مجلة الرائد في الرياضيات

****

توقعات بكالوريا2019
بين يديك

شعبة -علوم تجريبية

التحضير الجيّد لشهادة

BAC2018-2019

إعداد الأستاذ:

بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري **Facebook**

اختبار 1 في مادة الرياضيات المـــدة:03ساعات ونصف

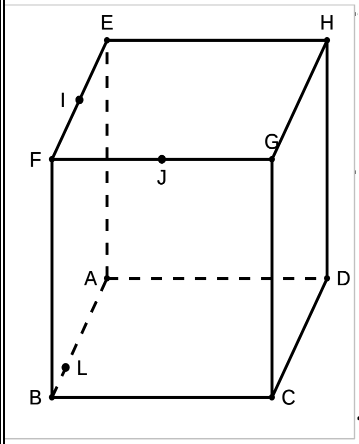
على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

نعتبر في الفضاء مكعبا ABCDEFGH طول حرفه 1 و $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE})$ المعلم المتعامد والمتجانس

نسمي I و J منتصفي القطعتين $[FE]$ و $[FG]$ على الترتيب والتكن L مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3)\}$ واليكن π المستوي ذي المعادلة $4x-4y+3z-3=0$



أختر الإجابات الصحيحة من بين ألإجابات التالية:

1-إحداثيات النقطة L هي: أ) $\left(\frac{3}{2};0;0\right)$، ب) $\left(\frac{3}{4};0;0\right)$، جـ) $\left(\frac{1}{4};0;0\right)$

2- المستوي π هو: أ) (GLE) ، ب) (LEJ) ، جـ) (GFA).

3- المستوي الذي يشمل النقطة I ويوازي π يقطع المستقيم (FB) في النقطة M ذات الإحداثيات: أ) $\left(1;0;\frac{1}{4}\right)$، ب) $\left(1;0;\frac{1}{5}\right)$، جـ) $\left(1;0;\frac{1}{3}\right)$.

4- أ)المستقيمان (LE) و (FB) متقاطعان في النقطة N نظيرة M بالنسبة للنقطة B.

- ب) المستقيمان (LE) و (IM) متوازيان. - جـ) المستقيمان (LE) و (IM) متقاطعان.

5-حجم رباعي الوجوه FIJM هو: أ) $\frac{1}{36}$ ، ب) $\frac{1}{48}$ ، جـ) $\frac{1}{24}$

التمرين الثاني:(04 نقط)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $u_{n+1}-1=\sqrt{u_n-1}$ و $u_0=\frac{3}{2}$

1) برهن بالتراجع، أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $0<u_n-1<1$.

2) بين أن (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة .

3) نعتبر المتتالية $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $t_n=\ln(u_n-1)$

أ- بين أن $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم عبر عن t_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

ب- عين $\lim_{n\to+\infty}(t_n)$ و $\lim_{n\to+\infty}(u_n)$.

ج- أحسب الجداء $P_n=t_0\times t_1\times\ldots\ldots\times t_n$

التمرين الثالث:(04 نقط)

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ [الوحدة:2cm].

1.حل، في $\mathbb{C}$، المعادلة: $\frac{z-4}{z}=i$ (يكتب الحل على الشكل الجبري).

2. حل، في $\mathbb{C}$، المعادلة: $z^2-2z+4=0$ (تكتب الحلول على الشكل الأسّي) .

3.لتكن النقط A، B، A'، D التي لواحقها على الترتيب: $a=2$، $b=4$، $a'=2i$، $d=2+2i$.

فسّر هندسيّا طويلة وعمدة $\frac{d-b}{d}$ واستنتج طبيعة المثلّث ODB.

4.لتكن النقطتان E و F اللّتان لاحقتاهما $e=1-i\sqrt{3}$ و $f=1+i\sqrt{3}$ على الترتيب.

ما طبيعة الرباعي $OEAF$؟علّل.

5.لتكن (C) الدائرة ذات المركز A و نصف القطر2، و (C') الدائرة ذات المركز A' و نصف القطر2؛ وليكن r الدوران الذي مركزه O، و زاويته $+\frac{\pi}{2}$.

ا) E' إلى صورة النقطة E بالدوران r.عيّن e' لاحقة النقطة E'. ب) بيّن أنّ E' تنتمي إلى (C').

جـ) تحقّق أنّ: $(e'-d)\left(\sqrt{3}+2\right)=e-d$ ، واستنتج أنّ النقط E، E'، D على استقامة واحدة.

6. لتكن D' صورة النقطة D بالدوران r؛ برهن أنّ المثلّث $EE'D'$ مثلّث قائم.

التمرين الرابع:(07 نقط)

f دالة عددية معرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x)=1-\frac{\ln x^2}{x}$ (C) تمثيلها البياني في م م م $(O,\vec{i},\vec{j})$

1)أدرس تغيرات f واكتب معادلات المستقيمات المقاربة

-أثبت أنّ المنحنى (C) يقطع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$ في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.

2) احسب : $f(-x)+f(x)$ ماذ تستنتج ؟.

3)بين ان المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]-1,-0.5[$

4)أثبت أن (C) يقبل مماسا (d) يشمل النقطة $A(0;1)$ ويمس المنحنى (C) في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.أوجد معادلة للمماس (d). 5) أرسم (d) ثم (C).

6)ناقش ، بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=mx+1$.

7) h دالة عددية معرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=1+\frac{\ln x^2}{|x|}$ و (C') تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- بين ان h زوجية . ب- دون دراسة تغيرات h، ارسم (C') علل ذلك.

8) بين أن: $A(\alpha)=\frac{\alpha^2}{4}cm^2$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) والمستقيمات التي معادلاتها: x=-1 و $x=\alpha$ و y=1 حيث α هو حل المعادلة $f(x)=0$ ثم جد حصرا للعدد $A(\alpha)$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ؛[وحدة الطول 4cm].

لتكن النقطتان A، B اللتان لاحقتاهما على التّرتيب: $z_A=-i$ ؛ $z_B=e^{\frac{5\pi}{6}i}$.

1)اكتب z_A على الشكل الأسّي و z_B على الشكل الجبري.

2)ليكن الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{-2\pi}{3}$. و C صورة النقطة B بالدوران R.

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران R.

ب)بيّن أن لاحقة النقطة C هي: $z_C=e^{\frac{\pi}{6}i}$، ثم اكتب z_C على الشكل الجبري.

جـ)بيّن أن النقط A، B، C تنتمي إلى دائرة واحدة (Γ) مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها .

3-أ) اكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ)عدد حقيقي θ، عيّن المجموعة (E) للنقط M(z) بحيث: $iz=1+e^{i\theta}$؛عندما θ يمسح $\mathbb{R}$

التمرين الثاني:(04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ، ليكن (P) مستو معادلته :

$x-3y+z-3=0$ و النقط : A(2;−1;2) ، B(2;0;1) ، C(0;−3;−2) ، S(−1;1;2)

1-تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P).

2-أثبت أن المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطتين A و C له تمثيل وسيطي : $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=t+2\\y=t-1\\z=2t+2\end{cases}$

أ-أثبت أن المستوي (P) والمستقيم (Δ) منفصلان.

ب-احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ ، ثم احسب مساحة المثلث ABC .

جـ-اكتب معادلة المستوي (Q) الذي يشمل النقطة B و يحوي المستقيم (Δ).

3-أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) يشمل النقطة S و يعامد المستوي (Q)

ب) تحقق أن النقطة B مسقط عمودي للنقطة S على المستوي (Q).

جـ) احسب حجم رباعي الوجوه SABC.

4-أ) بين أن معادلة المستوي (SAB) هي: $2x+3y+3z-7=0$

ب) احسب المسافة بين النقطة C و المستوي (SAB)، ثم استنتج مساحة المثلث SAB.

التمرين الثالث:(04 نقط)

I) يحتوي وعاء على n كرة بيضاء ، حيث : $(n \geq 2)$ وَ 5 كرات حمراء وَ 3 كرات خضراء ، نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الوعاء :

1) ما إحتمال سحب كرتين بيضاوين ؟ .

2-أ) بيّن أن إحتمال سحب كرتين من نفس اللّون هو $p(n) = \dfrac{n^2 - n + 26}{(n+8)(n+7)}$

ب) أحسب : $\lim\limits_{n \to +\infty} p(n)$ ، ثمّ فسّر النتيجة المحصّل عليها .

II) فيما يلي نعتبر $n = 4$ ، يأتي لاعب و يقوم بنفس التجربة الأولى : في البداية يدفع $30DA$ ، إذا وجد في السحب الكرتين من نفس اللون يكسب $40DA$ ، و إذا وجدهما من لونين مختلفين يكسب $5DA$.نسمي الربح الجبري للاعب الفرق بين المبلغ المدفوع أوّلا و المبلغ الذي يكسبه .

ليكن المتغيّر العشوائي X هو الربح الجبري للاعب :

أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

التمرين الرابع:(07 نقط)

لتكن الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln\left(4e^{x} + e^{-x}\right) - 2\ln 2$.

يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

I.1) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \ln\left(4e^{2x} - 1\right) - \ln(4e^{2x} + 1)$.

ج) ادرس إشارة $f'(x)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات f .

2.) بيّن ان المستقيم (Δ) ذوالمعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $(+\infty)$

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) = -x - 2\ln 2 + \ln\left(4e^{2x} + 1\right)$.

ج) استنتج وجود مستقيم مقارب أخر (Δ')مائل للمنحنى (C_f) عند $(-\infty)$ يطلب تعيينه.

3. حل المعادلة $f(x) = \ln\left(\dfrac{5}{4}\right)$ و فسر النتيجة بيانيا

4.ارسم كلا من المستقيمين (Δ) و (Δ') ثم المنحنى (C_f).

II -لتكن الدالة العدديّة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = f(-|x|)$ و اليكن (C_g) تمثيلها البياني

1.بين أن الدالة g زوجية.

2.بيّن كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f)، ثم أرسم المنحنى(C_g).

3. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة $g(x) = m + 2$.

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A، B، C صور الأعداد المركبة $z_A=-2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ ، $z_C=\sqrt{3}+i$

1. أ) اكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي

ب-استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (γ) التي تشمل النقط A، B، C

جـ) علم النقط A، B، C ثم أرسم الدائرة (γ)

2. أ)اكتب العدد $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ على الشكل الجبري ثم الأسي و استنتج طبيعة المثلث ABC

1-ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

أ-بين أن النقطة O' ذات اللاحقة $-\sqrt{3}-i$ صورة النقطة O بالدوران r

ب- بين أن $[O'C]$ قطرا للدائرة (γ). ثم انشئ (γ') صورة الدائرة (γ) بالدوران r.

جـ-تحقق أن الدائرتين (γ) و (γ') تشتركان في النقطتين A وB

التمرين الثاني:(04 نقط)

الفضاء المزود بالمعلم $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ المتعامد والمتجانس، نعتبر النقط $A(1;0;-2)$ ، $B(3;1;0)$ ، $C(1;0;1)$

1. أكتب معادلة لسطح الكرة (S) التي مركزها A و تشمل النقطة B .

2. لتكن مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء بحيث : $\begin{cases} x+2z-3=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$

- بين أن (Δ) مستقيم من الفضاء شعاع توجيهه $\vec{u}(-2;-1;1)$ ويشمل النقطة B

3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A و يعامد المستقيم (Δ) .

4. أ- عين احداثيات نقطة تقاطع المستوي (P) و المستقيم (Δ) .

ب- أحسب بعد النقطة A عن المستقيم (Δ).ثم استنتج أن (Δ) يقطع سطح الكرة (S) في نقطتين

5. t عدد حقيقي و G مرجح الجملة $\{(B,e^t),(C,1)\}$. بين أن : $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{1+e^t}\overrightarrow{BC}$

- شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(t)=\frac{1}{1+e^t}$.

- استنتج مجموعة النقط G عندما يتغير t في $\mathbb{R}$ هي القطعة $[BC]$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

صندوق يحوي على5كرات بيضاء مرقمة:1- ،0 ،1 ،1 ،1 و5 كرات سوداء مرقمة :1- ،0 ،0 ،1 ،1 لا نميز بينها عند اللمس .نسحب عشوائيا 3 كرات في آن واحد من من هذا الصندوق.

1-: احسب احتمال الحوادث التالية :

A حادث سحب كرة واحدة فقط بيضاء ، Bحادث سحب كرة بيضاء على الاقل .

Cحادث سحب 3 كرات من نفس اللون.،Dحادث سحب3 كرات من نفس الرقم.

Fحادث سحب 3 كرات مجموع أرقامها معدوم.

2-:نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

أ-عين قيم المتغير العشوائي X.

ب-عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- لتكن g الدالة العدديّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-2x^3+x^2-1$.

1) ادرس تغيّرات الدالة g

2) برهن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً α في $\mathbb{R}$، ثمّ تحقق أنّ $-0,7\prec\alpha\prec-0,6$.

3) استنتج إشارة $g(x)$على $\mathbb{R}$.

II- لتكن الدالة العددية fالمعرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $f(x)=\left(1+x+x^2+x^3\right)e^{-2x+1}$.

يرمز (C_f) إلى منحناها في معلم متعامد$\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$: (الوحدة: $\|\vec{i}\|=2cm$ ؛ $\|\vec{j}\|=1cm$).

2) ا- برهن أنه، من أجل أيّ عدد حقيقي$x\succ1$ ، فإنّ : $1\prec x\prec x^2\prec x^3$.

بـ- استنتج أنه، من أجل أيّ عدد حقيقي$x\succ1$ ، فإنّ : $0\prec f(x)\prec 4x^3.e^{-2x+1}$.

جـ- باستخدام النهاية الشهيرة $\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{t}{e^t}=0$ ، برهن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3}{e^x}=0$.

د- استنتج، من2) جـ- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثمّ فسّرها هندسيّا.

3) ا- برهن أنه، من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x).e^{-2x+1}$.

بـ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.، ثمّ شكّل جدول تغيّرات f .

4) احسب $f(-1,1)$ ، $f(-1)$ ، $f(0)$ ، ثمّ أنشئ (C_f)؛ (تعطى$f(\alpha)\simeq5$).

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C التي لواحقها: $z_A = 1-\sqrt{3}$ ، $z_B = 1+i\sqrt{3}$ و $z_C = 1-i\sqrt{3}$.

1-أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ، ثم بيّن أن $z_B^{2019} + z_C^{2019} = -2^{2020}$.

2- بيّن أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $z_B^n - z_C^n = 2^{n+1} i\sin(\frac{n\pi}{3})$

3-أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_A - z_B}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

4- عين اللاحقة z_G للنقطة G منتصف القطعة $[BC]$ ثم احسب الطولين BC و GA

5-نسمي (S) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تتحقق: $BM^2 + CM^2 = 12 ...(1)$

* بين أن النقطة A تنتمي للمجموعة (S)، ثم حدّد المجموعة (S) مع إعطاء عناصرها المميزة
* علم بدقة النقط A، B، C و G ثم أنشئ المجموعة (S).

التمرين الثاني:(04 نقط)

الجزء(أ) نعتبر النقطتان A و D من الفضاء . ولتكن I منتصف القطعة AD

1) برهن أنه من أجل كل نقطة M من الفضاء فإن: $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA} = MI^2 - IA^2$

2) استنتج المجموعة E مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA} = 0$

الجزء(ب) الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط : $A(3;0;0)$، $B(0;6;0)$ ، $C(0;0;4)$ ، $D(-5;0;1)$

1-تحقق أن $\vec{n}(4;2;3)$ شعاع ناظمي للمستوي ABC ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي ABC

2/ اوجد التمثيل الوسيطي للمستقيم Δ العمودي على المستوي ABC ويشمل النقطة D

3/ لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي ABC .استنتج إحداثيات النقطة H

4/ احسب بعد النقطة D على المستوي ABC .

5/ برهن أن النقطة H تنتمي إلى المجموعة E المعرفة في الجزء (أ)، ثم إنشئ المجموعة E

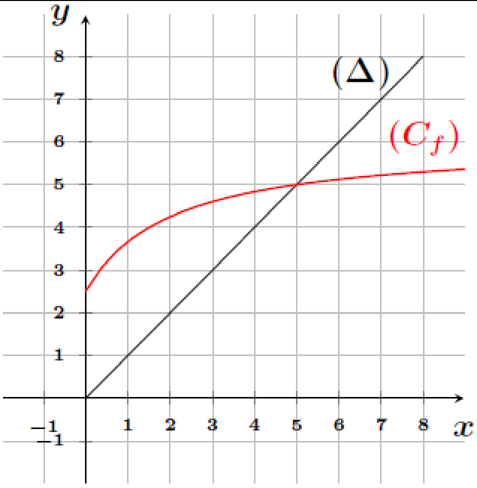
التمرين الثالث:(04 نقط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ :

$f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$ و (C_f) المنحني الممثل لها،(Δ)هو المستقيم ذو المعادلة: $y = x$ (أنظر الشكل)

I) تحقق أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

II) (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0 = 1$



وَ من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) أ) مثل على محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2، u_3.

ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وَ تقاربها .

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le 5$.

3) أدرس إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، هل هي متقاربة ؟ .

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{u_n-5}{u_n+1}$.

أ)بيّن أنّ (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّهاالأوّل

ب) عبّر عن v_n ثمّ عن u_n بدلالة n . ثمّ جد نهاية المتتالية (u_n) ؟ .

5) أحسب المجموع S_n حيث : $S_n=\frac{1}{u_0+1}+\frac{1}{u_1+1}+....+\frac{1}{u_n+1}$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة هي 2cm

I- الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة g والمعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}-\ln(x^2+1)$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	
$g(x)$	0	$\nearrow$	....	$\searrow$	...

1- أ) احسب $g(1)$ ، ثم تحقق أن: $\lim_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$.

ب- أكمل جدول تغيرات الدالة g.

2- أ)علل وجود عدد حقيقي وحيد α على المجال $]1;+\infty[$ بحيث: $g(\alpha)=0$ ثم تحقق: $1,9\prec\alpha\prec 2$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $[0;+\infty[$.

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كل $x\neq 0$ $f(x)=\frac{\ln(x^2+1)}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن: $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=1$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2- أ) بين أن الدالة f فردية . ب) بيّن أن: $\lim_{x\to+\infty}f(x)=0$ ثم استنتج $\lim_{x\to-\infty}f(x)$.

3- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 0 : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

4) اكتب معادلة المماس (Δ) عند النقط ذات الفاصلة 0.

5- أ)بيّن أن: $f(\alpha)=\frac{2\alpha}{\alpha^2+1}$ ، ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب)أنشئ المماس (Δ) ثم المنحنى (C_f) في المعلم السابق.

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

(u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_1=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_{n+1}=\frac{n+1}{2n}u_n$.

1)-أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_n \succ 0$.

ب-ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n). جـ-هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نضع : $v_n=\frac{u_n}{n}$.

أ- بيّن المتتالية (v_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1.

ب-استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نضع : $u_n=\frac{n}{2^n}$.

جـ-لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln x - x\ln 2$.

عين نهاية الدالة f عند $+\infty$، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الثاني:(04 نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-2z+4=0$ .... (1)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) . ثم استنتج حلا المعادلة : $\left(\bar{z}+2+2i\sqrt{3}\right)^2-2\bar{z}-4i\sqrt{3}=0$.

2) ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A، B، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1+3i\sqrt{3}$ ، $z_C=-1+i\sqrt{3}$ و $z_D=-1-i\sqrt{3}$

أ) احسب العددين المركبين $z_{\overline{AB}}$ و $z_{\overline{AD}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABD .

ب) عين العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه B ونسبته $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ وزاوية $-\frac{\pi}{6}$.

جـ) عين z_E لاحقة النقطة E صورة C بالتشابه S.

د) احسب العدد المركب $z=\frac{z_B-z_E}{z_A-z_E}$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي ABED .

التمرين الثالث:(04 نقط)

صندوق يحتوي على 6 قريصات حيث : 4 كرات حمراء وكرتين سوداوين ، الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس . نسحب عشوائيا و في آن واحد من العلبة 3 كرات من الصندوق.

1-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .
أ-عين قيم المتغير العشوائي X.
ب-عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.
2- نسحب عشوائيا و على التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق.
احسب احتمال كل من الحوادث التالية:
A_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"،A_1"سحب كرة سوداءبالضبط"،A_2"سحب كرتين سوداوين "
3-بعد السحب الاول بقيت في الصندوق 4كرات ، نجري سحب أخر على التوالي ودون ارجاع
نعتبر الحوادث التالية:
B_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"،B_1"سحب كرة سوداءبالضبط"،B_2"سحب كرتين سوداوين"
أ- احسب الإحتمالات التالية :
$P_{A_0}(B_0)$ ، $P_{A_1}(B_0)$ ، $P_{A_2}(B_0)$ ، ثم استنتج $P(B_0)$.
ب- احسب احتمال الحصول على كرة سوداء بالضبط عند السحب الاول ، علما اننا حصلنا على كرة سوداء بالضبط عند السحب الثاني.

التمرين الرابع:(07 نقط)

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

الجزء الأول : g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln(x^2+x+1)-x$ و C_g تمثيلها البياني .
1-احسب نهايتي g عند : $+\infty$ و $-\infty$.
2-أثبت من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ أن : $g'(x)=\dfrac{x(1-x)}{x^2+x+1}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.
4-أثبت أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.7,1.9[$.
5-عين من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln(x^2+x+1)$ و C_f تمثيلها البياني
1-احسب نهايتي f عند : $+\infty$ و $-\infty$.
أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
ب-اكتب معادلة المماس (T) عند مبدأ المعلم، حدد الوضعية النسبية لـ : C_f و (T).
2-أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\ln(x^2+x+1)=0$ ، فسر النتيجة هندسيا.
ب) أثبت أن المنحنى C_f يقبل نقطتي انعطاف ، عين فاصلتيهما.
3-أثبت أن : $f(\alpha)=\alpha$. ثم ارسم المنحنى C_f و المماس (T).
4-احسب العدد $S(\alpha)=2\int_0^{\alpha}\dfrac{xdx}{x^2+x+1}+\int_0^{\alpha}\dfrac{dx}{x^2+x+1}$ ، ثم فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

الفضاء المزود بمعلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

تعطى النقط: $A(1,2,2)$ ، $B(-1,0,1)$ ، $C(3,2,1)$

1-بين أن المستوي (Q) الذي يشمل النقط A ، B ، C معادلته : $x-2y+2z-1=0$.

2-(P) مستو معادلته : $z=1$. أ) تحقق أن المستقيم (BC) محتوى في المستوي (P).

ب) استنتج تقاطع المستويين (P) و (Q).

جـ)عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC).

3-أثبت أن النقطة $H(1,2,1)$ هي المسقط العمودي للنقطة A على (P).

هل المستقيمان (BC) و (AH) متقاطعان ؟ برر إجابتك.

4- أ)عين إحداثيات النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,1),(C,-1)\}$.

ب)عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

التمرين الثاني:(04 نقط)

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة: $(z-2+2i)(z^2+4z+8)=0$.

النقط A ،B ،C لاحقاتها على الترتيب: $z_A=2-2i$ ،$z_B=-2+2i$ ،$z_C=-2-2i$.

2) ا- اكتب الصيغة المركّبة للدّوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

ب-بيّن أنّ لاحقة النقطة D ، صورة النقطة C بهذا الدوران ، هي $z_D=2-6i$.

جـ- حدّد- مع التعليل- طبيعة الرباعي $ABCD$.

3) ا- عيّن إحداثيّيْ H_α مرجح الجملة $(A,1);(B,-1);(C,\alpha)$ ، حيث α وسيط من $\mathbb{R}^*$.

ب-بيّن أنّ مجموعة النقط H_α، عندما يتغيّر α في $\mathbb{R}^*$، هي مستقيم باستثناء نقطة يطلب تعيينه

جـ- في هذا السؤال، نأخذ $\alpha=2$.عيّن Γ: مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$MA^2-MB^2+2MC^2=16$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

1 لتكن الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

والمتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) كما يلي : $\begin{cases}u_0=-\frac{1}{2}\\u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$ و $\begin{cases}v_0=\frac{9}{2}\\v_{n+1}=f(v_n)\end{cases}$

1) أ- انشئ (C) والمستقيم الذي معادلته : $y=x$

ب- انشئ الحدود u_0، u_1، u_2 و v_0، v_1، v_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

2) أ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير كلا من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

ب- برهن بالترجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3<v_n$

3) أ-بيّن انه من اجل كل عدد طبيعي n يكون: $u_n=\frac{-7}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n+3$ و $v_n=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n+3$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و المتتالية (v_n)

جـ- احسب $\lim u_n$ و $\lim v_n$

4) هل ان (u_n) و (v_n) متجاورتان ؟ علّل جوابك

التمرين الرابع:(07 نقط)

I-نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^x-xe^x+1$.

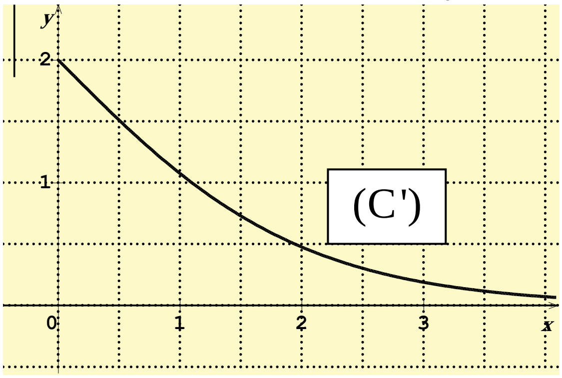
1-أ) بين أن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ ثم أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2\prec\alpha\prec1,3$

3)استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II-f الدالة العددية والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\frac{4x}{e^x+1}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول على محور الفواصل 1cm و على محور التراتيب 4cm.



1-أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{4g(x)}{(e^x+1)^2}$.

ب)أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2-أ) أثبت أن : $f(\alpha)=4(\alpha-1)$

ب) أرسم المنحنى (C) في المعلم السابق.

III- نمثل في الشكل المقابل المنحنى (C') للدالة h

والمعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $h(x)=\frac{4}{e^x+1}$. من أجل كل عدد حقيقي ، نسمي M ، P و Q النقط التي احداثياتها على الترتيب $(x;h(x))$ ، $(x;0)$ و $(0;h(x))$

أ-بيّن أن مساحة المستطيل OPMQ تكون أعظمية إذا كانت α فاصلة النقطة M .

ب-نفرض أن فاصلة M هي α.

أثبت أن المماس (T) في النقطة M للمنحنى (C') يوازي المستقيم (PQ).

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بـِ : $u_0=2$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{2u_n-3}{4-u_n}$.

1) عيّن العددين الحقيقيّين a و b بحيث يكون $u_{n+1}=a+\dfrac{b}{4-u_n}$.

2)برهن بالتراجع، انه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، أنّ: $-1\le u_n\le 3$.

3)ادرس رتابة المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـِ : $v_n=1-\dfrac{4}{u_n+1}$.

أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعين أساسها و حدّها الأول.

5) احسب،بدلالة n، المجموع $\Sigma_n=\dfrac{1}{v^2{}_0}+\dfrac{1}{v^2{}_1}+\cdots+\dfrac{1}{v^2{}_n}$

التمرين الثاني:(05 نقط)

يلعب تلميذ بـ 20كرية،13 منها حمراء و7 خضراء وضع 10 كريات حمراء و3 كريات خضراء في علبة A كما وضع البقية في علبة B.

1) في أول لعبة يختار 3 كريات عشوائيا في آن واحد من العلبةA ؛ نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في العلبة A.

أ) عين القيم التي يأخذها X .

ب) عين قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

2) في ثاني لعبة يختار عشوائيا إحدى العلبتين ويسحب كرية.

أ) مثل شجرة الاحتمالات التي تصف هذه الوضعية.

ب) احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء.

ج) علما أن التلميذ سحب كرية حمراء ؛ فما هو احتمال أن تكون من العلبة A؟

التمرين الثالث:(04 نقط)

1)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-i\sqrt{3}z-1=0...(E)$ ، ثم أكتب الحلين على الشكل الأسي

2) من أجل كل عدد مركب z نضع: $P(z)=3z^4-7i\sqrt{3}z^3-18z^2+7i\sqrt{3}z+3$

أ) تحقق أن: $P(i\sqrt{3})=0$ وأن: $P(e^{i\frac{\pi}{3}})=0$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد مركب غير معدوم: $P(-\frac{1}{z})=\frac{1}{z^4}.P(z)$

جـ)استنتج ان كلا من العددين المركبين $\frac{\sqrt{3}}{3}i$ و $e^{i\frac{2\pi}{3}}$ هما حلان للمعادلة $P(z)=0$.

3-أ) في المستوي المنسوب إلى متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ علّم النقط A، B، C النقط:

A، B، C ذات اللواحق $e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $3e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $e^{i\frac{2\pi}{3}}$ على الترتيب.

ب)أنشئ النقطة D والمعرفة كما يلي: $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$ ثم اكتب لاحقة D على الشكل القطبي

جـ) المستقيم الذي يشمل النقطة A والموازي للستقيم (BD) يقطع (OD) في النقطة E.

عين لاحقة النقطة E.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln(e^{2x}-e^x+\frac{1}{2})-2x$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)=\ln(1-e^{-x}+\frac{1}{2}e^{-2x})$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) احسب $g(-\ln 2)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.

4) لتكن G دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$. أدرس اتجاه تغير الدالة G

بين منحنى G يقبل مماس يوازي حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة يطلب تعيين احداثياها.

II-نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln(2e^{2x}-2e^x+1)-\ln 2$ و (C_f) تمثيلها البياني

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ماذا تستنتج ؟

ب)استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) بجوار $+\infty$، ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

2) أ) بين أن $f'(x)=e^{x-f(x)}(2e^x-1)$ حيث f' مشتق الدالة f .

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

3) أ) عين α فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل. ب) ارسم (Δ) و (C_f).

4) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\ln(\frac{1}{2}e^{2x}-e^x+1)$ و (C_h) تمثيلها البياني.

عين قيمة β التي تحقق $h(x)=f(x-\ln 2)+\beta$ ثم استنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

f دالة عددية معرفة على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2}{2x-1}$.

1) بيّن أنه إذا كان $x\geq 1$ فإن $f(x)\geq 1$.

2) نعرّف المتتالية (u_n) بـ: $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n.

أ) برهن بالتراجع، من أجل كل عدد طبيعي n، أن $u_n\geq 1$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n). ثم استنتج أن (u_n) متقاربة واحسب نهايتها L.

3) (v_n) متتالية معرّفة بـ: $v_n=\ln\left(\frac{u_n-1}{u_n}\right)$

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين عناصرها المميزة.

ب) أكتب v_n بدلالة n واستنتج أن: $u_n=\frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}}$

التمرين الثاني:(04 نقط)

1) حل، في $\mathbb{C}$، المعادلة $z^2+\sqrt{3}z+1=0$. ثم أكتب الحلول على الشكل الأسي.

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقطة A، التي لاحقتها $z_A=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$. عين z_B لاحقة النقطة B التي تنتمي للمحور التخيلي بحيث يكون المثلث OBA متقايس الأضلاع.

3) ليكن R الدّوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

أ) أكتُب العبارة المركّبة للدّوران R.

ب) أوجد $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالدّوران R.

4) عين طبيعة المجموعة (T) ثم أنشئها حيث (T) مجموعة النقط M ذات اللاّحقة z، من المستوي المركّب بحيثُ: $|iz-2-i|=|\bar{z}+3i|$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء نعتبر النقط :

$A(-1;3;2)$، $B(1;4;4)$، $C(0;4;2)$، $D(1;0;2)$ و $E(-9;-4;-1)$

1/ بيّن أن النقط A، B و C تعيّن مستويا (ABC) يطلب تعين معادلته الديكارتية

2/ نعتبر المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=-2t+1 \\ y=3t-4 \\ z=2t \end{cases}$

أ- تحقق أن النقطة D و المستقيم (Δ) تعين مستويا (P) يطلب تعين تمثيلا وسيطيا له

ب-استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (P)

جـ- بيّن أن المستويين (ABC) و (P) متعامدان

3/ أ- تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ') الذي يقبل الجملة التالية :

$(\alpha\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=\alpha \\ y=3+\alpha \\ z=4 \end{cases}$ تمثيلا وسيطيا له .

ب- تحقق من أن النقطة E لاتنتمي إلى (P) و لاتنتمي للمستوي (ABC)

جـ - أوجد المسافة بين النقطة E و المستقيم (Δ') بطريقتين مختلفتين.

التمرين الرابع:(07 نقط)

الجزء الأول : g دالةمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(-x+2)e^{x}-2$

1- بين أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلاد α حيث : $1.5<\alpha<1.6$

2- احسب نهايتي g عند $-\infty$ و $+\infty$.

3- ادرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

4- احسب $g(0)$ ، ثم استنتج من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ إشارة $g(x)$.

5- باستعمال المكملة بالتجزئة عين الدالة F الاصلية للدالة $x\to g(x)+2$ والتي تنعدم عند 0

6- عين العدد الحقيقي $s(\alpha)=\int_0^{\alpha} g(x).dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا

الجزء الثاني : f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2}{e^x-1}$ واليكن C_f تمثيلها البياني

1- عين نهايتي الدالة f عند : $-\infty$ و $+\infty$.

2- تحقق أن $f(x)$ تكتب من الشكل: $f(x)=\dfrac{1}{\dfrac{e^x-1}{x}\times\dfrac{1}{x}}$، ثم احسب نهايتي f عند 0.

3- أثبت من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{0\}$ أن : $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(e^x-1)^2}$

4- باستعمال الجزء الأول عين إشارة f' ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5- تحقق أن : $f(\alpha)=\alpha(2-\alpha)$.

6- ارسم C_f (تذكر أن الدالة f غير مستمرة عند 0).

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

ليكن α عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;1[$

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0=2$ و $U_{n+1}=\dfrac{(1+\alpha)U_n-\alpha}{U_n}$

1) أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $U_n\geq 1$.

ب- بيّن أن المتتالية (U_n) متناقصة، ثم استنتج أن (U_n) متقاربة واحسب نهايتها .

2) لتكن (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=\dfrac{U_n-1}{U_n-\alpha}$

أ- بيّن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها α

ب- اكتب عبارة V_n بدلالة n و α واستنتج عبارة U_n بدلالة n و α.

جـ - تحقق من نتيجة السؤال 1) جـ) وذلك بحساب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

التمرين الثاني:(05 نقط)

I) ليكن $P(z)$ كثير حدود للمتغيّر المركب z حيث : $P(z)=z^3+z^2-4z+6$.

1) بيّن أنه ، من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)}=P(\overline{z})$.

2) تحقق أن $1+i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم استنتج جذرا آخر له .

3) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$.

II) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها : $z_A=-1$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب .

1)التحويل النقطي S،يرفق بكل نقطة $M(z)$من المستوي النقطة $M'(z')$حيث: $z'=(1+i)z+i$

أ - ما طبيعة التحويل S ؟ عيّن عناصره المميّزة .

ب- لتكن M نقطة تختلف عن A . ما طبيعة المثلث AMM' ؟

2) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن A ، لاحقتها العدد المركب z_n .

نضع: $M_0=O$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1}=S(M_n)$.

أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n=(1+i)^n-1$.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقط O ، A و M_n في استقامية .

التمرين الثالث:(04 نقط)

تحتوي علبة على 7 كرات لا نميّز بينها عند اللمس ، 4 منها تحمل الرقم 1 وَ كرتان تحملان الرقم 2 وَ كرة واحدة تحمل الرقم 0 .

1- نسحب ثلاث كرات في آن واحد :

أ) أحسب إحتمال الحوادث التالية : A : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم "

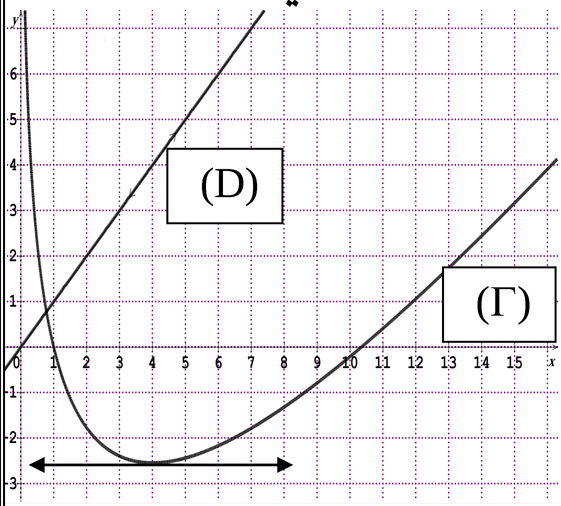
B : يوجد في الكرات المسحوبة الرقم 0 " . C : " مجموع الأرقام المسحوبة يساوي 3 " .

ب) بيّن ان: $P(A\cup B)=\frac{1}{3}$ ثم استنتج كلا من : $P(A\cap B)$ و $P_A(B)$.

2- X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحب 3 كرات جداء الأرقام المسحوبة :

أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضي .

التمرين الرابع:(07 نقط)



الشكل المقابل (Γ) يمثل منحنى الدالة u في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $u(x)=x-1-4\ln x$

(Γ) يقبل مقاربين أحدهما حامل محور التراتيب والاخر مائل (D) ذو المعادلة $y=x$ بجوار $+\infty$

(Γ) يقبل مماسا وحيدا يوازي محور التراتيب عند النقطة ذات الفاصلة 4 .

(Γ) يقطع المحور $(O;\vec{i})$ في نقطتين فاصلتهما 1 و α على الترتيب .

أ) بقراءة بيانية: 1) أحسب كلا من : $u(1)$ ، $u(\alpha)$ ، $u'(4)$ ، $\lim\limits_{x\to 0^+}u(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}u(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{u(x)}{x}$.

2) عيّن إشارة كلا من : $u(x)$ و $u'(x)$.

ب) نعتبر f الدالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{e^{x-1}}{x^4}-(x-1)+4\ln x$

و (C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-أ) تحقق انه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ فإن: $f(x)=e^{u(x)}-u(x)$

ب) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=+\infty$.

2- أ) تحقق انه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=u'(x)\left[e^{u(x)}-1\right]$.

ب) بيّن أنه يكون : $f'(x)>0$ إذا وفقط إذا ، $x\in]1;4[\cup]\alpha;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات f.

3- أ) تحقق انه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن: $e^x-2x>0$ استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و (Γ)

ب) أرسم المنحنى (C) في الجزء الرفق على المجال $]0;15[$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $\left(\bar{z}+\sqrt{3}+i\right)\left(z^{2}-2\sqrt{3}z+4\right)=0$.

2.نعتبرالنقط A ، B ،وC التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}-i$ ،$z_B=\sqrt{3}+i$ ، $z_C=\overline{z_B}-2z_A$

أ) اكتب كل من z_A و z_B على شكل أسي.

ب) احسب الأطوال OA،OB و AB . استنتج طبيعة المثلث OAB.

3.عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

4.أ)جد لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(O;-1),(D;1),(B;1)\}$ ، ثم بين أن: $\left(\frac{z_G}{2\sqrt{3}}\right)^{1945}=\frac{z_G}{2\sqrt{3}}$.

ب) علم النقط A ، B، C ، D و G ثم بين أن النقط C، D و G في استقامية.

ج) عين طبيعة كل من الرباعي $OBGD$ و المثلث AGC .

التمرين الثاني : :(04 نقط)

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_{n+1}=u_n(2-u_n)$ و $u_0=\frac{1}{8}$

1) أ- ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة 8cm)، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ و المنحني (C) الممثل للدالة f المعرفة على $[0;2]$ بـ: $f(x)=x(2-x)$

2)أ-باستعمال الرسم السابق،مثل على حامل محور الفواصل،دون حساب كلا من u_0،u_1،u_2،u_3

ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

3) أ- برهن بالتراجع أنه لكل عدد طبيعي n : $0\prec u_n\prec 1$

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة استنتج أن (u_n) متقاربة ، ما هي نهايتها ؟

4) 3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\ln(1-u_n)$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

ب-استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

5) أ) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n=(1-u_0)(1-u_1)........(1-u_n)$ ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}P_n$

التمرين الثالث: :(04نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

تعطى النقط $A(1,1,-2)$، $B(1,2,-2)$، $C(0,1,1)$.

1)بيّن أنّ النقط A،B،C تعرّف مستويا P.

2)تحقق أنّ الشعاع $\vec{n}=3\vec{i}+\vec{j}$ ناظمي للمستوي P، ثم استنتج معادلة ديكارتيّة لـِ P.
3)ليكن المستوي Q المار بالنقطة A والعمودي على المستقيم (AC).
ا)أعط معادلة ديكارتيّة للمستوي Q. ب) برهن أنّ P و Q متعامدان وفق المستقيم (AB).
4) S_m مجموعة النقط $M(x,y,z)$ حيث: $x^2+y^2+z^2-2x-2my+4z+4=0$؛ (m وسيط حقيقي)
ا)برهن أنه مهما كان m، فإنّ S_m هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها I_m ونصف قطرها R_m.
ب)بيّن أنه عندما يتغيّر m في $\mathbb{R}$ فإنّ مجموعة النقط I_m هي المستقيم (AB).

التمرين الرابع : :(07 نقطة)

I- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$

و (C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $1-\frac{1}{e^x+1}=\frac{1}{1+e^{-x}}$. ثم بين أن f دالة فردية .

1. احسب: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3.أ)بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ثم استنتج جدول تغيرات f على $\mathbb{R}^+$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x، $1-\frac{2}{e^x+1}\leq\frac{1}{2}x$.

4. احسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

5. ارسم المستقيم (Δ) الذي معادلة له $y=-\frac{1}{2}x+1$ والمنحنى (C_f).

6. أ) بين أن الدالة $x\mapsto\ln(e^{-x}+1)$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto-\frac{1}{e^x+1}$ على $\mathbb{R}$.

ب)احسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلتها على الترتيب:
y=0، $x=-1$ و $x=0$.

II- (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$.

1. إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>0$ بين أن $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$.

2. استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$.

3. بين أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$.

الاختبار06 في مادة الرياضيات المـــدة:03ساعات ونصف

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر المستويين (P) و (P') اللذين معادلتاهما على الترتيب $x-2y-3z+3=0$ و $x-y+z-4=0$ و (D) المستقيم الذي تمثيلا وسيطيا له $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=-t \\ y=1+2t \\ z=5+3t \end{cases}$.

أجب إما بصحيح وإما بخطأ مع التعليل.

1. المستويان (P) و (P') متعامدان.
2. سطح الكرة (S) الذي معادلته $x^2+y^2+z^2-6x+4y-4z+14=0$ يمس المستوي (P')
3. تقاطع المستويين (P) و (P') هو المستقيم (Δ) الذي تمثيلا وسيطيا له $t'\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=11-5t' \\ y=7-4t' \\ z=t' \end{cases}$.
4. المستقيمين (D) و (Δ) من مستويين مختلفين.

التمرين الثاني:(04 نقط)

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتان كما يلي : $u_0=1$ ، $v_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1}=\alpha u_n+(1-\alpha)v_n$ و $v_{n+1}=(1-\alpha)u_n+\alpha v_n$ حيث α عدد حقيقي مع $\frac{1}{2}<\alpha<1$.

1) لتكن (w_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n=v_n-u_n$.

أ- احسب w_0 و w_1.

ب- بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n=(2\alpha-1)^n$.

جـ- استنتج نهاية المتتالية (w_n).

2) أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n\leq v_n$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة وأن المتتالية (v_n) متناقصة .

جـ- استنتج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متقاربتان نحو نفس النهاية l.

د- بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n+v_n=3$ وستنتج قيمة النهاية l.

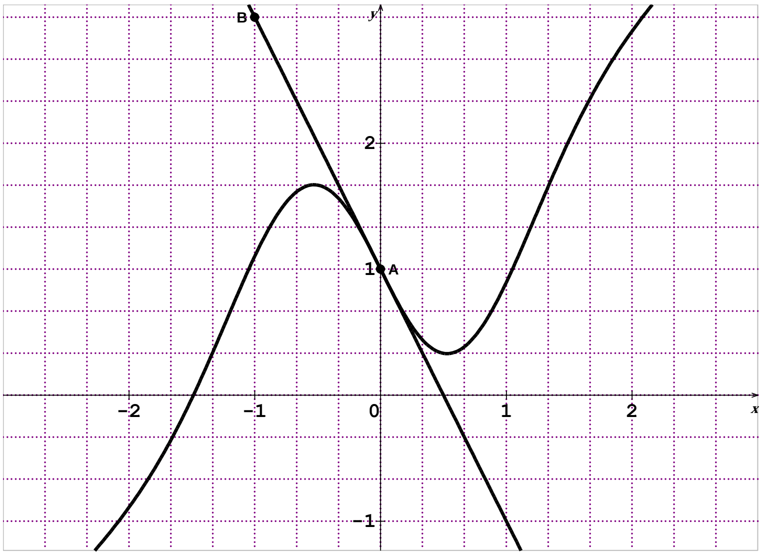
التمرين الثالث:(05 نقط)

في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.
نعتبر النقط A ، B و C وD التي لواحقها على الترتيب:
$z_A=1$ ،$z_B=3+4i$ ،$z_C=2\sqrt{3}+i\left(-2-\sqrt{3}\right)$ و $z_D=-2\sqrt{3}+i\left(-2+\sqrt{3}\right)$

1) أ) بين ان صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه A و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ هي النقطة D
ب)استنتج أن النقطتين B وD تنتميان الى نفس الدائرة (Γ) يطلب تعيين عناصرها المميزة
2) لتكن النقطة F صورة النقطة A بالتحاكي h الذي مركزه النقطة B ونسبته $\frac{3}{2}$
أ) بين ان لاحقة النقطة F هي $z_F=-2i$. ب) بين ان F هي منتصف القطعة $[CD]$.
جـ) بين ان $\frac{z_C-z_F}{z_A-z_F}=-i\sqrt{3}$ ثم اكتبه على الشكل الأسي .
د) استنتج أن المستقيم (AF) هو محور القطعة المستقيمة $[CD]$ أنشئ النقط A ، B ،C، D و F

التمرين الرابع:(07 نقط)

في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقطتين $A(0;1)$ و $B(-1;3)$ و المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة f القابلة للإشتقاق والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+1+axe^{-x^2}$ حيث $a\in\mathbb{R}$



1- أ)بين أن المنحنى (C) يشمل النقطة A. ب) عين معامل توجيه المستقيم (AB).
جـ)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=1-a(2x^2-1)e^{-x^2}$
د)عين العدد a بحيث يكون المستقيم (AB) مماسا لـ (C) في A
2-من السؤال السابق ، من أجل كل عدد حقيقي x :
$f(x)=x+1-3xe^{-x^2}$ و $f'(x)=1+3(2x^2-1)e^{-x^2}$.
أ) بين أنه من أجل كل: $x\in]-1;0]$: $f(x)\succ 0$. و $x\in]-\infty;-1]$: $f'(x)\succ 0$.
ب)جد مساحة الحيز المحدد بـ(C) والمستقيمات التي معادلتها: $x=-1$ و $x=1$ و $y=x+1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

يحتوي كيس على 10 كريات بحيث 5 كرات حمراء تحمل الأرقام :0 ، 1، 1- ، 2 و 2-
و3كرات خضراء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1- و كرتين سوداوين تحملان الرقمين 0 و 1-.

1-نسحب عشوائيا كرتين من هذا الصندوق وفي آن واحد.

احسب احتمالات الحوادث التالية : A : " الكرتين المسحوبتين تحملان نفس الرقم "

B : الكرتين المسحوبتين تحملان من لونين مختلفين " . C : " مجموع الأرقام المسحوبة معدوم " .

2- X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحبة من هذا الكيس ممكنة العدد الحقيقي $\ln|x+y|$ حيث x و y هما الرقمان المسجلان على الكرتين المسحوبتين من هذا الكيس.

أ- عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

ب-أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

التمرين الثاني : :(05 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، لتكن النقط A، B، C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=-4$؛ $z_B=2$؛ $z_C=4$. و لتكن النقط A'، B'، C'التي لواحقها على الترتيب: $z_{A'}=jz_A$؛ $z_{B'}=jz_B$؛ $z_{C'}=jz_C$ حيث j هو العدد المركّب المعرّف بـ : $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) ا) أعطِ الأشكال الجبريّة لــِ $z_{A'}$ ، $z_{B'}$ ، $z_{C'}$.

ب) اكتب j على الشكل الأسّي، و استنتج الأشكال الأسّيّة للأعداد المركّبة $z_{A'}$ ، $z_{B'}$ ، $z_{C'}$.

2) علّمْ، بدقّة، و دون استخدام القيم التقريبيّة، النقط A'، B'، C' ثم برهن أنها في استقاميّة.

3)أثبت أنّ النقط A'، B'، C'هي صور النقط A، B، C بدوران، يطلب تعين مركزه وزاويته.

4) لتكن النقط M، N، P: منتصفات القطع المستقيمة$[A'C]$، $[C'C]$،$[C'A]$ على الترتيب.

ما طبيعة المثلّثMNP؟ علّل إجابتك.

التمرين الثالث: (04 نقط)

(u_n)متتالية معرفة بحدّها الأول u_0ووبالعلاقة التراجعية: $u_{n+1}=\frac{7u_n+2}{u_n+8}$ ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$

1-عين قيم u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2-نفرض أن : $u_0=0$. أ-احسب u_1 ، u_2.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$فإن: $0\le u_n\le 1$ ، ثم أدرس أتجاه تغير المتتالية (u_n).

3-لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كمايلي: من أجل $n\in\mathbb{N}$: $v_n=\dfrac{u_n+2}{u_n-1}$.

أ- أثبت أن (V_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب-عبّر عن u_nبدلالة n ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) لما يؤول n إلى $+\infty$.

جـ-أحسب كلا من S_n و π_n حيث: $S=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ و $\pi_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$.

التمرين الرابع: (07 نقط)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$.

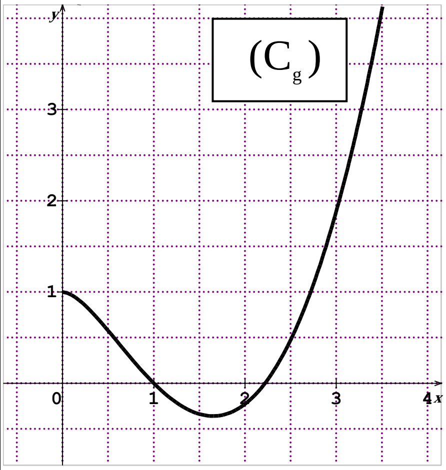
وليكن (C_f)المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

I-1)بيّن أن مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f=]0;e[\cup]e;+\infty[$.

2-أ)احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}e} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}e} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.

ب) $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)$ ثم بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده.

جـ) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.(لاحظ: $x(1-\ln x)=x-x\ln x$)



3-أ)بيّن أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$.

ب) بيّن أن الدالة f متناقصة على المجال $]0;1]$ ومتزايدة على كلا من المجالين$[1;e[$ و $]e;+\infty[$

جـ)شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f .

II) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=1-x^2(1-\ln x)$ و(C_g) المنحنى الممثل لها (أنظر الشكل)

1)أ-حدد بيانيا عدد حلول المعادلة $g(x)=0$.

ب-نعطي جدول القيم التالية:بيّن أن المعادلة $g(x)=0$تقبل حلا α بحيث$2,2<\alpha<2,3$

x	2,1	2,2	2,3	2,4
g(x)	–0,14	–0,02	0,12	0,28

2-أ)تحقق من أنه من أجل كل x من D_f: $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

ب) بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتاهما 1 و α

جـ) حدد إشارة $g(x)$ انطلاقا من المنحنى (C_g) على المجال $1;\alpha$

بيّن $f(x)-x\le 0$ من أجل كل x من $1;\alpha$.

3) إنشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04.5 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=\frac{1}{12}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+\frac{1}{6}$.

أ) $u_n=-\frac{7}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^n+\frac{2}{3}$ ، ب)المتتالية (u_n)متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ، جـ) (u_n) متباعدة

2)في المستوي المركب المستوي المركّب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

أ-التحويل T الذي كتابته المركبة $z'=-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)z$ دوران زاويته $-\frac{\pi}{4}$ ومركزه O.

ب-مجموعة النقط $M(z)$ حيث $\arg(z-i)=-\frac{\pi}{4}$ هي المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$

3) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

أ-المستوي (P) الذي معادلته: $x+y-z+1=0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A\ 2;1;-1$

و $\vec{u}\ 1;-1;1$ شعاع توجيه له لايشتركان في أية نقطة .

ب-معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (P) هي: $x-y+z=0$.

التمرين الثاني:(04.5 نقط)

1- حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $(z-1+\sqrt{3})(z^2-2z+4)=0...(E)$

2-ليكن z_1، z_2 و z_3 حلول المعادلة (E)حيث : $z_1\in\mathbb{R}$ ، $Im(z_2)\succ 0$ و z_2 الحل الآخر.

أ-اكتب كلا من z_2 وz_3على الشكل المثلثي .

ب-بين العدد $z_2^{2018}-z_3^{2018}$ تخيلي صرف

3- في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B وC ذات الواحق :

$z_A=1-\sqrt{3}$ ، $z_B=1+\sqrt{3}i$ و $z_C=1-\sqrt{3}i$.

أ-احسب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_A-z_B}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب-عيّن احداثيي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,-1)\}$.

جـ-عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $2MA^2+MB^2-MC^2=-3$

التمرين الثالث:(11 نقط)

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس: $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول هي 2cm)

1) أحسب كلا من: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g'(x)=\dfrac{e^{2x}+1}{(e^{x}+1)^{2}}$. و شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أن المنحنى (C_g) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتاهما : $y=x+2$ وَ $y=x$ في جوار $(-\infty)$ وَ $(+\infty)$ على الترتيب.

ب) بين أن المنحنى (C_g) يقع داخل الشريط المحدد بالمستقيمين (Δ) و (Δ').

4) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديد إحداثياتها.

5) أكتب معادلة المستقيم (T) المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة A ذات الفاصلة: 0.

6) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x)+g(-x)=2$. ثم فسر النتيجة بيانياً.

ب) أحسب: $g(1)$ و استنتج $g(-1)$ أحسب: $g(2)$ و استنتج $g(-2)$.

جـ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: المنحنى (C_g) يقطع حامل محور الفواصل مرة وحيدة في نقطة فاصلتها α. بحيث: $-2<\alpha<-1$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

7) أرسم كلا من المستقيمات: (Δ) ، (Δ') وَ (T) ثم أرسم المنحنى (C_g).

8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $m.e^{x}+m-2=0$.

9) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=g\left(\dfrac{1}{x}\right)$. (عبارة h غير مطلوبة)

أ) أحسب نهايات الدالة h على أطراف مجموعة تعريفها.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة h. ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ) أثبت أن النقطة A مركز تناظر للمنحني (C_h). (إرشاد: استعن بالإجابة عن السؤال: 6) أ)

10) لتكن G دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$ والتي تحقق $G(0)=\ln\dfrac{1}{4}$

أ) باستعمال 6- جـ) عين إتجاه تغير الدالة G على $\mathbb{R}$.

ب) عيَن دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{G(x)-G(\alpha)}{x-\alpha}$، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

جـ) عين عبارة الدالة G ثم تحقق من النتائج المحصل عليها في الجواب 10-أ و ب

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1.) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $\left(z^2-2+i2\sqrt{3}\right)\left(z^2-8\sqrt{3}z+64\right)=0$.

2.) A،B نقطتان من المستوي لاحقتاهما $z_A=4\sqrt{3}-4i$ و $z_B=4\sqrt{3}+4i$ على الترتيب.

أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسي.ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ب-النقطة C ذات اللاحقة $z_C=-\sqrt{3}+i$ و D صورتها بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$

عين z_D لاحقة النقطة D.

3.) لتكن G مرجح الجملة $\{(O;-1),(D;1),(B;1)\}$

أ-) تحقق أن G موجودة و احسب لاحقتها z_G ب-)أنشئ النقط A،B ، C، D و G .

عين المجموعة للنقط M من المستوي حيث : $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MO}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MG}\right\|$

جـ-) أحسب العدد المركب $\frac{z_G-z_C}{z_D-z_C}$ ثم استنتج أن النقط C،D و G في إستقامية.

و أن G صورة النقطة D بتحويل نقطي H يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .

د) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z_G-z_C}{z_D-z_C}$ عددا حقيقيا موجبا تماما .

4.) عيّن النقطة F حتى يكون الرباعي ACGF معين و احسب مساحته

التمرين الثاني : :(04 نقط)

تأهل إلى أولمبياد الرياضيات من دول المغرب العربي 25تلميذا.3 تلاميذ و5 تلميذات من المغرب 4تلاميذ وتلميذتين من الجزائر وتلميذين و4تلميذات من تونسوتلميذين و3تلميذات من ليبيا

I. 1) نريد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء من هذه المجموعة

أ) ما هو احتمال أن تضم اللجنة 4 تلميذات ؟

ب) ما هو احتمال أن تضم اللجنة 4 أعضاء من نفس الدولة؟

جـ) ما هو احتمال أن تضم اللجنة على الأقل عضوين من ليبيا؟

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة عدد التلاميذ الذكور المتواجدين فيها.

أ) أوجد قيم المتغير العشوائي X. ب) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمرين الثالث :(04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ و (P) المستوي ذي المعادلة $x+y+z-3=0$،

1) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، ماذا تستنتج؟

2) بين أن النقطة A هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P) .

3) عين معادلة ديكارتية للمستوي (P') الذي يمر بالنقطة A و يعامده المستقيم (AC).

4) بين أن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (P') هو : $\begin{cases} x = t \\ y = -2t+4 \;:t\in\mathbb{R} \\ z = -1+t \end{cases}$

5) أ) بين أن النقطة $D(0;4;-1)$ تنتمي إلى (Δ) ،ماذا تستنتج؟

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$. جـ) بين أن قيس الزاوية BDC هو $\frac{\pi}{4}rad$.

د) احسب مساحة المثلث BCD ثم استنتج المسافة بين A والمستوي (BCD).

التمرين الرابع : (07 نقط)

I- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1-2\ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة g . **2.** استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+\frac{1}{x}(1+2\ln x)$.

نسمي (C_f) منحنى الدالة f في مستو منسوب إلى المعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) احسب : $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أن f' مشتقة الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

جـ) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

جـ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.5<\alpha<0.6$.

3. أ) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(x;2)$ مع $x\geq 1$.

ب) حل المعادلة $x^2g'(x)-2xg(x)=0$ ثم بين أن $B(e;e+\frac{3}{e})$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

هـ) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

4. أ) احسب مشتقة الدالة $x\mapsto(\ln x)^2$ ثم استنتج دالة أصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) عين مساحة الحيز تحت المنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x=\alpha$ ، $x=1$ و $y=0$

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

يحتوي صندوق على 10 كرات تحمل الأعداد 1 ، 2، 2، 3، 3،3، 4، 4، 4 و4 .

(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)

نعتبر التجربة التالية :نسحب عشوائيا على التوالي وبدون ارجاع كرتين من الصندوق.

1)ليكن A الحادث " الحصول على كرتين تحملان عدد زوجيين ".بيّن أن $P(A)=\frac{1}{3}$

2) نكرر التجربة السابقة ثلاث مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين للصندوق بعد كل تجربة ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحادث A.

بيّن أن $P(X=1)=\frac{4}{9}$ ، ثم عين قانون احتمال المتغير العشوائي X.

التمرين الثاني:(04 نقط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقط $A(3;2;1)$، $B(3;5;4)$ و $C(0;5;1)$.

1. بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع .
2. تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1:-1)$ شعاع ناظمي للمستوي ABC . ثم استنتج معادلة ديكارتية له.
3. أ) عين إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC) .

جـ)نعتبر النقطة $S(2+t;4+t;2-t)$ حيث $t\in\mathbb{R}$ عدد حقيقي.عين العدد t حيث $AS^2=AB^2$

د) عين طبيعة رباعي الوجوه FABC حيث $F(4;6;0)$. ثم احسب حجمه V.

4. بين أن المستقيمين (FA) و (BC) متعامدين .
5. أ) عين المجموعة (S) للنقط M التي تحقق ، $\|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MF}\|=6$.

ب) عين الوضع النسبي للمجموعة (S) والمستوي (ABC).

التمرين الثالث:(04 نقط)

1)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول z: $z^2+z+1=0$

2)في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$نعتبر النقط A، B، C، D و F

ذات اللواحق: $z_A=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2$ ، $z_D=-2+2\sqrt{3}i$ و $z_F=\overline{z_D}$.

أ)أكتب z_A و z_B على الشكل المثلثي، ثم علّم النقط A ، B ، C ، D و F .ب) ما نوع المثلث ABC ؟

3) $\Re$ الدوران الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'+2=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z+2)$

أ)عين مركز و زاوية الدوران $\Re$.ثم بين أن $z_E=1+\sqrt{3}i$ حيث $\Re(D)=E$.

ج)أكتب العدد $\frac{z_F-z_E}{z_D-z_E}$ على الشكل الجبري، ثم استنتج أن المستقيمين (ED) و (EF) متعامدان

4) لكل عدد مركب z يختلف عن E ، نرفق العدد المركب z' حيث: $z'=\frac{z-z_C}{z-z_E}$ و لتكن

(Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللواحق z بحيث يكون z' عددا تخيليا صرفا - عين و أنشئ (Γ_1).

5) أ) لتكن G مرجح الجملة $\{(A,|z_A|);(B,|z_B|);(C,|z_C|)\}$ ، حدد z_G لاحقة النقطة G .

(Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\|$

ب) تحقق أن C تنتمي إلى (Γ_2)، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ_2).

التمرين الرابع:(07 نقط)

نعتبر الدالة f والمعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كمايلي: $f(x)=\frac{x}{x-1}-\ln|x-1|$.

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-أ) جد $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ،ب) جد $\lim_{x\xrightarrow{<}1}f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}1}f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2-أ- بيّن أن الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها ، ثم بيّن أن: $f'(x)=\frac{-x}{(x-1)^2}$.

ب-ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أ) تحقق أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]4;5[$

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثيتيها.

ج)أثبت أن (C_f) يقبل مماسين (Δ) و (Δ') معامل توجيه كل منهما (-2) وأكتب معادلتيهما.

د) أحسب $f(6)$ ، $f(10)$، $f(-1)$ ، $f(-4)$ و $f(-8)$ ثم ارسم المماسين (Δ) و (Δ') و (C_f)

ه) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة:

$$m(x-1)=2x^2-x-(x-1)\ln|x-1|$$

4- نعتبر الدالة g والمعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=e^{-x}\ln(e^x-1)$

أ) بيّن أنه من كل عدد حقيقي x موجب تماما فإن: $g'(x)=e^{-x}f(e^x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير g .

ب) احسب $\lim_{x\xrightarrow{>}0}g(x)$ وبيّن أن $\lim_{x\to+\infty}g(x)=0$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة g.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A(1;2;3)$، $B(2;1;3)$ و $C(2;-2;0)$

1) بين ان النقط A، B و C تحدد مستويا.

2) بين ان : $x+y-z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3) لتكن $D(2;0;2)$ و $E(-4;6;2)$ نقطتين من الفضاء . أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE).

4) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث: $x(x-2)-y(2-y)+z(z-8)+14=0$

ا) بين ان (S) هي سطح كرة يطلب تعين مركزها Ω و نصف قطرها R

ب) بين ان المستقيم (DE) هو مماس لسطح الكرة (S) في نقطة H يطلب تعين احداثياتها .

ج) بين ان المستوي (ABC) يقطع (S) وفق دائرة يطلب تعين نصف قطرها و مركزها .

التمرين الثاني : (04 نقط)

I -حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة: $(z+2)(z^2+2-2\sqrt{3}i)=0$

II-في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها: $z_A=-2$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=-z_B$.

1. بين أن $|z_A-z_B|^2+|z_A-z_C|^2=|z_B-z_C|^2$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

2. أثبت ان النقط A ، B و C تنتمي الى نفس الدائرة ، يطلب تعين مركزها و نصف قطرها

3. أ- عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالتناظر المركزي الذي مركزه O

ب- ما طبيعة الرباعي $ABDC$

4. بين ان C صورة B بتحويل نقطي مركزه A يطلب تعين طبيعته وعناصره المميزة

5. نرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي $(z\neq-2)$ النقطة $M'(z')$ حيث : $z'=\dfrac{iz-\sqrt{3}+i}{z+2}$

اثبت أن $\arg(z')=\dfrac{\pi}{2}+\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BM}\right)$، ثم عين مجموعة النقط M بحيث يكون z' تخيلي صرف .

التمرين الثالث: (04 نقط)

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث: $U_0=1$ و $\ln U_1+\ln U_2=-3\pi$

أ)عين أساس هذه المتتالية ، وأحسب U_n بدلالة n .

ب) نسمي P_{n+1} المجموع : $U_0 + U_1 + ... + U_n$.

أحسب P_{n+1} بدلالة n ، ثم جد $\lim\limits_{n\to+\infty}(P_{n+1})$

2) $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كمايلي: $V_n = \ln(U_n)$

أ) بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها .

ب) نسمي S_{n+1} المجموع : $V_0 + V_1 + ... + V_n$.

أحسب S_{n+1} بدلالة n، ثم بين أن $\sin(S_{n+1}) = 0$

3- أ) نسمي π_{n+1} الجداء : $U_0 \times U_1 \times ...... \times U_n$ ، أحسب π_{n+1} بدلالة n

ب) عين الحد U_p بحيث يكون : $\pi_{p+1} = e^{-6\pi}$

التمرين الرابع: (07نقط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x) = \dfrac{x}{x+1} - \ln(x+1)$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

2) عين إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$.

II) f دالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ حيث: $f(0)=1$ و $f(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{x}$ من اجل $x \in]-1;0[\cup]0;+\infty[$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)أ) احسب النهايتين: $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب)أدرس اتجاه تغير f على $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها (نقبل ان f قابلة للإشتقاق عند 0)

جـ) أكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) عند المبدأ. تعطى : $f'(0) = -\dfrac{1}{2}$

2)نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $h(x) = f(x) + \dfrac{1}{2}x - 1$

أ)بين ان إشارة $h'(x)$ على $]-1;+\infty[$ من نفس إشارة $k(x)$ حيث : $k(x) = x^2(f'(x) + \dfrac{1}{2})$

ب)بين انه من اجل كل $x \in]-1;+\infty[$ ، $k'(x) = \dfrac{x^2(x+2)}{(x+1)^2}$ ثم عين اتجاه تغير الدالة k

جـ) استنتج إشارة $h'(x)$ ثم إشارة $h(x)$ ثم عين الوضع النسبي بين (C_f) و (T).

4) أرسم (C_f) و (T) .

5)نعتبر m وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي x مع $x > -1$: $f(x) = (\ln m)(x-2)$

- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة (E) .

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

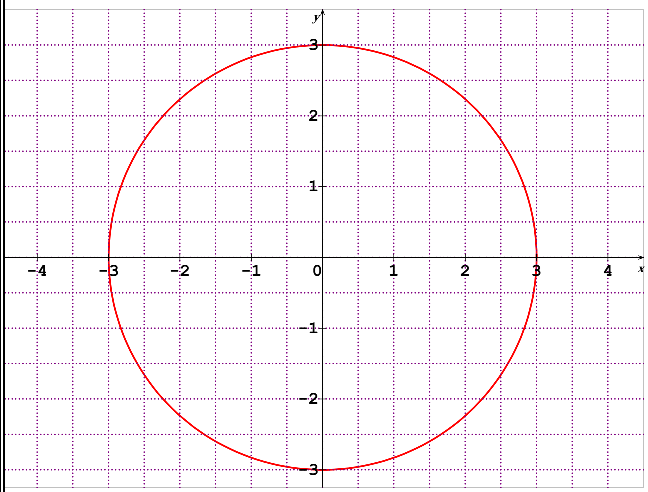
التمرين الأول:(05 نقط)

1)نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-(\sqrt{5}+2i)z+1+4i\sqrt{5}=0...(E)$

أ) احسب $(\sqrt{5}+2i)^2$ ، ثم بيّن أن مميز المعادلة (E)هو: $\Delta=-3(\sqrt{5}+2i)^2$

ب) استنتج أن حلّي المعادلة (E) هما: $a=(\sqrt{5}+2i)(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})$ و $b=(\sqrt{5}+2i)(\frac{1-i\sqrt{3}}{2})$

2) في الشكل المقابل $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد والمتجانس في المستوي.



(C) دائرة مركزها O ونصف قطرها 3.

بيّن أن النقطة Qذات اللاحقة $\sqrt{5}+2i$ تنتمي إلى (C) ثم أنشئ النقطة Q.

3)نعتبر النقطتين A و B واللتين لاحقتاهما a و b على الترتيب.

أ) بيّن أن النقطتين A و B تنتميان للدائرة (C)

ب)تحقق أن : $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OQ}$.

استنتج أن الرباعي OAQB معين.

ج) إنشئ النقطتين A و B في المعلم السابق.

التمرين الثاني:(05 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقاط $A(1;1;0)$، $B(1;-2;4)$، و $C(-1;0;1)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $2x+y-z+3=0$.

1) ليكن $\vec{n}$ الشعاع الناظمي للمستوي (P).

أ) هل يوجد عدد حقيقي α بحيث $\overrightarrow{AB}=\alpha\vec{n}$ ؟ ماذا تستنتج ؟

ب) بين أن التمثيل الوسيطي للمستوي (Q) الذي يمر بالنقطة A ويوازي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{n}$.

(أي $(A;\overrightarrow{AB};\vec{n})$ معلما له) هي الجملة : $\begin{cases} x=1+2t' \\ y=1-3t+t' \\ z=4t-t' \end{cases}$ حيث t و t' عددين حقيقيين.

ج) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (Q)، و أن المستويين (P) و (Q) متعامدان.

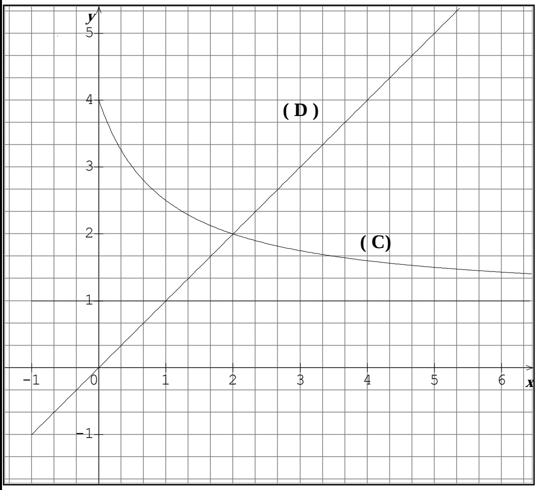
2)بين أن C نقطة مشتركة لمستويين (P) و (Q) و أن الشعاع $\vec{u}(14;-11;17)$ يعامد كل من $\vec{n}$ و $\vec{n'}$ الشعاع الناظمي للمستوي (Q).

3)استنتج التمثيل الوسيطي للمستقيم (D') المسقط العمودي للمستقيم (AB) على المستوي (P)

التمرين الثالث:(04 نقط)

f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x+4}{x+1}$، نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$

1) الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على $[0;+\infty[$ والمستقيم (D) الذي معادلته $y=x$.



أ) أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 وu_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ما تخمنك حول تقارب المتتالية (u_n) ؟.

جـ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\le u_n\le\frac{5}{2}$

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{6-3u_n}{u_n+2}$

أ) احسب $6-3u_{n+1}$ و $u_{n+1}+2$ ، ثم بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $-\frac{1}{3}$، عين نهايتها.

ب) عبر عن u_n بدلالة v_n ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الرابع:(07 نقط)

f الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني

I. عيّن الأعداد الحقيقية a، b، c علما ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها 1 وان (C_f) يشمل النقطة $A(2;-e^2)$ ويقبل في النقطة A مماسا موازيا لمحور الفواصل

II. نعتبر فيما يلي ان : $f(x)=(2x^2-7x+5)e^x$ المعرفة على $\mathbb{R}$

1) أ - اثبت ان $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ ماذا تستنتج ؟

ب- احسب $f'(x)$ ثم ادرس اتجاه تغيرات f و شكّل جدول تغيراتها

جـ- اكتب معادلة المماس (d) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

2) انشئ (C_f) والمماس (d)

3) بيّن انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=4e^x+2f'(x)-f''(x)$ استنتج دالة اصلية لـ f على $\mathbb{R}$

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات : $x=0$ و $x=1$ و $y=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ، $(2\bar{z}-1+9i)(z^2-8z+32)=0$

2) نعتبر النقاط A ، B ، C و Ω ذات اللواحق $z_A=4+4i$ ، $z_B=\bar{z}_A$ ، $z_C=\frac{1}{2}+\frac{9}{2}i$ و $z_\Omega=i$

عين و مثل المجموعة (Γ) للنقاط $M(z)$ من المستوي حيث، $\arg(\bar{z}-4+4i)^2=\frac{\pi}{2}+2\pi k \quad / \ k\in\mathbb{Z}$

3) S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=\frac{1}{2}(1+i)z+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$

أ) بين ان S تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة ثم تحقق ان $S(A)=C$

ب) عين و مثل المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتشابه المباشر S

4)نعتبر متتالية النقط A_0 ، A_1 ، ...، A_n حيث $A=A_0$ و من اجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $A_{n+1}=S(A_n)$

- نسمي z_n لاحقة A_n

أ) برهن بالتراجع ان من اجل كل عدد طبيعي n ، $z_n-i=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i\frac{n\pi}{4}}(z_0-i)$

ب) برهن أن المثلث ΩA_nA_{n+1} قائم في A_{n+1} و متساوي الساقين ثم استنتج طريقة لإنشاء A_2

التمرين الثاني : :(04نقط)

كيس A يحتوي على 6 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 4 ، 4 و كيس B يحتوي على 4 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 4 .

نسحب قريصة رقمها x من الكيس A ثم قريصة رقمها y من الكيس B.

1/ احسب احتمال الحصول على رقمين متساويين $(x=y)$

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل ثنائية (x , y) العدد x^y .

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم بين أن : $P(X=4)=\frac{5}{24}$ واحسب : $P(X\leq 4)$

ب-عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم تحقق أن أمله الرياضي يساوي $\frac{209}{8}$

التمرين الثالث :(05 نقط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ :

$f(x)=\frac{1}{4}x+3$ ، و (C_f) المنحني الممثل لها،(Δ)هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

I) تحقّق أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

II) (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=0$ وَمن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) أ) أرسم كلا من (C_f) و (Δ) ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 دون حسابها

ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وَ تقاربها .

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le u_n \le 4$.

3) أدرس إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، هل هي متقاربة ؟ .

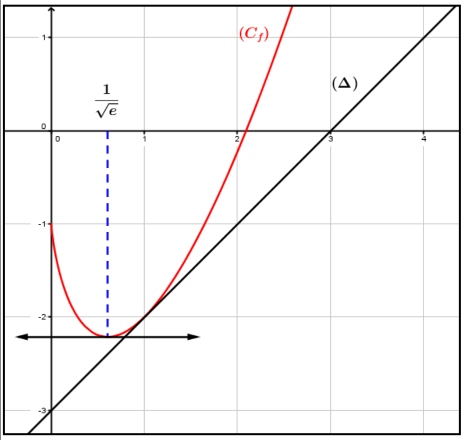
4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(4-u_n)$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) عبّر عن v_n ثم عن u_n بدلالة n . ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟ .

5) أحسب بدلالة n المجموع S_n ثم استنتج الجداء P_n

حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ و $P_n = (4-u_0)\times(4-u_1)\times ......\times(4-u_n)$.



التمرين الرابع:(07 نقط)

I: g دالة عددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x\ln x - x - 1$

المنحنى (C) المقابل هو التمثي البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ المنحنى (C) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها $\frac{1}{\sqrt{e}}$ و (Δ) هو المماس لـ (C) في النقطة التي فاصلتها 1

1) بقراءة بيانية:

أ)حدد $g'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ ، $g(1)$ و $g'(1)$ ، ثم عين معادلة للمماس (Δ)، ب) شكل جدول تغيرات g .

2) علل وجود عدد حقيقي α حيث: $2<\alpha<2{,}1$ و $g(\alpha)=0$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

II: f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x)=x^2(\ln x - 1) - x \ ; x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)بين أن $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x)}{x} = -1$ ، إستنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق من اليمين، ثم أكتب معادلة نصف المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O من اليمين .

2) أ)جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.ب) بين أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$ وشكل جدول تغيرات f

3) بين أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2+\alpha}{2}\right)$ ، ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4)أ) أدرس الوضعية النسبية لـ (Δ') للمستقيم (Δ') الذي معادلته $y=-x$ و (C_f) .

ب)أنشئ (Δ') و (C_f) .   نأخذ: $f(3{,}55) \simeq 0$

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التّالية:

1. T التحويل النقطي الذي يحوّل $M(z)$ إلى $M'(z')$ حيث $z'=2iz+4+2i$.

ا) T هو تشابه مباشر نسبته $k=2$ و زاويته $\theta=\frac{\pi}{2}$ و لاحقة مركزه ω: $z_\omega=2i$.

ب) المثلّث $\omega MM'$ قائم في M.

2. α عدد مركّب حيث $\alpha=-2\left(\sin\frac{2019\pi}{12}+i\cos\frac{2019\pi}{12}\right)$.

ا) الشّكل الأسّي للعدد α هو $\alpha=2e^{-i\frac{5\pi}{4}}$. ب) $\alpha^{2019}\in\mathbb{R}$.

3. (u_n) متتالية عدديّة معرّفة بـ: $u_0=7$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{2}{5}u_n+\frac{6}{5}$.

ا) $u_n=2\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}+1\right]$. ب) (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

التمرين الثاني:(05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$؛ نعتبر النقط: $A(-2;-1;3)$، $B(1;3;5)$، $C(2;-0,5;-4)$ و $D(2;-2;-3)$ و المستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2t \\ z=3-6t \end{cases}$، و $t\in\mathbb{R}$

1) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB). ثم بين أن (Δ) و (AB) ليسا من نفس المستوي.

2) (P) مستوي يوازي (Δ) و يشمل (AB).

أ- بين أن الشعاع $\vec{n}(2;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)، ثم استنتج معادلة ديكارتية له

ب- بين أن المسافة بين نقطة كيفية M من (Δ) و المستوي (P) مستقلة عن موضع M.

1) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P).

بين أن المثلث ABC قائم في A، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه ABCD.

التمرين الثالث:(04 نقط)

1)(U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث :

$\ln U_2 - \ln U_4 = 4$ و $\ln U_1 + \ln U_5 = -12$

*عين أساسها وحدها الأول U_0، ثم أكتب U_n بدلالة n

* نضع $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$ أحسب S_n بدلالة n ثم نهاية S_n لما تؤول n إلى $+\infty$

2)(V_n)المتتالية العددية المعرفة كمايلي: مهما يكن العدد الطبيعي n فإن : $V_n = \ln U_n + \ln U_{n-1}$

* بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

نضع $T_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $T_n^2 = 2^{2020}$

التمرين الرابع:(07.5 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $2cm$.

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = \dfrac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ والبكن (C_g)

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2)بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $g(x) + g(-x) = 2$، ماهو تفسيرذلك هندسيا.

3) احسب$g(-\ln 3)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$.

4) بيّن أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

5)بيّن أنه توجد قيمة وحيدة لـ α يكون من أجلها المستقيم ذو المعادلة $y = x + \alpha$ مماسا لـ(C_g)

6) أرسم المنحنى (C_g).

7) عين العدد ين الحقيقيين a وb بحيث يكون: $g(x) = a + \dfrac{be^{-x}}{e^{-x} + 1}$

8) احسب مساحة الحيز المحدد بـ: (C_g) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 0$، $x = -3$ و $x = 0$

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x + 4\ln(e^x + 1)$. نسمي (C_f) تمثيلها البياني

1) أ) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، ثم بيّن أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

ب)بيّن أن $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) + x) = 0$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 3x) = 0$، استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين، محددا وضعية كل منهما مع (C_f)

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ارسم كل من المستقيمين المقاربين (C_f) في معلم جديد.

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية ذات المجهول الحقيقي x : $4\ln(e^x + 1) = x + m$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[1;3]$ حيث $f(x)=\dfrac{-3}{x-4}$

1-ادرس اتجاه تغير الدالة f واثبت انه إذا كان $x\in[1;3]$ فإن $f(x)\in[1;3]$

2-نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $\begin{cases}u_0=2\\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$ من اجل كل عدد طبيعي n

أ-برهن بالتراجع ان : $1<u_n<3$ من اجل كل عدد طبيعي n

ب-اثبت ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما على N ثم استنتج ان (u_n) متقاربة واحسب نهايتها

3-لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي : $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n-3}$

أ-اثبت ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد اساسها وحدّها الأول

ب-اكتب v_n بدلالة n وأحسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$

جـ- احسب العدد الطبيعي n الذي يحقق : $3+2S_n=\frac{1}{27}$

التمرين الثاني : (04نقط)

لدينا 3 أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3 فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متمثلة ولانميز بينها في اللمس) .

نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية .

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث

2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.

3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.

نقترح اللعبة التالية:للمشاركة يدفع اللاعب α (αعدد طبيعي معطى) .فإذا سحب كرتين حمراوين يتحصل على $10DA$ و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يحصل على $5DA$ ، وإذا سحب كرتين سودواين يربح ما دفعه . واليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α.

عرّف قانون المتغير العشوائي X ، ثم عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين الثالث: (05 نقط)

عين الاقتراح الصحيح مع التعليل من بين الاقتراحات التالية :

1)المعادلة $z^3-2z^2+16=0$ للمتغيّر المركّب z حيث $z_0=-2$ حلا لها تقبل ثلاث حلول هي:

أ) $S=\ -2, 2+2i, 2-2i$ ، ب) $S=\ -2, 4+2i, 4-2i$ ، جـ) $S=\ 2, 4+2i, 4-2i$

2)نعتبر النقطتين B,A ذات اللواحق $z_A=2+2i$ و $z_B=2-2i$ على الترتيب فإن المثلث
OAB: أ)قائم في O ب) قائم في O و متساوي الساقين ج) متساوي الساقين .

3)نعتبر التحويل النقطي T المعرف بــ $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ، طبيعة هذا التحويل .
أ)تشابه مباشر ب) تحاكي ج) دوران .

4)لدينا $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z$ حيث θ عمدة العدد المركب z ،الشكل الجبري للعدد z' هو :
أ) $z'=(\cos\frac{\pi}{3}.\cos\theta-\sin\frac{\pi}{3}.\sin\theta)+i(\cos\frac{\pi}{3}.\sin\theta+\sin\frac{\pi}{3}.\cos\theta)$ ،ب) $z'=(\cos\frac{\pi}{3})+i(\sin\frac{\pi}{3})$ ،ج) $z'=2+i$

5) (T) مجموعة النقط M من المستوي و التي تحقق: $\arg(z-z_A)=\arg(iz-z_B)$ هي :
أ)المستقيم (AB) ،ب)دائرة قطرها $[AB]$ ،ج)نصف دائرة قطرها $[AB']$ بإستثناء A,B' لاحقتها $-iz_B$

التمرين الرابع: (07 نقط)

الجزءأ: لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=-2\ln(x+1)+\frac{x}{x+1}$

1-أ)احسب نهايتي g ، على طرفي مجال تعريفها.
ب)احسب $g'(x)$ ، وادرس إشارته ، ثم شكل جدول تغيرات g.

2-أ)بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حليّن أحدهما 0 والآخر α ينتمي إلى المجال $]-0,72;-0,71[$
ب)حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

الجزءب:لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)};x>-1;x\neq 0 \\ f(x)=(1+x)e^{-x-1};x\leq -1 \end{cases}$$ و $f(0)=0$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب نهايتي f، على طرفي مجال تعريفها.

2-) ادرس اشتقاقية f عند 1-، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

3-أ) بيّن أنه ، من أجل كل x من $]-1;+\infty[-\{0\}$: $f'(x)=\frac{-x.g(x)}{\ln^2(x+1)}$

ب) احسب $f'(x)$ على المجال $]-\infty;-1[$.

ج) أدرس اتجاه تغيّر الدالة f، وشكل جدول تغيراتها.

4-أ)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ب)أنشئ المماس (T) وكذا نصفي المماسين عند النقطة ذات الفاصلة 1- .

ج) أنشئ المنحنى (C_f)

تعطى: $f(\alpha)\simeq -0;41$ و $f(3)\simeq 6;5$ و $f(-2;5)\simeq -6;7$