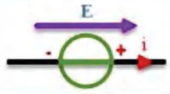
II. الوشائع و ثنائي القطب RL (العلاقات و القوانين)

1. المولد : E

التوتر بين طرفي مولد التوتر المثالي : u_G

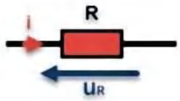


$$u_G = E$$

u_G : فرق الكمون بين طرفي المولد (V)
E : القوة المحركة للمولد (V)

2. الناقل الأومي (المقاومة): R

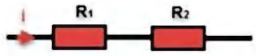
أ. التوتر بين طرفي المقاومة (قانون اوم) : u_R



$$u_R = R.i$$

u_R : التوتر بين طرفي المقاومة (V)
R : المقاومة (Ω)
i : شدة التيار الكهربائي (A)

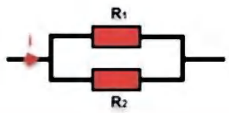
ب. جمع المقاومات على التسلسل



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

R_{eq} : المقاومة المكافئة (Ω)
R_1 : المقاومة الاولى (Ω)
R_2 : المقاومة الثانية (Ω)

ج. جمع المقاومات على التفرع

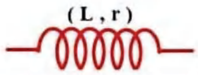


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

R_{eq} : المقاومة المكافئة (Ω)
R_1 : المقاومة الاولى (Ω)
R_2 : المقاومة الثانية (Ω)

3. الوشيعة : (L , r)

أ. تعريف الوشيعة

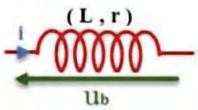


- عبارة عن سلك معدني محاط بعازل كهربائي ملفوف على شكل حلقات.
- تتميز الوشيعة بذاتية L وحدتها الهنري H ومقاومة داخلية r وحدتها الاوم Ω .

ب. الوشيعة الصرفة (الصافية)

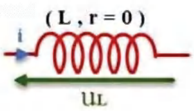
هي وشيعة ذاتيتها L و مقاومها الداخلية مهملة $r = 0$

ج. التوتر بين طرفي الوشيعة u_b



- التوتر بين طرفي الوشيعة : u_b

$$u_b = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$$



- التوتربين طرفي الوشيعة الصرفة : u_L

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$

u_b : التوتر بين طرفي الوشيعة (V)
u_L : التوتر بين طرفي الوشيعة الصرفة (V)
L : ذاتية الوشيعة (H)
r : المقاومة الداخلية للوشيعة (Ω)
i : شدة التيار الكهربائي (A)
di : مشتق شدة التيار الكهربائي (A)
dt : مشتق الزمن (S)

د. الطاقة المخزنة في الوشيعة E_L

- الطاقة المخزنة في الوشيعة E_L

$$E_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

- الطاقة المخزنة الاعظمية E_{Lmax}

$$E_{Lmax} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_0{}^2$$

E_L : الطاقة المخزنة في الوشيعة (j)
E_{Lmax} : الطاقة المخزنة الاعظمية (j)
L : ذاتية الوشيعة (H)
i : شدة التيار الكهربائي (A)
I_0 : شدة التيار الكهربائي الاعظمي (A)

II. الوشائع و ثنائي القطب RL (المفاهيم الأساسية)

1. ثابت الزمن τ

- تحديد ثابت الزمن بيانيا :

- ثابت الزمن τ للوشيعة (L , r)

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

- ثابت الزمن τ للوشيعة الصافية (L, r = 0)

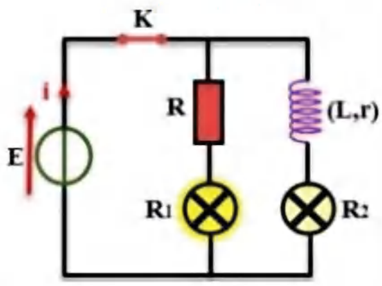
$$\tau = \frac{L}{R}$$

τ : ثابت الزمن (s)
L : ذاتية الوشيعة (H)
r : المقاومة الداخلية للوشيعة (Ω)
R : مقاومة الناقل الأومي (Ω)

- تعريف ثابت الزمن τ : هو الزمن اللازم لتبلغ شدة التيار63% من شدة التيار العظمى I_0 .
- علاقة τ بـ R ، r و L : ثابت الزمن τ يتناسب طردا مع الذاتية L و عكسيا مع المقاومة R و r .
- زمن التحريض العملي للوشيعة t هو : $t = 5 \cdot \tau$
- التحليل البعدي لثابت الزمن τ :

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R_T]} = \frac{[U]\times[T]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} = [T] = s$$

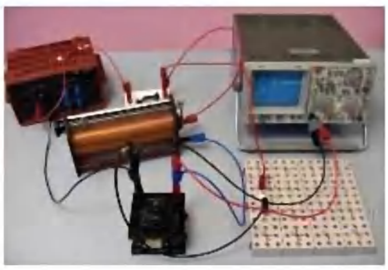
2. سلوك الوشيعة



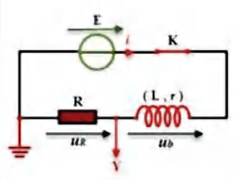
- سلوك الوشيعة في النظام الانتقالي :
الوشيعة تعرقل مرور التيار الكهربائي لوقت قصير بسبب ظاهرة التحريض.
- سلوك الوشيعة في النظام الدائم :
الوشيعة تتحرض كليا $\frac{dI_0}{dt} = 0$ و بالتالي تسلك سلوك ناقل اومي $u_b = ri$
- دور الصمام الثنائي (الديود) : 1) يمرر التيار الكهربائي في اتجاه واحد .
2) حماية الدارة من فرط التوتر .

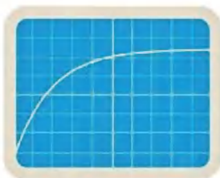
3. كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي (الاوسيلوسكوب)

1. راسم الاهتزاز المهبطي يعطينا منحنى تطور فرق الكمون u بدلالة الزمن t : $u = f(t)$
2. يتكون راسم الاهتزاز المهبطي من مدخلين $\uparrow Y_1$ ، $\uparrow Y_2$ و ارضي مشترك
3. يربط راسم الاهتزاز المهبطي على التفرع .

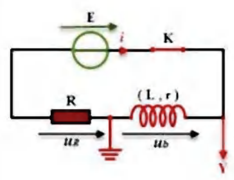


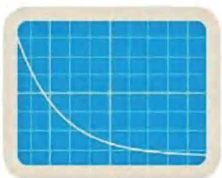
أ. الربط لمشاهدة u_R



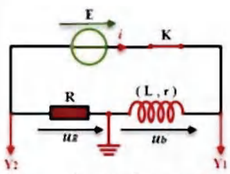


ب. الربط لمشاهدة u_b

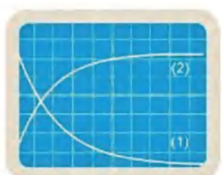




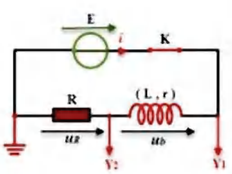
ج. الربط لمشاهدة u_b و u_R

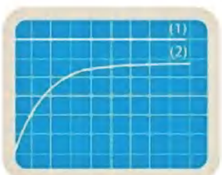


Y_2: نضغط على الزر inv



د. الربط لمشاهدة E و u_R

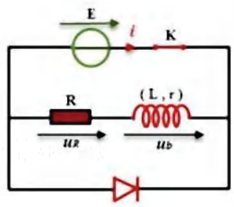




II. الوشائع و ثنائي القطب RL (المعادلة التفاضلية)

القاطعة K مغلقة

1 كيفية ايجاد المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$



- بتطبيق قانون جمع التوترات $u_b + u_R = E$

$$\Rightarrow L\cdot\frac{di}{dt} + r\cdot i + R\cdot i = E \Rightarrow L\cdot\frac{di}{dt} + (R+r)\cdot i = E$$

- المعادلة التفاضلية :

$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}\cdot i = \frac{E}{L}}$$

- حل المعادلة التفاضلية :

$$\boxed{i = \frac{E}{R+r}\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

- القيمة العظمى :

$$\boxed{I_0 = \frac{E}{R+r}}$$

2 تطور التوتر بين طرفي المقاومة $u_R(t)$

$$u_R = R.i \quad ....(1)$$

$$i = \frac{E}{R+r}\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad ...... (2)$$

- بتعويض (2) في (1) نجد :

$$\boxed{u_R = R\cdot\frac{E}{R+r}\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

- القيمة العظمى :

$$\boxed{U_{Rmax} = R\cdot\frac{E}{R+r} = R\cdot I_0}$$

3 تطور التوتر بين طرفي الوشيعة $u_b(t)$

$$u_b = L\cdot\frac{di}{dt} + r\cdot i \quad ....(1)$$

$$i = \frac{E}{R+r}\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad ....(2)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{L}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad ....(3)$$

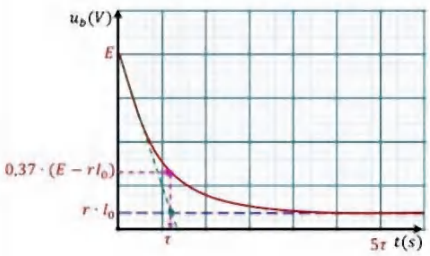
- نعوض (2) و (3) في (1) فنجد :

$$u_b = L\cdot\frac{E}{L}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r\cdot\frac{E}{R+r}\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\boxed{U_b = (E - r\cdot I_0)\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r\cdot I_0}$$

- القيمة العظمى :

$$\boxed{U_{b0} = E}$$



4 الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_L(t)$

$$E_L = \frac{1}{2}\cdot L.i^2 \quad ....(1)$$

$$i = I_0\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad ......(2)$$

- نعوض (2) في (1) فنجد :

$$E_L = \frac{1}{2}\cdot L.{I_0}^2\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

$$\boxed{E_L = E_{Lmax}\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2}$$

- الطاقة المخزنة الاعظمية :

$$\boxed{E_{Lmax} = \frac{1}{2}\cdot L.{I_0}^2}$$

II. الوشائع و ثنائي القطب RL (البراهين)

1) معادلة تفاضلية $\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}\cdot i=\frac{E}{L}$ حلها من الشكل $i(t)=A+B\cdot e^{-\alpha\cdot t}$ ، اوجد الثوابت : A، B، α.

- حل المعادلة التفاضلية : $i(t)=A+B\cdot e^{-\alpha\cdot t}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$
- نشتق حل المعادلة التفاضلية : $\frac{di(t)}{dt}=-\alpha\cdot B\cdot e^{-\alpha\cdot t}\ \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$
- المعادلة التفاضلية : $\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}\cdot i=\frac{E}{L}\ \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$
- نعوض (1) و (2) في (3) نجد :

$$-\alpha\cdot B\cdot e^{-\alpha\cdot t}+\frac{(R+r)}{L}\cdot(A+B\cdot e^{-\alpha\cdot t})=\frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow\left(\frac{(R+r)}{L}-\alpha\right)\cdot B\cdot e^{-\alpha\cdot t}+\left(\frac{(R+r)}{L}\cdot A-\frac{E}{L}\right)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{(R+r)}{L}-\alpha=0\\ \frac{(R+r)}{L}\cdot A-\frac{E}{L}=0\end{cases}$$

$$\boxed{\alpha=\frac{(R+r)}{L}}$$

$$\boxed{A=\frac{E}{(R+r)}}$$

- من الشروط الابتدائية لما $t=0$ فان $i(0)=0$:

$$i(0)=A+B\cdot e^{-\alpha\cdot(0)}$$

$$\Rightarrow 0=A+B\Rightarrow B=-A$$

$$\boxed{B=-\frac{E}{(R+r)}}$$

- الحل هو

$$i(t)=A+B\cdot e^{-\alpha\cdot t}\Rightarrow i(t)=\frac{E}{(R+r)}+-E\cdot e^{-\frac{(R+r)}{L}\cdot t}$$

$$\boxed{i(t)=\frac{E}{(R+r)}.(1-e^{-\frac{(R+r)}{L}\cdot t})}$$

2) معادلة تفاضلية $\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}\cdot i=\frac{E}{L}$ اثبت أن $i(t)=\frac{E}{(R+r)}.(1-e^{-\frac{(R+r)}{L}\cdot t})$ حل للمعادلة التفاضلية

- حل المعادلة التفاضلية $i(t)=\frac{E}{(R+r)}.\left(1-e^{-\frac{(R+r)}{L}\cdot t}\right)\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$
- نشتق حل المعادلة التفاضلية $\frac{di(t)}{dt}=\frac{E}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}\cdot t}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$
- المعادلة التفاضلية $\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}\cdot i=\frac{E}{L}\ \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$
- نعوض (1) و (2) في (3) نجد : $\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}\cdot i=\frac{E}{L}\ \Rightarrow\ \frac{E}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}\cdot t}+\frac{(R+r)}{L}\cdot\frac{E}{(R+r)}.(1-e^{-\frac{(R+r)}{L}\cdot t})=\frac{E}{L}$

$$\Rightarrow\left(\frac{E}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}\cdot t}-\frac{E}{L}.e^{-\frac{(R+r)}{L}\cdot t}\right)+\left(\frac{E}{L}-\frac{E}{L}\right)=0$$

$$\Rightarrow 0=0$$

- ومنه $\boxed{i(t)=\frac{E}{(R+r)}.(1-e^{-\frac{(R+r)}{L}\cdot t})}$ هو حل للمعادلة التفاضلية