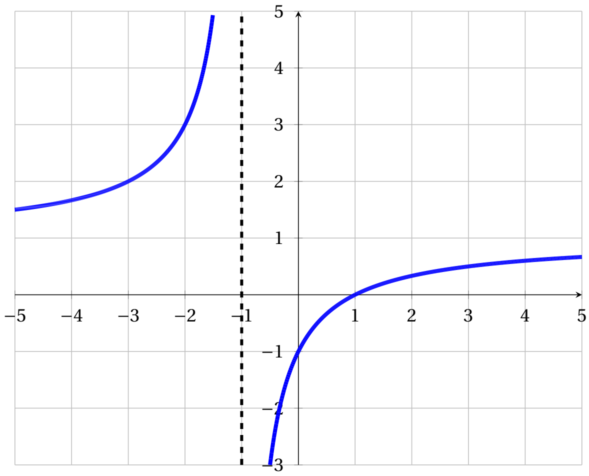
ج) بين ان المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيين احداثيتها.

7) لتكن g الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ كمايلي: $g(x)=\frac{x^2}{2}+5x+6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)+6\ln(1-x)$
بين ان g دالة اصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

تمرين رقم 29:

علوم تجريبية - 2011 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $g(x)=\frac{x-1}{x+1}$
و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الشكل المقابل)، بقراءة بيانية:



ا) شكل جدول تغيرات الدالة g

ب) حل بيانيا المتراجحة $g(x) > 0$

ج) عين بيانيا قيم x التي يكون من اجلها $0 < g(x) < 1$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$

ب) احسب $f'(x)$ و ادرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) ا) باستعمال الجزء ا) السؤال ج-، عين اشارة العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$

ب) α عدد حقيقي.
بين ان الدالة $x \mapsto (x-\alpha)\ln(x-\alpha) - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$

ج) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$ ثم عين دالة اصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

تمرين رقم 30:

© | علوم تجريبية - 2010 - دورة جوان، الموضوع الأول (10 نقاط)

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I = \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x) = 1 + \ln(2x-1)$
و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} h(x)$

2) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y = x$

4) ا) اثبت انه من اجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = \ln(x+a) + b$ حيث: a ، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) استنتج انه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية $\ln$ ثم ارسم (C) و (C_f)

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ: $g(x)=f(x)-x$

1) احسب $\lim_{x \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} g(x)$ ثم بين ان $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها

3) ا) احسب $g(1)$ ثم بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α.
تحقق ان $2<\alpha<3$

ب) ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right]$ في المعلم السابق.

4) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (d)

5) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$ فان: $f(x)$ ينتمي الى المجال $]1;\alpha[$

III) نسمي (U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كمايأتي: $u_n=f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$

ا) عين قيمة العدد الطبيعي n التي من اجلها يكون: $u_n=1+2\ln 3-3\ln 2$

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$

تمرين رقم 31:

علوم تجريبية - 2009 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

الجزء الاول:

h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1) احسب $\lim_{x \overset{>}{\to} -1} h(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} h(x)$.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x)=\frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$
واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم انجز جدول تغيراتها.

3) احسب $h(0)$ و استنتج اشارة $h(x)$ حسب قيم x.

الجزء الثاني : لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=x-1-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$
نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) باستخدام النتيجة $\lim_{t\to+\infty}\frac{e^t}{t}=+\infty$ ، برهن ان $\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$

ج) استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

د) احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

هـ) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم المقارب المائل

2) بين انه من اجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين ان المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3.3 و 3.4

4) ارسم (C_f)

5) احسب مساحة الحيز المستوى المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها:
$y=x-1$ ، $x=0$ و $x=1$

...

2

شعبة تقني رياضي

تمرين رقم 32:

تقني رياضي - 2020 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=-1+x+2\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$

II) الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{-2+(x-2)\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المنحنى (Γ)

3) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β ، ثم تحقق ان : $0.5<\alpha<0.6$ و $2.9<\beta<3$

4) ارسم (Γ) ثم (C_f).

تمرين رقم 33:

تقني رياضي - 2019 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة و المتزايدة تماما على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=(x+1)(x+e)-e(x\ln x)$

احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln(x+1)+\dfrac{e\ln x}{x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ، ثم بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(x+1)^2}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

3) ا) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α

ب) تحقق ان : $0.7<\alpha<0.8$

4) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \ln(x+1)$ على المجال $[0;+\infty[$

ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln(x+1)\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (Γ)

ج) ارسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f)

5) m وسيط حقيقي، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=\dfrac{1+e}{2}x-m$ حلين متمايزين.

6) نقبل انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln x<x+1$

ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln 2<f(x)<e+\ln(x+1)$

ب) تحقق انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$ الدالة : $x\mapsto (x+1)\ln(x+1)-x$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto \ln(x+1)$

ج) S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x=e-1 \qquad x=e^2-1$

- باستخدام جواب السؤال 6-أ)، بين ان : $(e^2-e)\ln 2<S<e^3$

تمرين رقم 34:

تقني رياضي - 2018 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;1[$ بـ: $g(x)=2-x+\ln x$

1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة على المجال $]0;1[$

ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.15<\alpha<0.16$

2) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على المجال $]0;1[$

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{1-2x+\ln x}{x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\dfrac{1-2x}{x-1}+\dfrac{\ln x}{x-1}$) ، ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g\left(\dfrac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$

ب) بين ان f متزايدة تماما على $\left]1;\dfrac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\dfrac{1}{\alpha};+\infty\right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي معادلة $y=-2$

4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) (يعطى $f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)\approx -1.8$)

5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)|=m$ حلين متمايزين.)

تمرين رقم 35:

تقني رياضي - 2017 - الدورة الأستثنائية، دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{2-\ln x}{x^2}$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.71<\alpha<1.72$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=-\dfrac{1}{2}x+2+\dfrac{-1+\ln x}{x}$.
(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-\dfrac{1}{2}x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

3) نقبل ان $f(\alpha)\approx 0.87$ و $f(\beta)=f(\gamma)=0$ حيث $0.76<\beta<0.78$ و $4.19<\gamma<4.22$

- انشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

4) ليكن λ عدد حقيقي حيث $1<\lambda\le e$ ، نرمز بـ $A(\lambda)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x=1$ و $x=\lambda$

ا) احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ

ب) عين قيمة λ حيث $A(\lambda)=\dfrac{1}{2}cm^2$

تمرين رقم 36:

تقني رياضي - 2017 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على D_f حيث $D_f=]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=-2x+3+2\ln\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين انه من اجل من x من D_f ، $f'(x) = -2 - \dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) ا) تحقق ان : من اجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ و $f(3-x)+f(x)=0$

ب) استنتج ان (C_f) يقبل مركز تناظر يطلب تعيين احداثييه.

4) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.45;0.46[$ ثم استنتج انها تقبل حلا اخر β يطلب تعيين حصر له.

5) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-2x+3$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

6) ارسم (Δ) و (C_f)

7) بين ان الدالة : $h: x \mapsto (x-1)\ln(x-1)-(x-2)\ln(x-2)$ اصلية للدالة $x \mapsto \ln\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2;+\infty[$.
ثم احسب بدلالة β مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :
$y=-2x+3$ ، $x=\beta$ و $x=3$

تمرين رقم 37:

تقني رياضي - 2016 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = \dfrac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.4<\alpha<0.5$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = 1+(x-1)\ln(x+1)$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

ب) بين ان : $f(\alpha) = -\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$. (تدور النتائج الى 10^{-2})

3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1;+\infty[$ ، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a.
نضع من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h(x) = f(x)-[f'(a)(x-a)+f(a)]$

ا) تحقق انه من اجل كل x من $]-1;+\infty[$: $h'(x) = f'(x)-f'(a)$

ب) باستعمال اتجاه تغير الدالة g ، عين اشارة $h'(x)$ حسب قيم x و استنتج اتجاه تغير h على $]-1;+\infty[$

ج) حدد الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (T_a)

4) ا) بين انه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما

ب) ارسم المماسين و المنحنى (C)

5) نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $H(x)=\frac{1}{2}(x^2-2x-3)\ln(x+1)-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x$

ا) بين ان الدالة H دالة اصلية للدالة $x\mapsto(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$

تمرين رقم 38:

© | تقني رياضي - 2016 - دورة جوان، الموضوع الثاني (06.5 نقطة)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-x\ln x$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين ان المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $3.5<\alpha<3.6$

3) استنتج اشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{\ln x}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، حيث : $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=4cm$

1) بين ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$

2) ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f'(x)=\frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$

ب) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha]$ ومتناقصة $[\alpha;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

د) احسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، فسر النتيجة هندسيا

3) بين ان : $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha}$

ا) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2})

ب) ارسم (C_f)

4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي :

$$x^2+x-2m(x+1)=\ln(x^2)...(E)$$

ا) تحقق ان المعادلة (E) يؤول حلها الى حل المعادلة : $f(x)=\frac{1}{2}x-m$

ب) عين بيانيا قيم m التي من اجلها تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $h(x)=\frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوى

ا) بين ان الدالة h زوجية

ب) ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

تمرين رقم 39:

تقني رياضي - 2015 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07.5 نقطة)

I) h الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بمايلي : $h(x)=(x+2)^2+2-2\ln(x+2)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}h(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج انه من اجل كل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)>0$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بمايلي : $f(x)=x+1+\dfrac{2}{x+2}\ln(x+2)$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]-2;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+2)^2}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

4) ا) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين احداثيها

ب) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f)

ج) احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$y=0$ ، $x=-1$ و $x=1$

III) g الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $g(x)=|x+1|+\dfrac{2}{x+2}|\ln(x+2)|$

ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة الى g ؟

ب) اعط تفسيرا لهذه النتيجة.

ج) انطلاقا من المنحنى (C_f) ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

تمرين رقم 40:

تقني رياضي - 2014 - دورة جوان، الموضوع الأول (06 نقاط)

المتسوى منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

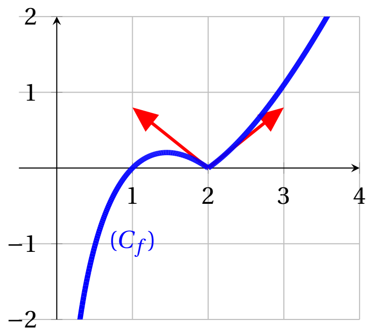
I) g الدالة المعرفة على المجال $]0;3]$ بـ : $g(x)=x\ln x+x$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) ا) بين ان المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;3]$ ثم تحقق ان $1.45<\alpha<1.46$

ب) استنتج اشارة $g(x)-2$

II) التمثيل البياني المقابل (C_f) هو الدالة f المعرفة على المجال $]0;3]$ بـ : $f(x)=|x-2|\ln x$



ا) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2

ب) اثبت ان صحة تخمينك

ج) ادرس تغيرات الدالة f

III) h الدالة المعرفة على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ كمايلي : $h(x)=(2-\cos x)\ln(\cos x)$

ا) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h) ؛ حيث (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم (Δ) و (C_h)

تمرين رقم 41:

تقني رياضي - 2013 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) الدالة g معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.31<\alpha<0.32$ وان : $\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$

3) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

II) الدالة f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=(x+1)^2+(2-\ln(x+1))^2$

(C_f) منحنى f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) اثبت انه، من اجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x+1}$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين ان : $f(\alpha)=(\alpha+1)^2(1+(\alpha+1)^2)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

5) مثل المنحنى (C_f) على المجال $]-1;2]$

III) (Γ) المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=\ln(x+1)$.

A النقطة ذات الاحداثيتين $(-1;2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x

1) اثبت ان المسافة AM تعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$

2) الدالة k معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $k(x)=\sqrt{f(x)}$

ا) بين ان للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على المجال $]-1;+\infty[$

ب) عين احداثيتي النقطة B من (Γ) ، بحيث تكون المسافة AM اصغر ما يمكن

ج) بين ان : $AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$

تمرين رقم 42:

تقني رياضي - 2012 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 + a + b\ln(x)$ حيث a و b عددان حقيقيان.

II) 1) عين a و b علما ان التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4

2) نضع $a=-2$ و $b=2$

ا) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

III) f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = x - 2 - \dfrac{2\ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق ان : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$

ج) استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

2) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x-2$ مقارب لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

ب) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، ثم جد معادلة له.

ج) ناخذ $\alpha = 1.25$. بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث : $0.6 < x_1 < 0.7$ و $2.7 < x_2 < 2.8$ ، ثم ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f)

3) نقاش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $(m+2)x + 2\ln(x) = 0$

تمرين رقم 43:

تقني رياضي - 2011 - دورة جوان، الموضوع الأول (06 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = \dfrac{a + b\ln 2x}{4x^2}$ حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. عين a و b بحيث المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2. g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = \dfrac{1+2\ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم السابق.

(ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$ ، فسر النتيجتين هندسيا.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$

(د) انشئ (C_g)

3. (ا) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $h(x)=\frac{1+\ln(2x)}{2x}$. احسب $h'(x)$
(ب) تحقق ان : $g(x)=\frac{\ln 2x}{2x^2}+\frac{1}{4x^2}$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

تمرين رقم 44:

تقني رياضي - 2009 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

1. g دالة معرفة على $[1;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=2x+\ln x$
(ا) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x الى $+\infty$
(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g
(ج) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;+\infty[$ فان $g(x)\neq 0$
2. لتكن f دالة معرفة على $[1;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\frac{6\ln x}{2x+\ln x}$
(ا) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\frac{6\frac{\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$ من اجل $x\in[1;+\infty[$
(ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟
(ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f
(د) شكل جدول تغيرات f ، ماهي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين؟
(ه) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث (C_f) برمز الى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$
3. نعتبر الدالة h المعرفة على $[1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=f(e^x)$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
(ا) شكل جدول تغيرات الدالة h
(ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1
(ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (C_f) و (C_h) في نفس المعلم السابق

...

3

شعبة رياضيات

تمرين رقم 45:

رياضيات - 2020 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $]-\infty;0]$ كمايلي : $g(x)=-2e^x$ و $h(x)=x(e^x+1)$.

حدد اشارة كل من $h(x)$ و $g(x)$ على المجال $]-\infty;0]$

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ : $f(x)=(x-3)e^x+\frac{1}{2}x^2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين انه من اجل كل x من المجال $]-\infty;0]$: $f'(x)=h(x)+g(x)$

استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;0]$

ب) احسب $f(0)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;0]$ ثم تحقق ان : $-1.5<\alpha<-1.4$

د) (P) هو التمثيل البياني للدالة : $x\mapsto \frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty;0]$

ا) احسب $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x^2\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (P) و (C_f)

ج) انشئ (P) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;0]$

هـ) ليكن m وسيطا حقيقيا، ناقش و حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $|f(x)|=e^m$ في $]-\infty;0]$

تمرين رقم 46:

رياضيات - 2019 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = x - x^2 \ln x, x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $3cm$

1. برهن ان :
   - اذا كان : $x > 1$ فان : $1 - x - 2x \ln x < 0$
   - اذا كان : $0 < x < 1$ فان : $1 - x - 2x \ln x > 0$
2. (ا) اثبت ان الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.
   (ب) ادرس الوضع النسبي لـ: (Δ) و (C_f)
3. (ا) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
   (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
4. (ا) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ)
   (ب) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]1;+\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق ان : $1.76 < \alpha < 1.77$
   (ج) اكتب معادلة للمستقيم (d) الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة ذات الاحداثيين $(\alpha;0)$.
   - ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (d) ثم المنحنى (C_f) على المجال $[0;\alpha]$
5. m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $x^2 \ln x + m = 0$ في المجال $[0;\alpha]$
6. λ عدد حقيقي حيث : $0 < \lambda < 1$ ، نعتبر: $A(\lambda) = \int_\lambda^1 -x^2 \ln x dx$
   (ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ
   (ب) احسب $\lim_{\lambda \xrightarrow{>} 0} A(\lambda)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

تمرين رقم 47:

رياضيات - 2018 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = x + 1 - \dfrac{1}{\ln x}; x \in \mathbb{R}_+^* - \{1\} \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

(يرمز بـ $\ln$ الى اللوغاريتم النيبيري).

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ا) بين ان f مستمرة عند 0 بقيم اكبر.

ب) احسب $\lim\limits_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{f(h)-f(0)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

4) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ω فاصلتها α حيث $1.49 < \alpha < 1.5$
ثم بين ان معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ω تكتب على الشكل $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha}\right)(x-\alpha)$

5) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ واستنتج اشارة $h(x)$ على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $h(x) = 1 - x + x\ln x$

ا) بين ان الدالة h متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$ واستنتج اشارة $h(x)$ على المجال $]1;+\infty[$

ب) بين انه من اجل كل $x > 1$: $f(x) - x + \frac{1}{x\ln x} = \frac{h(x)}{x\ln x}$

ج) واستنتج انه من اجل كل $x > 1$: $x - \frac{1}{x\ln x} < f(x) < x + 1$

7) A مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = \alpha$ و $x = e$. (e هو اساس اللوغاريتم النيبيري)
- بين ان $\frac{1}{2}(e^2 - \alpha^2) - \ln(\alpha+1) < A < \frac{1}{e}(e-\alpha)(e+\alpha+2)$

تمرين رقم 48:

رياضيات - 2017 - دورة جوان، الدورة الاستثنائية، الموضوع الاول (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = x + 2 - \ln x$
ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $f(x) = \frac{1}{2}\left(-x + e - \frac{\ln(x^2)}{x}\right)$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

1) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

2) ا) احسب من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x) + f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 0} f(x)$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

4) ا) اثبت انه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم جد معادلة لكل منهما.

ب) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث :
$2 < \alpha < 2.1$ و $-0.5 < \beta < -0.4$

5) ارسم المماسين و المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f)

6) باستعمال المنحنى (C_f) ، عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x(e-2m) = \ln(x^2)$ حلا وحيدا.

7) نرمز بـ $A(\alpha)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=\alpha$ ، $x=1$ و $x+2y=e$.
تحقق ان : $A(\alpha)=\frac{1}{2}(\ln\alpha)^2 cm^2$

تمرين رقم 49:

رياضيات - 2017 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=\frac{1}{x}-\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1.76;1.77[$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ $\begin{cases} f(x)=\frac{x+1}{x-\ln x};x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) اثبت ان الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين،
ثم احسب $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 0}\frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة بيانيا.

2) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$

3) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ وفسر ذلك بيانيا ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x-\ln x$

ا) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $h(x)>0$ ، و استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$

ب) ارسم (C_f). (ناخذ $f(\alpha)\approx 2.31$)

5) لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $F(x)=\int_1^x f(t)dt$

- بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 1$ ، $\frac{1}{x}+1\leq f(x)\leq f(\alpha)$
- اعط تفسيرا هندسيا للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصرا له.

تمرين رقم 50:

رياضيات - 2016 - دورة جوان، الموضوع الأول (06.5 نقطة)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1+x^2+2\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0.52;0.53[$ حلا وحيدا α

3) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x+\frac{3+2\ln x}{x}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

ج) تحقق ان : $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ ثم عين حصرا له.

3) ا) احسب $\lim_{x\to+\infty} [f(x)+x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى مستقيمه المقارب المائل (Δ)

ج) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

4) نقبل ان (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث :

$0.22 < x_0 < 0.23$ و $2.11 < x_1 < 2.13$

انشئ (T) ، (Δ) و (C_f).

5) m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m ، عدد حلول المعادلة : $3 + 2\ln x - mx = 0$

III) من اجل كل عدد طبيعي n نضع: $u_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} [f(x)+x]\, dx$

ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

ب) اعط تفسيرا هندسيا للعدد u_0

ج) احسب u_n بدلالة n.

د) نضع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. احسب S_n بدلالة n

تمرين رقم 51:

رياضيات - 2015 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة المعرفة بـ: $f(0) = 1$ ، و من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f(x) = 1 - x^2 \ln x$

(C_f) منحنى الدالة f الممثل في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين

ب) احسب $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{f(x)-1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0;+\infty[$

ب) تحقق ان $1.531 < \alpha < 1.532$

4) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(|x|)$.

المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

ا) ادرس شفعية الدالة g

ب) انشئ المنحنى (C_g) على المجال $[-2;2]$

5) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين الدالة الاصلية للدالة $x \mapsto x^2 \ln x$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ و التي تنعدم من اجل القيمة 1

6) t عدد حقيقي ينتمي الى المجال $]0;\alpha]$. نضع $F(t)=\int_1^{\alpha} f(x)dx$

ا) اكتبر العبارة $F(t)$ بدلالة t و α

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي t من المجال $]0;\alpha]$ ، $F(t)=\dfrac{-3tf(t)-t^3-6t+\alpha^3+6\alpha}{9}$

ج) احسب $\lim\limits_{t\overset{>}{\to}0} F(t)$

7) m عدد حقيقي ينتمي الى المجال $]0;\alpha]$.
$\delta(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O و نصف القطر m.
نفرض ان مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما على الترتيب: $x=-\alpha$ و $x=\alpha$ ، هي: A حيث: $A=\frac{2}{9}(\alpha^3+6\alpha)\,ua$
(ua وحدة المساحات)

ا) عين القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\delta(m)=2A$

ب) علما ان $3.140<\pi<3.142$ اعط حصرا للعدد m

تمرين رقم 52:

رياضيات - 2014 - دورة جوان، الموضوع الثاني (05.5 نقطة)

1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$
(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

ا) ادرس تغيرات الدالة f

ب) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e (حيث e اساس اللوغاريتم النيبيري)

ج) عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f) على المجال $]0;e^2]$

2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-\ln x$
(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) ادرس تغيرات الدالة g

ب) عين الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) ثم ارسم (C_g) على المجال $]0;e^2]$

3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$

ا) احسب $h'(x)$ و استنتج دالة اصلية للدالة: $x\mapsto(\ln x)^2$ على $]0;+\infty[$

ب) احسب العدد: $\int_{\frac{1}{e}}^{e}[f(x)-g(x)]\,dx$

تمرين رقم 53:

رياضيات - 2012 - دورة جوان، الموضوع الثاني (08 نقاط)

I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كمايلي: $g(x)=2\ln(x+1)-\dfrac{x}{x+1}$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α يحقق : $-0.8<\alpha<-0.7$

3) عين، حسب قيم اشارة $g(x)$

4) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ : $h(x)=[g(x)]^2$

ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$

ب) عين اشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h

5) f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كمايلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)};x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم و المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

2) ا) بين انه من اجل كل x من $]-1;0[\cup]0;3]$ ، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب) بين ان : $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

ج) احسب $f(3)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]-1;3]$ فان : $x-\ln(x+1)\geq 0$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المماس (T)

4) عين معادلة للمستقيم (T') الموازي للماس (T) و الذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

5) ارسم (T) ، (T') و (C_f)

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

تمرين رقم 54:

رياضيات - 2011 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

1) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+\ln x^2-1$

ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ في المجال $]0;+\infty[$

2) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)\ln x$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

ا) بين ان f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و ان : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$
استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) (δ) المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$
- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (δ) ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x^2}\ln x$ ، ماذا تستنتج؟
- ارسم (δ) و (C_f)

3) ا) x عدد حقيقي من المجال $[1;+\infty[$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\displaystyle\int_1^x \frac{1}{t^2}\ln t\,dt$
- تحقق ان : $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة اصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $[1;+\infty[$
- استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $[1;+\infty[$

ب) α عدد حقيقي اكبر تماما من 1.

احسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=\alpha$ ، ثم احسب $\lim_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$

تمرين رقم 55:

رياضيات - 2010 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=x-1-2\ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول هي $4cm$

1) احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

2) **ا)** بين ان $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

ب) ادرس تغيرات الدالة g

ج) احسب $g(1)$

د) برهن ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفتين احدهما α حيث : $3.5<\alpha<3.6$

ه) استنتج اشارة $g(x)$ ثم اشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$

3) f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي : $\begin{cases} f(x)=-x^2+x+x^2\ln x; x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

ا) احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

ج) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ فان : $f'(x)=xg\left(\frac{1}{x}\right)$ ، و استنتج اتجاه تغير الدالة f.

د) شكل جدول تغيرات الدالة f ، بين ان: $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$

4) ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $[0;3]$

...

القسم IV

مواضيع بكالوريات أجنبية

تمرين رقم 56:

بكالوريا تونس - 2018 -

في الجزء المرفق الشكل Γ يمثل منحنى الدالة u في مستو منسوب الى معلم م تعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $u(x)=x-1-4\ln x$

Γ يقبل مقاربين احدهما حامل محور التراتيب و الاخر مائل (D) ذو المعادلة $y=x$ بجوار $+\infty$

(Γ) يقبل مماسا وحيدا يوازي حور التراتيب عند النقطة ذات الفاصلة 4

(Γ) يقطع المحور $(O;\vec{i})$ في نقطتين فاصلتهما 1 و α على الترتيب.

1. بقراءة بيانية :

   (ا) احسب كلا من : $u(1)$ ، $u(\alpha)$ ، $u'(4)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} u(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{u(x)}{x}$

   (ب) عين اشارة كلا من: $u(x)$ و $u'(x)$

2. نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\frac{e^{x-1}}{x^4}-(x-1)+4\ln x$ وليكن (C) المنحني البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

3. تحقق انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$ فان : $f(x)=e^{u(x)}-u(x)$

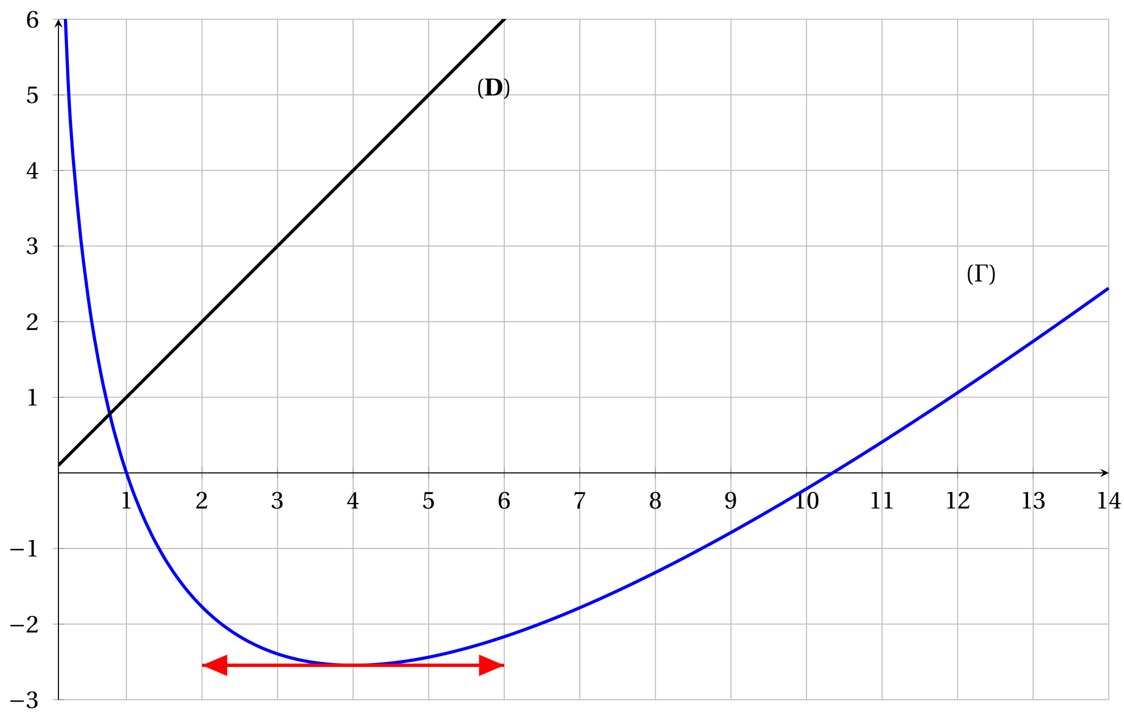
4. بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=+\infty$ تحقق انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$ فان: $f'(x)=u'(x)\left[e^{u(x)-1}\right]$

5. بين انه يكون : $f'(x)>0$ اذا وفقط اذا ، $x\in]1;4[\cup]\alpha;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات f

6. تحقق انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$ فان : $e^x-2x>0$

7. استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) ; (Γ)

8. ارسم المنحنى (C) في الجزء المرفق على المجال $]0;15[$



تمرين رقم 57:

بكالوريا المغرب - 2015 -

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$ وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة $2cm$

I) 1) بين ان مجموعة تعريف الدالة f هي $]0;e[\cup]e;+\infty[$

2) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} e} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} e} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده

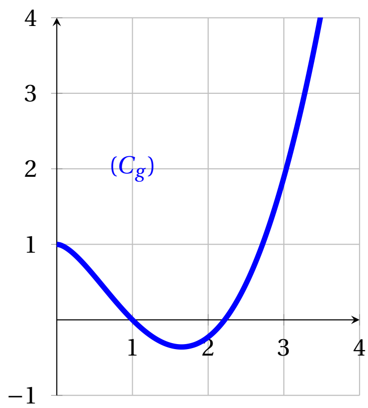
ج) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا. (لاحظ : $x(1-\ln x)=x-x\ln x$)

3) ا) بين انه من اجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$

ب) بين ان الدالة f متناقصة على المجال $]0;1]$ ومتزايدة على كلا من المجالين $[1;e[$ و $]e;+\infty[$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f

II) لتكن الدالة g و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$ و (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في مستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (انظر الشكل)



1) ا) حدد بيانيا عدد حلول المعادلة $g(x)=0$

ب) نعطي جدول القيم التالية:

x	2.1	2.2	2.3	2.4
$g(x)$	-0.14	-0.02	0.12	0.28

بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α بحيث $2.2<\alpha<2.3$

2) ا) تحقق من انه من اجل كل x من D_f : $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

ب) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتهما 1 و α

ج) حدد اشارة $g(x)$ انطلاقا من المنحنى (C_g) على المجال $[1;\alpha]$

بين ان $f(x)-x\leq 0$ من اجل كل x من $[1;\alpha]$

د) انشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

تمرين رقم 58:

بكالوريا المغرب - 2014 -

I) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-\frac{1}{x^2}+\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) احسب $g(1)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$

كمايلي : $f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=+\infty$ و احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الاولى بيانيا.

2) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم ضع جدول تغيراتها.

4) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $(\ln x)^2+2\ln x+\frac{1}{x^2}+1\geq 0$

5) احسب $f(2)$ ، $f(3)$ ، $f(4)$ و $f(5)$ ، ثم انشئ المنحنى (C_f) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) لتكن الدالة العددية h و المعرفة على $]-\infty;2[$ كمايلي : $h(x)=(1+\ln(2-x))^2+\frac{1}{(2-x)^2}$

وليكن (C_h) المنحنى الممثل لها في المعلم السابق.

بين انه يمكن استنتاج المنحنى (C_h) من (C_f) ثم انشئه في المعلم السابق.

تمرين رقم 59:

بكالوريا المغرب - 2003 -

الجزء 1

f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$

1) بين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 من اليمين.

2) ادرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج اشارة $f(x)$

الجزء 2

g الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=\ln(x-2\sqrt{x}+2)$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[g(x)-\ln x]$ وفسر النتيجة الثانية بيانيا.

2) أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\frac{g(x)-g(0)}{x}$ وفسر النتيجة بيانيا.

3) ادرس تغيرات الدالة g.

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المنحنى (Γ) الممثل للدالة $x\mapsto\ln x$

5) انشئ المنحنيين (Γ) و (C)

6) اشرح كيف يمكن الحصول على المنحنى (C') الممثل للدالة k المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بالعبارة $k(x)=\ln(ex-2e\sqrt{x}+2e)$ ، ثم ارسم المنحنى (C').

تمرين رقم 60:

بكالوريا فرنسا - 2010 -

(Nouvelle-Calédonie)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=1+x^2-2x^2\ln x$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[1;e]$. اوجد حصرا لـ α سعته 10^{-1}

4) استنتج اشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{\ln x}{1+x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]1;+\infty[$

ج) اثبت انه من اجل كل عدد حقيق $x\in[1;+\infty[$ ، $0\le f(x)\le\dfrac{\ln x}{x^2}$.

د) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

...

القسم ٧

مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشبال الامة

...

4

شعبة علوم تجريبية

تمرين رقم 61:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2020 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

I) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $g(x)=x^2-\ln(x)^2$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم يكون : $g(x)>0$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\dfrac{2}{x}+x+\dfrac{\ln(x^2)}{x}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) احسب : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي من $\mathbb{R}^*$ تكون : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

ج) برهن ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) ذو المعادلة $y=x$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

3) ا) تحقق انه من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، $-x\in\mathbb{R}^*$ و $f(x)+f(-x)=0$ ، ماذا تستنتج؟ فسر النتيجة بيانيا

ب) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.3<\alpha<0.4$ ، ثم استنتج انها تقبل حلا اخر β يطلب تعيين حصرا له.

4) ا) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتهما.

ب) انشئ كلا من : (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و المنحنى (C_f)

5) ا) نعتبر الدالة k المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=\left[\frac{\ln(x+1)^2}{x+1}+(x+1)+\frac{2}{x+1}\right]$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

- بين انه يوجد تحويل نقطي يحول المنحنى (C_f) الى المنحنى (C_k). (الانشاء غير مطلوب)

تمرين رقم 62:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.75<\alpha<0.76$.

3) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1-x+\frac{2}{x}(1+\ln x)$
نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ).

2) ا) أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=-\frac{g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

ب) أثبت أن : $f(\alpha)=1-2\alpha+\frac{2}{\alpha}$ واستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ج) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثم أرسم المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) في المعلم السابق.

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $\frac{2}{x}(1+\ln x)=m$.

5) λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1.

ا) أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوى المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=1$ ، $x=\lambda$ و $y=-x+1$.

ب) عين قيمة λ بحيث يكون : $A(\lambda)=\ln\lambda^3$.

الجزء الثالث: a عدد حقيقي موجب تماما، f_a دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f_a(x)=1-x+\frac{a}{x}(1+\ln(x))$
وليكن (C_a) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أثبت أن جميع المنحنيات (C_a) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثييها.

2) نعتبر النقط $A\left(-2;\frac{4}{a}\right)$ ، $B\left(1;\frac{2\ln a}{a}\right)$ و $C(-2a;2a-2)$ ، ولتكن النقطة G_a مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$

ا) عين بدلالة a احداثيي النقطة G_a

ب) استنتج مجموعة النقط G_a عندما يمسح العدد a المجموعة $\mathbb{R}_+^*$.

تمرين رقم 63:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) g دالة عددية معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $g(x)=-x+\ln(x+1)$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) استنتج اشارة $g(x)$. ثم بين انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$ فان $0<\ln(x+1)<x$

II) f دالة عددية معرفة على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $x\in$: $f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ فان $f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$ ثم شكل جدول تغيرات على المجال $]1;+\infty[$

1) برهن ان المستقيم (D) الذي معادلته : $y=x$ مقارب للمنحنى (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة الى المستقيم (D) (لاحظ ان $\frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$ ، $x\in]1;+\infty[$)

2) ارسم المستقيم (D) ثم انشئ المنحنى (C)

3) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان : $\int_2^4\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx=5\ln 5-6\ln 3$

- استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيمات : $y=x$ ، $x=2$ ، $x=4$

III) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}-0;1$ كمايلي : $u_n=f(n)-n$

1) برهن ان المتتالية (u_n) متناقصة

2) احسب قيمة المجموع : $S_n=u_2+u_3+\cdots+n$ بدلالة n

3) برهن انه من اجل كل $n\in\mathbb{N}-\{0;1\}$ فان $0<u_n<\frac{2}{n-1}$ ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

تمرين رقم 64:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016 - دورة ماي، الموضوع الثاني (06 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(0)=1$ و من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $2cm$).

الجزء الأول

I) 1) احسب $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

II) 1) ادرس قابلية الاشتقاق لـ f عند 0

2) اثبت ان f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ثم احسب $f'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ ، استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

3) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$ ، تحقق ان : $4.6<\alpha<4.7$

4) اكتب معادلة للمستقيم (D) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

5) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ، بـ : $g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$

ا) احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' ، استنتج اشارة $g'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)

ج) احسب $f(6)$ ثم انشئ (C_f) و (D)

الجزء الثاني

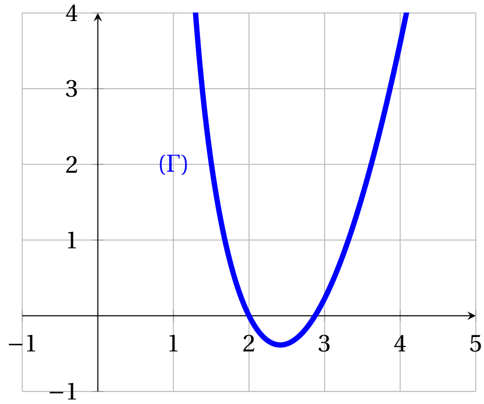
1) n عدد طبيعي غير معدوم باستعمال التكامل بالتجزئة احسب $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x dx$ بدلالة n

2) استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ: cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (D) و المستقيمين ذا المعادلتين $x = \frac{1}{n}$ و $x = 1$ ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} A(n)$

تمرين رقم 65:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2015 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

1) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث : $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$ (حيث : ln اللوغاريتم النيبيري)
(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.



ا) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ، عين عدد حلول المعادلة : $g(x) = 0$

ب) احسب $g(2)$ ، ثم بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.87 < \alpha < 2.88$

ج) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

2) لتكن الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث : $f(x) = x - 3 + \frac{4\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا، ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) ا) بين المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) ا) بين انه من اجل كل x من $]1;+\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f). (نأخذ $f(\alpha \approx 3.9)$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1;+\infty[$ كمايلي : $h(x) = [\ln(x-1)]^2$

ا) احسب $h'(x)$ ، ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$

ب) احسب التكامل $\int_2^5 f(x)dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

...

5

شعبة رياضيات

تمرين رقم 66:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2020 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=(x+1)^2-1+\ln(x+1)$

1) ادرس تغيرات g

2) احسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]-1;+\infty[$

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين ان من اجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

- شكل جدول تغيرات f

3) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 يطلب كتابة معادلة له.

4) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x$ ، ماذا تستنتج بيانيا؟

5) (Δ) مستقيم معادلته $y=x$. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

6) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)

7) m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $m(x+1)+\ln(x+1)=0$

تمرين رقم 67:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln(e^x+2e^{-x})$
و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
3) - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $f(x)=x+\ln(1+2e^{-2x})$
 - برهن ان المستقيم $(D): y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (D)
4) اثبت ان المستقيم $(T): y=-x+\ln 2$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (T)
5) ارسم (T) و (D) ثم المنحنى (C)
6) (Δ_m) مستقيم معادلته $y=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي.
 ا) بين ان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثياتها.
 ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$
7) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(|x|)$
 ا) برهن ان الدالة h زوجية
 ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة $x_0=0$
 ج) اشرح كيفية رسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (C) ثم ارسم (Γ)

تمرين رقم 68:

© | بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ: $f(x)=(x+2)-2\ln|2x+1|$
و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ا احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}-\frac{1}{2}} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها
2) اثبت ان (C) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -3 ثم اكتب معادلته
3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة الى المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$
4) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.3<\alpha<-1.2$
5) ارسم (T) و (D) ثم انشئ المنحنى (C) (علما ان (C) لا يقبل نقطة انعطاف)
6) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين دالة اصلية للدالة $h: x\mapsto \ln(2x+1)$ على المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ و التي تنعدم من اجل $x=0$

ب) λ عدد حقيقي حيث $-\frac{1}{2} < \lambda \leq \frac{3}{2}$. احسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها $x = \frac{3}{2}$ ، $x = \lambda$ و $y = 0$. ثم احسب $\lim\limits_{\lambda \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} S(\lambda)$

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = -3x + m$

8) g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ: $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - 2\ln|2x+1|$

برهن ان المستقيم (K) الذي معادلته $x = -\frac{1}{2}$ محور تناظر للمنحنى (C_g) الممثل للدالة g

- اشرح كيفية انشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C) ثم انشئه.

تمرين رقم 69:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I) 1) برهن ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ثم احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ وفسر النتائج بيانيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين انه من اجل كل $x \in]0;+\infty[$: $f''(x) = \frac{2\left[(\ln x)^2 - 3\ln x + 1\right]}{x^3}$ ثم استنتج ان المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما.

4) $\alpha \in]0;+\infty[$ نقطة من (C) فاصلتها α و (T_α) المماس للمنحنى (C) في A

ا) بين ان $(T_{(\alpha)})$ يمر المبدأ O اذا و فقط اذا كان $f(\alpha) - \alpha f'(\alpha) = 0$

ب) استنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمران بالمبدأ O ثم عين معادلة كل من (T_a) و (T_b)

5) ارسم المماسين (T_a) ، (T_b) ثم انشئ المنحنى (C).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = mx$

II) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع : $I_n = \int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^n}{x^2} dx$

1) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان : $I_1 = 1 - \frac{3}{e^2}$

2) باستعمال المكاملة بالتجزئة برهن ان : $I_{n+1} = \frac{-2^{n+1}}{e^2} + (n+1)I_n$ حيث : $n \geq 1$

3) استنتج القيمة المضبوطة لـ I_2 و فسر النتيجة هندسيا.

تمرين رقم 70:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2017 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بمايلي : $g(x) = \frac{x}{x-1} + \ln|x-1|$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم احسب $g(0)$ و استنتج اشارة $g(x)$.

2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = x\ln|x-1|$ ليكن (C) المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس

.$(O;\vec{i};\vec{j})$

ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها ثم اكتب معادلةالمماس (Δ) للمنحنى (C) عند هذه النقطة.

4) ارسم المنحنى (C) و المماس (Δ)

5) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;1[$ فان : $\frac{x^2}{x-1}=x+1+\frac{1}{x-1}$.
ثم باستعمال التكامل بالتجزئة عين على المجال $]0;1[$ احسب المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=\lambda$ و $x=0$ احسب $\lim\limits_{\lambda\to 1} S(\lambda)$

تمرين رقم 71:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016- دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما α نعتبر الدالة f_α المعرفة على $\left]-\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ بالعبارة : $f(x)=\ln(\alpha x+1)-\alpha x$
المنحنى (C_α) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

الجزء الاول

1) ادرس تغيرات الدالة f_α

2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما يكون $\ln(\alpha x+1)<\alpha x$

3) بين ان جميع المنحنيات (C_α) تتقاطع في نقطة وحيدة يطلب تعيينها.

الجزء الثاني :

ناخذ $\alpha=1$:

1) باستعمال السؤال (2) من الجزء الاول، بين انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم β يكون $\ln(1+\beta)-\ln\beta<\frac{1}{\beta}$

2) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n يكون : $\ln(1+n)<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$

3) استنتج النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$

4) عين احداثيي النقطة w التي يكون عندها معامل توجيه المماس للمنحنى (C_1) يساوي 1

5) عين معادلة لمماس المنحنى (C_1) عند النقطة w ثم انشئ (C_1) و المماس.

الجزء الثالث :

لتكن g الدالة المعرفةعلى $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=\ln(1+|x|)-|x|$

ا) ادرس قابلية اشتقاق الدالة g عند الصفر.

ب) بين كيف يمكن انشاء التمثيل البياني (C_g) للدالة g اعتمادا على (C_1) ثم انشئ (C_g) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$