مسألة من بكالوريا المغرب 2004 ﴿الدورة العادية﴾

كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$.

ب- استنتج أن الدالة f فردية.

2) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

3) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$.

ب- شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

جـ- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$ يكون : $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$.

4) أحسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]$ ، فسّر النتيجة بيانيا .

5) أنشئ المستقيم ذو المعادلة $y=1-\frac{1}{2}x$ و المنحنى (C_f).

6) أ- بوضع $t=e^{-x}$. بيّن أن : $\int_{-1}^{0}\frac{1}{1+e^x}dx=\ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$.

ب- أحسب مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=-1$ ، $x=0$.

II) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases}u_0=1\\ u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}\end{cases}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n>0$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}\le\frac{1}{2}u_n$. (إرشاد : إستخدم السؤال 3 جـ)

ب- أن المتتالية (u_n) متناقصة.

3) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$. أحسب $\lim_{n\to\infty}u_n$.

مسألة من بكالوريا المغرب 2005 ﴿الدورة العادية﴾

✍كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

I) h و g الدالتان المعرفتان على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=x+(x-2)\ln x$ و $g(x)=x-1-\ln x$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $g(x)\geq 0$.

2) أ- تحقق أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$.

ب- بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $(x-1)\ln x\geq 0$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $h(x)>0$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا .

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

ب- شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $0,4<\alpha<0,5$.

4) ليكن (Δ) مماس المنحنى (C_f) في النقطة $A(1;1)$.

أ- بيّن أن $y=x$ هي معادلة للمستقيم (Δ) .

ب- تحقق أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f(x)-x=(\ln x-1)g(x)$.

جـ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

5) أنشئ المنحنى (C_f) على المجال $]0;e^2]$.

III) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=\sqrt{e}$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\leq u_n\leq e$.

2) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة .

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، و أحسب نهايتها .

مسألة من بكالوريا المغرب 2006 ﴿الدورة العادية﴾

✍كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

I) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\ln(1+x)-x$.

1) بيّن أن الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

2) استنتج أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $g(x)\leq 0$.

3) بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $0<\ln(1+x)<x$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أن الدالة f فردية .

2) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف .

3) أ- بيّن أنه من أجل كل x من D فإن : $f'(x)=\dfrac{x^2-3}{x^2-1}$.

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

4) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس إشارة $\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$. (إرشاد : لاحظ أن : $\dfrac{x+1}{x-1}=1+\dfrac{2}{x-1}$)

جـ- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6) أ- بيّن باستعمال المكاملة بالتجزئة أن : $\displaystyle\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx=5\ln 5-6\ln 3$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=2$ ، $x=4$ و $y=x$.

III) (u_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل $n\geq 2$ بـ : $u_n=f(n)-n$.

1) تحقق أنه من أجل كل $n\geq 2$ ، $u_n=\ln\left(1+\dfrac{2}{n-1}\right)$.

2) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة .

3) بيّن أن $0<u_n<\dfrac{2}{n-1}$ ، من أجل كل $n\geq 2$. ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

مسألة من بكالوريا المغرب 2009 ﴿الدورة العادية﴾

كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

نعتبر الدالة f المعرّفة كما يلي : $f(x)=\ln\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $e^x-2\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1$ ، ثم استنتج أن f معرّفة على $\mathbb{R}$.

2) أ ـ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

بـ ـ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .

3) أ ـ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x)=x+\ln\left(1-\dfrac{2}{\sqrt{e^x}}+\dfrac{2}{e^x}\right)$.

بـ ـ استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

جـ ـ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$ ، $e^x-2\sqrt{e^x}+2\le e^x$.

د ـ استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$ ، $f(x)\le x$

4) أ ـ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=\dfrac{\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x}-1\right)}{e^x-2\sqrt{e^x}+2}$.

بـ ـ أدرس إشارة $f'(x)$ ، ثم استنتج إتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها .

5) أ ـ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x)=\dfrac{-\sqrt{e^x}\left[\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2-2\right]}{2\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)^2}$.

بـ ـ استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثييهما .

6) عيّن إحداثيي النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) . أكتب معادلة لـ (T) .

7) أنشئ كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) .

8) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $e^x-e^{x+m}=2\left(-1+\sqrt{e^x}\right)$.

مسألة من بكالوريا المغرب 2010 ﴿الدورة العادية﴾

✍كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1+4xe^{2x}$.

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)>0$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+1+(2x-1)e^{2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة : $2cm$)

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

2) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

3) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$.

ب- استنتج إتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها .

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

5) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

6) أنشئ كلا من (Δ) ، (C_f) و (T) .

7) ناقش بيانيا ، و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة : $m+1+(2x-1)e^{2x}=0$.

8) أ- بيّن باستعمال المكاملة بالتجزئة أن : $\int_0^{\frac{1}{2}}(2x-1)e^{2x}\,dx=1-\frac{e}{2}$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=0$ ، $x=\frac{1}{2}$ و $y=x$.

كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2-x+3-2\ln x$.

1) أدرس تغيّرات الدالة g . (إرشاد : $3x^2-x-2=(x-1)(3x^2+3x+2)$)

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1+\dfrac{x-1+\ln x}{x^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أـ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

بـ ـ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا .

2) أـ بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

بـ ـ بيّن أن لكل x من المجال $]0;1]$: $x-1+\ln x\le 0$ و أن لكل x من $[1;+\infty[$ ، $x-1+\ln x\ge 0$.

جـ ـ استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

3) أـ بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$ ، ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

بـ ـ شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

4) بيّن $y=3(x-1)$ هي معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

5) أنشئ كلا من (Δ) و (C_f).

6) (Δ_m) المستقيم ذي المعادلة $y=m(x-1)$ ، حيث m وسيط حقيقي.

أـ بيّن أن جميع المستقيمات (Δ_m) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثييها .

بـ ـ ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=m(x-1)$.

7) أـ بيّن باستعمال المكاملة بالتجزئة أن : $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx=1-\frac{e}{2}$.

بـ ـ أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=1$ ، $x=e$ و $y=x+1$.

مسألة من بكالوريا المغرب 2011 ﴿الدورة العادية﴾

✍كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(1-x)e^{x}-1$

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)\leq 0$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=(2-x)e^{x}-x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

3) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$.

ب- استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بين المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 بحيث $1,5<x_0<2$.

5) بين أن النقطة $A(0;2)$ هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f) .

6) عين إحداثيي النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ثم أكتب معادلة لـ (T).

7) أنشئ كلا من : (Δ) ، (T) و (C_f) .

8) ناقش بيانيا ، و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $me^{-x}+x-2=0$.

9) أ- بين باستعمال المكاملة بالتجزئة أن : $\int_{-1}^{0}(2-x)e^{x}\,dx=3-\frac{4}{e}$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=-1$ ، $x=0$ و $y=-x$.

✍كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة : $2cm$)

1) بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)+f(-x)=0$. فسر النتيجة بيانيا .

2) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

3) أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب : $y=x+1$ و $y=x-1$.

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من (Δ) و (Δ') .

4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=1+\dfrac{2}{(1+e^x)^2}$.

ب- استنتج إتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها .

5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

6) أنشئ كلا من (Δ) ، (Δ') ، (T) و (C_f) .

7) ناقش بيانيا ، و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $(1-m)x+\dfrac{e^x-1}{e^x+1}=0$.

8) أ- بيّن أن الدالة $x\mapsto x-\ln(e^x+1)$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{1}{e^x+1}$ على $\mathbb{R}$.

ب- استنتج أن : $\displaystyle\int_0^{\ln 2}\frac{1}{e^x+1}\,dx=\ln 4-\ln 3$.

جـ- أحسب مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=0$ ، $x=\ln 2$ و $y=x+1$.

✍كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D_f =]0;e[\cup]e;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$.

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة $2\,cm$) .

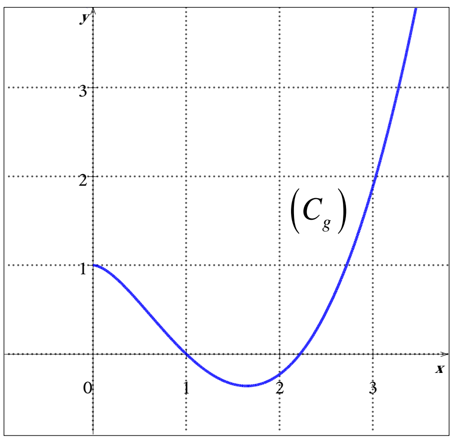
I) 1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف ، ثمّ فسّر النتائج بيانيا .

2) بيّن أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$.

3) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

II) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$.

و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (أنظر الشكل)



1) أ ـ بقراءة بيانية حدّد عدد حلول المعادلة : $g(x)=0$ في المجال $]0;+\infty[$.

بـ ـ يُعطى جدول القيم التالي :

x	$2,4$	$2,3$	$2,2$	$2,1$
$g(x)$	$0,28$	$0,12$	$-0,02$	$-0,14$

بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α بحيث $2.2<\alpha<2.3$

2) أ ـ تحقق أنه من أجل كل x من D_f ، $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$.

بـ ـ بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في النقطتين اللتين فاصلتاهما 1 و α .

جـ . حدد إنطلاقا من (C_g) إشارة $g(x)$ على المجال $[1;\alpha]$ و بيّن أن $f(x)-x\leq 0$ لكل x من المجال $[1;\alpha]$.

3) أنشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

4) أ ـ بيّن أن : $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}}\frac{1}{x(1-\ln x)}dx=\ln 2$ (لاحظ أن $\dfrac{1}{x(1-\ln x)}=\dfrac{\frac{1}{x}}{1-\ln x}$ لكل x من D_f) .

بـ ـ أحسب مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتهما : $x=1$ ، $x=\sqrt{e}$ و $y=x$.

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) بيّن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\leq u_n\leq\alpha$.

2) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$. (يمكن استعمال نتيجة السؤال **II)** 2) جـ)

3) إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدّد نهايتها .

كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=1-x+x\ln x$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج أنه من أجل x من $]0;+\infty[$ ، $g(x)\geq 0$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=3-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$. فسر النتيجتين بيانيا .

2) أ ـ بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x^3}$.

ب ـ استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ ـ بين أن $f'(1)=0$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

3) بين المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 بحيث $0.3<x_0<0.4$.

4) أنشئ المنحنى (C_f) .

5) أ ـ بين أن : $\displaystyle\int_1^e \frac{2\ln x}{x}dx=1$.

ب ـ أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ ، $x=e$.

6) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $h(x)=3-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{\ln(x^2)}{|x|}$. (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

أ ـ بين أن الدالة h زوجية .

ب ـ إشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_h) إعتمادا على (C_f) ، ثم أنشئه .

✍كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+x-2+2\ln x$.

جدول التغيرات المقابل هو للدالة g :

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+\left(1-\frac{2}{x}\right)\ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) أ- . حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $\left(1-\frac{2}{x}\right)\ln x=0$.

ب- استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما .

جـ- بيّن أن $f(x)\le x$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;2]$ ، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) على المجال $[1;2]$.

4) أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) على المجال $[0;5]$.

5) أ- بيّن أن : $\int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx=\frac{1}{2}(\ln 2)^2$.

ب- بيّن أن الدالة $x\mapsto 2\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \frac{2}{x}-1$ على المجال $]0;+\infty[$.

جـ- باستعمال التكامل بالتجزئة بيّن أن : $\int_1^2\left(\frac{2}{x}-1\right)\ln x\,dx=(1-\ln 2)^2$.

د - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=1$ ، $x=2$ و $y=x$.

III) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=\sqrt{3}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\le u_n\le 2$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة .

جـ- استنتج أن (u_n) متقاربة و حدد نهايتها .

مسألة من بكالوريا المغرب 2018 ﴿الدورة العادية﴾

✍كتابة و تصرف وفق المناهج الجزائري : خالد بخاخشة

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=e^{x}-x^{2}+3x-1$

جدول التغيرات المقابل هو للدالة g :

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=(x^{2}-x)e^{-x}+x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

3) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)e^{-x}$.

ب- استنتج إتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f''(x)=(x^{2}-5x+4)e^{-x}$.

ب- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثييهما .

5) أنشئ كلا من المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $[-1;+\infty[$.

6) أ- بيّن أن الدالة $x\mapsto(x^{2}+2x+2)e^{-x}$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto x^{2}e^{-x}$ على $\mathbb{R}$ ، ثم استنتج أن : $\int_0^1 x^{2}e^{-x}dx=\frac{2e-5}{e}$.

ب- باستعمال التكامل بالتجزئة بيّن أن : $\int_0^1 xe^{-x}dx=\frac{e-2}{e}$.

جـ- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=0$ ، $x=1$ و $y=x$.

III) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=\frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le 1$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة .

جـ- استنتج أن (u_n) متقاربة و حدد نهايتها .

كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

I) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+\frac{1}{2}-\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2) أ- تحقق أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f(x)=x+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x$.

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) أ- بين أن لكل x من المجال $]0;1]$: $(x-1)+\ln x\le 0$ و أن لكل x من $[1;+\infty[$ ، $(x-1)+\ln x\ge 0$.

ب- بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{x-1+\ln x}{x}$.

جـ- شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+\frac{1}{2}$ في نقطتين يطلب تعيين إحداثييهما .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

5) عين إحداثيي النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ثم أكتب معادلة للمماس (T) .

6) أ- بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f''(x)=\frac{2-\ln x}{x^2}$.

ب- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ، يطلب تعيين إحداثييها .

7) أنشئ كلا من (Δ) ، (C_f) و (T) .

8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=x-2m$.

9) أ- بين أن الدالة $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب- باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن : $\int_1^e(\ln x)^2\,dx=e-2$.

جـ- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $x=1$ ، $x=e$ و $y=x$.

II) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=1$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\le u_n\le e$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متزايدة .

جـ- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

2) أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

مسألة من بكالوريا المغرب 2019 ﴿الدورة الإستدراكية﴾

كتابة و تصرف وفق المنهاج الجزائري : خالد بخاخشة

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=2+8\left(\frac{x-2}{x}\right)^2 e^{x-4}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ ـ تحقق أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ ، فسر النتيجة هندسيا .

بـ ـ تحقق أن : $\lim\limits_{x\to0} f(x)=+\infty$ ، فسر النتيجة هندسيا .

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) أ ـ بين أنه من أجل كل x غير معدوم ، $f'(x)=\dfrac{8(x-2)(x^2-2x+4)e^{x-4}}{x^3}$.

بـ ـ أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) أنشئ (C_f) .

5) أ ـ بين أن الدالة $x\mapsto\frac{1}{x}e^{x-4}$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\frac{x-1}{x^2}e^{x-4}$ على المجال $[2;4]$.

بـ ـ تحقق أن : $f(x)=2+8e^{x-4}-32\frac{(x-1)}{x^2}e^{x-4}$.

جـ ـ أحسب التكامل : $\int_2^4 e^{x-4}dx$.

د ـ أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، حامل محور الفواصل و المستقيمين التي معادلتيهما : $x=2$ ، $x=4$.

II) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[2;4]$ بـ : $g(x)=8(x-2)e^{x-4}-x^2$.

1) أ ـ أحسب $g(4)$.

بـ ـ تحقق أنه لكل x من المجال $[2;4]$ ، $g(x)=-(x-4)^2e^{x-4}+x^2(e^{x-4}-1)$.

جـ ـ تحقق أنه لكل x من المجال $[2;4]$ ، $e^{x-4}-1\le0$. ثم استنتج أن لكل x من المجال $[2;4]$: $g(x)\le0$.

2) أ ـ تحقق أنه لكل x من المجال $[2;4]$ ، $f(x)-x=\left(\frac{x-2}{x^2}\right)g(x)$.

بـ ـ استنتج أنه لكل x من المجال $[2;4]$: $f(x)\le x$.

3) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=3$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2\le u_n\le4$.

بـ ـ أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .

جـ ـ أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

نُشرت بتاريخ 15 رمضان 1441