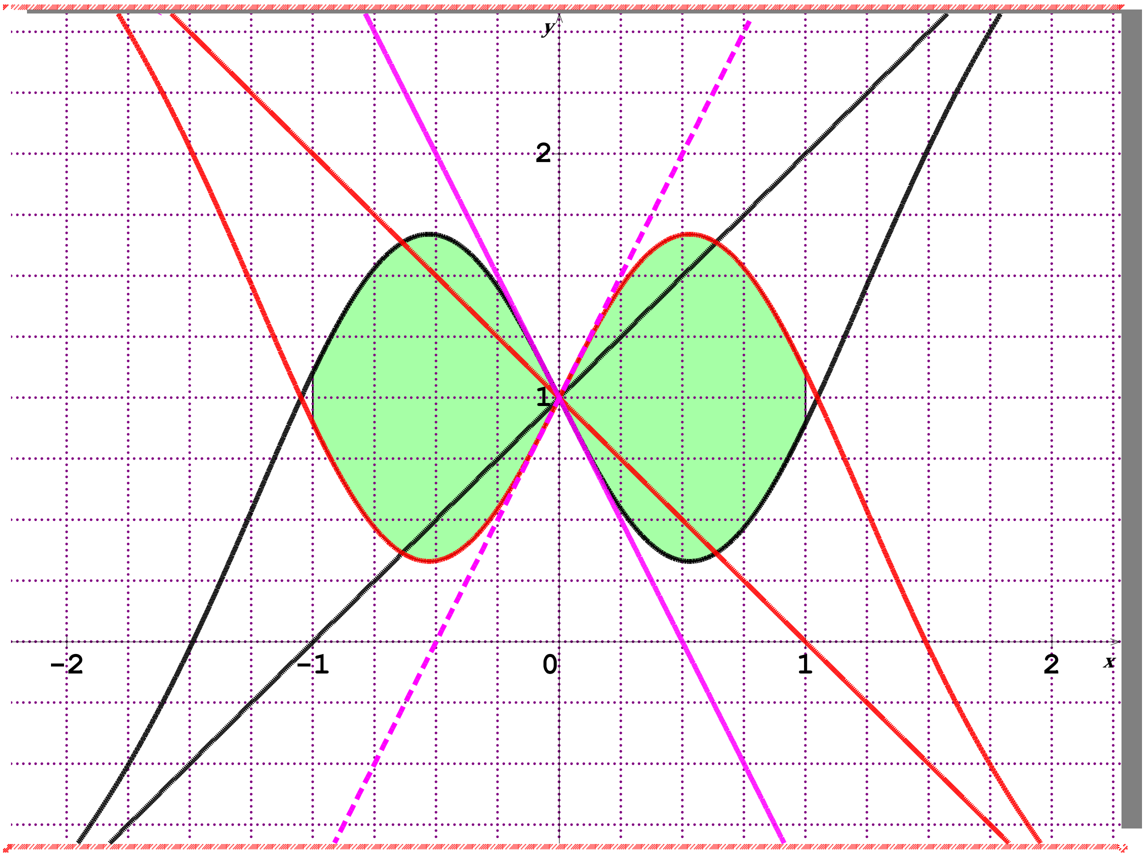
مجلة الرائد في الرياضيات

توقعات بكالوريا دورة2020
بين يديـــــــــــك

شعبة -علوم تجريبية

التحضير الجيّد لشهادة البكالوريا



BAC2020

إعداد الأساتذة:

بالعبيدي محمد العربي

بالهادي بالقاسم + يوسف يوسف

larbibelabidi@gmail.com أو العربي الجزائري Facebook

الاختبــــــــار الأول

المادة: رياضيات — الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

I- عين العددين المركبين α و β بحيث: $\begin{cases}\alpha-2\beta=3+(2-\sqrt{3})i\\ \overline{\alpha}+4\overline{\beta}=-2(1+\sqrt{3})i\end{cases}$:

II- ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، و C والتي لواحقها على الترتيب $z_A=2+2i$، $z_B=-\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ و $z_C=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. اكتب كل من z_A و z_B على شكل أسي،ثم استنتج أن A و B تنتميان إلى نفس الدائرة.

2. بين أن B هي صورة C بتحويل نقطي يطلب تعيينه. ثم علم على التوالي النقط A، C، و B.

4. اكتب $\frac{z_B}{z_A}$ على شكل أسي ثم على الشكل الجبري.ثم استنتج قيمتي $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

5. نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ)عين كلا z_D لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r.

z_E لاحقة النقطة E والتي صورتها C بالدوران r.

ب) استنتج أن (DC) و (EB) متعامدان ، ماذا تمثل النقطة C في المثلث BDE؟.

التمرين الثاني:(04 نقط)

(u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\sqrt{\frac{u_n^{\ 2}}{2}+\frac{1}{2}}$.

1-أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1<u_n\le 3$.

ب) قارن العددين u_n و u_{n+1}،ثم اِستنتج اِتجاه تغير المتتالية (u_n).

جـ)هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ علل إجابتك.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n=u_n^{\ 2}-1$.

أ)بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول.

ب)أكتب u_n بدلالة n،ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

جـ)أكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_n^2+u_{n+1}^2+......+u_{n+2020}^2$، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

يحتوي كيس على 9 كريات منها : ثلاث حمراء تحمل الأرقام 1 ، 0 ، 1-

و اربعة بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 0 ، 1- وكرتين خضراء تحمل الأرقام 1- ، 0 .

نسحب عشوائيا، وفي آن واحد، ثلاث كرات من الكيس .

1-نعتبر الحوادث : A :"سحب ثلاث كرات من نفس اللون " B : " سحب ثلاث كرات مجموعهم منعدم" C" : سحب ثلاث كرات جداؤهم عدد سالب "

أ)احسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A، B، $A\cap B$ ، هل الحادثتان A، Bمستقلتان ؟

ب- علما ان الكرات المسحوبة جداؤها عدد سالب ما احتمال ان تكون من نفس اللون؟

2- ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد الاصغر من بين الاعداد المسحوبة

ا- أعط قانون احتمال المتغيّر العشوائي X

ب-احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغيّر العشوائيX .

جـ-احسب $P(e^X-1\le 0)$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{x}{x+1}+\ln(x+1)$

1.احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}-1} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2. احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

II- f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=|x|\ln(x+1)$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0.

2. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}-1} f(x)$. ماذا تستنتج؟

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\ge 0$ ، $f'(x)=g(x)$ ثم عين عبارة $f'(x)$ على المجال $]-1;0[$

ب) عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 .

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذي معادلة $y=x$.

5. ارسم (Δ)، (D) و (C_f).

6. نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $H(x)=x^2-2x-2(x^2-1)\ln(x+1)$.

أ) احسب مشتق الدالة H ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

ب)احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y=x$، $x=0$ و$x=e-1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

عين الاقتراح الصحيح مع التعليل من بين الاقتراحات التالية :

1)المعادلة $z^3 - 2z^2 + 16 = 0$ للمتغيّر المركّب z حيث $z_0 = -2$ حلا لها تقبل ثلاث حلول هي: أ) $S = \{-2, 2+2i, 2-2i\}$، ب) $S = \{-2, 4+2i, 4-2i\}$، جـ) $S = \{2, 4+2i, 4-2i\}$

2)نعتبر النقطتين A, B ذات اللاحقتين $z_A = 2+2i$ و $z_B = 2-2i$ فإن المثلث OAB:

أ)قائم في O ، ب) قائم في O و متساوي الساقين ، جـ) متساوي الساقين .

3)نعتبر التحويل النقطي T المعرف بالعبارة المركبة : $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ، طبيعة هذا التحويل .

أ)تشابه مباشر ، ب) تحاكي ، جـ) دوران .

4) (T) مجموعة النقط M من المستوي و التي تحقق : $\arg(z - z_A) = \arg(iz - z_B)$ هي :

أ)المستقيم (AB)،ب)دائرة قطرها $[AB]$،جـ)نصف دائرة قطرها $[AB']$ باستثناء A, B' لاحقتها $-iz_B$

التمرين الثاني:(04 نقط)

I)يحتوي صندوق V_1 على 7 كريات متجانسة منها اربع كريات تحمل الرقم 2 و كرتين تحملان الرقم 3 و كرية واحدة تحمل الرقم1.

-نسحب منه ثلاث كريات الواحدة تلوى الاخرى دون اعادة الكرية المسحوبة في كل مرة احسب احتمال الحدثين التاليين: A"الكريات تحمل نفس الرقم "B"كرية واحدة تحمل الرقم3"

II)نفرض الآن وجود صندوق أخر V_2 فيه5 كريات متجانسة منها3 بيضاء و 2 حمراء

- نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق V_1 و نسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا n كرية في آن واحد من الصندوق V_2 حيث n يمثل الرقم المسجل على الكرية التي سحبت من الصندوق V_1

1) بين ان احتمال الحصول على ثلاث كريات بيضاء هو $\frac{1}{35}$

2) ما احتمال الحصول على كرتين حمراء علما اننا سحبنا كرية تحمل رقم 3 من الصندوق V_1

3) علما انه توجد كرتين حمراء ما احتمال اننا سحبنا الكرية التي تحمل رقم 3 ؟

4) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكريات الحمراء في السحب.

أ) عين قيم X و قانون احتماله ،

ب) احسب قيمة الاحتمال التالي : $P(|X| \leq 1)$

التمرين الثالث:(04 نقط)

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط: $A(1;1;0)$ ، $B(2;-1;1)$ ، $C(-1;0;1)$

1-أ)بيّن أن النقط A ، B و C تعيين المستوي ABC

ب)تحقق أن الشعاع $\vec{n}\left(1;3;5\right)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثم أكتب معادلة ديكارتية له.

2-أ) تحقق أن النقطة $D\left(1;-1;0\right)$ لا تنتمي للمستوي (ABC) .

ب)أستنتج إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .

3)نعتبر النقطتان $E\left(1;0;1\right)$ و $F\left(3;1;0\right)$ وليكن (P) المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[EF]$

أ) تحقق أن معادلة المستوي (P) هي من الشكل: $-2x-y+z+4=0$

ب) بيّن أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان.

جـ) استنتج تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) . مستقيم التقاطع للمستويين (P) و (ABC) .

4)احسب بعد النقطة D عن المستويين (P) و (ABC) ، استنتج بعد النقطة D عن المستقيم (Δ) .

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- الدالةg المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+xe^{x}$.

ادرس تغيرات الدالة g ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{2x}+(x+1)e^{x}+x$ و تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

1. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-x\right)$. ماذا تستنتج ؟

2. أ) احسب $f'(x)$ مشتق الدالة f ثم بين أنه من أجل كل $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=2e^{x}(e^{x}+1)+g(x)$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم جدول تغيرات الدالة f .

3. أ)بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاوحيدا α حيث $-0.6\le\alpha\le-0.5$. ثم استنتج أن $e^{\alpha}=-\alpha$.

4. عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. أ) بين أن المعادلة $e^{x}+x+1=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-1.3\le\beta\le-1.0$.

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذي معادلة $y=x$.

6. ارسم كل من (D) ، (Δ) و (C_f).

7. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=(e^{x}+x)(e^{x}+1)$.

ب)احسب المساحة $\mathscr{A}$ للحيز تحت (C_f) بين المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=\alpha$ و $x=0$.

III-نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=f(\ln x)$. و (C_h) تمثيلها البياني دون حساب عبارة $h(x)$ اجب عن الأسئلة التالية:

1. ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ) عين فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_h) وحامل محور الفواصل.

ب) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1 .

جـ) احسب $h(-1-\beta)$ ثم ارسم المنحنى (C_h) .

الاختـــــــــبار الثاني

المادة: رياضيات　　　　　　　　　　　　　　　　الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ،B ، C صور الأعداد المركبة $z_A=-2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ ، $z_C=\sqrt{3}+i$

1. أ) اكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي

ب-استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (γ) التي تشمل النقط A ،B ، C

جـ) علم النقط A ،B ، C ثم أرسم الدائرة (γ)

2. أ)اكتب العدد $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ على الشكل الجبري ثم الأسي و استنتج طبيعة المثلث ABC

1-ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

أ-بين أن النقطة O' ذات اللاحقة $-\sqrt{3}-i$ صورة النقطة O بالدوران r

ب- بين أن $[O'C]$ قطرا للدائرة (γ). ثم انشئ (γ') صورة الدائرة (γ) بالدوران r.

جـ-تحقق أن الدائرتين (γ) و (γ') تشتركان في النقطتين A وB

التمرين الثاني:(04 نقط)

صندوق يحوي 8 كرات سوداء ثلاثة منها تحمل الرقم 1- ، ثلاثة منها تحمل الرقم 0و اثنتان منها تحمل الرقم 1 و كرتين حمراوين تحملان الرقمين 1، 2 لا نميز بينهما عند اللمس

1) نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين في آن واحد

أ) احسب احتمال الحوادث التالية: A "سحب كرتين من نفس اللون"

B "سحب كرة سوداء على الاكثر" ، C "سحب كرة سوداء على الاقل"

ب)نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب جداء الرقمين المسجلين على الكرتين

- عين قيم X ثم عين قانون احتماله

- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X^2 ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X^2)$

2) نسحب عشوائيا من الصندوق n كرة في آن واحد حيث $1\le n\le 9$

أ) احسب $P(D)$ بدلالة n احتمال الحادثة: " سحب كرة واحدة حمراء ".

ب) عين قيم العدد الطبيعي n علما ان $P(D)=\frac{7}{15}$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=0$ $u_1=1$ و $u_{n+2}=\frac{2}{5}u_{n+1}-\frac{1}{25}u_n$

نضع لكل $n\in\mathbb{N}$: $v_n=u_{n+1}-\frac{1}{5}u_n$ و $w_n=5^n u_n$

1- بين أن المتتالية (v_n) هندسية ثم اكتب v_n بدلالة n

2- أ/ بين أن المتتالية (w_n) حسابية أساسها 5 .

ب/ اكتب w_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

3-أ) برهن أنه من أجل كل عدد $n\in\mathbb{N}^*$: $0\prec u_{n+1}\prec\frac{2}{5}u_n$.

ب) استنتج أن : $0\prec u_n\prec\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ لكل $n\in\mathbb{N}^*$ ، ثم استنتج نهاية (u_n)

4-أحسب المجموع بدلالة n المجموع $S_n=(w_0-v_0)+(w_1-v_1)+........+(w_n-v_n)$

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- لتكن g الدالة العدديّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-2x^3+x^2-1$.

1) ادرس تغيّرات الدالة g

2) برهن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً α في $\mathbb{R}$، ثم تحقق أنّ $-0,7\prec\alpha\prec-0,6$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- لتكن الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $f(x)=\left(1+x+x^2+x^3\right)e^{-2x+1}$.

يرمز (C_f) إلى منحناها في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$: (الوحدة: $\|\vec{i}\|=2cm$ ؛ $\|\vec{j}\|=1cm$).

2) ا- برهن أنه، من أجل أيّ عدد حقيقي $x\succ1$، فإنّ : $1\prec x\prec x^2\prec x^3$.

ب- استنتج أنه، من أجل أيّ عدد حقيقي $x\succ1$، فإنّ : $0\prec f(x)\prec 4x^3.e^{-2x+1}$.

جـ- باستخدام النهاية الشهيرة $\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{t}{e^t}=0$، برهن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3}{e^x}=0$.

د- استنتج، من2) جـ- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم فسّرها هندسيّا.

3) ا- برهن أنه، من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x).e^{-2x+1}$.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ .. ثم شكّل جدول تغيّرات f.

4) احسب $f(-1,1)$ ،$f(-1)$ ، $f(0)$ ، ثم أنشئ (C_f)؛(تعطى $f(\alpha)\simeq5$).

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

1. عين عددين مركبين a و b بحيث : $\begin{cases} a+b=2 \\ ab=4 \end{cases}$. ثم اكتب كل من a و b على الشكل الأسي.

2. نسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z}_A$ ، $z_C=z_A^2$ و $z_D=-2$.

أ) بين أن $(z_A)^{2019}=2^{2018}z_D$ ،

ب) احسب $\frac{z_C-z_D}{z_A-z_D}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .

جـ) علم النقط A، B، C و D .

3. أ) S التشابه المباشر الذي مركزه O ويحول A إلى C.عين زاويته و نسبته.

ب) بين أن $S(I)=D$ ، حيث I منتصف قطعة المستقيم $[AD]$.

جـ) احسب z_C+z_B ثم استنتج طبيعة الرباعي $ACDB$.

4. نسمي $(\mathscr{C})$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي بحيث $2z=z_A+2e^{i\theta}$ مع θ يمسح $\mathbb{R}$

أ) عين وأنشئ المجموعة $(\mathscr{C})$. ب) عين وأنشئ المجموعة $(\mathscr{C}')$ صورة المجموعة $(\mathscr{C})$ بالتشابه المباشر S .

التمرين الثاني:(04 نقط)

ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. لتكن النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ و $C(-1;1;1)$

1) أ) بين أن النقاط: A ، B و C ليست في استقامية.

ب) بين أن $\vec{n}(3;4;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ، استنتج معادلة ديكارتية له.

2) ليكن المستويين (P_1) و (P_2) اللذين معادلتيهما على التوالي $2x+y+2z+1=0$ و $x-2y+6z=0$.

أ) بين أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان في مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيله الوسيطي.

ب) هل المستقيم (D) والمستوي (ABC) متقاطعان أم متوازيان ؟

3) ليكن t عدد حقيقي كيفي موجب . نعتبر G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;2),(C;t)\}$.

أ)برر وجود النقطة G من أجل كل عدد $t\in\mathbb{R}_+^*$.

ب)ليكن I مرجح الجملة $\{(A;1),(B;2)\}$.عين إحداثيات كلا من I و G،ثم بيّن أن $\overrightarrow{IG}=k\overrightarrow{IC}$ و $(k\in\mathbb{R}^*)$

جـ) بين أن مجموعة النقط G لما يتغير t على المجموعة $\mathbb{R}_+^*$ هي قطعة المستقيم $[IC]$ باستثناء C.

د) عين قيمة t التي ينطبق من أجلها G على J منتصف قطعة المستقيم $[IC]$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

نعرف المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي: $\begin{cases} u_0=-2 \\ u_{n+1}=\frac{4u_n+v_n}{5} \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0=7 \\ v_{n+1}=\frac{2u_n+3v_n}{5} \end{cases}$

1. احسب u_1 و v_1 ثم u_2 و v_2 .
2. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = v_n - u_n$.
أ) بين أن المتتالية (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.
ب) عين عبارة بدلالة n ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$.
3. أ) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة وأن المتتالية (v_n) متناقصة .
ب) استنتج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) لهما نفس النهاية l.
4. نعتبر المتتالية العددية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $t_n = 4u_n + 5v_n$.
بين أن (t_n) متتالية ثابتة. ثم استنتج قيمة l

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ بـ: $g(x) = -\dfrac{1}{x+1} + \ln|x+1|$.

1. بين أن $\lim\limits_{x \underset{<}{\to} -1} g(x) = +\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} -1} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$ ثم تحقق أن $0.7 < \alpha < 0.8$.
ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ بـ : $f(x) = x(-1+\ln|x+1|)$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = +\infty$. ماذا تستنتج؟
2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ، $f'(x) = g(x)$. (f' الدالة المشتقة لـ f)
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
جـ) استنتج أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.
3. عين معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند المبدأ O ، ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (T) .
4. أ) حل المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل .
ب) نقبل أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x+4$ مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $I(-2;2)$.
ما يمكن القول عن المستقيمين (T) و (D)؟ ((T) يسمى المستقيم الناظمي لـ (C_f) عند النقطة I)
جـ) ارسم (T) ، (D) و (C_f).
5. أ) بين أن الدالة F المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $F(x) = \left(\dfrac{x^2-1}{2}\right)\ln(x+1) - \left(\dfrac{x-1}{2}\right)^2$ هي دالة أصلية للدالة $x\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.
ب) λ عدد حقيقي حيث $-1 < \lambda < 0$. احسب المساحة $A(\lambda)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=\lambda$ و $x=0$. ثم احسب $\lim\limits_{\lambda \underset{>}{\to} -1} A(\lambda)$.

الاختـــــــــبار الثالث

المادة: رياضيات	الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

(u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_1=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_{n+1}=\frac{n+1}{2n}u_n$.

1)-أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_n \succ 0$.

ب-ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

جـ-هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ برر اجابتك

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نضع : $v_n=\frac{u_n}{n}$.

أ- بيّن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1.

ب-استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n،: $u_n=\frac{n}{2^n}$. ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n=0$

التمرين الثاني:(04 نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-2z+4=0$ .... (1)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1). ثم استنتج حلا المعادلة : $\left(\overline{z}+2+2i\sqrt{3}\right)^2-2\overline{z}-4i\sqrt{3}=0$.

2)ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A، B، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$، $z_B=-1+3i\sqrt{3}$، $z_C=-1+i\sqrt{3}$ و $z_D=-1-i\sqrt{3}$

أ) احسب العددين المركبين $z_{\overrightarrow{AB}}$ و $z_{\overrightarrow{AD}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABD.

ب) عين العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه B ونسبته $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ وزاويته $-\frac{\pi}{6}$.

جـ) عين z_E لاحقة النقطة E صورة C بالتشابه S.

د) احسب العدد المركب $z=\frac{z_B-z_E}{z_A-z_E}$، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABED$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

صندوق يحتوي على 6 قريصات حيث :

4 كرات حمراء وكرتين سوداوين ، الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا و في آن واحد من العلبة 3 كرات من الصندوق.

1-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ-عين قيم المتغير العشوائي X.

ب-عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.

2- نسحب عشوائيا و على التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق.

احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

A_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، A_1 "سحب كرة سوداءبالضبط"، A_2 "سحب كرتين سوداوين "

3-بعد السحب الاول بقيت في الصندوق 4كرات ، نجري سحب أخر على التوالي ودون ارجاع

نعتبر الحوادث التالية:

B_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، B_1 "سحب كرة سوداءبالضبط"، B_2 "سحب كرتين سوداوين"

أ- احسب الإحتمالات التالية :

$P_{A_0}(B_0)$ ، $P_{A_1}(B_0)$ ، $P_{A_2}(B_0)$ ، ثم استنتج $P(B_0)$.

ب- احسب احتمال الحصول على كرة سوداء بالضبط عند السحب الاول ، علما اننا حصلنا على كرة سوداء بالضبط عند السحب الثاني.

التمرين الرابع:(07 نقط)

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

الجزء الأول : g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln(x^2+x+1)-x$ و C_g تمثيلها البياني .

1-احسب نهايتي g عند : $+\infty$ و $-\infty$.

2-أثبت من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ أن : $g'(x)=\dfrac{x(1-x)}{x^2+x+1}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.

4-أثبت أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.7,1.9[$.

5-عين من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln(x^2+x+1)$ و C_f تمثيلها البياني

1-احسب نهايتي f عند : $+\infty$ و $-\infty$.

أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ب-اكتب معادلة المماس (T) عند مبدأ المعلم، حدد الوضعية النسبية لـ : C_f و (T).

2-أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\ln(x^2+x+1)=0$ ، فسر النتيجة هندسيا.

ب) أثبت أن المنحنى C_f يقبل نقطتي انعطاف ، عين فاصلتيهما.

3-أثبت أن : $f(\alpha)=\alpha$. ثم ارسم المنحنى C_f و المماس (T).

4-أ)احسب العدد الحقيقي $S(\alpha)=2\int_0^{\alpha}\dfrac{xdx}{x^2+x+1}+\int_0^{\alpha}\dfrac{dx}{x^2+x+1}$

ب)فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

لتكن النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ و $D(0;4;-1)$.

1. بين أن المثلث ABC مثلث قائم.

2. أ) عين معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يمر بالنقطة A و يعامد المستقيم (AB).

ب) استنتج تمثيلا وسيطيا لتقاطع المستويين (P) و (ABC) .

3. أ) بين أن النقطة A المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

4. أ) بين أن قيس الزاوية الهندسية BDC هو $\frac{\pi}{4}$.

ب) احسب مساحة المثلث BDC .

جـ) استنتج المسافة بين النقطة A والمستوي (BDC).

التمرين الثاني:(04 نقط)

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\mathrm{O};\vec{\mathrm{i}};\vec{\mathrm{j}})$.

1) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة: $(\mathrm{z}-2+2\mathrm{i})(\mathrm{z}^2+4\mathrm{z}+8)=0$.

النقط A ، B ، C لاحقاتها على الترتيب: $z_A=2-2i$ ، $z_B=-2+2i$ ، $z_C=-2-2i$.

2) ا- اكتب الصيغة المركّبة للدّوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

ب-بيّن أنّ لاحقة النقطة D ، صورة النقطة C بهذا الدوران ، هي $z_D=2-6i$.

جـ- حدّد- مع التعليل- طبيعة الرباعي $ABCD$.

3) ا- عيّن إحداثيّي H_α مرجح الجملة $(\mathrm{A},1);(\mathrm{B},-1);(\mathrm{C},\alpha)$ ، حيث α وسيط من $\mathbb{R}^*$.

ب-بيّن أنّ مجموعة النقط H_α ، عندما يتغيّر α في $\mathbb{R}^*$، هي مستقيم باستثناء نقطة يطلب تعيينه

جـ- في هذا السؤال، نأخذ $\alpha=2$.عيّن Γ: مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$$MA^2-MB^2+2MC^2=16 \ .$$

التمرين الثالث:(04 نقط)

1) لتكن الدالة f المعرفة على المجال كما يلي: $\mathrm{f}(\mathrm{x})=\frac{1}{2}\mathrm{x}+\frac{3}{2}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

والمتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) كما يلي :

$$\begin{cases} u_0=-\frac{1}{2} \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0=\frac{9}{2} \\ v_{n+1}=f(v_n) \end{cases}$$

1) أ- انشئ (C) والمستقيم الذي معادلته : $y=x$

ب- انشئ الحدود u_0، u_1، u_2 و v_0، v_1، v_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

2) أ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير كلا من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

ب- برهن بالترجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3<v_n$

3) أ-بيّن انه من اجل كل عدد طبيعي n يكون: $u_n=\frac{-7}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n+3$ و $v_n=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n+3$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و المتتالية (v_n)

جـ- احسب $\lim u_n$ و $\lim v_n$

4) هل ان (u_n) و (v_n) متجاورتان ؟ علّل جوابك

التمرين الرابع:(07 نقط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2\left(1-e^{-x}\right)-x$

1-ادرس تغيرات الدالة g .

2-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم و الأخر α حيث: $\ln 4\prec\alpha\prec\ln 6$

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\frac{1-e^x}{x^2}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2}=+\infty$ (يمكن وضع $x=2t$)، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ >}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ <}}f(x)$ ثم فسّر النتائج هندسيا

3) أ- تحقق أن : $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha(\alpha-2)}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب- بيّن أن f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ و أنه لكل $x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{e^x.g(x)}{x^3}$

جـ - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) أنشئ المنحني (C_f) في المجالين $]-\infty;0[\cup]0;5]$

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=1$ و $u_{n+1}=2\left(1-e^{-u_n}\right)$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $1\le u_n\le\alpha$

ب- بيّن أن أجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=g(u_n)$.

جـ- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة ، ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها

الاختـــــــــــبار الرابع

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بـ : $u_0 = e$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{eu_n + 1}{u_n + e}$.

1) عيّن العددين الحقيقيّين a و b بحيث يكون $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + e}$.

2) برهن بالتراجع، انه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، أنّ: $1 \prec u_n \le e$.

3) ادرس رتابة المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة.

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على N بـ : $v_n = \left(\frac{e-1}{e+1}\right)^{n+1}$.

أ) أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعين أساسها و حدّها الأول.برر لماذا (v_n) متقاربة؟

ب) بين بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $u_n = \frac{v_n + 1}{1 - v_n}$ ثم احسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

جـ) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = \frac{1}{u_{1441} + 1} + \frac{1}{u_{1442} + 1} + \cdots + \frac{1}{u_{2020} + 1}$

التمرين الثاني:(05 نقط)

إناءان U_1 و U_2 حيث U_1 يحتوي على ثلاث كرات بيضاء و كرتان سودوان و U_2 يحتوي على كرتان بيضاوان و ثلاث كرات سوداء . نسحب كرتان دفعة واحدة من كل منهمـــا ، علما ان الكرات متجانسة في اللمس. فنتحصل بذلك على أربع كرات .

1) أ) احسب احتمال الحادثة "A سحب 4 كرات من نفس اللون "

ب) برهن ان احتمال الحادثة"E ضمن الكرات المسحوبة يوجد بالضبط كرتان بيضاوان"هو $\frac{23}{50}$

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المحصل عليهـــا

أ) حدد قانون الاحتمال لـ X .

ب) هل اللعبة مربحة للاعب إذ ادفع 25 DA قبل إجراء السحب ويكسب 10 DA لكل كرة بيضاء 3) جد احتمال الحصول على كرة بيضاء فقط من الإناء U_2 علما انه حصل على كرتين بيضاوين

التمرين الثالث:(04 نقط)

I- حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $z\bar{z}-4z+\bar{z}+(z-\bar{z})i-3+5i=0$. ($\bar{z}$ مرافق العدد المركب z)

II- المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A ، B ، C ، D و E التي لواحقها على الترتيب $z_A=1$ ، $z_B=4+i$ ، $z_C=3i$ ، $z_D=-1+i$ و $z_E=-2i$

1. بين أن $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{z_E-z_A}{z_D-z_A}$ ماذا تستنتج ؟

2. عين لاحقة صورة النقطة C بالتشابه المباشر s الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ونسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. لتكن I_1، I_2 ، I_3 و I_4 على الترتيب منتصفات القطع المستقيمة $[BC]$ ، $[CD]$، $[DE]$ و $[EB]$.

أ) بين أنه يوجد تحويل نقطي r مركزه I_1 ويحول النقطة I_4 إلى I_2.

ب) احسب $z_{I_1}+z_{I_3}$ و $z_{I_2}+z_{I_4}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $I_1I_2I_3I_4$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-1+(x+1)^2e^x$.

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2. احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x^2+1)e^x$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ماذا تستنتج؟ ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. أ) عين $f'(x)$ عبارة الدالة المشتقة للدالة f .

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$. ماذا تستنتج ؟ . شكل جدول تغيراتها الدالة f .

ج) استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ثانية يطلب تعيين إحداثييها.

د) بين أن (C_f) يقبل مماس (Δ) معامل توجيهه 1 يطلب تعيين معادلة له.

3. ارسم (Δ) و (C_f).

4. أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=2f'(x)-f''(x)+2e^x$، استنتج دالة أصلية F للدالة f على $\mathbb{R}$. ثم عين القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[-1;1]$.

III- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\frac{x^2+1}{e^x}$. نسمي (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $h(x)=f(-x)$. ما ذا تستنتج؟

2. ارسم المنحنى (C_h) في المعلم السابق.

3. أ) احسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المحدد بالمنحنى (C_h) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=\lambda$. مع λ عدد حقيقي موجب تماما ، ب) احسب $\lim_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

في مطعم مدرسي،يمكن للتلاميذ أن يختاروا إما لحما وإما بيضا30%من التلاميذ يختارون البيض 60%من التلاميذ الذي اختاروا البيض يأخذون تحليه و45%فقط من الذين اختاروا اللحم.

نسمي:" V " التلميذ اختار اللحم:" E "التلميذ اختار البيض: " D "التلميذ أخذ تحليه "

1. عين الاحتمالات المعرفة في النص .
2. عرف الوضعية بشجرة الاحتمالات .
3. أ) نختار تلميذا عشوائيا من المطعم ما احتمال أنه لم يأخذ تحليه ؟

ب) إذا علمت أن تلميذ أخذ تحليه ، ما احتمال أنه اختار البيض ؟

التمرين الثاني:(04 نقط)

1) عين العددين المركبين z_1 و z_2 حيث :
$$\begin{cases} 2z_1 + iz_2 = 1 + i\sqrt{3} \\ \left(\sqrt{3}+2i\right)z_1 - z_2 = \left(1-\sqrt{3}\right)i \end{cases}$$

2) في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A = 1-i$ و $z_B = 2+\sqrt{3}+i$

أ) أكتب z_A على الشكل الأسي ثم بين ان: $z_B = z_A\left(1+\sqrt{3}\right)e^{i\frac{\pi}{3}}$، ثم إستنتج الشكل الأسي لـ z_B .

3)أ)جد لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O و زاوية $-\frac{\pi}{6}$

ب) احسب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها $[BD]$ مقدرة بوحدة المساحة .

جـ) عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $\arg\left[\left(z-z_B\right)^2\right] = \arg\left(z_B\right) - \arg\left(z_D\right)$

4) لتكن النقطة C ذات اللاحقة $z_C = 1+i$.

- عين طبيعة المثلث ABC ثم استنتج بدقة طبيعة الرباعي $ACBD$.

5)ليكن التحويل النقطي S المعرف كما يلي: $S = r \circ h$ مع h تحاكي مركزه O و نسبته -2

أ) عين طبيعة التحويل S مع تعيين خصائصه المميزة

ب)نعرف من اجل كل $n \in \mathbb{N}$ حيث $n \geq 2$،التحويل النقطي H_n كما يلي: $H_n = \underbrace{S \circ S \circ \ldots \circ S}_{n \text{ مرة}}$

- عين قيم n حتى يكون H_n تحاكي يطلب تعيين خصائصه.

التمرين الثالث:(04 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر المستقيم (D) الذي يمر بالنقطة $A(0;2;1)$ وشعاع توجيه له $\vec{u}(1;-1;1)$.

ونعتبر المستقيم (D') المعرّف بالعلاقة الشعاعية : $\overrightarrow{BM}=t\vec{v}$ حيث $\vec{v}(2;1;-1)$ و $B(-1;0;1)$

1 M نقطة من المستقيم (D) ، بين أن إحداثياتها هي $M(k;2-k;1+k)$ حيث k عدد حقيقي .

2. بين أن (D) و (D') ليسا من نفس المستوي.

3. • عين معادلة المستوي (P) الذي يمر بالنقطة M ويعامد المستقيم (D') .

• بين أن النقطة $H'\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع المستقيم (D') والمستوي (P) .

4. بين أنه توجد نقطة وحيدة H من (D) بحيث $\overrightarrow{HH'}$ يعامد (D)، يطلب تعيين إحداثياتها.

5. احسب المسافة بين المستقيمين (D) و (D').

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{3x}+e^{2x}-5e^{x}-1$

1. أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا α من المجال $]0,6;0,7[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II- لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{e^{2x}-3e^{x}}{e^{x}+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=\frac{e^{x}-3}{1+e^{-x}}$ ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2. أ) بين : من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=\frac{e^{x}(e^{x}-1)(e^{x}+3)}{(1+e^{x})^2}$

ب) عين حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ)عين معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة التي ترتيبها 0، ثم عين تقريبا تآلفيا للعدد $f(1)$.

4. أ) احسب $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-e^{x}+4\right)$. ماذا تستنتج؟

ب) نسمي (C) منحنى الدالة $x\mapsto e^{x}-4$.ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمنحنى (C).

جـ) كيف ننشئ المنحنى (C) انطلاقا من منحنى الدالة $x\mapsto e^{x}$ ؟ ثم ارسم (C)، (T) و (C_f) .

5. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=e^{x}-4+\frac{4e^{-x}}{1+e^{-x}}$.

ب)بين أن المساحة تحت (C_f) والمحدودة بالمستقيمين: $x=0$ و $x=\ln 3$ تساوي $A=2(-1+\ln 4)u.a$

III-نعتبر (E) المعادلة التالية: $e^{2x}-(x+m+3)e^{x}=x+m$ حيث m وسيط حقيقي.

1. احسب $f'(\alpha)$. ثم بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا يوازي المستقيم ذي معادلة $y=x$.

2. نقبل أن معادلة المماس للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة α هي $y=x-1.4$.

• ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة (E).

الاختـــــــــبار الخامس

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

I) ليكن $P(z)$ كثير حدود للمتغيّر المركب z حيث : $P(z)=z^3+z^2-4z+6$.

1) بيّن أنه ، من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)}=P(\overline{z})$.

2) تحقق أن $1+i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم استنتج جذرا آخر له .

3) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$.

II) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها: $z_A=-1$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب .

1) التحويل النقطي S، يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=(1+i)z+i$

أ - ما طبيعة التحويل S ؟ عيّن عناصره المميّزة .

ب- لتكن M نقطة تختلف عن A . ما طبيعة المثلث AMM' ؟

2) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن A ، لاحقتها العدد المركب z_n .

نضع: $M_0=O$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1}=S(M_n)$.

أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n=(1+i)^n-1$.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقط O ، A و M_n في استقامية .

التمرين الثاني:(05 نقط)

I) f الدالة العددية المعرفة على المجال $\left]-\frac{3}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\sqrt{2x+3}$ و (C) تمثيلها البياني

1) ادرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) عيّن احداثيي نقطة تقاطع (C) والمستقيم (Δ) الذي $y=x$ معادلة له،ثم ارسم (C) و (Δ).

II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$$\begin{cases} u_0=\frac{1}{2} \\ u_{n+1}=\sqrt{2u_n+3} \end{cases}$$

1 أ) مثل على محور الفواصل الحدود، u_0، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ما تخمنك حول اتجاه و تقارب المتتالية (u_n) ؟

جـ)برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $2\le u_n<3$

د) برهن أن (u_n) متتالية متزايدة.ثم استنتج أنها متقاربة ، ثم جد نهاية المتتالية (u_n).

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 3 - u_n$

أ) بين أن $v_{n+1} = \dfrac{2v_n}{3+\sqrt{9-2v_n}}$. ثم استنتج أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$، $0 \le v_n \le \left(\dfrac{2}{3}\right)^n \times \dfrac{5}{2}$.

جـ) استنتج من جديد نهاية المتتالية (u_n) بطريقة أخرى .

التمرين الثالث:(10 نقط)

I- نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = x(1-2\ln x) + 2(x-\sqrt{e})$.

1. ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

2. استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(0)=0$ و من أجل كل $x>0$، $f(x) = 2x(1-2\ln x)$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ) بين أن f مستمرة عند 0 عن اليمين.

ب) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{f(x)}{x}$. ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f) ؟

جـ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. أ) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و أن $f'(x) = -2(1+2\ln x)$.

ب) ادرس على المجال $]0;+\infty[$ إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ)عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) عند النقطة التي ترتيبها 0 وتختلف عن O.

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

4. ارسم كل من (Δ) و (C_f).

5. أ)جد احسب مشتق الدالة $x \mapsto x^2(1-\ln x)$ ثم استنتج الدوال الأصلية للدالة f على $]0;+\infty[$.

ب) λ عدد حقيقي حيث $0<\lambda<\sqrt{e}$. عين القيمة المتوسطة μ_λ للدالة على المجال $[\lambda;\sqrt{e}]$.

جـ) احسب $\lim\limits_{\lambda\to 0} \mu_\lambda$.

6. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(e^{-x})$ و (C_g) تمثيلها البياني.

دون حساب عبارة $g(x)$ أجب عن الأسئلة التالية:

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ماذا تستنتج ؟

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ)عين نقطة تقاطع (C_g) وحامل محور الفواصل.

د) ارسم المنحنى (C_g).

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $\left(\bar{z}+\sqrt{3}+i\right)\left(z^{2}-2\sqrt{3}z+4\right)=0$.

2.نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ ، $z_C=\overline{z_B}-2z_A$

أ) اكتب كل من z_A و z_B على شكل أسي.

ب) احسب الأطوال OA ، OB و AB . استنتج طبيعة المثلث OAB.

3.عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

4.أ)جد لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(O;-1),(D;1),(B;1)\}$ ، ثم بين أن: $\frac{z_G}{2\sqrt{3}}=\left(\frac{z_G}{2\sqrt{3}}\right)^{1945}$.

ب) علم النقط A ، B ، C ، D و G ثم بين أن النقط C ، D و G في استقامية.

جـ) عين طبيعة كل من الرباعي $OBGD$ و المثلث AGC .

التمرين الثاني : :(04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=1$ ،ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1. أ) أدرس تغيرات الدالة f والمعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1+\frac{4}{x+1}$

ب)ارسم في معلم متعامد ومتجانس التمثيل البياني (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$

جـ)مثل الحدود u_0، u_1 ، u_2 و u_3 على المحور $(O;\vec{i})$.

ب) ما هو تخمينك حول نهاية المتتالية (u_n) ؟

2. أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n<3$.

ب) عين اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3. أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $2(3-u_{n+1})\le\frac{3}{2}(3-u_n)$

ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n، $\frac{3-u_n}{2}\le\left(\frac{3}{4}\right)^n$

جـ) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة نحو 3 .

التمرين الثالث: :(04نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

1.بين أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث: $(x+2y-z+2)^2+(3x+y+2z-1)^2=0$

هي مستقيم (D) يطلب تعيين شعاع توجيه له.

2.أ)بين أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث: $(x+2y-z+2)^2+(3x+y+2z-1)^2=0$

هي اتحاد مستويين (P) و (Q) يطلب إعطاء معادلتين ديكارتيتين لهما.

ب) تحقق من أن $(P)\cap(Q)=(D)$

3. نرفق بكل عدد حقيقي m المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة الديكارتية:

$(1+3m)x+(2+m)y+(2m-1)z+2-m=0$.

أ) بين أن (P_m) يحوي (D) .

ب) هل أن كل مستوي يحوي (D) هو المستوي (P_m) ؟ برر.

التمرين الرابع : :(07 نقطة)

I- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$

و (C_f) المنحني الممثل لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $1-\frac{1}{e^x+1}=\frac{1}{1+e^{-x}}$.ثم بين أن f دالة فردية .

2- احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3.أ)بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ثم استنتج جدول تغيرات f على $\mathbb{R}^+$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x، $x\frac{1}{2}\leq 1-\frac{2}{e^x+1}$.

4. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

5. ارسم المستقيم (Δ) الذي معادلة له $y=-\frac{1}{2}x+1$ والمنحنى (C_f).

6. أ) بين أن الدالة $x\mapsto\ln(e^{-x}+1)$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto-\frac{1}{e^x+1}$ على $\mathbb{R}$.

ب)جد مساحة الحيز المحدد بـ(C_f) والمستقيمات التي معادلتها على الترتيب: y=0، $x=-1$ و $x=0$.

II- (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$.

1. إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>0$ بين أن $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$.

2. استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$.

3. أ)بين أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $2^n.u_n\leq 1$

ب)احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

الاختـــــــــــبار السادس

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

الفضاء مزودالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ جدالإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة

1. A و B نقطتين متمايزتين من الفضاء. مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ هي:

أ) المجموعة الخالية. ب) سطح كرة. ج) المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$.

2. A و B نقطتين متمايزتين من الفضاء. مجموعة النقط M من الفضاء حيث $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}).\overrightarrow{AB}=0$ هي: أ) المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$.

ب) المستوي العمودي على (AB) وليس محوري لقطعة المستقيم $[AB]$. ج) سطح كرة.

3. نعتبر النقطتين $E(0;1;-2)$ و $F(2;1;0)$. إحداثيات المرجح G للجملة $\{(E;1),(F;3)\}$ هي:

أ) $(6;4;-2)$ ، ب) $(1.5\,;1\,;-0.5)$، ج) $(0.5;1;1.5)$

4. المستقيم الذي شعاع توجيهه $\vec{u}(-4;3;2)$ والمستوي الذي معادلته $x-2y+5z-1=0$:

أ) متعامدان ؛ ب) متوازيان ؛ ج) غير متوازيين وغير متعامدين.

5. نعتبر المستوي (P) ذوالمعادلة $5x-y-3z-3=0$ والنقط $A(-3;2;5)$، $B(1;-1;1)$ و $C(2;1;2)$.

المستوي (P) والمستوي (ABC) : أ) متوازيان ؛ ب) متعامدان ؛ ج) متقاطعان وغير متعامدين.

التمرين الثاني:(04 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=2u_n+3n-5$.

1. أ)احسب u_1 ، u_2 ، u_3. ثم برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 3$، $u_n\geq 1$

ب)استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$، $u_n\geq 3n-6$. هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ علل

2. نعرف المتتالية (v_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي، $v_n=u_n+3n-2$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 .

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=2^n+3n+2$.

3. نعتبرالمتتالية (w_n) المعرفة بـ : $w_0=2$ و من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$، $(n+1)w_{n+1}=(n+2)w_n+1$

أ) احسب w_1 ، w_2 و w_3. ما تخمينك حول طبيعة هذه المتتالية ؟

ب) برهن على صحة تخمينك. ثم عبر عن w_n بدلالة n.

ج) احسب بدلالة n. المجموع S_n المعرف من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ بـ: $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

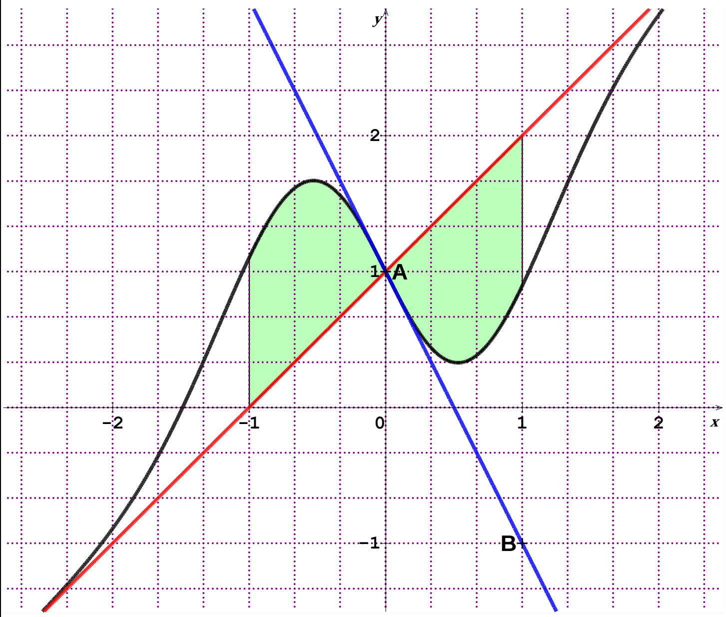
التمرين الثالث:(05 نقط)

في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.
نعتبر النقط A ، B و C وD التي لواحقها على الترتيب:
$z_A=1$ ، $z_B=3+4i$ ، $z_C=2\sqrt{3}+i\left(-2-\sqrt{3}\right)$ و $z_D=-2\sqrt{3}+i\left(-2+\sqrt{3}\right)$

1) أ) بين ان صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه A و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ هي النقطة D
ب)استنتج أن النقطتين B وDتنتميان الى نفس الدائرة (Γ)يطلب تعيين عناصرها المميزة
2) لتكن النقطة F صورة النقطة A بالتحاكي h الذي مركزه النقطة B ونسبته $\frac{3}{2}$
أ) بين ان لاحقة النقطة F هي $z_F=-2i$.
ب) بين ان F هي منتصف القطعة $[CD]$.
جـ) بين ان $\frac{z_C-z_F}{z_A-z_F}=-i\sqrt{3}$ ثم اكتبه على الشكل الأســي .
د) استنتج أن المستقيم (AF) هو محور القطعة المستقيمة$[CD]$أنشئ النقط A ، B ،C ،D وF

التمرين الرابع:(07 نقط)

في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$نعتبر النقطتين $A(0;1)$ و $B(-1;3)$ و المنحنى (C)المقابل هو التمثيل البياني للدالة f القابلة للإشتقاق والمعرفة على$\mathbb{R}$بـ: $f(x)=x+1+axe^{-x^2}$ حيث $a\in\mathbb{R}$



I- 1)بين أن المنحنى (C)يشمل النقطة A .
2) عين معامل توجيه المستقيم(AB) .
3)بين أنه من أجل كل عدد حقيقيx:
$f'(x)=1-a(2x^2-1)e^{-x^2}$
4)عين a بحيث يكون (AB)مماسا لـ(C) في A
II- في كل ما سيأتي نفرض أن : $a=-3$
1) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$
2)بين أن$\lim_{|x|\to+\infty}[f(x)-x]=-1$ ثم فسر النتيجة بيانيا
3)بين أنه من أجل كل: $x\in\mathbb{R}$ فإن:
$f(-x)+f(x)=2$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا.
4)تحقق حسابيا أن A نقطة إنعطاف لـ(C)
5)بين ان f متناقصة على المجال $\left]0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right[$ ومتزايدةعلى المجال $\left]\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$ ثم شكل جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$.
6)بين أن المعادلة $3xe^{-x^2}=x+1$تقبل حلا وحيدا α حيث: $-2<\alpha<-1$ ثم جد حصرا لـ α سعته 0,25
7)جد مساحة الحيز المستوي المحدد بـ(C) والمستقيم$(\Delta):y=x+1$ و$x=-1$ و$x=1$ (الجزء المظلل)

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

يحتوي كيس على 10 كريات بحيث 5 كريات حمراء تحمل الأرقام :0 ، 1، 1- ، 2 و 2- و3كريات خضراء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1- والبقية كريات بيضاء تحمل الارقام 1 و 3

نسحب عشوائيا كرتين من هذا الصندوق على التوالي دون إرجاع .

1-احسب احتمالات الحوادث التالية : A : " الكرتين المسحوبتين تحملان نفس الرقم "

B : الكرتين المسحوبتين تحملان من لونين مختلفين " . C : " مجموع الأرقام المسحوبة معدوم "

2- ما احتمال الحصول على كريتين مجموعهما رقميهما معدوم علما ان جداءهما رقميهما سالب .

2- X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحبة من هذا الكيس بعدد الالوان المحصل عليها

أ- عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

ب-أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضي .

التمرين الثاني : :(05 نقط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-2z+2=0$.

2.لتكن النقط K ، L و M التي لواحقها على الترتيب $z_K=1+i$ ، $z_L=1-i$ و $z_M=-i\sqrt{3}$.

ارسم هذه النقط في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ الوحدة 4cm .

3. أ) تحقق أن z_N لاحقة النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة L هي $2+i(\sqrt{3}-2)$.

ب) نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث $r(M)=A$ و $r(N)=C$

عين اللاحقتين z_A و z_C للنقطتين A و C على الترتيب.

جـ) نعتبر الانسحاب t الذي لاحقة شعاعه $2i$ حيث $t(M)=D$ و $t(N)=B$

عين اللاحقتين z_D و z_B للنقطتين D و B على الترتيب.

4. أ) بين أن النقطة K متصف قطعة المستقيم $[DB]$ هي منتصف قطعة المستقيم $[AC]$.

ب) بين أن $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ ثم استنتج طبيعة الرباعي ABCD .

التمرين الثالث: :(04 نقط)

(u_n) متتالية معرفة بـحدّها الأول u_0 ووبالعلاقة التراجعية: $u_{n+1}=\frac{7u_n+2}{u_n+8}$ ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$

1-عين قيم u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2-نفرض أن : $u_0=0$. أ-احسب u_1 ، u_2 .

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$ فإن: $0\le u_n\le 1$ ، ثم أدرس أتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3-لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كمايلي: من أجل $n\in\mathbb{N}$: $v_n=\dfrac{u_n+2}{u_n-1}$.

أ- أثبت أن (V_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب-عبّر عن u_n بدلالة n ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) لما يؤول n إلى $+\infty$.

جـ-أحسب كلا من S_n و π_n حيث: $S=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ و $\pi_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$.

التمرين الرابع: (07 نقط)

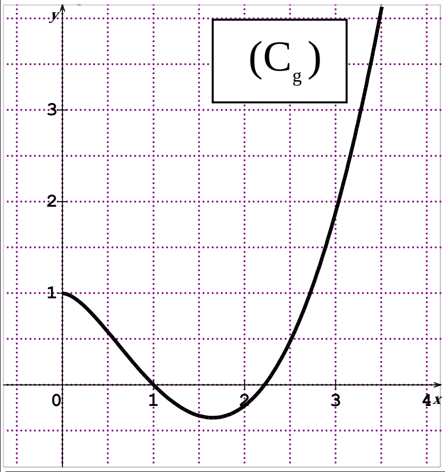
نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث: $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$. وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 2cm .

I-1)بيّن أن مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f=]0;e[\cup]e;+\infty[$.

2-أ)احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}e}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}e}f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده.

جـ) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.(لاحظ: $x(1-\ln x)=x-x\ln x$)



3-أ)بيّن أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$.

ب) بيّن أن الدالة f متناقصة على المجال $]0;1]$ ومتزايدة على كلا من المجالين $[1;e[$ و $]e;+\infty[$

جـ)شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f.

II) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=1-x^2(1-\ln x)$ و (C_g) المنحنى الممثل لها (أنظر الشكل)

1)أ-حدد بيانيا عدد حلول المعادلة $g(x)=0$.

ب-نعطي جدول القيم التالية:بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α بحيث $2{,}2<\alpha<2{,}3$

x	2,1	2,2	2,3	2,4
g(x)	–0,14	–0,02	0,12	0,28

2-أ)تحقق من أنه من أجل كل x من D_f: $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

ب) بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتاهما 1 و α

جـ) حدد إشارة $g(x)$ انطلاقا من المنحنى (C_g) على المجال $[1;\alpha]$

بيّن $f(x)-x\le 0$ من أجل كل x من $[1;\alpha]$.

3) إنشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

4)جد مساحة الحيز المستوي والمحدد بـ(C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=3$ و $x=5$

الاختـــــــــبار السابع

المادة: رياضيات — الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04.5 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=\frac{1}{12}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+\frac{1}{6}$.

أ) $u_n=-\frac{7}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^n+\frac{2}{3}$ ، ب)المتتالية (u_n)متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ، ج) (u_n) متباعدة

2)في المستوي المركب المستوي المركّب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

أ-التحويل T الذي كتابته المركبة $z'=-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)z$ دوران زاويته $-\frac{\pi}{4}$ ومركزه O.

ب-مجموعة النقط $M(z)$ حيث $\arg(z-i)=-\frac{\pi}{4}$ هي المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$

3) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

أ-المستوي (P) الذي معادلته: $x+y-z+1=0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A\ 2;1;-1$ و $\vec{u}\ 1;-1;1$ شعاع توجيه له لايشتركان في أية نقطة .

ب-معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (P) هي: $x-y+z=0$.

التمرين الثاني:(05 نقط)

1- حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $(z-1+\sqrt{3})(z^2-2z+4)=0...(E)$

2-ليكن z_1، z_2 و z_3 حلول المعادلة (E) حيث : $z_1\in\mathbb{R}$ ، $\operatorname{Im}(z_2)\succ 0$ و z_2 الحل الآخر.

أ-اكتب كلا من z_2 و z_3 على الشكل المثلثي ، ثم بين العدد $z_2^{2020}+z_3^{2020}$ حقيقي

ب-عيّن قيم العدد الطبيعي n تحقق : $\arg(z_2^n+z_3^n)=(2k+1)\pi$

3- في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C ذات الواحق :

$z_A=1-\sqrt{3}$ ، $z_B=1+\sqrt{3}i$ و $z_C=1-\sqrt{3}i$.

أ-احسب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_A-z_B}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب-عيّن احداثيي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,-1)\}$.

جـ-عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $2MA^2+MB^2-MC^2=-3$

التمرين الثالث:(04 نقط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=1$، $u_1=1$ ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $u_{n+2}=\frac{2}{3}u_{n+1}-\frac{1}{9}u_n$.

1. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{u_n}{2n+1}$.

أ) احسب u_2 و u_3. ثم احسب v_0، v_1 و v_2.

ب) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

جـ) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=(2n+1)e^{-n\ln 3}$.

2. أ) اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>0$.

ب) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n). استنتج أنها متقاربة ثم احسب نهايتها.

3. احسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n=\frac{u_0}{v_0}+\frac{u_1}{v_1}+\frac{u_2}{v_2}+\ldots+\frac{u_n}{v_n}$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

لتكن الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1+(x+3)e^{-\frac{x}{2}}$. و ليكن $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني

1) أ)جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ثم بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-1=0$ ثم فسر هذه النتيجة هندسيا

ب) أدرس وضعية $(\mathscr{C}_f)$ المنحنى بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$.

2) بيّن أنه من أجل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=-\frac{1}{2}(x+1)e^{-\frac{x}{2}}$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) أ) بين ان المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ يقبل نقطة إنعطاف يطلب إحداثياها.

ب) تحقق ان معادلة المماس (T) للمنحني $(\mathscr{C}_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 هي $y=1-(x-5)e^{-\frac{1}{2}}$.

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحداً α حيث: $-3,21<\alpha<-3,19$ فسر هندسيا النتيجة

5) أرسم كلا من (T)، (Δ) و $(\mathscr{C}_f)$ على المجال $[-4;+\infty[$.

6) ناقش بيانيّا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=f(m)$.

7) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيَن أن: $\int_{\alpha}^{0}(x+3)e^{-\frac{x}{2}}dx=(2\alpha+10)e^{-\frac{\alpha}{2}}-10$.

ب) إستنتج، بدلالة α، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني $(\mathscr{C}_f)$، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=\alpha$ و $x=0$.

جـ) بيّن أن: $A(\alpha)=-4\left(\frac{3\alpha+10}{\alpha+3}\right)u.a$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

.2) B،A نقطتان من المستوي لاحقتاهما $z_A = 4\sqrt{3}-4i$ و $z_B = 4\sqrt{3}+4i$ على الترتيب.

أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسي.ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ب-النقطة C ذات اللاحقة $z_C = -\sqrt{3}+i$ و D صورتها بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$

عين z_D لاحقة النقطة D.

.3) لتكن G مرجح الجملة $\{(O;-1),(D;1),(B;1)\}$

أ-) تحقق أن G موجودة و احسب لاحقتها z_G

ب-)أنشئ النقط A،B ، C، D و G .

جـ)عين المجموعة للنقط M من المستوي حيث : $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MO}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MG}\right\|$

د) أحسب العدد المركب $\frac{z_G - z_C}{z_D - z_C}$ ثم استنتج أن النقط C،D و G في إستقامية.

و أن G صورة النقطة D بتحويل نقطي H يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .

د) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z_G - z}{z_D - z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما .

هـ) عيّن النقطة F حتى يكون الرباعي $ACGF$ معين و احسب مساحته

التمرين الثاني : :(04 نقط)

يحوي كيس كرات متماثلة . أربعة منها بيضاء تحمل الأرقام (1 ، 1 ، 1 ، 2) و n كرة خضراء تحمل الأرقام (2) حيث $n > 1$.نسحب عشوائيا كراتين على التوالي و بدون ارجاع .

1) ما احتمال سحب كرتين بيضاوين ؟

2) ما احتمال سحب كرتين من لونين مختلفين ؟

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة مجموع العددين المسجلين على الكرات المسحوبة

أ/ أعط القيم الممكنة لـلمتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X.

ب/ بين أن الامل الرياضي يحقق $E(X) = \frac{4n^2+22n+30}{(n+3)(n+4)}$،

جـ) عين قيمة n بحيث $E(X) = \frac{1347}{337}$

التمرين الثالث: (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(0;-1;1)$ ، $B(1;1;4)$ و $C(1;-1;2)$.

1. أ) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ ثم استنتج قيسا للزاوية ACB .

ب) بين أن مساحة المثلث ABC تساوي $\sqrt{3}\,u.a$.

2. أ) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون $\vec{n}(1;a;b)$ شعاعا ناظميا للمستوي (ABC) .

ب) عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

3. أ) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة A و يعامد (ABC) .

ب) احسب مركبات الشعاع $\overrightarrow{\Omega A}$ حيث $\Omega(-1;-2;2)$. ماذا تستنتج؟

جـ) احسب حجم رباعي الوجوه ΩABC .

4. عين العناصر المميزة للمجموعة $(ABC)\cap(S)$ حيث (S) سطح كرة مركزه Ω نصف قطره 2.

التمرين الرابع: (07 نقط)

I- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1-2\ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة g .
2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+\dfrac{1}{x}(1+2\ln x)$.

نسمي (C_f) منحنى الدالة f في مستو منسوب إلى المعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) احسب : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أن f' مشتقة الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

جـ) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

جـ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.5<\alpha<0.6$.

3. أ) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(x;2)$ مع $x\geq 1$.

ب) حل المعادلة $x^2g'(x)-2xg(x)=0$ ثم بين أن $B(e;e+\dfrac{3}{e})$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

هـ) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

4. أ) احسب مشتقة الدالة $x\mapsto(\ln x)^2$ ثم استنتج دالة أصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) عين مساحة الحيز تحت المنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x=\alpha$ ، $x=1$ و $y=0$

الاختــــــبار الثامن

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

I-نرمي زهر نرد **A**متوازن له وجها لونه أخضر V،ووجهين لونهما أسود N، و ثلاثة أوجه لونها أحمر R مرتين ونسجل لون الوجه في كل مرة.

1-ماهو احتمال الحصول على وجهين أسودين

2-بيّن أن احتمال الحصول على وجهين من نفس اللون هو $\frac{7}{18}$

II-نرمي زهر نرد**B**متوازن له أربعة أوجه لونها أخضر V،ووجهين لونهما أسود N.

أ)إذا تحصلنا على وجه أخضرنرمي مرة أخرى زهر النرد Bونسجل لون الوجه المتحصل عليه

ب)إذا تحصلنا على وجه أسود نرمي زهر نرد **A**ونسجل لون الوجه المتحصل عليه

1-شكل شجرة الاحتمالات المتوازنة التي تترجم هذه الوضعية .

2-بيّن ان احتمال الحصول على وجهين أخضرين هو : $\frac{4}{9}$

3-مااحتمال الحصول على وجه أخضر في الرمية الثانية

4-نعتبر X المتغير العشوائي المعرف كما يلي: أ)خسارة 5 نقط عند ظهور الوجه الأسود .

ب) ربح نقطة عند ظهور الوجه الاحمر ، جـ) ربح α نقطة عند ظهور الوجه الأخضر.

عين قيمة العدد α حتى تكون اللعبة عادلة.

التمرين الثاني:(04 نقط)

1.(u_n) المتتالية العددية المعرفةب: $u_0=0$ ، $u_1=1$ ومن أجل كل عدد $n\in\mathbb{N}$ ، $3u_{n+2}=5u_{n+1}-2u_n$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_{n+1}-u_n$.

أ) احسب u_2 و u_3. ثم احسب الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (v_n).

ب) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$.

جـ) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3. اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le 3$. ثم ستنتج أن (u_n) متقاربة.

4. أ) احسب بدلالة n . المجموع S_n التالي: $S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_{n-1}$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3^{n-1}(3-u_n)=2^n$. ثم جد نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث:(04 نقط)

1)في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C، D و F

حيث : $2z_A=-1+\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2$ ، $z_D=-2+2\sqrt{3}i$ و $z_F=\overline{z_D}$.

أ)أكتب z_A و z_B على الشكل المثلثي، ثم علّم النقط A، B، C، D و F .ب) ما نوع المثلث ABC؟

2) $\Re$ الدوران الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'+2=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z+2)$

أ)عين مركز و زاوية الدوران $\Re$. ثم بين أن $\Re(D)=E$ حيث $z_E=1+\sqrt{3}i$.

جـ)أكتب العدد $\frac{z_F-z_E}{z_D-z_E}$ على الشكل الجبري، ثم استنتج أن المستقيمين (ED) و (EF) متعامدان

3) لكل عدد مركب z يختلف عن E، نرفق العدد المركب 'z حيث: $z'=\frac{z-z_C}{z-z_E}$ و لتكن

(Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللواحق z بحيث يكون 'z عددا تخيليا صرفا - عين و أنشئ (Γ_1) .

4) أ) لتكن G مرجح الجملة $\{(A,|z_A|);(B,|z_B|);(C,|z_C|)\}$، حدد z_G لاحقة النقطة G .

(Γ_2) مجموعة النقط M من المستوى حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|$

ب) تحقق أن C تنتمي إلى (Γ_2)، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ_2) .

التمرين الرابع:(07 نقط)

نعتبر الدالة f والمعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كمايلي: $f(x)=\frac{x}{x-1}-\ln|x-1|$.

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-أ)جد $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ،

ب)جد $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2-أ- بيّن أن الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها ، ثم بيّن أن : $f'(x)=\frac{-x}{(x-1)^2}$.

ب-ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أ) تحقق أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]4;5[$

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثيتيها.

جـ)أثبت أن (C_f) يقبل مماسين (Δ) و (Δ') معامل توجيه كل منهما (2-) وأكتب معادلتيهما.

د) أحسب $f(6)$ ، $f(10)$ ، $f(-1)$ ، $f(-4)$ و $f(-8)$ ثم ارسم المماسين (Δ) و (Δ') و (C_f)

هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة:

$$m(x-1)=2x^2-x-(x-1)\ln|x-1|$$

4- نعتبر الدالة g والمعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=e^{-x}\ln(e^x-1)$

أ) بيّن أنه من كل عدد حقيقي x موجب تماما فإن: $g'(x)=e^{-x}f(e^x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير g .

ب) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}g(x)$ وبيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=0$ ثم ارسم جدول تغيرات الدالة g .

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A(1;2;3)$، $B(2;1;3)$ و $C(2;-2;0)$

1) بين ان النقط A، B و C تحدد مستويا.

2) بين ان : $x+y-z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3)لتكن $D(2;0;2)$ و $E(-4;6;2)$ نقطتين من الفضاء . أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE).

4)لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاءحيث: $x(x-2)-y(2-y)+z(z-8)+14=0$

ا) بين ان (S) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها R

ب) بين ان المستقيم (DE) هو مماس لسطح الكرة (S) في نقطة H يطلب تعيين احداثياتها .

جـ) بين ان المستوي (ABC) يقطع (S) وفق دائرة يطلب تعيين نصف قطرها و مركزها .

التمرين الثاني :(04 نقط)

I- حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة: $(z+2)(z^2+2-2\sqrt{3}i)=0$

II-في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C التي لواحقها: $z_A=-2$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=-z_B$.

1. بين أن $|z_A-z_B|^2+|z_A-z_C|^2=|z_B-z_C|^2$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC
2. أثبت ان النقط A، B و C تنتمي الى نفس الدائرة ، يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها
3. أ- عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالتناظر المركزي الذي مركزه O

   ب- ما طبيعة الرباعي $ABDC$
4. بين ان C صورة B بتحويل نقطي مركزه A يطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة
5. نرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي ($z\neq-2$)، النقطة $M'(z')$ حيث : $z'=\dfrac{iz-\sqrt{3}+i}{z+2}$

   أ)اثبت أن $\arg(z')=\dfrac{\pi}{2}+\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BM}\right)$.

   ب) عين مجموعة النقط M بحيث يكون z' تخيلي صرف .

التمرين الثالث: (04 نقط)

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث: $U_0=1$ و $\ln U_1+\ln U_2=-3\pi$

أ) عين أساس هذه المتتالية ، وأحسب U_n بدلالة n .

ب) أحسب P_{n+1} بدلالة n حيث : $P_{n+1}=U_0+U_1+......+U_n$. ثم جد $\lim\limits_{n\to+\infty}(P_{n+1})$

2) $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كمايلي: $V_n=\ln(U_n)$

أ) بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها .

ب) أحسب S_{n+1} بدلالة n حيث : $S_{n+1}=V_0+V_1+......+V_n$. ثم بين أن $\sin(S_{n+1})=0$

3- أ) أحسب π_{n+1} بدلالة n حيث $\pi_{n+1}=U_0\times U_1\times......\times U_n$.

ب) عين الحد U_p بحيث يكون : $\pi_{p+1}=e^{-6\pi}$

التمرين الرابع: (07نقط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln(x+1)$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

2) عين إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$.

II) f دالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ حيث: $f(0)=1$ و $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x}$ من اجل $x\in]-1;0[\cup]0;+\infty[$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) احسب النهايتين: $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) أدرس اتجاه تغير f على $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها (نقبل ان f قابلة للإشتقاق عند0)

جـ) أكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) عند المبدأ. تعطى : $f'(0)=-\dfrac{1}{2}$

2) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $h(x)=f(x)+\dfrac{1}{2}x-1$

أ) بين ان إشارة $h'(x)$ على $]-1;+\infty[$ من نفس إشارة $k(x)$ حيث : $k(x)=x^2(f'(x)+\dfrac{1}{2})$

ب) بين انه من اجل كل $x\in]-1;+\infty[$ ، $k'(x)=\dfrac{x^2(x+2)}{(x+1)^2}$ ثم عين اتجاه تغير الدالة k

جـ) استنتج إشارة $h'(x)$ ثم إشارة $h(x)$ ثم عين الوضع النسبي بين (C_f) و (T).

4) أرسم (C_f) و (T) .

5) نعتبر m وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي x مع $x>-1$: $f(x)=(\ln m)(x-2)$

- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة (E) .

الاختـــــــــــبار التاسع

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

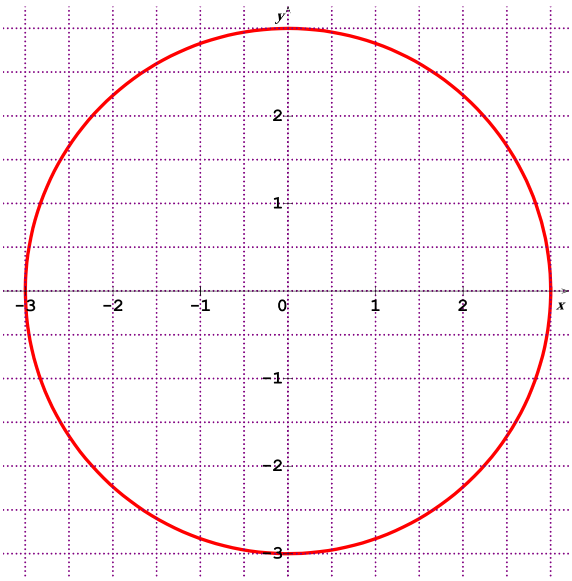
التمرين الأول:(05 نقط)

1) نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-(\sqrt{5}+2i)z+1+4i\sqrt{5}=0 ...(E)$

أ) احسب $(\sqrt{5}+2i)^2$ ، ثم بيّن أن مميز المعادلة (E) هو: $\Delta=-3(\sqrt{5}+2i)^2$

ب) استنتج أن حلّي المعادلة (E) هما: $a=(\sqrt{5}+2i)(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})$ و $b=(\sqrt{5}+2i)(\frac{1-i\sqrt{3}}{2})$

2) في الشكل المقابل $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد والمتجانس في المستوي.



(C) دائرة مركزها O ونصف قطرها 3.

بيّن أن النقطة Q ذات اللاحقة $\sqrt{5}+2i$ تنتمي إلى (C) ثم أنشئ النقطة Q (اشرح طريقة الانشاء)

3) A و B نقطتان لاحقتاهما a و b على الترتيب

أ) بيّن أن النقطتين A و B تنتميان للدائرة (C)

ب) تحقق أن : $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OQ}$.

استنتج أن الرباعي OAQB معين.

جـ) إنشئ النقطتين A و B في المعلم السابق.

التمرين الثاني:(05 نقط)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، 1- وخمس كرات سوداء مرقمة بـ : 1، 1 ، 0 ، 0 ، 1- لانميز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3كرات من الصندوق I-نعتبر الأحداث التالية :

A: "الكرات الثلاث لها نفس اللون" ، B: "مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 0

C: "الحصول على اللونين الأبيض و الأسود"

1-بين أن : $P(A)$ ، $P(B)=\frac{31}{120}$ و $P(A\cap B)=\frac{31}{120}$ واستنتج $P(\overline{A\cup B})$

2-ما إحتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون علما أن مجموع أرقامها معدوم

II-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج جداء أرقام الكرات الثلاث المسحوبة

1- عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي

2-احسب $P(X^2-1=0)$

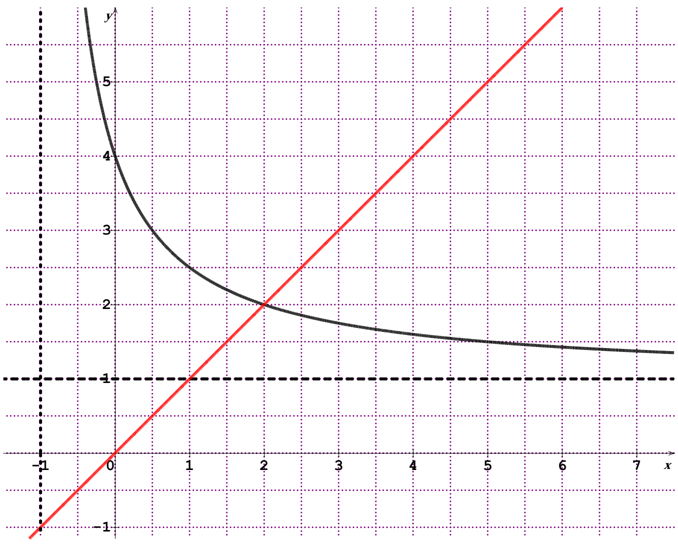
التمرين الثالث:(04 نقط)

f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x+4}{x+1}$، نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

1) الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على $[0;+\infty[$ والمستقيم الذي (D) معادلته $y=x$.

أ) أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0، u_1 و u_2 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

ب) ما تخمينك حول تقارب المتتالية (u_n) ؟.



جـ) برهن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $1\le u_n\le\frac{5}{2}$

2) (v_n) متتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{6-3u_n}{u_n+2}$

أ) احسب $6-3u_{n+1}$ و $u_{n+1}+2$ ثم بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $-\frac{1}{3}$، عين نهايتها.

ب) عبر عن u_n بدلالة v_n، ثم استنتج نهاية (u_n)

التمرين الرابع:(07 نقط)

f الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني

I. عيّن الأعداد الحقيقية a، b، c علما ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها 1 وان (C_f) يشمل النقطة $A(2;-e^2)$ ويقبل في النقطة A مماسا موازيا لمحور الفواصل

II. نعتبر فيما يلي ان : $f(x)=(2x^2-7x+5)e^x$ المعرفة على $\mathbb{R}$

1) أ – اثبت ان $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ ماذا تستنتج ؟

ب- احسب $f'(x)$ ثمّ ادرس اتجاه تغيرات f و شكّل جدول تغيراتها

جـ- اكتب معادلة المماس (d) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

2) انشئ (C_f) والمماس (d)

3) بيّن انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=4e^x+2f'(x)-f''(x)$ استنتج دالة اصلية لـ f على $\mathbb{R}$

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات : $x=0$ و $x=1$ و $y=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ، $(2\bar{z}-1+9i)(z^2-8z+32)=0$

2) نعتبر النقاط A ، B ، C وΩ ذات اللواحق $z_A=4+4i$ ، $z_B=\bar{z}_A$ ، $z_C=\frac{1}{2}+\frac{9}{2}i$ و $z_\Omega=i$

عين و مثل المجموعة (Γ) للنقاط $M(z)$ من المستوي حيث، $\arg(\bar{z}-4+4i)^2=\frac{\pi}{2}+2\pi k \quad / \ k\in\mathbb{Z}$

3) S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=\frac{1}{2}(1+i)z+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$

أ) بين ان S تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة ثم تحقق ان $S(A)=C$

ب) عين و مثل المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتشابه المباشر S

4) نسمي z_n لاحقة A_n ونعتبر النقط A_0 ، A_1 ،... ، A_n حيث $A=A_0$ ولكل $n\in\mathbb{N}$ ، $A_{n+1}=S(A_n)$

أ) برهن بالتراجع ان من اجل كل عدد طبيعي n ، $z_n-i=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i\frac{n\pi}{4}}(z_0-i)$

ب) برهن أن المثلث ΩA_nA_{n+1} قائم في A_{n+1} و متساوي الساقين ثم استنتج طريقة لإنشاء A_2

التمرين الثاني : :(04نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j};\vec{k})$،

نعتبر النقط $A(2;1;3)$ ، $B(3;2;5)$ ، $C(-1;7;6)$ و $E(0;4;4)$.

1. أ) بين أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا.

ب) بين أنه يوجد عددين حقيقيين α و β بحيث: $\overrightarrow{AE}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$. ماذا تستنتج؟

جـ) استنتج أن E مرجح للنقط A ، B و C مرفقة بمعاملات يطلب تعيينها.

2. أ) احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج $\cos(BAC)$ استنتج أن مساحة المثلث ABC تساوي $\frac{9\sqrt{3}}{2}ua$.

3. أ) بين أن النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة $D(-1;3;5)$ على المستوي (ABC).

ب) احسب حجم رباعي الوجوه ABCD .

4. أ) بين أن 'E منتصف قطعة المستقيم $[AC]$ هي المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم (AC)

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (DEE') هي: $x-2y-z+12=0$.

التمرين الثالث :(05 نقط)

1) حلّ ، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$.

2) يُنسب المستوي المركّب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C التي

لواحقها على الترتيب $z_A = 3 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 3 - i\sqrt{3}$ ، $z_C = -\sqrt{3} + 3i$.

ا- اكتب كلاّ من z_A و z_C و $\dfrac{z_C}{z_A}$ على الشّكل الأسّي ثمّ استنتج طبيعة المثلّث OAC .

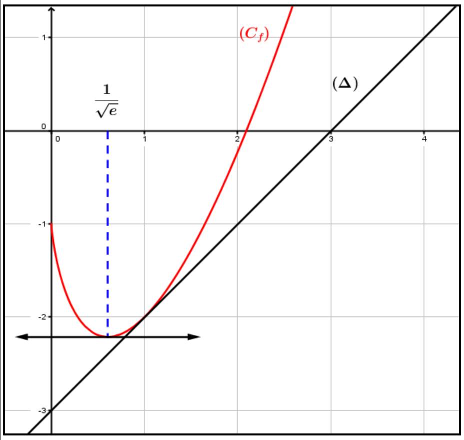
ب- احسب $\left(\dfrac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2020} + \left(\dfrac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1441}$ (تعطى النّتيجة النهائيّة على الشّكل الجبري).

3) لتكن النّقطة D نظيرة C بالنّسبة إلى محور الفواصل.بيّن أنّ المستقيميْن (AD) و (BC) متعامدان

4) عيّن نسبة و زاوية التّشابه المباشر S الذي مركزه $E\left(3-\sqrt{3},0\right)$ و يحوّل النّقطة A إلى النّقطة C

5) بيّن أنّ النّقط A ، E ، O ، C تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعين مركزها و نصف قطرها.

التمرين الرابع:(07 نقط)



المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

I: g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2x\ln x - x - 1$

و (C) تمثيلها البياني في الشكل المقابل

- (C) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ و (Δ) هو المماس لـ (C) في النقطة التي فاصلتها 1

1) بقراءة بيانية:

أ) حدد $g'\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)$ ، $g(1)$ و $g'(1)$ ، ثم عين معادلة للمماس (Δ)، ب) شكل جدول تغيرات g .

2) علل وجود عدد حقيقي α حيث: $2 < \alpha < 2{,}1$ و $g(\alpha) = 0$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

II: f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x) = x^2(\ln x - 1) - x \;;x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) بين أن $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{f(x)}{x} = -1$ ، إستنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق من اليمين، ثم أكتب معادلة نصف المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O من اليمين .

2-أ) بين أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$. ب) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f

3) بين أن $2f(\alpha) = -\left(\alpha^2 + \alpha\right)$ ، ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4) أ) أدرس الوضعية النسبية لـ (Δ') للمستقيم (Δ') الذي معادلته $y = -x$ و (C_f) .

ب) أنشئ (Δ') و (C_f) .   نأخذ: $f(3{,}55) \simeq 0$

الاختـــــــــبار العاشر

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية:

1. T التحويل النقطي الذي يحوّل $M(z)$ إلى $M'(z')$ حيث $z' = 2iz + 4 + 2i$.

أ) T هو تشابه مباشر نسبته $k = 2$ وزاويته $\theta = \frac{\pi}{2}$ ومركزه A: $A(0;2)$، ب) المثلث AMM' قائم في M

2. نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من كيس يحوي 4 كريات سوداء، وكريتين حمراوين و 3 كريات بيضاء. كل الكريات لا نفرق بينها عند للمس.

احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون هو: أ): $\frac{11}{81}$ ب): $\frac{2}{7}$ جـ): $\frac{5}{84}$ د): $\frac{4}{63}$

3. (u_n) متتالية عدديّة معرّفة بـ: $u_0 = 7$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{6}{5}$.

ا) $u_n = 2\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} + 1\right]$. ب) (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

التمرين الثاني:(05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$؛ نعتبر النقط: $A(-2; -1; 3)$، $B(1; 3; 5)$، $C(2;-0,5;-4)$ و $D(2;-2;-3)$ و المستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2t \\ z = 3-6t \end{cases}$، و $t \in \mathbb{R}$

1) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB). ثم بين أن (Δ) و (AB) ليسا من نفس المستوي.

2) (P) مستوي يوازي (Δ) و يشمل (AB).

أ- بين أن الشعاع $\vec{n}(2;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)، ثم استنتج معادلة ديكارتية له

ب- بين أن المسافة بين نقطة كيفية M من (Δ) و المستوي (P) مستقلة عن موضع M.

3-أ) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P).

ب) بين أن المثلث ABC قائم في A، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

1)(U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث : $\ln U_1+\ln U_5=-12$ و $\ln U_2-\ln U_4=4$

أ) عين أساسها وحدها الأول U_0، ثم أكتب U_n بدلالة n

ب) نضع $S_n=U_0+U_1+......+U_n$.

أحسب S_n بدلالة n ثم نهاية S_n لما تؤول n إلى $+\infty$

2)(V_n)المتتالية العددية المعرفة كمايلي: مهما يكن العدد الطبيعي n فإن : $V_n=\ln U_n+\ln U_{n-1}$

أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

ب)نضع $T_n=V_0+V_1+......+V_n$.

عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $T_n^2=2^{2020}$

التمرين الرابع:(07.5 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $2cm$.

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\frac{3e^x-1}{e^x+1}$ والبيكن (C_g)

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2)بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $g(x)+g(-x)=2$، ماهو تفسيرذلك هندسيا.

3) احسب$g(-\ln 3)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$.

4) بيّن أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

5)بيّن أنه توجد قيمة وحيدة لـ α يكون من أجلها المستقيم ذو المعادلة $y=x+\alpha$ مماسا لـ(C_g)

6) أرسم المنحنى (C_g).

7) عين العدد ين الحقيقيين a وb بحيث يكون: $g(x)=a+\frac{be^{-x}}{e^{-x}+1}$

8) احسب مساحة الحيز المحدد بـ: (C_g) والمستقيمات التي معادلاتها $y=0$، $x=-3$ و $x=0$

II - نعتبر الدالة fالمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-x+4\ln(e^x+1)$.نسمي(C_f) تمثيلها البياني

1) أ) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب)بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x)=0$

جـ) $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-3x)=0$، استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين، محددا وضعيةكل منهما مع (C_f)

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ارسم كل من المستقيمين المقاربين (C_f) في معلم جديد.

4)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة التالية ذات المجهولx

$$4\ln(e^x+1)=x+m$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[1;3]$ حيث $f(x)=\frac{-3}{x-4}$

1-ادرس اتجاه تغير الدالة f واثبت انه إذا كان $x\in[1;3]$ فإن $f(x)\in[1;3]$

2-نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $\begin{cases}u_0=2\\u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$ من اجل كل عدد طبيعي n

أ-برهن بالتراجع ان : $1<u_n<3$ من اجل كل عدد طبيعي n

ب-اثبت ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما على N ثم استنتج ان (u_n) متقاربة واحسب نهايتها

3-لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي : $v_n=\frac{u_n-1}{u_n-3}$

أ-اثبت ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد اساسها وحدّها الأول

ب-اكتب v_n بدلالة n وأحسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$

جـ- احسب العدد الطبيعي n الذي يحقق : $3+2S_n=\frac{1}{27}$

التمرين الثاني : (04نقط)

لدينا 3 أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3 فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متمثلة ولانميز بينها في اللمس) .

نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية .

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث

2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.

3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.

نقترح اللعبة التالية:للمشاركة يدفع اللاعب α (αعدد طبيعي معطى) .فإذا سحب كرتين حمراوين يتحصل على $10DA$ و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يحصل على $5DA$ ، وإذا سحب كرتين سودواين يربح ما دفعه . واليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α.

عرّف قانون المتغير العشوائي X ، ثم عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين الثالث :(05 نقط)

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(z-1+i)\left[z^2-2(2+\sqrt{3})z+8+4\sqrt{3}\right]=0$.

2.ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A ، B و C

التي لواحقها على الترتيب $z_A = 1-i$ ، $z_B = 2+\sqrt{3}+i$ و $z_C = 2+\sqrt{3}-i$.

أ) بين أن $z_B - 2 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$. استنتج إنشاء النقطة B ثم ارسم النقاط A ، B و C.

ب) عين اللاحقة $z_{B'}$ للنقطة B' صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{6}$.

ج) اكتب $\frac{z_B}{z_{B'}}$ على الشكل الجبري ثم على شكل الأسي ، استنتج عمدة العدد المركب z_B.

3.لتكن نقطة M متمايزة عن O لاحقتها $z = ae^{i\theta}$ حيث $a \in \mathbb{R}_+^*$ و $\theta \in \mathbb{R}$.

M_1 صورة النقطة M بالدوران r و M' نظيرة النقطة M_1 بالنسبة لحامل محور الفواصل.

أ) بين أن z' لاحقة النقطة M' تساوي $ae^{i(\frac{\pi}{6}-\theta)}$

ب)عين مجموعة قيم θ التي تحقق $z' = z$ ثم استنتج مجموعة النقاط M من المستوي حيث $M = M'$

التمرين الرابع:(07 نقط)

الجزءأ: لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي: $g(x) = -2\ln(x+1) + \frac{x}{x+1}$

1-أ)احسب نهايتي g ، على طرفي مجال تعريفها.

ب)احسب $g'(x)$ ، وادرس إشارته ، ثم شكل جدول تغيرات g.

2-أ)بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حليّن أحدهما 0والآخر α ينتمي إلى المجال $]-0,72;-0,71[$

ب)حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

الجزءب:لتكن الدالf المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)}; x > -1; x \neq 0 \\ f(x) = (1+x)e^{-x-1}; x \leq -1 \end{cases}$ و $f(0) = 0$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب نهايتي f، على طرفي مجال تعريفها.

2-) ادرس اشتقاقية fعند 1-، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

3-أ) بيّن أنه ، من أجل كل x من $]-1;+\infty[-\{0\}$: $f'(x) = \frac{-x.g(x)}{\ln^2(x+1)}$

ب) احسب $f'(x)$ على المجال $]-\infty;-1[$.

ج) أدرس اتجاه تغيّر الدالة f، وشكل جدول تغيراتها.

4-أ)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ب)أنشئ المماس (T) وكذا نصفي المماسين عند النقطة ذات الفاصلة 1- .

ج) أنشئ المنحنى (C_f) تعطى: $f(\alpha) \simeq -0;41$ و $f(3) \simeq 6;5$ و $f(-2;5) \simeq -6;7$