II. السقوط الشاقولي الحر و الحقيقي

1.القوى المؤثرة على الجسم

- قوة الثقل $\vec{P}$

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

- شدة قوة الثقل P

$$P = m \cdot g$$

P : شدة قوة الثقل (N)
m : كتلة الجسم (kg)
g : الجاذبية الارضية (N/kg) أو (m/s^2)

- قوة دافعة ارخميدس $\vec{\Pi}$

$$\vec{\Pi} = -\rho_f \cdot V_S \cdot \vec{g}$$

- شدة دافعة ارخميدس Π

$$\Pi = \rho_f \cdot V_S \cdot g$$

Π : شدة قوة دافعة أرخميدس (N)
ρ_f : الكتلة الحجمية للمائع (kg/m^3)
V_S : حجم الجسم الصلب المغمور في المائع (m^3)
g : الجاذبية الارضية (N/kg) أو (m/s^2)

- قوة الاحتكاك $\vec{f}$

حالة السرعات الصغيرة

$$\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$$

حالة السرعات الكبيرة

$$\vec{f} = -k' \cdot \vec{v^2}$$

- شدة قوة الاحتكاك f

حالة السرعات الصغيرة

$$f = k \cdot v$$

حالة السرعات الكبيرة

$$f = k' \cdot v^2$$

f : شدة قوة الاحتكاك (N)
k : ثابت قوة الاحتكاك (kg/s)
k' : ثابت قوة الاحتكاك (kg/m)
v : سرعة الجسم (m/s)

- التحليل البعدي للثابت k :

$$f = k.v \Rightarrow k = \frac{f}{v} \Rightarrow k = \frac{m.a}{v} \Rightarrow [k] = \frac{[m].[a]}{[v]} \Rightarrow [k] = \frac{Kg.m.s^{-2}}{m.s^{-1}} = kg.s^{-1}$$

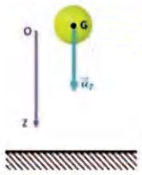
2.القانون الثاني لنيوتن

- القانون الثاني لنيوتن

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$$

$\sum \vec{F}_{ext}$: المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المؤثرة على الجسم (N)
m : كتلة الجسم (kg)
$\vec{a}$: شعاع تسارع الجسم (m/s^2)

3.التسارع المماسي

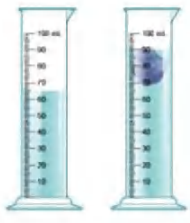


- التسارع المماسي a_T

$$a_T = \frac{dv}{dt}$$

a_T : التسارع المماسي (m/s^2)
dv : مشتق السرعة (m/s)
dt : مشتق الزمن (s)

4.الكتلة الحجمية



- الكتلة الحجمية للمائع ρ_f

$$\rho_f = \frac{m_f}{V_f}$$

ρ_f : الكتلة الحجمية للمائع (kg/m^3)
m_f : كتلة المائع (kg)
V_f : حجم المائع (m^3)

- الكتلة الحجمية للجسم ρ_S

$$\rho_S = \frac{m_S}{V_S}$$

ρ : الكتلة الحجمية للجسم الصلب (kg/m^3)
m_S : كتلة الجسم الصلب (kg)
V_S : حجم الجسم الصلب (m^3)

5.حجم الكرة

- حجم الكرة V

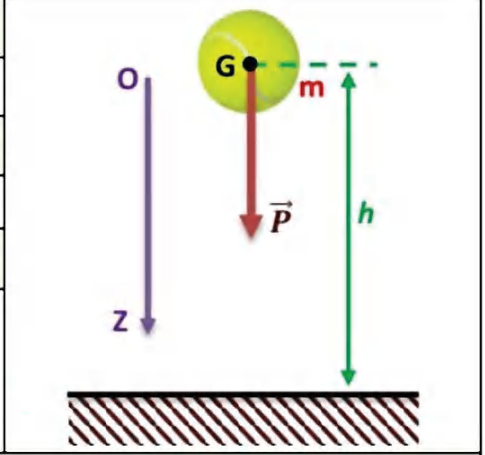
$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

V : حجم الكرة (m^3)
R : نصف قطر الكرة (m)

الجاذبية الارضية : $g = 9,81 m.s^{-2}$

السقوط الشاقولي الحر

نترك جسم صلب (s) كتلته m يسقط شاقوليا بدون سرعة ابتدائية v_0 في الفراغ او في الهواء مع اهمال تأثير الهواء $(\Pi = 0 ، f = 0)$



1. تعريف السقوط الحر

السقوط الحر : يقوم الجسم بسقوط شاقولي حر اذا كان يخضع لقوة ثقله $\vec{P}$ فقط اثناء حركته .

2.احصاء القوى المؤثرة على الجسم ثم تمثيلها

القوى المؤثرة على الجسم هي : قوة الثقل $\vec{P}$

3. ايجاد تسارع الجسم a بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على (oz) : $P = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow \boxed{a = g}$

- **نتيجة** : تسارع الجسم لا يتعلق بكتلة الجسم اثناء حركته .

4. اوجد طبيعة حركة الجسم

ثابت $a = g$ و المسار مستقيم ومنه : حركة الجسم مستقيمة متغيرة بانتظام

5. اعط المعادلات التفاضلية للحركة

- **المعادلة التفاضلية للسرعة :** معادلة تفاضلية من الدرجة الاولى

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} = g}$$

- **المعادلة التفاضلية للفاصلة:** معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية

$$\begin{cases} a = \dfrac{dv}{dt} \\ v = \dfrac{dz}{dt} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{d^2z}{dt^2} \Rightarrow \boxed{\frac{d^2z}{dt^2} = g}$$

6. اعط المعادلات الزمنية للحركة

- **معادلة الفاصلة :**

$$\boxed{Z = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + Z_0}$$

مبدأ الأزمنة هو مبدأ الفواصل: $z_0 = 0$

السرعة الابتدائية معدومة (بدون سرعة ابتدائية): $v_0 = 0$

التسارع : $a = g$

$$\boxed{Z = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2}$$

- **معادلة السرعة :**

$$\boxed{v = a \cdot t + v_0}$$

السرعة الابتدائية معدومة (بدون سرعة ابتدائية): $v_0 = 0$

التسارع : $a = g$

$$\boxed{v = g \cdot t}$$

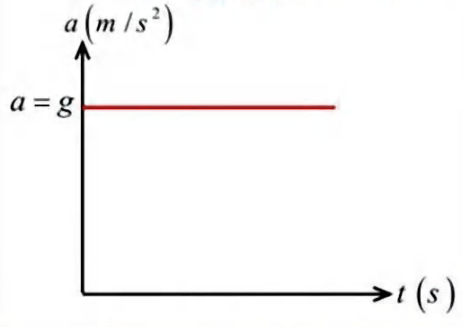
- **المعادلة المستقلة عن الزمن:**

$$\boxed{v^2 - {v_0}^2 = 2 \cdot a \cdot (Z - Z_0)}$$

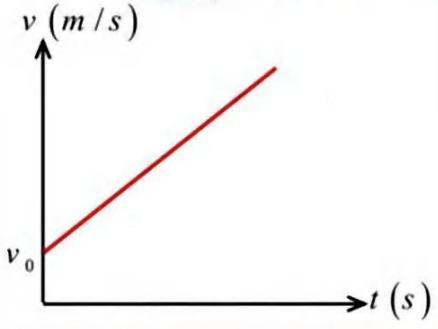
ومنه $\boxed{v^2 = 2 \cdot g \cdot Z}$

7. المنحنيات البيانية للحركة

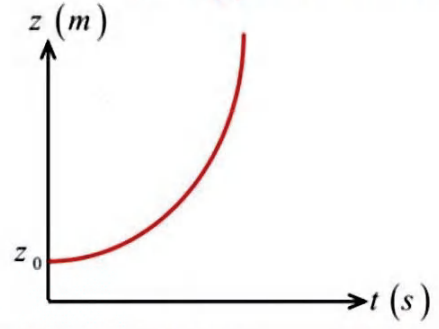
- مخطط التسارع $a = f(t)$



- مخطط السرعة $v = g(t)$



- مخطط الفاصلة $z = h(t)$



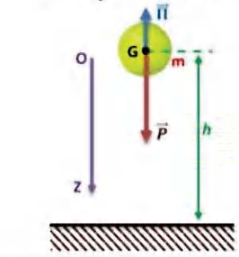
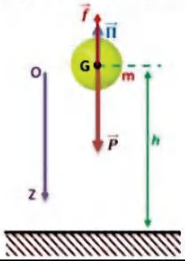
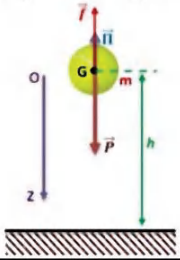
السقوط الشاقولي الحقيقي

نترك جسم صلب (s) كتلته m يسقط شاقوليا بدون سرعة ابتدائية v_0 في مائع (غاز او سائل) كتلته الحجمية ρ_f .

1.احصاء القوى المؤثرة على الجسم

قوة الثقل : $\vec{P}$ ، قوة دافعة ارخميدس : $\vec{\Pi}$ ، قوة الاحتكاك : $\vec{f}$.

2. تمثيل القوى المؤثرة على الجسم

▪ الحالة الابتدائية	▪ النظام الانتقالي	▪ النظام الدائم
$t_0 = 0$ لدينا $v_0 = 0$ فان $f = 0$ و $\Pi < P$	$5\tau > t > 0$ و $f \neq 0$ و $\Pi + f < P$	$5\tau \leq t$ و $f \neq 0$ و $\Pi + f = P$
		

3.إيجاد التسارع الابتدائي a_0 في اللحظة $t_0 = 0$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} = m \cdot a_0$

بالإسقاط على (OZ) : $P - \Pi = m \cdot a_0$

$\Rightarrow m \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g = m \cdot a_0$

$$\Rightarrow a_0 = g - \frac{\rho_f \cdot V \cdot g}{m}$$

$$\Rightarrow \boxed{a_0 = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$$

4.إيجاد المعادلة التفاضلية للسرعة (النظام الانتقالي)

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \cdot a$

بالإسقاط على (OZ) : $P - \Pi - f = m \cdot a$

▪ في حالة السرعات الصغيرة : $f = k \cdot v$

$\Rightarrow m \cdot g - \rho_f \cdot V \cdot g - k \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} \cdot v = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f \cdot V}{m}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} \cdot v = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$$

▪ الاستنتاج في حالة السرعات الكبيرة : $f = k' \cdot v^2$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k'}{m} \cdot v^2 = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$$

5.حل المعادلة التفاضلية

المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل : $v = v_L \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

6.السرعة الحدية v_L

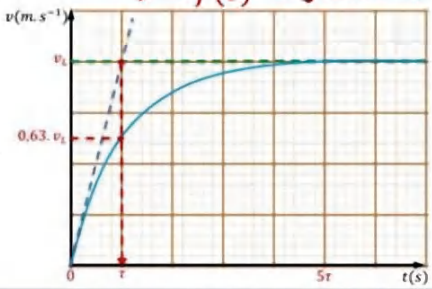
تعريف السرعة الحدية : هي السرعة التي يبلغها الجسم عندما تصبح حركته مستقيمة منتظمة . $\frac{dv_L}{dt} = 0 \Rightarrow v = v_L =$ ثابت

• في حالة السرعات الصغيرة: $v_L = g \cdot \frac{m}{k} \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

▪ في حالة السرعات الكبيرة: $v_L = \sqrt{g \cdot \frac{m}{k'} \cdot \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$

7.الزمن المميز τ

مخطط السرعة $v = f(t)$



تعريف الزمن المميز τ : هو الزمن اللازم لبلوغ السرعة 63 % من السرعة الحدية v_L .

$$\tau = \frac{m}{k}$$

τ : ثابت الزمن (s)

m : كتلة الجسم (kg)

k : ثابت قوة الاحتكاك (kg/s)

التحليل البعدي للزمن المميز τ :

$$[\tau] = \frac{[m]}{[k]} \Rightarrow [\tau] = \frac{Kg}{Kg.s^{-1}} = s$$