إعداد الأستاذ : بوكليخة بشير
صفحة الفيسبوك : الاستاذ بوكليخة للرياضيات
قناة اليوتوب : الاستاذ بوكليخة للرياضيات

bac 2021 : yes we can

حل تمارين الدالة الأسية السلسلة رقم 02

التمرين 7 : g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x) = 1 + 4xe$$

أدرس اتجاه تغير الدالة

بين أن $g\left(--\right) = 1 - -$ ، ثم تحقق أن $g\left(--\right)$ ، استنتج أن g موجبة على $\mathbb{R}$

دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$f(x) = x + 1 + (2x - 1)e$ ،$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى م م م وم الوحدة 2 cm

1. تحقق أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $f'(x) = g(x)$ ، ،ثم أدرس تغيرات الدالة
2. أحسب $\frac{f(x)}{}$ ماذا تستنتج ؟
3. أحسب $lim_{x\to-\infty}[f(x) - x - 1]$ ماذا تستنتج ؟ أدرس وضعية $\left(C_f\right)$ و(Δ) حيث (Δ) المستقيم ذي المعادلة 1
4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحني $\left(C_f\right)$ في النقطة ذات الفاصلة 0
5. بين أن لـ $\left(C_f\right)$ نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها
6. أرسم (T) و(Δ) و$\left(C_f\right)$

الحل :

دراسة تغيرات الدالة g

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(1+4xe^{2x}\right) = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(1+4xe^{2x}\right)$$
$$= \lim_{x\to-\infty}\left(1+2\left(2xe^{2x}\right)\right) = 1$$

لأن

$$\lim_{x\to-\infty} 2xe^{2x} = 0$$

2- الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و لدينا :

$$g'(x) = 4e^{2x} + 8xe^{2x} = 4e^{2x}(1+2x)$$

إشارة $g'(x)$ من نفس إشارة $1+2x$ لأن : $4e^{2x} \succ 0$

$$\begin{array}{ccccc} & - & -\frac{1}{2} & + & \\ \hline & & 0 & & \rightarrow \end{array}$$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$ $-\frac{1}{2}$ $+\infty$
$g(x)$	$-$ 0 $+$
$g'(x)$	1 ↘ $1-\frac{2}{e}$ ↗ $+\infty$

$$g\left(-\frac{1}{2}\right)=1-2e^{-1}=1-\frac{2}{e}\succ 0$$

من جدول التغيرات نستنتج أن $g(x)\succ 0$

II) $f(x) = x + 1 + (2x - 1)e^{2x}$

$$f'(x)=1+2e^{2x}+2e^{2x}(2x-1)$$
$$=1+2e^{2x}+4xe^{2x}-2e^{2x}$$
$$=1+4xe^{2x}=g(x)$$

النهايات :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(x+1+(2x-1)e^{2x}\right)$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\left(x+1+2xe^{2x}-e^{2x}\right)=-\infty$$

لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} 2xe^{2x}=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x}=0$ و

$$\lim_{x\to-\infty} x+1=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x+1+(2x-1)e^{2x}\right)=+\infty$$

الدالة المشتقة : بما أن $f'(x)=g(x)$ فإن

$f'(x)\succ 0$ ومنه الدالة متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	+
$f'(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$

2)

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1+(2x-1)e^{2x}}{x}\right)$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{x}+\frac{(2x-1)}{x}e^{2x}\right)=+\infty$$

نستنتج أن (C_f) يقبل فرعا مكافئ في إتجاه محور التراتيب

3) نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)معادلته $y=x+1$

دراسة الوضعية :

$$f(x)-x-1=(2x-1)e^{2x}$$

إشارة $(2x-1)e^{2x}$ من نفس إشارة $2x-1$ لأن :

$$e^{2x}\succ 0$$

$-$	$\frac{1}{2}$	$+$
	0	

X	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)-x-1$	$-$	0	$+$
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	يقطع	(C_f) فوق (Δ)

4) كتابة معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

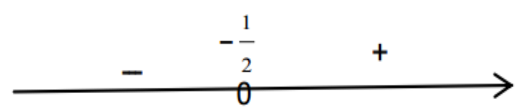
معادلة المماس هي : $y = f'(0)(x-0) + f(0)$ ومنه $y = x$

5) تبيين أن لـ (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها

لدينا : $f'(x) = 1 + 4xe^{2x}$ ومنه

$$f''(x) = 4e^{2x} + 8xe^{2x} = 4e^{2x}(1+2x)$$

إشارة $4e^{2x}(1+2x)$ من نفس إشارة $1+2x$ لأن : $e^{2x} \succ 0$



الدالة المشتقة الثانية تنعدم عند $-\frac{1}{2}$ وغير إشارتها

ومنه النقطة $A\left(-\frac{1}{2}; f\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ هي نقطة إنعطاف لـــ (C_f)

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 2e^{-1} = \frac{1}{2} - \frac{2}{e}$$

الرسم :