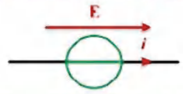
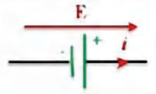
I. المكثفات و ثنائي القطب RC (العلاقات و القوانين)

1. المولد : E

أ. مولد التوتر المثالي : E = ثابت





$$u_G = E$$

u_G : فرق الكمون بين طرفي المولد (V)
E : القوة المحركة للمولد (V)

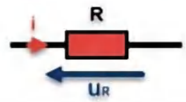
ب. مولد التيار المثالي : I = ثابت

$$i = I$$

I : شدة التيار الكهربائي (A)

2. الناقل الأومي (المقاومة): R

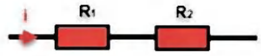
أ. قانون اوم



$$u_R = R.i$$

u_R : التوتر بين طرفي المقاومة (V)
R : المقاومة (Ω)
i : شدة التيار الكهربائي (A)

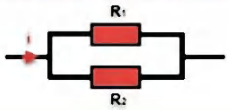
ب. جمع المقاومات على التسلسل



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

R_{eq} : المقاومة المكافئة (Ω)
R_1 : المقاومة الاولى (Ω)
R_2 : المقاومة الثانية (Ω)

ج. جمع المقاومات على التفرع

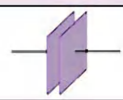


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

R_{eq} : المقاومة المكافئة (Ω)
R_1 : المقاومة الاولى (Ω)
R_2 : المقاومة الثانية (Ω)

3. المكثفة : C

أ. تعريف المكثفة :

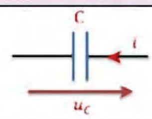


هي ثنائي قطب قادرة على تخزين الشحن الكهربائية تتكون من صفيحتين معدنيتين متماثلتين ومتوازيتين (لبوسين) بينهما عازل كهربائي (الهواء،الميكا..)

ب . مميزات المكثفة :

- تتميز المكثفة بسعة تخزين C وحدتها الفاراد F .
- أجزاء الفاراد : $1pF = 10^{-12}$ F , $1nF = 10^{-9}$ F , $1\mu F = 10^{-6}$ F , $1mF = 10^{-3}$ F .

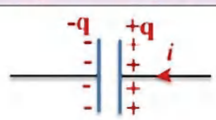
ج . العلاقة بين الشحنة q و التوتر بين طرفي المكثفة u_C



$$q = C.u_C$$

q : كمية الشحنة الكهربائية (C)
C : سعة المكثفة (F)
u_C : التوتر بين طرفي المكثفة (V)

د . العلاة بين الشحنة q و شدة التيار i المار في المكثفة



- مولد التوتر: $i = \frac{dq}{dt}$
- مولد التيار: $I = \frac{q}{t}$

i : شدة التيار الكهربائي (A)
dq : مشتق الشحنة (C)
dt : مشتق الزمن (S)

هـ . الطاقة المخزنة في المكثفة Ec

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot {u_C}^2$$

E_C : الطاقة المخزنة في المكثفة (j)
C : سعة المكثفة (F)
u_C : التوتر بين طرفي المكثفة (V)

I. المكثفات و ثنائي القطب RC (المفاهيم الأساسية)

1. ثابت الزمن τ

- تحديد ثابت الزمن بيانيا :

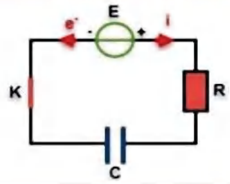
- ثابت الزمن τ :

$$\tau = R.C$$

τ : ثابت الزمن (s)
R : المقاومة (Ω)
C : سعة المكثفة (F)

- تعريف ثابت الزمن τ : هو الزمن اللازم لكي تشحن المكثفة بنسبة 63% .
- علاقة τ بـ R و C : ثابت الزمن τ يزداد بزيادة R و C .
- زمن الشحن العملي t : زمن الشحن العملي للمكثفة هو $t = 5.\tau$
- التحليل البعدي لثابت الزمن τ : $[\tau] = [R] \times [C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I]\times[T]}{[U]} = [T] = s$

2 جهة مرور التيار الكهربائي i



- جهة مرور التيار الكهربائي i :
من التوتر المرتفع للمولد (القطب الموجب) نحو التوتر المنخفض (القطب السالب).
- جهة حركة حاملات الشحنة (الالكترونات) e^- :
عكس جهة التيار الكهربائي

3. التفسير المجهري لشحن و تفريغ مكثفة

أ. التفسير المجهري لشحن مكثفة

تغادر الالكترونات اللبوس A باتجاه اللبوس B تنتهي عملية الشحن عندما يتساوى عدد الالكترونات المغادرة من A بعدد الالكترونات المتراكمة في B ويصبح التوتر بين طرفي المكثفة مساوي للتوتر بين طرفي المولد $u_C = E$.

$0 < i$

ب. التفسير المجهري لتفريغ مكثفة

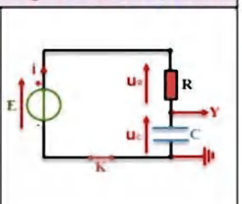
تغادر الالكترونات اللبوس B باتجاه اللبوس A يتناقص التيار مع مرور الزمن الى ان تتفرغ المكثفة $u_C = 0$.

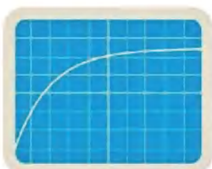
$0 > i$

4. كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي (الاوسيلوسكوب)

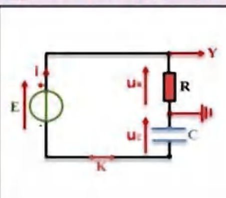
1. راسم الاهتزاز المهبطي يعطينا منحنى تطور فرق الكمون u بدلالة الزمن t : u = f(t)
2. يتكون راسم الاهتزاز المهبطي من مدخلين $\uparrow Y_1$ ، $\uparrow Y_2$ و ارضي مشترك ⏚
3. يربط راسم الاهتزاز المهبطي على التفرع .

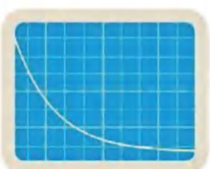
أ. الربط لمشاهدة u_C



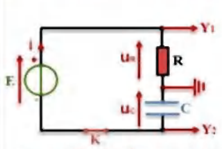


ب. الربط لمشاهدة u_R

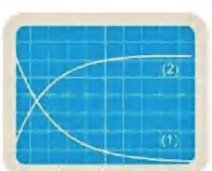




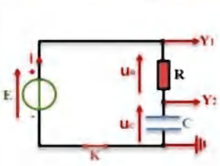
ج. الربط لمشاهدة u_C و u_R

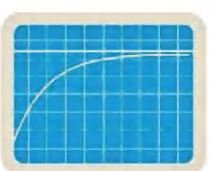


Y₂: نضغط على الزر inv



د. الربط لمشاهدة E و u_C



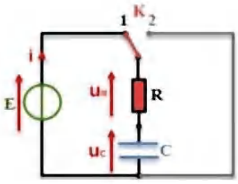


I . المكثفات و ثنائي القطب RC (المعادلات التفاضلية في حالة الشحن)

1.كيفية ايجاد المعادلات التفاضلية في حالة شحن المكثفة لـ :

1 ايجاد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$

- البادلة K في الوضع1: تشحن المكثفة



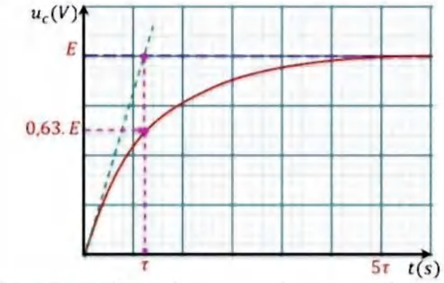
- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ج ت $u_R + u_C = E$

$$\Rightarrow R\cdot i + u_C = E \Rightarrow R\cdot\frac{dq}{dt} + u_C = E$$

$$\Rightarrow R\cdot C\cdot\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R\cdot C}\cdot u_C = \frac{E}{R\cdot C}}$$

- حل المعادلة التفاضلية $\boxed{u_C = E\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$
- القيمة العظمى $\boxed{U_{C\,max} = E}$



t(s)	0	τ	5τ	∞
$u_C(V)$	0	0 ,63E	0 ,99E	E

2 ايجاد المعادلة التفاضلية لتطور كمية الكهرباء في المكثفة $q(t)$

- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ج ت $u_R + u_C = E \Rightarrow R\cdot i + \frac{1}{C}\cdot q = E$

$$\Rightarrow R\cdot\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}\cdot q = E$$

$$\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{1}{R\cdot C}\cdot q = \frac{E}{R}}$$

- حل المعادلة التفاضلية $\boxed{q = C\cdot E\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$
- القيمة العظمى $\boxed{Q_{max} = C\cdot E}$

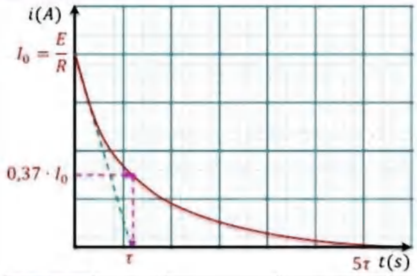
t(s)	0	τ	5τ	∞
$q(c)$	0	0 ,63CE	0 ,99CE	CE

3 إيجاد المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$

- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ج ت $u_R + u_C = E \Rightarrow R\cdot i + \frac{1}{C}\cdot q = E$
- بعد الاشتقاق نجد : $R\cdot\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\cdot\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow R\cdot\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\cdot i = 0$

$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{R\cdot C}\cdot i = 0}$$

- حل المعادلة التفاضلية $\boxed{i = \frac{E}{R}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$
- القيمة العظمى $\boxed{I_0 = \frac{E}{R}}$



t(s)	0	τ	5τ	∞
$i(A)$	$\frac{E}{R}$	$0,37\frac{E}{R}$	$0,01\frac{E}{R}$	0

4 تطور التوتر بين طرفي المقاومة $u_R(t)$

- $u_R = R.i \ldots\ldots(1)$
- $i = \frac{E}{R}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \ldots\ldots(2)$
- نعوض (2) في (1) فنجد

$$\Rightarrow u_R = R.\frac{E}{R}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\boxed{u_R = E\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- القيمة العظمى $\boxed{U_{R0} = E}$

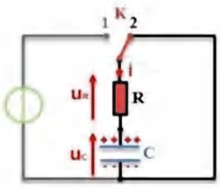
t(s)	0	τ	5τ	∞
$u_R(V)$	E	0 ,37E	0 ,01E	0

I . المكثفات و ثنائي القطب RC (المعادلات التفاضلية في حالة للتفريغ)

1. كيفية ايجاد المعادلات التفاضلية في حالة تفريغ المكثفة لـ :

1 ايجاد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$

- البادلة K في الوضع2: تتفرغ المكثفة



- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ج ت $u_R + u_C = 0$

$$\Rightarrow R \cdot i + u_C = 0 \Rightarrow R \cdot \frac{dq}{dt} + u_C = 0$$

$$\Rightarrow R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C = 0}$$

- حل المعادلة التفاضلية $\boxed{u_C = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$
- القيمة العظمى $\boxed{U_{C0} = E}$

t(s)	0	τ	5τ	∞
$u_C(V)$	E	0 ,37 E	0 , 01E	E

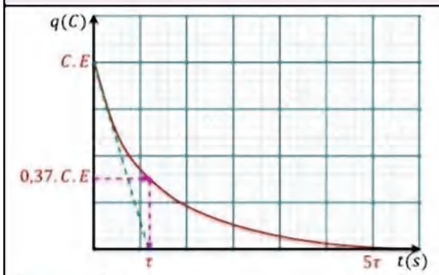
2 ايجاد المعادلة التفاضلية لتطور كمية الكهرباء في المكثفة $q(t)$

- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ج ت $u_R + u_C = 0 \Rightarrow R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot q = 0$

$$\Rightarrow R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q = 0$$

$$\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot q = 0}$$

- حل المعادلة التفاضلية $\boxed{q = C \cdot E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$
- القيمة العظمى $\boxed{Q_0 = C \cdot E}$



t(s)	0	τ	5τ	∞
$q(c)$	CE	0 ,37CE	0 ,01CE	0

3 إيجاد المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$

- المعادلة التفاضلية : بتطبيق ق ح ت $u_R + u_C = 0 \Rightarrow R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot q = 0$
- بعد الاشتقاق نجد : $R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$

$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot i = 0}$$

- حل المعادلة التفاضلية $\boxed{i = -\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$
- القيمة العظمى $\boxed{I_0 = \frac{E}{R}}$

t(s)	0	τ	5τ	∞
$i(A)$	$-\frac{E}{R}$	-0,37 $\frac{E}{R}$	- 0 ,01 $\frac{E}{R}$	0

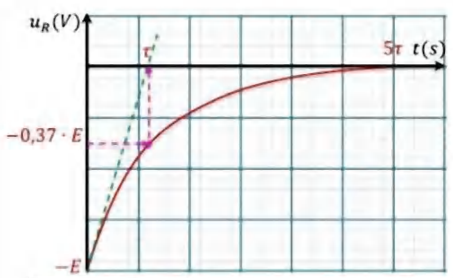
4 تطور التوتر بين طرفي المقاومة $u_R(t)$

- $u_R = R . i \ldots\ldots (1)$
- $i = -\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \ldots\ldots (2)$
- نعوض (2) في (1) فنجد

$$\Rightarrow u_R = R . (-\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\boxed{u_R = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- القيمة العظمى $\boxed{U_{R0} = E}$



t(s)	0	τ	5τ	∞
$u_R(V)$	-E	-0 ,37E	-0 ,01E	0

I. المكثفات و ثنائي القطب RC (البراهين)

1. الطاقة المخزنة في المكثفة

أ. الطاقة المخزنة في المكثفة في حالة شحن المكثفة

- الطاقة المخزنة في لحظة t

$$\begin{cases} E_C = \frac{1}{2}\cdot C.u_C{}^2 \\ u_C = E\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \end{cases} \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}\cdot C.E^2\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

$$\boxed{E_C = E_{Cmax}\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2}$$

- الطاقة المخزنة الاعظمية

$$\boxed{E_{Cmax} = \frac{1}{2}\cdot C.E^2}$$

ب. الطاقة المخزنة في المكثفة في حالة تفريغ المكثفة

- الطاقة المخزنة في لحظة t

$$\begin{cases} E_C = \frac{1}{2}\cdot C.u_C{}^2 \\ u_C = E\cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases} \Rightarrow E_C = \frac{1}{2}\cdot C.E^2\cdot\left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

$$\boxed{E_C = E_{C0}\cdot e^{-2\cdot\frac{t}{\tau}}}$$

- الطاقة المخزنة الاعظمية

$$\boxed{E_{C0} = \frac{1}{2}\cdot C.E^2}$$

2. اوجد الثوابت : A ، B ، α علما ان حل المعادلة التفاضلية في حالة الشحن هو من الشكل : $u_C(t) = A + B\cdot e^{-\alpha\cdot t}$

حل المعادلة التفاضلية $u_C(t) = A + B\cdot e^{-\alpha\cdot t}\ldots(1)$

نشتق حل المعادلة التفاضلية $\frac{du_C(t)}{dt} = -\alpha\cdot B\cdot e^{-\alpha\cdot t}\ldots.(2)$

المعادلة التفاضلية $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R\cdot C}\cdot u_C = \frac{E}{R\cdot C}\ldots.(3)$

- نعوض (1) و (2) في (3) نجد :

$$-\alpha\cdot B\cdot e^{-\alpha\cdot t} + \frac{1}{R\cdot C}\cdot(A + B\cdot e^{-\alpha\cdot t}) = \frac{E}{R\cdot C}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{B}{R\cdot C} - \alpha\cdot B\right)\cdot e^{-\alpha\cdot t} + \left(\frac{A}{R\cdot C} - \frac{E}{R\cdot C}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{B}{R\cdot C} - \alpha\cdot B = 0 \\ \frac{A}{R\cdot C} - \frac{E}{R\cdot C} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{R\cdot C} \\ A = E \end{cases}$$

- من الشروط الابتدائية لما $t = 0$ فان $u_C(0) = 0$

$$u_C(0) = A + B\cdot e^{-\alpha\cdot(0)} \Rightarrow 0 = A + B \Rightarrow B = -E$$

و منه الحل هو

$$u_C(t) = E - E\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}} \Rightarrow u_C(t) = E\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)$$

3. اثبت أن : $u_C(t) = E\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية في حالة الشحن

حل المعادلة التفاضلية $u_C(t) = E\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)\ldots(1)$

نشتق حل المعادلة التفاضلية $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{R\cdot C}\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\ldots..(2)$

المعادلة التفاضلية $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R\cdot C}\cdot u_C = \frac{E}{R\cdot C}\ldots.(3)$

- نعوض (1) و (2) في (3) نجد :

$$\frac{E}{R\cdot C}\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}} + \frac{E}{R\cdot C}\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right) = \frac{E}{R\cdot C}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{E}{R\cdot C} - \frac{E}{R\cdot C}\right)\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}} + \left(\frac{E}{R\cdot C} - \frac{E}{R\cdot C}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 0 = 0$$

ومنه $u_C(t) = E\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية

4. برهن على ان المماس عند اللحظة t=0 يقطع محور الأزمنة عند نقطة فاصلتها $t = \tau$ خلال مرحلة تفريغ المكثفة

- معادلة المماس : المماس خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته

$$y = A\cdot x + B$$

- B هو نقطة تقاطع المنحنى مع محور التراتيب

حل المعادلة التفاضلية اثناء التفريغ : $u_C(t) = E\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

عند اللحظة t=0 $B = u_C(0) = E$

- A هو معامل توجيه المنحنى

مشتق حل المعادلة التفاضلية : $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{E}{\tau}\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

عند اللحظة t=0 $A = \frac{du_C(0)}{dt} = -\frac{E}{\tau}$

- ومنه معادلة المماس هي : $u_C = -\frac{E}{\tau}\cdot t + E$
- عندما يقطع المماس محور الأزمنة فان : $u_C = 0$

$$u_C = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{E}{\tau}\cdot t + E \Rightarrow t = \tau$$