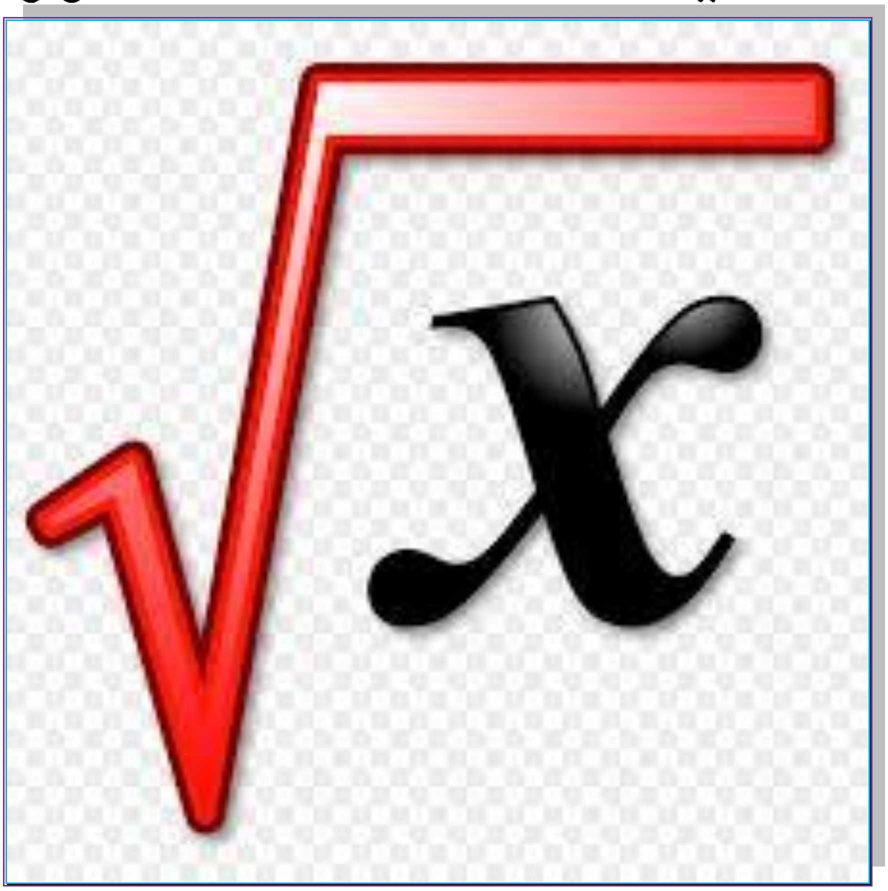
مجلة الرائد في الرياضيات

توقعات بكالوريا دورة2020
بين يديـــــــــك

شعبة –تقني رياضي + رياضيات

التحضير الجيّد لشهادة البكالوريا



BAC2020

إعداد الأساتذة:

بالعبيدي محمد العربي

بالهادي بالقاسم + شداني عبد المالك

larbibelabidi @ gmail.com أو العربي الجزائري Facebook

الاختـــــــــبار الأول

المادة: رياضيات — الشعبة: تقني رياضي + رياضيات

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

I - z عدد مركب .نعتبر العبارة $P(z)$ حيث : $P(z)=z\left[z^2-9z+31\right]-39$.

1. عين عددين حقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد مركب z ، $P(z)=(z-3)\left(z^2+az+b\right)$.
2. حل في المجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z)=0$.

II- ينسب المستوي المركب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B و M التي لواحقها على الترتيب $a=3-2i$ ، $b=\bar{a}$ و $m=3+2e^{i\theta}$ حيث $m\neq a$ ،$m\neq b$ و θ عدد حقيقي .

1. أ) احسب $|m-3|$ ثم استنتج أن M تنتمي إلى الدائرة $\mathscr{C}$ التي لاحقة مركزها 3 ونصف قطرها 2.

ب) عين بدلالة m ، p لاحقة النقطة P صورة M بواسطة الدوران r الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

جـ) بين أن $l=5+(m-1)i$ هي لاحقة النقطة L صورة M بواسطة الدوران r' الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

2. أ) احسب k لاحقة النقطة K حيث $l+m=b+k$. ثم استنتج طبيعة الرباعي $MKLB$.

ب) بين أن لاحقة النقطة N التي يكون من أجلها $APNM$ مربعا مباشرا هي $n=2+m+(3-m)i$.

3. أ) بين أن النقطة Ω منتصف قطعة المستقيم $[PL]$ مستقلة عن اختيار النقطة M على الدائرة $\mathscr{C}$.

ب) بين أن Ω نقطة من $\mathscr{C}$.

4. أ) بين أن المسافة NK ثابتة.

ب) ما طبيعة المثلث ΩNK؟

5. برهن أن النقطة N تنتمي إلى دائرة ثابتة مستقلة عن النقطة M، يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الثاني:(04 نقط)

نعتبر الصندوقين U_1 و U_2 المتماثلين بحيث:يحتوي U_1 على خمس كريات حمراء تحمل الأرقام التالية: 0 ، 2 ، 1 ، 1 ، 1 وثلاثة كريا ت خضراء تحمل الأرقام التاية: 0 ، 1 ، 1 و يحتوي U_2 على ثلاثة كريات حمراء تحمل الأرقام التالية: 2 ، 1 ، 1 وكرتين خضراوين تحملان الرقمين 0 ، 1 كل الكريات لا نفرق بينها باللمس.

I) نختار عشوائيا أحد الصندوقين ، فإذا كان U_1 نسحب منه كرتين على التوالي بدون ارجاع وإذا كان U_2 نسحب منه كرتين على التوالي مع الارجاع.

1) احسب احتمالات الحوادث التالية:

A "سحب كرتين من نفس اللون" . B "سحب كرتين من نفس الرقم. C "سحب كرة حمراء على الأقل"

2) بيّن أن الحادثتين A و B غير مستقلتان.

3) إذا علمت أن الكرتين من لونين مختلفين فما هو احتمال أن تكونا من الصندوق U_1؟

II) نأخذ الكريات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 و نضعها كلها في صندوق واحد U_3 ثم نسحب منه كرتين في آن واحد وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الارقام الظاهرة بعد عملية السحب.

عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي وتباينه وانحرافه المعياري.

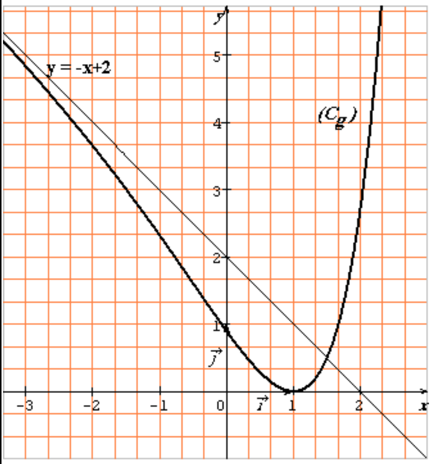
التمرين الثالث:(04 نقط)

1. عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 13.
2. استنتج باقي قسمة العدد $5-1442^{2021}+2020^{1441}$ على 13.
3. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد : $2020^{1441}-1442^{2021}+5n^2$ مضاعف للعدد 13
3. اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $8\times 2^{12n}+6\times 2019^{2020}+2020\equiv 2[13]$
4. أ) بين أن : $2^{2019}\equiv 8[13]$.

ب) أوجد الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $A_n=1962^n+7n-22\times 2^{2019}$ قابلا القسمة على 13

جـ) هل العدد A_{1962} يقبل القسمة على 13 ؟

التمرين الرابع:(07 نقط)



I - نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(2x-3)e^{x-1}-x+2$.

الشكل المجاور يمثل المنحنى (C_g) للدالة g .

بقراءة بيانية استنتج :

1. إشارة $g'(x)$ على المجال $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .
2. إشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$.
3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $(2x-3)e^{x-1}\geq x-2$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(2x-3)e^{x-1}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ ماذا تستنتج ؟ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن: $f'(x)=(2x-1)e^{x-1}$.
3. ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة يطلب تعيين فاصلتها.

ب) بين أن النقطة A ذات الفاصلة $-\frac{1}{2}$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

5. أ) بين أن (C_f) يقبل مماس (Δ) معامل توجيهه 1. يطلب تعيين معادلة له.

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ). ثم ارسم كل من (Δ) و (C_f).

6. m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا و حسب قيم m، عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)-x=m$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 \in \mathbb{N}$ و من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 5u_n + 3$

ونعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $4v_n = 4u_n + 3$

1) أ) برهن ان (v_n) متتالية هندسية يطلب ايجاد أساسها و حدها الاول .

ب) برهن ان مهما كان n من $\mathbb{N}^*$: $4u_n = 5^n(4u_0+3)-3$

2) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 11

ب) برهن ان $5^4 \equiv 13[17]$ وان $13^2 \equiv -1[17]$ ثم استنتج ان $5^{16} \equiv 1[17]$

جـ) برهن ان $u_{2020} \equiv u_0[11]$ وان $u_{2020} \equiv 13u_0 + 9[17]$

3)أ) عين جميع الثنائيات الطبيعية $(x;y)$ حلول المعادلة $17x-13y=9$

ب) برهن ان $u_{2020} \equiv 0[17]$ تكافئ $u_0 \equiv 15[17]$

جـ) عين اصغر قيمة للعدد u_0 حتى يكون u_{2020} مضاعف لعدد 187

4) نضع $u_0 = 253$ و لنعتبر المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

أ)بين انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $16S_n = 1015 \times 5^{n+1} - 12n - 1027$.ب)عين قيم n بحيث: $\begin{cases} 16S_n \equiv 0[11] \\ n \equiv 2971[5] \end{cases}$

التمرين الثاني:(04 نقط)

I) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z ، $z^2 - 2(1+2\cos\theta)z + 5 + 4\cos\theta = 0$ حيث θ عدد حقيقي.

II) في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللواحق على الترتيب: $z_A = 1+2e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B = 1+2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_C = \overline{z_B}$ و $z_D = \overline{z_A}$.

1) اكتب z_A و z_B على الشكل الجبري .

2) عين الاعداد الطبيعية n التي من اجلها يكون $\arg\left[\frac{z_B - 1}{2}\right]^{n^2+n+4} = \pi k$ مع $k \in \mathbb{Z}$

3) أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_B}$ على الشكل الاسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABD .

ب) بين ان النقط A ، B ، C و D تنتمي الى دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

4)عين و انشئ (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث $\bar{z}z_A = \bar{z} + k(z_B - 1)e^{-i\frac{5\pi}{6}}$ مع k يمسح $\mathbb{R}^-$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j};\vec{k})$،نعتبر النقط $A(2;1;3)$ ، $B(3;2;5)$ ، $C(-1;7;6)$

1. أ) بين أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا.

ب) بين أنه يوجد عددين حقيقيين α و β بحيث : $\overrightarrow{AE} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$. ماذا تستنتج؟

جـ) استنتج أن $E(0;4;4)$ مرجح للنقط A ، B و C مرفقة بمعاملات يطلب تعيينها.

2. أ) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج $\cos(BAC)$.

ب) بين أن مساحة المثلث ABC تساوي $\frac{9\sqrt{3}}{2}ua$.

3. أ) بين أن النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة $D(-1;3;5)$ على المستوي (ABC) .

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

4. أ) بين أن E' منتصف قطعة المستقيم $[AC]$ هي المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم (AC) .

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (DEE') هي: $x-2y-z+12=0$

التمرين الرابع:(07 نقط)

I-نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\ln x$.

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g .   2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;-1[\cup[0;+\infty[$ كمايلي: $\begin{cases} f(x)=x+1+x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) \\ f(0)=1 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=1$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ مساعدة ضع: $t=\frac{1}{x}$

جـ) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 من اليمين ثم فسر النتيجة بيانيا.

2-أ)بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$: $f'(x)=g\left(\frac{x}{x+1}\right)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3)بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2{,}32<\alpha<-2{,}30$

4) احسب $\lim\limits_{|x|\to+\infty}[f(x)-x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=x-1+x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

أ) ادرس تغيرات الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$

ب) استعمل إشارة $h(x)$ لتحديد وضعية المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $\mathbf{y=x+2}$

6)إنشئ كلا من (Δ) و (C_f).

7)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $1+\frac{1}{x}+\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=|m|$

III نعتبر الدالة k المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} k(x)=x+1+x\ln\left(\frac{|x|+1}{|x|}\right);x\neq0 \\ f(0)=1 \end{cases}$ و (C_k) منحناها البياني

بيّن أن النقطة $A(0;2)$ مركز تناظر لـ (C_k) ثم استنتج كيفية إنشاء (C_k) باستعمال (C_f) ثم أرسمه

الاختـــــــــبار الثاني

المادة: رياضيات　　　　　　　　　　　　　　　　　　الشعبة: تقني رياضي + رياضيات

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

1. أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 756 و 672 .
2. نعتبر المعادلة (1) التالية $672x+756y=-840$ مع x و y عددين صحيحين.

أ) بين أن (1) تكافئ المعادلة $8x+9y=-10$ ....(E)

ب) عين حلا خاصا للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

3. في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) اللذين معادلتهما على الترتيب: $x+2y-z=-2$ و $3x-y+5z=0$.

أ) أثبت أن المستويين (P_1) و (P_2) متقاطعين.

ب) ليكن (Δ) المستقيم الذي يمثل نقط تقاطع (P_1) و (P_2) .

• اثبت أن إحداثيات نقط المستقيم (Δ) تحقق المعادلة (E).

ج) اوجد مما سبق مجموعة نقط (Δ) التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

التمرين الثاني:(04 نقط)

يتدرب لاعب على تسديد ضربات الجزاء لكرة القدم .احتمال تسجيل ضربة الجزاء الأولى هو $\frac{2}{3}$.

- عند تسجيل ضربة جزاء فاحتمال تسجيل الضربة الموالية هو $\frac{4}{5}$ و عند عدم تسجيل ضربة جزاء فاحتمال عدم تسجيل ضربة الجزاء الموالية هو $\frac{1}{2}$.

-نسمي من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : A_n الحادثة "ضربة الجزاء من الرتبة n مسجلة "

نرمز بـ $\overline{A_n}$ الحادثة " ضربة الجزاء من الرتبة n غير مسجلة " و نرمزب: p_n احتمال A_n و q_n احتمال $\overline{A_n}$.

1) أعط p_1 و q_1 ثم احسب p_2 و q_2 (يمكن الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

2) بين ان من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $p_{n+1}=\frac{3}{10}p_n+\frac{1}{2}$

3) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n=p_n-\frac{5}{7}$

أ) برهن ان (u_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها و حدها الاول .

ب) عبر عن u_n بدلالة n ثم استنتج p_n بدلالة n ، ثم عين نهاية المتتالية (p_n) .

4) عين اصغر عدد طبيعي n حيث : $p_n \geq 0,7123$.

التمرين الثالث:(05 نقط)

I- z عدد مركب ، نعتبر العبارة $P(z)$ التالية حيث : $P(z)=z^3-\sqrt{3}z^2+z+7\sqrt{3}$.

1. احسب $P(-\sqrt{3})$ ثم تحقق أنه من أجل كل عدد مركب z ، $P(z)=(z+\sqrt{3})(z^2-2\sqrt{3}z+7)$.
2. حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

II- ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب $a=\sqrt{3}-2i$ ، $b=\bar{a}$ ، $c=-\sqrt{3}$ و $d=b-i$.

1. أ) احسب $|d|$ ثم أنشئ النقطة D .
ب) بين أن B هي صورة D بواسطة انسحاب يطلب تعيين لاحقة شعاعه ثم أنشئ النقط B ، A ثم C.
جـ) عين طبيعة المثلث ABC .
2. M نقطة من قطعة المستقيم $[CB]$ لاحقتها m .
أ) بين أنه يوجد عدد حقيقي α من المجال $[0;1]$ بحيث: $m=(2\alpha-1)\sqrt{3}+2\alpha i$.
ب) عين n لاحقة النقطة N صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.
جـ) بين أن $p=-\sqrt{3}+4\alpha i$ هي لاحقة النقطة P صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه C ويحول A إلى B
3. في هذا السؤال نأخذ $\alpha=\dfrac{1}{4}$. أ) احسب m وتحقق أن $n=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{9}{2}i$.
ب) عين العدد الطبيعي k حتى يكون العدد m^k تخيليا صرفا. استنتج m^{2019}.
جـ) اكتب العدد $\dfrac{p-b}{n-b}$ على شكل أسي ثم استنتج طبيعة المثلث BNP .
4. عين لاحقة صورة النقطة P بالدوران الذي مركزه B وزاويته $-\dfrac{\pi}{3}$. ماذا تستنتج ؟

التمرين الرابع:(07 نقط)

I-نعتبر الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-1+xe^{1-x}$.
1. ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها . 2. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-1+xe^{1-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني
1. أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.
2. أ) احسب $f'(x)$ ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)+g(x)=e^{1-x}$.
ب) استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
جـ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.
3. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0.3;0.4]$.
4. أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) معامل توجيهه 1 يطلب تعيين معادلة له.
ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (T) . جـ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)$ فسر النتيجة هندسيا.
5. ارسم (Δ) ، (T) و (C_f).
6. نسمي $A(\lambda)$ مساحة الحيز المحدد بمجموعة النقط $M(x;y)$ حيث: $1\le x<\lambda$ و $x-1\le y\le f(x)$.
• باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن $A(\lambda)=2-(\lambda+1)e^{1-\lambda}$. • احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

اختر الإجابة الصّحيحة مع التّبرير في كل ما يأتي :

1) مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق : $|z-1+i|=|z+2-i|$ حيث $A(1-i)$ ؛ و $B(-2+i)$ هي :

أ)المستقيم (AB) ، ب) دائرة قطرها $[AB]$ ، جـ) مستقيم عمودي على $[AB]$.

2) z عدد مركّب غير معدوم عمدته θ، عمدة $\frac{-3+i\sqrt{3}}{\bar{z}}$ هي : أ) $\theta+\frac{\pi}{6}$ ، ب) $\theta+\frac{5\pi}{6}$ ، جـ) $-\theta+\frac{5\pi}{6}$

3) n عدد طبيعي، العدد المركّب $(-1-i)^n$ يكون حقيقيّا إذا وفقط إذا كان:

أ) $n=4k$ ، ب) $n=4k+3$ ، جـ) $n=3$

4) مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق: $|z+1-3i|=|z+\sqrt{3}-i|$ حيث $\omega(-1+3i)$ لها معادلة من الشكل :

أ) $x+y-3=0$ ، ب) $z=z_{\omega}+2e^{\theta i}$ ، جـ) $(x-1)^2+(y+3)^2=\sqrt{2}$

5) لاحقة النقطة C بحيث يكون المثلّث ABC متقايس الضلعين هي :

أ) $z_C=1+2i$ ، ب) $z_C=1+4i$ ، جـ) $z_C=1+3i$

حيث: $z_A=2-3i$ ، $z_B=5+i$ و $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})=-\frac{\pi}{2}$

التمرين الثاني:(04 نقط)

v_1 و q عددان طبيعيان غير معدومين.

(v_n) متتالية هندسية حدّها الأول v_1 و أساسها q.

I)عين v_1 و q علما أن v_1 و q أوليان فيما بينهما و $2v_1^2=v_4-v_2$.

II) نفرض أن: $v_1=3$ و $q=2$.

1) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم عيّن كل الحدود المحصورة بين العددين 2020و 1441

2) نضع: $S_n=v_1^2+v_2^2+......+v_n^2$ و $P_n=\ln(S_n)$

احسب كلا من S_n و P_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}S_n$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(P_n)$

3) α و β عددان طبيعيان حيث : $v_\alpha<v_\beta$.

أ)حلل العدد 2304 إلى جداء عوامل أولية .

ب)عيّن الثنائيات $(\alpha;\beta)$ بحيث يكون: $\begin{cases} v_\alpha\times v_\beta=2304 \\ PGCD(\alpha;\beta)=2 \end{cases}$

جـ)نسجل قيم الحدود الستة الأولى للمتتالية (v_n) على 6 بطاقات متماثلة ونخلطها جيدا نسحب منها بطاقتان دون اختيار في آن واحد.

ماهو احتمال سحب بطاقتين تحملان حدين رقميهما أوليين فيما بينهما.

التمرين الثالث:(04 نقط)

1) في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط: $A(1;1;1)$ ، $B(1;0;2)$ و $C(1;2;0)$
وَ المجموعة (Γ) للنقط من الفضاء التي تحقق المعادلة : $x^2-2(x+y+z-yz)+3=0$.
أ- بيّن أنّ النقط : A ، B وَ C تقع على إستقامة واحدة .
ب- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار بالنقط A ، B وَ C .
جـ- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) المار بالنقطة $D(-1;0;3)$ و العمودي على (Δ) .
د- أحسب إحداثيات النقطة D' المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (Δ) .
2) $M(x;y;z)$ نقطة من مجموعة النقط (Γ) و نعتبر النقطة $M'(x';y';z')$ نظيرة M بالنسبة إلى (Δ) .
أ-بيّن أنّ إحداثيات النقطة M' تحقق : $\begin{cases} x'=2-x \\ y'=2-z \\ z'=2-y \end{cases}$ ، ثم استنتج أنّ النقطة M' تنتمي أيضا إلى (Γ)
ب- برهن أنه مهما تكن النقطة M من المجموعة (Γ) فإنّ الشعاعين : $\overrightarrow{AM}$ وَ $\overrightarrow{AM'}$ يكونا متعامدين .
جـ- بيّن أنّ كل نقطة من المستقيم (AM) تنتمي إلى المجموعة (Γ) .
د- برهن أنّ مجموعة النقط المشتركة بين (Γ) و (P) هي دائرة مركزها D' يطلب تحديد نصف قطرها .

التمرين الرابع: (07 نقط)

I) نعتبر الدالة العددية **g** المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)$
1) أدرس اتجاه تغير الدالة **g**
2) عين إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة **f** المعرفة على $]-1;+\infty[$ حيث: $f(0)=1$ و $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x}$ من اجل $x\in]-1;0[\cup]0;+\infty[$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
1) أدرس إستمرارية الدالة **f** عند **0** .
2)أ) احسب النهايتين: $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
ب)أدرس اتجاه تغير الدالة **f** على المجال $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول التغيرات(نقبل ان **f** قابلة للإشتقاق عند **0**)
جـ) أكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) عند المبدأ.   تعطى : $f'(0)=-\frac{1}{2}$
3)نعتبر الدالة **h** المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $h(x)=f(x)+\frac{1}{2}x-1$
أ)بين ان إشارة $h'(x)$ على $]-1;+\infty[$ من نفس إشارة $k(x)$ حيث : $k(x)=x^2(f'(x)+\frac{1}{2})$
ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي **x** من $]-1;+\infty[$ ، $k'(x)=\frac{x^2(x+2)}{(x+1)^2}$ ثم عين اتجاه تغير الدالة **k** .
جـ) استنتج إشارة $h'(x)$ ثم إشارة $h(x)$ ثم عين الوضع النسبي بين (C_f) و (T).
4) أرسم (C_f) و (T) .
5) نعتبر **m** وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي **x** مع $x>-1$: $f(x)=(\ln m)(x-2)$
- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي **m** عدد و إشارة حلول المعادلة (E) .

الاختـــــــبار الثالث

المادة: رياضيات

الشعبة: تقني رياضي + رياضيات

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

حجر نرد مرقم من 1 إلى 6 حيث ثلاثة اوجه مرقمة 1، 2، 4 لونها أخضر و وجهان مرقمان 5 و6 لونهما أحمر ووجه رقمه 3 لونه أبيض. نرمي الحجر ثلاث مرات متتالية ونسجل كل مرة لون الوجه والرقم المسجل عليه

1)جد احتمال الحادثين"A" الحصول على الوان العلم الوطني"، "B"الحصول على اعداد تقبل القسمة على3"

2)نسمي α الرقم الظاهر في الرمية الأولى و β الرقم الظاهر في الرمية الثانية و γ الرقم الظاهر في الرمية الثالثة

أ)احسب احتمال ان تشكل الارقام α ، β و γ حدود متعاقبة لمتتالية هندسية متزايدة.

ب) احسب احتمال ان يكون: $\alpha\beta\gamma \equiv 0[6]$.

جـ)ما هو احتمال يكون العدد الذي يكتب $\overline{\alpha\beta\gamma}$ في نظام التعداد ذي الأساس 20 يساوي 2021

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة القاء حجر النرد 3 مرات عدد مرات الحصول على اللون الاحمر

عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثاني:(04 نقط)

1) $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z المعرف كما يلي: $P(z)=z^3+(2-\sqrt{3})z^2+(3-2\sqrt{3})z+6$

أ) أحسب $P(-2)$، ثم عين العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون: $P(z)=(z+2)(z^2+\alpha z+\beta)$

ب)حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z)=0$

2)في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$

أ) اكتب كلا من z_A، z_B و z_C على الشكل الأسي ، ثم استنتج ان النقط A، B، C تنتمي إلى نفس الدائرة (γ) التي يطلب تعين عناصرها المميزة.

ب)عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي.

جـ)عيّن ثم أنشئ (Δ) مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $\bar{z}=ke^{-\frac{2\pi}{3}i}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}$.

3-أ))عيّن العدد المركب L بحيث يكون: $z_A=L(z_B)+(1-L)z_C$

ب) استنتج أن A صورة B بتحويل نقطي يطلب تعين عناصره المميزة، ثم حدد طبيعة المثلث ABC .

جـ) عيّن اللاحقة z_D للنقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

التمرين الثالث:(04 نقط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10 .

2) عين رقم أحاد العدد الطبيعي $2019^{2020}-1962\times1441^{1442}$

3) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $33^{16n+2}-2\times 109^{8n+1}-11\equiv 0[10]$.

4) عيّن الأعداد الطبيعية n حيث : $7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10]$ و $10<n\leq 25$.

5)نعتبر العدد A مكتوب : $\overline{xx0xx02}$ في النظام ذي الأساس 3 ومكتوب: $\overline{y612}$ في النظام ذي الأساس 7

عيّن كلا من x وَ y ثم اكتب A في النظام العشري ، ثم في النظام ذي الأساس 9 .

6) يحتوي صندوق على 4 كرات لا نفرق بينها عند اللمس و مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10.

نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين في آن واحد .

- أحسب إحتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي مجموع أرقام العدد 2019 .

7) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يمثل مجموع الرقمين المحصل عليهما .

أ)عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X .

جـ) أحسب أمله الرياضي $E(X)$ ثم احسب التباين $V(X)$ والانحراف المعياري

د)احسب الاحتمال التالي $P\left(e^{x^2-5x+4}\leq 1\right)$

التمرين الرابع:(07 نقط)

I)لتكن الدالة العددية g والمعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=(x-1)e^x+(x+1)$

1) بين أن g متزايدة تماما على $[0;+\infty[$.

2) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج أن $g(x)\geq 0$ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{xe^x}{(e^x-1)^2}$

وليكن (C_f) المنحنى البياني المثل لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن الدالة f فردية .

2) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

3)بيّن أنه من كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x)=\dfrac{x}{e^x(e^{-x}-1)^2}$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

4-أ)بيّن أنه من كل x من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\dfrac{-e^x g(x)}{(e^x-1)^3}$

ب) شكل جدول تغيرات f على $]0;+\infty[$ ثم على المجموعة $\mathbb{R}^*$.

5) ارسم المنحنى (C_f) في المعلم السابق.

6-أ)بيّن أن: $\displaystyle\int_2^3 \frac{1}{t(1-t)}dt=2\ln 2-\ln 3$ لاحظ أن: $\dfrac{1}{t(t-1)}=\dfrac{1}{t-1}-\dfrac{1}{t}$

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أن: $\displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(t)dx=\int_2^3 \frac{\ln t}{(t-1)^2}dt$ ضع: $t=e^x$

استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ: (C_f) والمستقيمات التي $x=\ln 2$ و $x=\ln 3$ و $y=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

(u_n) المتتالية المعرفة بحدّها الاول $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1-أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<n+3$

ب)أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

جـ) استنتج أنّ المتتالية (u_n) محدودة من الأسفل . هل هي متقاربة؟ برّر.

2-نعتبر المتتالية (v_n) والمعرفة ومن أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n-n$

أ)برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها وحدّها الأول.

ب)أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

جـ) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

3- نعتبر المتتالية (t_n) والمعرفة كما يلي: $t_n=\ln(v_n)$

أ)جد عبارة t_n بدلالة n ، ثم استنتج طبيعة المتتالية (t_n).

ب) احسب بدلالة n المجموع : $S'_n=t_0+t_1+......+t_n$

التمرين الثاني:(04 نقط)

1) نعتبر المعادلة $5u+4v=12$ حيث x و y عددان صحيحان

أ) أعط ثنائية $(u;v)$ من الاعداد الصحيحة حيث $5u+4v=1$ ثم استنتج حل خاص للمعادلة (E)

ب) حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E) .

2) أ) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الاكبر للعددين x و y حيث $(x;y)$ حل لـ(E)

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ حلول (E) حيث $PGCD(x,y)=6$

3) الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقاط $A(2;2;-1)$، $B(4;1;-2)$ و $C(-2;1;3)$

- بين ان النقاط A ، B و C تعين مستويا(ABC) يطلب تعيين معادلة ديكارتية له

4) نعتبر (Δ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من المستوي (ABC) و التي تنتمي الى المستوي $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ) عين التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) .

ب) برهن أنه توجد نقطة وحيدة M_0 من (Δ) إحداثياتها أعداد صحيحة حيث: $OM_0=3$

التمرين الثالث:(04 نقط)

1)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول z : $z^2+z+1=0$

2)في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$،نعتبر النقط A ، B ، C ، D و F

ذات اللواحق: $z_A=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2$ ، $z_D=-2+2\sqrt{3}i$ و $z_F=\overline{z_D}$ على الترتيب.

أ) أكتب z_A ، z_B ، z_C ، z_D و z_F على الشكل الاسي .

ب) اشرح طريقة انشاء النقطتين A و F . ثم علم النقط A ، B ، C ، D و F.

جـ) ما طبيعة المثلث ABC ؟

3)عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $(z_D)^n$ عدد تخيلي صرف .

4)لتكن النقطة E لاحقتها هي: $z_E=-\dfrac{z_F}{2}$

أكتب العدد $\dfrac{z_F-z_E}{z_D-z_E}$ على الشكل الجبري، ثم استنتج أن المستقيمين (ED) و (EF) متعامدان

5)لتكن (Δ) مجموعة النقط M ذات اللواحق z بحيث، $\bar{z}+2=2\sqrt{3}i+re^{-i\frac{\pi}{2}}$ حيث r يمسح $\mathbb{R}^+$
تحقق ان F تنتمي الى المجموعة (Δ) ثم عين مجموعة النقط (Δ) .

التمرين الرابع:(07 نقط)

الجزءI:نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بما يلي : $\begin{cases} f(x)=x(1+\ln^2x);x\in]0;+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة هي 1cm

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

2- أ)بيّن أن $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=0$ ، ماذا تستنج بالنسبة لـ f ؟.

ب) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{f(x)}{x}$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=(1+\ln x)^2$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[0;+\infty[$.

3-أ)بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I فاصلتها e^{-1}.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

ج) أنشئ المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f) على المجال $[0;e]$

الجزءII:نعتبر المتتالية العددية (U_n) والمعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $\begin{cases} U_{n+1}=f(U_n) \\ U_0=e^{-1} \end{cases}$

1-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $e^{-1}<U_n<1$

2-بيّن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة. ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} U_n$

الجزءIII: نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بما يلي : $F(x)=\int_1^x f(t)dt$

1-بيّن أن منحنى الدالة F يقبل ثلاث مماسات توازي محور الفواصل يطلب تعيينها.

2-أ)بيّن أن الدالة $x\mapsto-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{1}{2}x^2\ln x$ دالة أصلية للدالة: $x\mapsto x\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$

ب)بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $\int_1^x t(\ln t)^2dt=\dfrac{x^2}{2}(\ln x)^2-\int_1^x t(\ln t)dt$

احسب عبارة $F(x)$ ثم استنتج قيمة التكامل $\int_0^1 f(x)dx$

الاختـــــــــبار الرابع

المادة: رياضيات — الشعبة: تقني رياضي + رياضيات

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بـ : $u_0 = e$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{eu_n + 1}{u_n + e}$.

1) عيّن العددين الحقيقيّين a و b بحيث يكون $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + e}$.

2)برهن بالتراجع، انه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، أنّ: $1 \prec u_n \le e$.

3)ادرس رتابة المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة.

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على N بـ : $v_n = \left(\frac{e-1}{e+1}\right)^{n+1}$.

أ)أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعين أساسها و حدّها الأول.برر لماذا (v_n) متقاربة؟

ب) احسب المجموع بدلالة n: $T_n = v_n + v_{n+1} + \dots\dots + v_{n+2020}$

بين بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $u_n = \frac{v_n + 1}{1 - v_n}$ ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

جـ) احسب بدلالة T_n المجموع: $S_n = \frac{1}{u_n + 1} + \frac{1}{u_{n+1} + 1} + \dots + \frac{1}{u_{n+2020} + 1}$ ثم استنتج S_n بدلالة n

التمرين الثاني:(05 نقط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الأقليدية للعدد 7^n على 10 .

أ)بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي k فإن العدد $(7^{4k} + 7^{4k+1} + 7^{4k+2} + 7^{4k+3})$ يقبل القسمة على 10

ب) استنتج رقم آحاد العدد $(7^{2020} - 7^{1441} + 7^{2022} - 7^{1443} - 1441)$

2) (S_n) متتالية معرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n، : $S_n = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^n$

أ) احسب كلا من S_0 ، S_1 و S_2 ثم أعط تخمين حول اتجاه تغير المتتالية (S_n)

ب)ادرس اتجاه تغير المتتالية (S_n)، ثم تحقق من صحة تخمينك

جـ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $S_{n+4} \equiv S_n [10]$.

د)أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي السمة الإقليدية للعدد S_n على 10 .

التمرين الثالث:(04 نقط)

I- z عدد مركب ،نعتبر العبارة $P(z)$ التالية حيث : $P(z) = z^3 - 2(4+i)z^2 + 4(5+4i)z - 40i$.

1. بين أن المعادلة $P(z) = 0$ تقبل حلا تخيليا صرفا يطلب تعيينه.

2. عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث من أجل كل عدد مركب z، $\mathrm{P(z)=(z-2i)(az^2+bz+c)}$.

3. حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

II- ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C، D و E التي لواحقها على الترتيب $a=-2i$، $b=4-2i$، $c=\bar{b}$، $d=\bar{a}$ و $e=2+2i\left(-1+\sqrt{3}\right)$.

1. أ) اكتب العدد $\frac{d-e}{c-e}$ على شكل أسي ثم احسب العدد $\left(\frac{d-e}{c-e}\right)^{2020}$.

ب) استنتج طبيعة المثلث CDE ثم عين قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DC}\right)$

2. أ) بين أن E صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

ب) عين طبيعة التحويل الذي مركزه A ويحول E إلى D.

جـ) بين أن $a+c=b+d$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

3. أ) اكتب العدد $\frac{h-d}{e-d}$ على الشكل الجبري حيث h لاحقة منتصف قطعة المستقيم $[CD]$.

ب) استنتج أن : $cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ و $sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$.

لتمرين الرابع:(07 نقط)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-1+(x+1)^2e^x$.

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2. احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\left(x^2+1\right)e^x$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ماذا تستنتج؟ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2. أ) عين $f'(x)$ عبارة الدالة المشتقة للدالة f.

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$. ماذا تستنتج ؟

شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ثانية يطلب تعيين إحداثييها.

د) بين أن (C_f) يقبل مماس (Δ) معامل توجيهه 1 يطلب تعيين معادلة له.

3. ارسم (Δ) و (C_f).

4. أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=2f'(x)-f''(x)+2e^x$، استنتج دالة أصلية F للدالة f على $\mathbb{R}$. ثم عين القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[-1;1]$.

III- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\frac{x^2+1}{e^x}$. نسمي (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $h(x)=f(-x)$. ما ذا تستنتج؟

2. ارسم المنحنى (C_h) في المعلم السابق.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

صندوق يحوي 8 كرات سوداء ثلاثة منها تحمل الرقم -1 ، ثلاثة منها تحمل الرقم 0 و اثنتان منها تحمل الرقم 1 و كرتين حمراوين تحملان الرقمين 1 ، 2 لا نميز بينهما عند اللمس

1) نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين في آن واحد

أ) احسب احتمال الحوادث التالية: A " سحب كرتين من نفس اللون "

B " سحب كرة سوداء على الاكثر" ، C " سحب كرة سوداء على الاقل "

ب) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب جداء الرقمين المسجلين على الكرتين

- عين قيم X ثم عين قانون احتماله

- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X^2 ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X^2)$

2) نسحب عشوائيا من الصندوق n كرة في آن واحد حيث $1 \leq n \leq 9$.

- نسمي $P(D)$ احتمال الحادثة: " سحب كرة واحدة حمراء "

أ) احسب $P(D)$ بدلالة n .

ب) عين قيم العدد الطبيعي n علما ان $P(D)=\frac{7}{15}$.

التمرين الثاني:(04 نقط)

1) المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A=1-i$ و $z_B=2+\sqrt{3}+i$

أ)أكتب z_A على الشكل الأسي ثم بين ان: $z_B=z_A\left(1+\sqrt{3}\right)e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم إستنتج الشكل الأسي لـ z_B .

2)أ)جد لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O و زاويته $-\frac{\pi}{6}$

ب) احسب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها $[BD]$ مقدرة بوحدة المساحة .

جـ) عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $\arg\left[(z-z_B)^2\right]=\arg(z_B)-\arg(z_D)$

3) لتكن النقطة C ذات اللاحقة $z_C=1+i$.

- عين طبيعة المثلث ABC ثم استنتج بدقة طبيعة الرباعي $ACBD$.

4)ليكن التحويل النقطي S المعرف كما يلي: $S=r\circ h$ مع h تحاكي مركزه O و نسبته -2

أ) عين طبيعة التحويل S مع تعيين خصائصه المميزة

ب)نعرف من اجل كل $n\in\mathbb{N}$ حيث $n\geq 2$ ،التحويل النقطي H_n كما يلي: $H_n=\underbrace{S\circ S\circ\ldots\circ S}_{\text{n مرة}}$

- عين قيم n حتى يكون H_n تحاكي يطلب تعيين خصائصه.

التمرين الثالث:(04 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ $u_0=0$ ، $u_1=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي، $3u_{n+2}=5u_{n+1}-2u_n$.

1. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_{n+1}-u_n$.

أ) احسب الحدود الثلاثة الأولى لكل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

ب) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$.

جـ) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2. اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0 \le u_n \le 3$. ثم ستنتج أن (u_n) متقاربة.

3. أ) احسب بدلالة n. المجموع S_n التالي: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_{n-1}$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = 3 - 3\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

احسب نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = -x^2 + 2 - \ln x$.

1. أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$، $g'(x) < 0$.

شكل جدول تغيرات الدالة g.

2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[1.3;1.4]$.

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II- لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x}(1 - \ln x)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$، ب) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(f(x) - (x-1)\right)$. ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f)؟

2. بين :من أجل كل $x > 0$، $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$ واستنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. أ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) الذي معادلة له $y = x - 1$.

ب) بين أن معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة التي فاصلتها e هي $y = \left(1 - \frac{1}{e}\right)\left[\left(1 + \frac{1}{e}\right)x - 1\right]$.

4. أ) عين اتجاه تغير الدالة $x \mapsto x + 1 - \frac{2}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ب) بين أن $f(\alpha) = \alpha + 1 - \frac{2}{\alpha}$، ثم ارسم (Δ)، (T) و (C_f).

5. λ عدد حقيق حيث $0 < \lambda < 1$. نعتبر التكامل $A(\lambda)$ المعرف كمايلي: $A(\lambda) = \int_{\lambda}^{e} \frac{1}{x}(1 - \ln x)dx$.

أ) فسر هندسيا $A(\lambda)$. ثم بين أن $A(\lambda) = \frac{1}{2}\left((\ln\lambda)^2 - 2\ln\lambda + 1\right)$ وعين قيمة λ التي تحقق $A(\lambda) = 1$

III- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(e^x)$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$.

2. باستعمال مشتق دالة مركبة ادرس اتجاه تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

3. عين معادلة المماس للمنحنى (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 0.

الاختـــــــبار الخامس

المادة: رياضيات — الشعبة: تقني رياضي + رياضيات

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

I) ليكن $P(z)$ كثير حدود للمتغيّر المركب z حيث : $P(z)=z^3+z^2-4z+6$.

1) بيّن أنه ، من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)}=P(\overline{z})$.

2) تحقق أن $1+i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم استنتج جذرا آخر له .

3) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$.

II) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها: $z_A=-1$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب .

1) التحويل النقطي S، يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=(1+i)z+i$

أ - ما طبيعة التحويل S ؟ عيّن عناصره المميّزة .

ب- لتكن M نقطة تختلف عن A . ما طبيعة المثلث AMM' ؟

2) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن A ، لاحقتها العدد المركب z_n .

نضع: $M_0=O$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1}=S(M_n)$.

أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n=(1+i)^n-1$.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقط O ، A و M_n في استقامية .

التمرين الثاني:(04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقط $A(2;1;0)$، $B(-2;-3;4)$، $C(2;-1;2)$

1. عين شعاع ناظمي $\vec{n}$ للمستوي (ABC) ، ثم تحقق أن $y+z-1=0$ معادلة له.

2. نسمي (P) المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$.

أ) M نقطة من الفضاء و I منتصف $[AB]$ ، بين التكافؤ التالي: $(M\in(P))$ يكافئ $(2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{AB}=0)$.

ب) عين إحداثيات النقطة I ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

جـ)بين أن $E(-2;3;4)$ تنتمي إلى (P) .هل النقطة E تنتمي إلى المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[BC]$ ؟

3. بين أن النقطة $H(-2;0;1)$ هي المسقط العمودي للنقطة E على المستوي (ABC) .

4. لتكن (S) مجموعة للنقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $x^2+y^2+z^2+4x-6y-8z-7=0$.

أ) عين طبيعة المجموعة (S) وعناصرها المميزة .

ب) بين أن (S) و المستوي (ABC) يتقاطعان في الدائرة $(\mathscr{C})$ المحيطة بالمثلث ABC .

التمرين الثالث:(03 نقط)

1-أ)عيّن مجموعة الثنائيات $(x;y)$ من الاعداد الصحيحة حلول المعادلة (E) : $8x-5y=3$

ب)ليكن m عددا صحيحا بحيث توجد الثنائية $(p;q)$ من الاعداد الصحيحة تحقق:

$m=8p+1$ و $m=5q+4$

- بيّن أن الثنائية $(p;q)$ هي حل للمعادلة (E) واستنتج أن: $m\equiv 9[40]$

جـ-عيّن أصغر عدد صحيح m أكبر من 2020 ويحقق $m\equiv 9[40]$

2)ليكن n عددا طبيعيا.

أ-بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبعي k ، لدينا: $2^{3k}\equiv 1[7]$

ب-ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد $2020^{1441}+1441^{2020}$ على 7 ؟

3)ليكن a و b عددين طبيعيين كل منهما أصغر من أو يساوي 9 مع $a\neq 0$

نعتبر العدد الطبيعي N الذي يكتب في الأساس 10 على الشكل $N=\overline{a00b}$.

أ)تحقق أن: $10^3\equiv -1[7]$.

ب)استنتج كل الاعداد الطبيعية N التي تقبل القسمة على 7.

التمرين الرابع:(08 نقط)

I- نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x(1-2\ln x)+2(x-\sqrt{e})$.

1. ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

2. استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(0)=0$ و من أجل كل $x>0$ ، $f(x)=2x(1-2\ln x)$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ)احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)}{x}$. ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f) ؟ ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2. أ) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و أن $f'(x)=-2(1+2\ln x)$.

ب) ادرس على المجال $]0;+\infty[$ إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3.أ)عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) عند النقطة التي ترتيبها 0 وتختلف عن O.

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

4. ارسم كل من (Δ) و (C_f).

5.أ)جداحسب مشتق الدالة $x\mapsto x^2(1-\ln x)$ ثم استنتج الدوال الأصلية للدالة f على $]0;+\infty[$.

ب) λ عدد حقيقي حيث $0<\lambda<\sqrt{e}$ عين القيمة المتوسطة μ_λ للدالة f على المجال $[\lambda;\sqrt{e}]$ ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to 0}\mu_\lambda$

6. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=f(e^{-x})$ و (C_g) تمثيلها البياني.

دون حساب عبارة $g(x)$ أجب عن الأسئلة التالية:

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ ماذا تستنتج ؟

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ)عين نقطة تقاطع (C_g) وحامل محور الفواصل.

د) ارسم المنحنى (C_g).

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

1. كيس يحوي 4 كريات سوداء ، كريتين حمراوين و 3 كريات بيضاء. كل الكريات لا نفرق بينها عند للمس. نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3كريات من هذا الكيس.

أ) احتمال الحصول على 3كريات من نفس اللون هو: أ): $\frac{11}{81}$ ب): $\frac{2}{7}$ جـ): $\frac{5}{84}$ د): $\frac{4}{63}$

ب) احتمال الحصول على 3 كريات بثلاثة ألوان مختلفة هو : أ): $\frac{2}{7}$ ب): $\frac{1}{7}$ جـ): $\frac{1}{21}$ د): $\frac{79}{84}$

جـ) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

الأمل الرياضياتي $E(X)$ يساوي: أ): 0 ب): $\frac{2}{3}$ جـ): $-\frac{16}{21}$ د): $\frac{55}{84}$

2. محل يبيع نوعين من الحواسيب بنفس الثمن وبعلامتين M_1 و M_2. الحاسوبان لهما نفس الخواص ومتوفران بلونين: أبيض و أسود .اثبت الدراسة أن 70% من المشترين اختاروا الحاسوب M_1 و 60% من بينهم حبذوا اللون الأسود، بينما 20% من الزبائن الذين اشتروا الحاسوب M_2 اختاروا اللون الأبيض.
اخترنا عشوائيا زبونا من قائمة الزبائن الذين اشتروا أحد الحاسوبين M_1 أو M_2 .

أ) احتمال أن زبون اختير عشوائيا قد اشترى حاسوبا M_2 بلون أسود هو: أ): $\frac{3}{5}$ ب): $\frac{4}{5}$ جـ): $\frac{3}{50}$ د): $\frac{6}{25}$

ب) احتمال أن زبون اختير عشوائيا قد اشترى حاسوبا لونه أسود هو : أ): $\frac{21}{50}$ ب): $\frac{33}{50}$ جـ): $\frac{3}{5}$ د): $\frac{12}{25}$

جـ) الزبون اختار حاسوب لونه أسود.احتمال أن يكون من العلامة M_2 هو: أ): $\frac{4}{11}$ ب): $\frac{6}{25}$ جـ): $\frac{7}{11}$ د): $\frac{33}{50}$

التمرين الثاني : (04 نقط)

نعتبر متتالية الأعداد الطبيعية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=7$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}=10u_n+27$.

1. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=10^{n+1}-3$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n+2=9\left[1+10+10^2+...+10^n\right]$.

جـ) استنتج من أجل كل عدد طبيعي n ، كتابة العدد u_n في النظام العشري.

2. أ) هل العدد u_3 أولي ؟

ب) بين أن u_n لا يقبل القسمة على كل من 2 و 3 و 5.

3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7.

ب) استنتج أن العدد $17\times9^{3n+1}-6\times3^{2n+2}-2019^{1440}$ يقبل القسمة على 7 .

جـ) عين قيم العدد الطبيعي n، التي يقبل من أجلها العدد u_n القسمة على 7.

4. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، u_n لا يقبل القسمة على 11.

التمرين الثالث: (04نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=\frac{1}{12}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+\frac{1}{6}$.

أ) $u_n=-\frac{7}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^n+\frac{2}{3}$ ، ب)المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ، ج) (u_n) متباعدة

2)في المستوي المركب المستوي المركّب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

أ-التحويل T الذي كتابته المركبة $z'=-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)z$ دوران زاويته $-\frac{\pi}{4}$ ومركزه O.

ب-مجموعة النقط $M(z)$ حيث $\arg(z-i)=-\frac{\pi}{4}$ هي المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$

3) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

أ-المستوي (P) الذي معادلته: $x+y-z+1=0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-1;1)$ شعاع توجيه له لا يشتركان في أية نقطة .

ب-معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (P) هي: $x-y+z=0$.

4) من اجل كل عدد طبيعي n العدد الطبيعي $a=n(n^2+5)$ يقبل القسمة على:

أ) العدد 2 ، ب) العدد 3 ، ج) العدد 6

التمرين الرابع : (07 نقطة)

I- g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+xe^x$.

1. احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ، شكل جدول تغيراتها .

استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{2x}+(x+1)e^x+x$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

1. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-x)$. ماذا تستنتج ؟

2. أ)احسب $f'(x)$ مشتق الدالة f ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=2e^x(e^x+1)+g(x)$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم جدول تغيرات الدالة f .

3.بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ثم تحقق أن $-0.6\le\alpha\le-0.5$، ثم استنتج أن $e^\alpha=-\alpha$

4. عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. أ) بين أن المعادلة $e^x+x+1=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-1.3\le\beta\le-1.0$.

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذي معادلة $y=x$.

6. ارسم كل من (D)، (Δ) و (C_f).

7. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=(e^x+x)(e^x+1)$.

ب) احسب المساحة $\mathscr{A}$ للحيز تحت المنحنى (C_f) بين المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=\alpha$ و $x=0$.

الاختــــــــــبار السادس

المادة: رياضيات — الشعبة: تقني رياضي + رياضيات

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

1. بين أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث: $(x+2y-z+2)^2+(3x+y+2z-1)^2=0$ هي مستقيم (D) يطلب تعيين شعاع توجيه له.

2. أ) بين أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث: $(x+2y-z+2)^2-(3x+y+2z-1)^2=0$ هي اتحاد مستويين (P) و (Q) يطلب إعطاء معادلتين ديكارتيتين لهما.

ب) تحقق من أن $(P)\cap(Q)=(D)$

3. نرفق بكل عدد حقيقي m المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة الديكارتية: $(1+3m)x+(2+m)y+(2m-1)z+2-m=0$.

أ) بين أن (P_m) يحوي (D) .

ب) هل أن كل مستوي يحوي (D) هو المستوي (P_m) ؟ برر.

التمرين الثاني: (06 نقط)

1) حلّ، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$.

2) يُنسب المستوي المركّب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C التي لواحقها على الترتيب $z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$ ، $z_C=-\sqrt{3}+3i$.

ا- أكتب كلاًّ من z_A و z_C و $\frac{z_C}{z_A}$ على الشّكل الأسّي ثمّ استنتج طبيعة المثلّث OAC.

ب- أحسب $\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2020}-i\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1441}$ (تعطى النّتيجة النهائيّة على الشّكل الجبري).

3) لتكن النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل. بيّن أنّ المستقيمَيْن (AD) و (BC) متعامدان

4) عيّن نسبة و زاوية التّشابه المباشر S الذي مركزه $E\left(3-\sqrt{3},0\right)$ و يحوّل النقطة A إلى النقطة C

5) بيّن أنّ النقط A، E، O، C تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

التمرين الثالث: (04 نقط)

n عدد طبيعي غير معدوم . نضع : $L_n=9C_{n+1}^{2}+27C_{n+1}^{3}+81C_{n+1}^{4}+........+3^{n+1}C_{n+1}^{n+1}$

1/ بيّن أن : $L_n=4^{n+1}-3n-4$ (يمكن استعمال دستور ثنائي الحد)

2/ نضع : $S_n=L_1+L_2+.......+L_n$

أ) احسب S_1 ، S_2 و S_3 ثم احسب S_n بدلالة n

ب) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي ن بواقي قسمة 4^n على 7

جـ)عين مجموعة الأعداد الطبيعية n حتى يكون $L_n \equiv 0[7]$

3) نعتبر A مجموعة بواقي قسمة 4^n على 7

أ) كم عددا مؤلفا من 3 أرقام مختلفة يمكن تشكيله من عناصر A ؟.

ب) كم عددا مؤلفا من 4 أرقام يمكن تشكيله من عناصر A محصورا بين 2020 و 1441 ؟.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-(x+2)\ln(x+2)$

1) أ) احسب $\lim_{x \xrightarrow{>} -2} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا α في المجال $]-2;+\infty[$. تحقق أن $-0.24<\alpha<-0.23$.

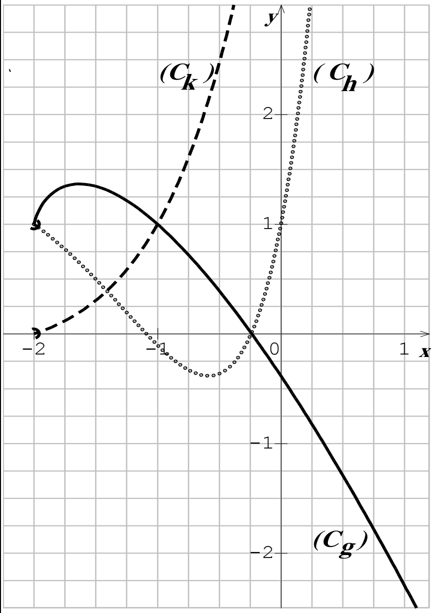
ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-2;+\infty[$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{\ln(x+2)}{e^x}$ ، نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+2)e^x}$ حيث f' مشتقة الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$.

2)أ) احسب $\lim_{x \xrightarrow{>} -2} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. ماذا تستنتج؟

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.



3) الشكل التالي يمثل المنحنيات (C_g)،(C_h) و (C_k) للدوال g ، h و k المعرفةعلى $]-2;+\infty[$ بـ:

$h(x)=3(x^2+2x)e^x+1$ و $k(x)=(x+2)e^{x+1}$

أ) حل بيانيا الجملة $\begin{cases} g(x)=0 \\ h(x)=0 \end{cases}$ ......(1)

ب)هل المعادلة $h(x)=0$ تقبل حل على المجال $]-0.24;-0.23[$ ؟ماذا تستنتج؟

جـ) احسب $h(-0.25)$ ثم استنتج حصرا لـ β حيث $h(\beta)=0$.

ما يمكن القول عن α و β؟

د) حل بيانيا المعادلة $g(x)=k(x)$. تحقق من إجابتك.

4)بين أن (C_f) يقبل مماس واحدا (Δ) معامل توجيهه e،يطلب تعيين معادلة له.

5) بين أن $f(\alpha)\simeq-3\alpha$.

6) ارسم ، (Δ) و (C_f) .

7)نعتبر المستقيم (Δ_m)ذو المعادلة $y=m(x+1)$ حيث m وسيط حقيقي.

أ) بين أن (Δ_m) يمر بنقطة ثابتة A يطلب تعيين إحداثييها.

ب) ناقش بيانيا وسحب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع (C_f) و (Δ_m) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

1)عين تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية لكل من العدد 2^n على 7 و العدد 9^n على 13

2) معتمدا على الدراسة السابقة استنتج ما يلي:

أ- باقي القسمة الاقليدية على 7 للعدد $16^{2002}+15^{2002}+2002$

ب- من أجل كل عدد طبيعي n يكون العدد: $2^{6n+3}+2007^{6n+3}+41^{6n+3}+1$ مضاعف لـ 7

جـ- من أجل كل عدد طبيعي n يكون العدد: $4\times12^{2n}+22^{3n+1}$ يقبل القسمة على 13.

د- من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n يكون العدد: $2011^{3n-1}+142^{6n-2}+9$ مضاعف لـ 13

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $\begin{cases} U_n=56\times9^n+13\times2^n \\ S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n \end{cases}$

أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n. ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $S_n\equiv-38[91]$

التمرين الثاني : :(05 نقط)

m عدد حقيقي . نعتبر التحويل النقطي T_m للمستوي في نفسه و الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z بالنقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=(m+i)z+m-1-i$

الجزء الأول : 1. هل يمكن اختيار قيمة للعدد m من أجله T_m انسحاب ؟

2. عين العدد الحقيقي m بحيث يكون T_m دوران يطلب تعين مركزه و زاويته

الجزء الثاني : في كل ما سيأتي نضع : $m=1$

1-عين لاحقة النقطة الصامدة A بالتحويل T_1

2-من أجل كل $z\in\mathbb{C}-\{1\}$، احسب $\frac{z'-1}{z-1}$ ثم أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد $\frac{z'-1}{z-1}$

3-أ- أثبت أن T_1 تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد مركب z : $z'-z=i(z-1)$

جـ- استنتج أنه إذا كانت M تختلف عن A فإن المثلث AMM' قائم في M ومتساوي الساقين

4-نعرف في المستوي المركب تركيب التحويل النقطي T_1 مع نفسه n مرة بالشكل التالي :

$T_1\circ T_1=T^{(1)}$ و من أجل كل عدد طبيعي $n\geq1$ ، $T_1\circ T_1\circ....\circ T_1=T^{(n)}$

أ- ما هي طبيعة التحويل النقطي $T^{(n)}$ و ما هي عناصره المميزة

ب- عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها التحويل $T^{(n)}$ تحاكي

جـ- عين من بين التحويلات التالية تحاكي محددا نسبته : $T^{(2020)}$ ، $T^{(1440)}$ و $T^{(1962)}$

التمرين الثالث: :(04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

ليكن (P) مستو معادلته: $x-3y+z-3=0$ والنقط: $A(2;-1;2)$ ، $B(2;0;1)$ ، $C(0;-3;-2)$ ، $S(-1;1;2)$

1-تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P).

2- أ- اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم (AC). ب-أثبت أن المستوي (P) والمستقيم (AC) منفصلان.

جـ-احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ ، ثم احسب مساحة المثلث ABC.

د-اكتب معادلة المستوي (Q) الذي يشمل النقطة B و يحوي المستقيم (AC).

3-أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) يشمل النقطة S و يعامد المستوي (Q)

ب) تحقق أن النقطة B مسقط عمودي للنقطة S على المستوي (Q).

جـ) احسب حجم رباعي الوجوه $SABC$.

4-أ) بين أن معادلة المستوي (SAB) هي: $2x+3y+3z-7=0$

ب) احسب المسافة بين النقطة C و المستوي (SAB)، ثم استنتج مساحة المثلث SAB.

التمرين الرابع: (07 نقط)

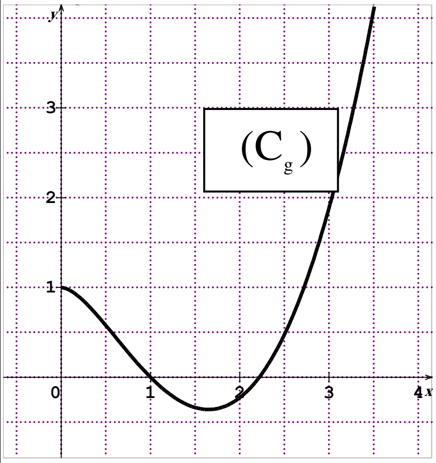
نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث: $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$. وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 2cm .

I-1)بيّن أن مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f=]0;e[\cup]e;+\infty[$.

2-أ)احسب $\lim\limits_{\substack{x\to e\\<}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to e\\>}} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده.

جـ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.(لاحظ: $x(1-\ln x)=x-x\ln x$)



3-أ)بيّن أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$.

ب)ادرس إشارة $f'(x)$ على D_f، ثم شكل جدول تغيرات f على D_f.

II) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=1-x^2(1-\ln x)$ و (C_g) المنحنى الممثل لها (أنظر الشكل)

1)أ-حدد بيانيا عدد حلول المعادلة $g(x)=0$.

ب- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α بحيث $2,2<\alpha<2,3$

2-أ)تحقق من أنه من أجل كل x من D_f: $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

ب) بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتاهما 1 و α

جـ) حدد إشارة $g(x)$ انطلاقا من (C_g) على المجال $[1;\alpha]$ بيّن $f(x)-x\le 0$ من أجل كل x من $[1;\alpha]$

3) إنشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

4) أثبت أن: $\int_1^{\sqrt{e}}\dfrac{1}{x(1-\ln x)}dx=\ln 2$ ثم احسب بـ cm^2 ، A مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=\sqrt{e}$

III)المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ من اجل كل n من $\mathbb{N}$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n\le\alpha$

2. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة (يمكن استعمال سؤال الجزء الثاني 2. جـ)

3. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها

الاختـــــــبار السابع

المادة: رياضيات　　　　　　　　　　　　　　　　الشعبة: تقني رياضي + رياضيات

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04.5 نقط)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) ذات المجهول (x,y) حيث $(E)...\ 2020x-1441y=13$

1-بيّن أن العددين 2020 و 1441أوليان فيما بينهما.

2-أ) مستعملا خوارزمية إقليدس عين حلا خاصا للمعادلة E.

ثم عين مجموعة الحلول المعادلة E في $\mathbb{Z}^2$. أكتب الحلول بدلالة n حيث n عدد صحيح

3-نختار فيما يلي من الثنائيات(x,y)حلول المعادلة E حيث n عدد طبيعي.

أ) عين القيم الممكنة لـ $PGCD(x,y)$، ثم عين حسب قيم العدد الطبيعي n قيم $PGCD(x,y)$.

ب) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5

جـ) جد الثنائيات (x,y) حلول للمعادلة E بحيث $2^y+x\equiv 0[5]$

4-من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n)حيث: $u_n=2020n-6$ و $v_n=1441n+7$

عين الحدود المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n)

التمرين الثاني:(05 نقط)

1- حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $(z-1+\sqrt{3})(z^2-2z+4)=0...(E)$

2-ليكن z_1، z_2 و z_3 حلول المعادلة(E)حيث : $z_1\in\mathbb{R}$ ، $Im(z_2)\succ 0$ و z_2 الحل الآخر.

أ-اكتب كلا من z_2 وz_3 على الشكل الأسي ، ثم بين العدد $z_2^{2020}+z_3^{2020}$ حقيقي

ب-عيّن قيم العدد الطبيعي n تحقق : $\arg(z_2^n+z_3^n)\equiv\pi[2\pi]$

3- في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B وC ذات الواحق :

$z_A=1-\sqrt{3}$ ، $z_B=1+\sqrt{3}i$ و $z_C=1-\sqrt{3}i$.

أ-احسب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_A-z_B}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

ب-عيّن احداثيي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,-1)\}$.

جـ-عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $2MA^2+MB^2-MC^2=-3$

التمرين الثالث:(04 نقط)

I)f دالة معرفة على المجال $]2;+\mathbb{R}[$ كمايلي: $f(x)=\frac{x^3+2}{x^2+1}$

احسب$f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]2;+\mathbb{R}[$

II) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=\frac{5}{2}$ ومن أجل كل عدد $n\in\mathbb{N}$، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) برهن بالتراجع أنه ومن أجل كل عدد $n\in\mathbb{N}$، $2<u_n<3$

2) بسط العبارة $(u_n^2+1)\frac{9}{10}-u_n^2$، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد $n\in\mathbb{N}$: $u_n^2<\frac{9}{10}(u_n^2+1)$

3) اثبت ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما ، هل المتتالية (u_n) متقاربة؟.

4) تحقق أنه من أجل كل عدد $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}-2=\frac{u_n^2}{u_n^2+1}(u_n-2)$

5) أثبت أنه من أجل كل عدد $n\in\mathbb{N}$: $0<(u_n-2)<\left(\frac{9}{10}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln(e^{2x}-e^x+\frac{1}{2})-2x$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)=\ln(1-e^{-x}+\frac{1}{2}e^{-2x})$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) احسب $g(-\ln 2)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln\left(2e^{2x}-2e^x+1\right)-\ln 2$

وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-2x=g(x)$

جـ) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) بجوار $+\infty$ ، ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

2) أ) بين $f'(x)=e^{x-f(x)}(2e^x-1)$ حيث f' مشتق الدالة f .

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

3) أ) عين α فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل.

ب) ارسم كلا (D) و (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

4) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\ln(\frac{1}{2}e^{2x}-e^x+1)$ و (C_h) تمثيلها البياني.

أ) عين قيمة β التي تحقق $h(x)=f(x-\ln 2)+\beta$.

ب) استنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ لتكن النقط $A(2;1;1)$ ، $B(1;1;0)$ و $C(1;0;1)$

1.احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم $\cos A$ استنتج أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

2.ما هي طبيعة المثلث ABC ؟ ، احسب مساحته .

3.عين العددالحقيقي α بحيث الشعاع $\vec{n}(1;\alpha;\alpha)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم جد معادلة ديكارتية له

4. من اجل كل عدد حقيقي m ليكن المستوي (P_m) الذي له معادلة ديكارتية :

$$(m+2)x+my+(2m+1)z+m+1=0$$

ا) بين أن كل المستويات (P_m) تحتوي مستقيم ثابت يطلب تمثيلا وسيطيا له .

ب) بين ان المستوي (ABC) هو احد المستويات (P_m) .

5. لتكن النقطة $D(2;0;0)$ ، بين أن $ABCD$ رباعي وجوه ثم احسب حجمه V .

6. ليكن سطح الكرة (S) الذي مركزه $E(\frac{3}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2})$ ويشمل D .

ا) بين أن (S) يشمل A و B .

ب) بين أن المستوي (ABC) يقطع (S) وفق الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

جـ) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل E ويعامد (ABC) ، اكتب تمثيلا وسيطيا له .

د) عين إحداثيات I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

هـ) لتكن F نظيرة D بالنسبة إلى I بين أن حجم رباعي الوجوه $ABCF$ هو V .

التمرين الثاني : :(04 نقط)

يحوي كيس كرات متماثلة . أربعة منها بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 2 و n كرة خضراء تحمل الأرقام 2 حيث $n>1$.نسحب عشوائيا كراتين على التوالي و بدون ارجاع .

1) ما احتمال سحب كرتين بيضاوين ؟

2) ما احتمال سحب كرتين من لونين مختلفين ؟

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة مجموع العددين المسجلين على الكرات المسحوبة

أ/ أعط القيم الممكنة لـلمتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X.

ب/ بين أن الامل الرياضي يحقق $E(X)=\frac{4n^2+22n+30}{(n+3)(n+4)}$ ،ثم عين قيمة n بحيث $E(X)=\frac{1347}{337}$

التمرين الثالث :(04 نقط)

1)عين عددين مركبين a و b بحيث : $\begin{cases} a+b=2 \\ ab=4 \end{cases}$. ثم اكتب كل من a و b على شكل أسي.

2. المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

أ)علم النقط A ، B ، C وD التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=\bar{z}_A$ ، $z_C=z_A^2$ و $z_D=-2$.

ب) بين أن $2\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2019}=z_D$

ج) احسب $\frac{z_C-z_D}{z_A-z_D}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .

3. أ) S التشابه المباشر الذي مركزه O ويحول A إلى C .عين زاويته و نسبته.

ب) بين أن $S(I)=D$ ، حيث I منتصف قطعة المستقيم $[AD]$.

ج) احسب z_C+z_B ثم استنتج طبيعة الرباعي $ACDB$.

4. نسمي $(\mathscr{C})$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي بحيث $2z=z_A+2e^{i\theta}$ مع θ عدد حقيقي.

أ) عين وأنشئ المجموعة $(\mathscr{C})$.

ب) عين وأنشئ المجموعة $(\mathscr{C}')$ صورة المجموعة $(\mathscr{C})$ بالتشابه المباشر S .

التمرين الرابع: (07 نقط)

I) لتكن g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بــ: $g(x)=x^2+2\ln x$.

1/ ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $0.75\langle\beta\langle0.76$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1-x+\frac{2}{x}(1+\ln x)$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1 / أ- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=-x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ وادرس وضعية (C_f) و (Δ)

2/ أ - أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $x^2f'(x)+g(x)=0$.

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3/ أ - بين أن للمنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، يطلب كتابة معادلة له .

ب - ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f).

4/ m وسيط حقيقي ، عين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $-mx+2+2\ln x=0\cdots(E)$ حلّين

III) α عدد حقيقي موجب تماما، نعتبر الدالة f_α المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f_\alpha(x)=1-x+\frac{\alpha}{x}(1+\ln x)$

نسمي (C_α) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 / أثبت أن جميع المنحنيات (C_α) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعين إحداثيتيها .

2 /نعتبر النقط $A\left(-2;\frac{4}{\alpha}\right)$ ، $B\left(1;\frac{2\ln\alpha}{\alpha}\right)$ و $C(-2\alpha;2\alpha-2)$ ولتكن G_α مرجح الجملة : $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$

أ)عين بدلالة α إحداثيي النقطة G_α

ب)استنتج مجموعة النقط G_α عندما يمسح العدد α المجموعة $\mathbb{R}_+^*$.

الاختــــــــبار الثامن

المادة: رياضيات — الشعبة: تقني رياضي + رياضيات

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

I- نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $(E)\ldots\ldots z^3-(4-3i)z^2+(5-12i)z+15i=0$

1. بين أن $(-3i)$ حل للمعادلة (E).

2. أ) بين أن: (E) تكافئ المعادلة $(z+3i)(z^2+az+b)=0$ ، حيث a و b عددين حقيقيين يطلب تعيينهما.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

II- ينسب المستوي المركب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A، B و D التي لواحقها على الترتيب $a=2-i$ ، $b=\bar{a}$ و $d=-3i$.

1. أ)علم النقط A، B و D. ب) عين c لاحقة النقطة C صورة B بواسطة الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

جـ)اكتب العدد المركب $Z=\dfrac{2c-1-i}{2a-1-i}$ على شكل أسي ثم أعط تفسيرا هندسيا لـ $|Z|$ و $\arg(Z)$. ماذا تستنتج ؟

2. أ) عين g لاحقة G مرجح الجملة: $\{(B;6),(C;5),(D;3)\}$.

ب) عين و أنشئ المجموعة $\mathscr{C}$ للنقط $M(z)$ من المستوي المركب التي تحقق: $\|6\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MD}\|=21\sqrt{2}$

جـ) عين معادلة ديكارتية لـ $\mathscr{C}$.

3. نعتبر $\mathscr{F}$ مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق : $\arg(z+3i)=\frac{\pi}{4}(\pi)$.

أ) بين أن A نقطة من $\mathscr{F}$.   ب) عين و أنشئ المجموعة $\mathscr{F}$ ثم أعط معادلة ديكارتية لها.

جـ) عين المسافة بين النقطة G و $\mathscr{F}$. ماذا تستنتج ؟

التمرين الثاني:(04 نقط)

1)نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة التالية : $11x-6y=726\ldots\ldots(1)$

أ) عين حلا خاصا $(x_0;y_0)$ للمعادلة (1) بحيث يكون : $\mathrm{PGCD}(x_0;y_0)=3$ و $\mathrm{PPCM}(x_0;y_0)=924$

ب)حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1) .

2)نعتبر المتتالية الحسابية (u_α) ذات الأساس 13 و الحد الأول $u_0=12$ ، والمتتالية الحسابية (v_β) ذات الأساس 13 و الحد الأول $v_0=3$

• أكتب الحد العام للمتتاليتين (u_α) و (v_β) بدلالة α و β على الترتيب.

• عين العددين الطبيعيين α و β علما أن الثنائية $(u_\alpha;v_\beta)$ حل للمعادلة : $11x-6y=9552\ldots\ldots(2)$

• استنتج الحل $(u_\alpha;v_\beta)$ للمعادلة (2) إذا كان $\beta-\alpha=4$

التمرين الثالث:(04 نقط)

صندوق يحتوي على 6 قريصات حيث : 4 كرات حمراء وكرتين سوداوين ، الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس . نسحب عشوائيا و في آن واحد من العلبة 3 كرات من الصندوق.

1-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات السوداء المتبقية في الصندوق

أ-عين قيم المتغير العشوائي X.   ب-عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.

2- نسحب عشوائيا و على التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق.

احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

A_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، A_1"سحب كرة سوداءبالضبط"، A_2"سحب كرتين سوداوين "

3-بعد السحب الاول بقيت في الصندوق 4كرات ، نجري سحب أخر على التوالي ودون ارجاع ونعتبر الحوادث التالية B_0"عدم سحب أي كرة سوداء"، B_1"سحب كرة سوداءبالضبط"، B_2"سحب كرتين سوداوين"

B_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، B_1"سحب كرة سوداءبالضبط"، B_2"سحب كرتين سوداوين"

أ- احسب الإحتمالات التالية : $P_{A_0}(B_0)$ ، $P_{A_1}(B_0)$ ، $P_{A_2}(B_0)$ ، ثم استنتج $P(B_0)$.

ب- احسب احتمال الحصول على كرة سوداء بالضبط عند السحب الاول ، علما اننا حصلنا على كرة سوداء بالضبط عند السحب الثاني.

التمرين الرابع:(07 نقط)

ينسب المستوي إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة هي 2cm

I) fالدالة العددية والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\begin{cases} e^{2x}+x+1; x\le 0 \\ x[\ln x-1]+2; x>0 \end{cases}$ واليكن (C_f) منحناها البياني

1)ادرس استمرارية الدالة fعند القيمة $x_0=0$

2-أ)أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\frac{f(x)-2}{x}$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)-2}{x}$،ماذا تستنتج بالنسبة لـ f ؟ فسر النتيجة بيانيا

ب)عين معادلة (T) نصف المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة0من اليسار

3) أدرس تغيرات الدالة f على مجالي تعريفها

4)بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحدا α حيث : $-\frac{5}{4}<\alpha<-1$ ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f)

5) احسب:$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا

6) أرسم كلا من (T) و المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;5]$. (تعطى $f(5)\simeq 5$).

7)أحسب بالسنتيمتر المربع المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=x+1$ ، $x=\alpha$ و $x=0$ ثم بين أن $A(\alpha)=(4-2\alpha)cm^2$

7)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي mعدد حلول المعادلة التالية:$e^{f(x)}=m$

II) Sالتحويل النقطي الذي يرفق بالنقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث : $z'=\frac{1}{2}(1-i)z+i$

1) عين طبيعة التحويل Sو حدد عناصره المميزة.

2) نعتبر الدالة hالمعرفة على $]-\infty;0[$ كما يلي : $h(x)=-x+\ln(-x)$ و (C_h)تمثيلها البياني

• بين أن صورة (C_h) بالتحويل Sهو جزء من المنحنى (C_f) للدالة f

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

1. أ) بين أن 193 عددا أوليا.

ب) حلل العدد 206 إلى جداء عوامل أولية.

2. نعتبر المعادلة (E) التالية $4x-193y=78$ مع x و y عددين صحيحين.

أ) أوجد الثنائية الطبيعية $(a;b)$ التي تحقق : $\begin{cases} PPCM(a;b)=618 \\ PGCD(a;b)=3 \end{cases}$ و $4a-193b=78$.

ب) حل المعادلة (E).

3. M و N عددان طبيعيان يكتبان على الترتيب $\overline{\alpha 12\beta}$ و $\overline{5\beta 1\alpha}$ في نظام التعداد ذو الأساس 7 و $M \equiv N[193]$

أ) تحقق أن $44\alpha+48\beta \equiv 78[193]$.

ب) بين أن $11\alpha+12\beta=116$.

جـ) عين α و β ثم اكتب M و N في نظام التعداد العشري.

التمرين الثاني :(04 نقط)

ينسب المستوي المركب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$.

f دالة للمستوي ترفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=z^2-4z$.

1. نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A=1-i$ و $z_A=3+i$ على الترتيب.

أ) اكتب العدد z_A على شكل أسي ثم بين أن $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^{2020}$ ينتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) عين $z_{A'}$ و $z_{B'}$ لاحقتي A' و B' صورتي A و B بالدالة f .

جـ) نقبل أن نقطتين لهما نفس الصورة بالدالة f ، برهن أنهما متطابقتين أو أن إحداهما صورة الآخرى بواسطة تناظر مركزي يطلب تعيينه.

2. لتكن I النقطة ذات اللاحقة -3.

أ) برهن أن : ($OMIM'$ متوازي أضلاع) يكافئ $(z^2-3z+3=0)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-3z+3=0$.

3. أ) عبر عن $(z'+4)$ بدلالة $(z-2)$ استنتج علاقة بين $|z'+4|$ و $|z-2|$ ثم علاقة بين $\arg(z'+4)$ و $\arg(z-2)$

ب) نعتبر النقطتين J و K ذات اللاحقتين $z_J=2$ و $z_K=-4$ على الترتيب.

برهن أن كل النقط M من الدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها J ونصف قطرها 2 ، صورها النقط M' تقع على نفس الدائرة يطلب تعيينها.

جـ) لتكن E النقطة ذات اللاحقة $z_E=-4-3i$. أعط شكل مثلثي للعدد (z_E+4) وباستعمال 3.أ) برهن أنه توجد نقطتين صورة كل منهما بالدالة f هي النقطة E ، حدد الشكل الجبري للاحقة كل منهما.

التمرين الثالث :(04 نقط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0=2$ و $U_{n+1}=\frac{(1+\alpha)U_n-\alpha}{U_n}$ حيث $\alpha \in]0;1[$

1) أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $U_n \geq 1$.

ب- بيّن أن المتتالية (U_n) متناقصة، ثم استنتج أن (U_n) متقاربة واحسب نهايتها .

2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n - \alpha}$.

أ- بيّن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها α

ب- اكتب عبارة V_n بدلالة n و α واستنتج عبارة U_n بدلالة n و α.

جـ - تحقق من نتيجة السؤال 1) جـ) وذلك بحساب $\lim_{n \to +\infty} U_n$

3- نفرض في كل ما يلي أن: $\alpha = \frac{1}{2}$

أ)احسب بدلالة n المجموع: $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + ... + V_{n-1}$

ب)بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{1}{2U_n - 1} = 1 - V_n$

جـ) استنتج بدلالة n المجموع: $T_n = \frac{1}{4(U_0 - 1)^2} + \frac{1}{4(U_1 - 1)^2} + ... + \frac{1}{4(U_n - 1)^2}$

التمرين الرابع: (07نقط)

I- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 1 - 2\ln x$

1. احسب $\lim_{x \to +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x + \frac{1}{x}(1 + 2\ln x)$.

نسمي (C_f) منحنى الدالة f في مستو منسوب إلى المعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) احسب : $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

ب) بين أن f' مشتقة الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

جـ) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2.أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

جـ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.5 < \alpha < 0.6$.

3. أ) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(x;2)$ مع $x \geq 1$.

ب) حل المعادلة $x^2 g'(x) - 2xg(x) = 0$ ثم بين أن $B(e;e+\frac{3}{e})$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

هـ) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

4. أ) احسب مشتقة الدالة $x \mapsto (\ln x)^2$ ثم استنتج دالة أصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) عين مساحة الحيز تحت المنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = \alpha$ ، $x = 1$ و $y = 0$

الاختـــــــــبار التاسع

المادة: رياضيات — الشعبة: تقني رياضي + رياضيات

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+4=0$.

2. ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B وC التي لواحقها على الترتيب $z_A=1-i\sqrt{3}$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=(1+\sqrt{3})+i(1-\sqrt{3})$.

أ) اكتب كلا من z_A و z_B على شكل أسّي ، ثم اثبت أن : $\frac{z_A}{z_C}=\frac{1-i}{2}$

ب) استنتج شكل أسّي للعدد z_C وأن A صورة C بواسطة تشابه مباشر S حدد عناصره المميزة .

3. من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر النقطة M_n صورة العدد المركب z_n و $M_{n+1}=S(M_n)$.

أ) نضع $z_0=4$ اثبت أن المثلث OM_0M_1 قائم ومتقايس الساقين .

ب) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $r_n=|z_n|$ اثبت أن المتتالية (r_n) هندسية حدد أساسها .

جـ) اثبت انه من أجل كل عدد طبيعي n : $r_n=M_{n-1}M_n$.

د) ليكن المجموع : $S_n=M_0M_1+M_1M_2+...+M_{n-1}M_n$ اكتب (S_n) بدلالة n ، ما هي نهاية (S_n) .

التمرين الثاني: (04 نقط)

1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $3x-2y=1$ .... (E)

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم.

أ) بين أن الثنائية $(14n+3;21n+4)$ حلا للمعادلة (E) .

ب) استنتج أن العددين $14n+3$ و $21n+4$ أوليان فيما بينهما .

3) ليكن d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين $2n+1$ و $21n+4$.

أ) بين أن $d=1$ أو $d=13$.

ب) بين أن $n\equiv 6[13]$ يكافئ $d=13$.

4) من أجل كل عدد طبيعي n و $n\geq 2$ نضع : $B=28n^3-8n^2-17n-3$ و $A=21n^2-17n-4$.

أ) بين أن A و B قابلان للقسمة على $(n-1)$ في المجموعة $\mathbb{Z}$.

ب) حدد حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

التمرين الثالث: (04 نقط)

ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(3;2;1)$ ، $B(3;5;4)$ و $C(0;5;1)$.

1. احسب $\cos BAC$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2. تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC). ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

3. أ) عين إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC).

جـ) ما يمكن القول عن الشعاعين $\vec{n}$ و $\overrightarrow{EG}$ مع $E(4;6;0)$. ماذا تستنتج؟

د) عين طبيعة رباعي الوجوه $EABC$، ثم احسب حجمه V.

4. نعتبر المجموعة (S) للنقط M التي تحقق، $\|3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{ME}\|=6\sqrt{3}$.

5. أ) بين أن النقطة E تنتمي إلى (S).

ب) عين الوضع النسبي للمجموعة (S) والمستوي (ABC). جـ) ماذا تستنتج ؟

التمرين الرابع:(07 نقط)

I-لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) احسب $g'(x)$ حيث g' مشتقة الدالة g، حدد إشارته ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II- لتكن الدالة f المعرفة على$[0;+\infty[$ بـ: $f(0)=0$ و من أجل كل$x>0$: $f(x)=x^2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$.

و (C_f) منحناها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$

1) ا) اثبت أن f مستمرة عند 0 عن اليمين.

ب) ادرس اشتقاق f عند 0 عن اليمين، فسّر النتيجة هندسيا.

2) اثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (ملاحظة: يمكن وضع $t=\frac{1}{x}$).

3) ا) احسب $f'(x)$ حيث f' مشتقة الدالة f، تحقق أن $f'(x)=xg(x)$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) نقبل أن $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=-\frac{1}{2}$ ماذا تستنتج بالنسبة إلى (C_f)، ارسم (C_f).

5) من اجل كل عدد حقيقي t من المجال $]0;1]$ نضع: $I(t)=\int_t^1 x^2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)dx$.

باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $I(t)$ (لاحظ أن: $\frac{x^2}{x+1}=x-1+\frac{1}{x+1}$)، ثم احسب $\lim\limits_{t\xrightarrow{>}0} I(t)$.

6) nعدد طبيعي غير معدوم، f_n الدالة المعرفة بـ:$f_n(0)=0$ ومن أجل كل $x>0$، $f_n(x)=x^n\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$.

أ) ادرس، حسب قيم n استمرارية الدالة f_n عند 0 عن اليمين.

ب) ادرس، حسب قيم n قابلية الاشتقاق للدالة f_n عند 0 عن اليمين.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ، $(2\bar{z}-1+9i)(z^2-8z+32)=0$

2) نعتبر النقاط A ، B ، C وΩ ذات اللواحق $z_A=4+4i$ ، $\mathbf{z_B=\bar{z}_A}$ ، $z_C=\frac{1}{2}+\frac{9}{2}i$ و $\mathbf{z_\Omega=i}$

عين و مثل المجموعة (Γ) للنقاط $M(z)$ من المستوي حيث، $\arg(\bar{z}-4+4i)^2=\frac{\pi}{2}+2\pi k \;\; / \; k\in\mathbb{Z}$

3) S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=\frac{1}{2}(1+i)z+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$

أ) بين ان S تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة ثم تحقق ان $S(A)=C$

ب) عين و مثل المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتشابه المباشر S

4) نسمي z_n لاحقة A_n ونعتبر النقط A_0 ، A_1 ، ... ، A_n حيث $A=A_0$ ولكل $n\in\mathbb{N}$ ، $A_{n+1}=S(A_n)$

أ) برهن بالتراجع ان من اجل كل عدد طبيعي n ، $z_n-i=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i\frac{n\pi}{4}}(z_0-i)$

ب) برهن أن المثلث ΩA_nA_{n+1} قائم في A_{n+1} و متساوي الساقين ثم استنتج طريقة لإنشاء A_2

التمرين الثاني : :(04نقط)

ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. لتكن النقط $A(2;1;1)$ ، $B(1;1;0)$ و $C(1;0;1)$.

1. احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم $\cos A$ استنتج أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

2. ما هي طبيعة المثلث ABC ؟ ، احسب مساحته . $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

3. بين أن الشعاع $\vec{n}(1;-1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم اكتب معادلة ديكارتية له .

4. من اجل كل عدد حقيقي m ليكن المستوي (P_m) الذي له معادلة ديكارتية :

$$(m+2)x+my+(2m+1)z+m+1=0$$

ا) بين أن كل المستويات (P_m) تحتوي مستقيم ثابت يطلب تمثيلا وسيطيا له .

ب) بين ان المستوي (ABC) هو احد المستويات (P_m) .

5. لتكن النقطة $D(2;0;0)$، بين أن $ABCD$ رباعي وجوه ثم احسب حجمه V .

6. ليكن سطح الكرة (S) الذي مركزه $E(\frac{3}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2})$ ويشمل D .

ا)بين أن (S) يشمل A و B ثم بين أن المستوي (ABC) يقطع (S) وفق الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC

ج) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل E ويعامد (ABC)، اكتب تمثيلا وسيطيا له .

د) عين إحداثيات I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

هـ) لتكن F نظيرة D بالنسبة إلى I بين أن حجم رباعي الوجوه $ABCF$ هو V .

التمرين الثالث :(05 نقط)

تلميذ مجتهد من السنة النهائية له 80% للحصول على شهادة البكالوريا في شهر جوان.خلال العطلة التي تلي الامتحان شارك هذا التلميذ في مسابقة للالتحاق بمدرسة. هذه المسابقة مفتوحة للتلاميذ الحاصلين على شهادة البكالوريا وغير الحاصلين على هذه الشهادة.هذا التلميذ له 60% ليلتحق بهذه المدرسة إذا كان حاصلا على شهادة البكالوريا و 30% إذا كان غير ذالك.

1. ما هو الاحتمال أن يحصل هذا التلميذ على البكالوريا ويلتحق بالمدرسة؟
2. التقينا بهذا التلميذ خلال شهر سبتمبر فقال أنه نجح في الالتحاق بالمدرسة.
ما هو الاحتمال أنه تحصل على شهادة البكالوريا؟

التمرين الرابع:(07 نقط)

I - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=4x(e^{-x}+\frac{1}{2}x-1)$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة هي 1cm

1) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2-أ) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن: $f'(x)=4(1-e^{-x})(x-1)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والأخر α .

تحقق أن $1,5<\alpha<2$ ثم بيّن أن: $e^{-\alpha}=1-\frac{\alpha}{2}$

د)بين أن معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند نقطة ذات الفاصلة α هي: $y=2\alpha(\alpha-1)(x-\alpha)$

3-أ)ارسم المماس (T) المنحنى (C_f) على المجال $[-1;e]$ (تعطى: $f(-1)\simeq-5$ و $f(e)\simeq4,5$ و $\alpha\simeq1,61$)

ب)ناقش وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(-2x^2+4x+m)e^x=4x$

4-أ) باستعمال المنحنى (C_f) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty;\alpha]$ فإن: $f(x)\leq0$.

ب) باستعمال التكامل بالتجزئة جد العدد الحقيقي : $\int_0^\alpha xe^{-x}dx$

جـ) احسب $A(\alpha)$ مساحة للحيز المستوي والمحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\alpha$ ثم تحقق أن: $A(\alpha)=\frac{2\alpha(3-\alpha^2)}{3}cm^2$

II-نعتبر (u_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)+u_n$

1-أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n<\alpha$.

ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2-أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x فإن: $f(x)+x\geq0$

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\geq0$. هل المتتالية (u_n) متقاربة؟.

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

I-حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z+1)^2+\left[2+i(\sqrt{5}+1)\right]^2=0$.

II-في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=-1+2i$ ، $z_B=i(2-\sqrt{3})$ و $z_C=\sqrt{5}-2i$.

1. احسب $|z_C|$ و $|z_B-z_A|$ ثم أنشئ النقط A، B و C.

2. بين أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ونسبته $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

3. أ) عين $z_{C'}$ لاحقة النقطة C' نظيرة النقطة C بالنسبة للنقطة A .

ب) علما أن الرباعي $BC'B'C$ متوازي أضلاع بين أن لاحقة النقطة B' هي $z_{B'}=-2+(2+\sqrt{3})i$.

جـ) اكتب العدد $\frac{z_{B'}-z_C}{z_B-z_C}$ على شكل أسي.

د) استنتج أن : $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=(\overrightarrow{CB'};\overrightarrow{CB})$ و $\frac{AC}{AB}=\frac{CB'}{CB}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

التمرين الثاني:(05 نقط)

نعتبرمتتالية الأعداد الطبيعية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=7$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=10u_n+27$.

1. احسب u_1 ، u_2 ، u_3.

2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=10^{n+1}-3$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n+2=9\left[1+10+10^2+...+10^n\right]$.

جـ) استنتج من أجل كل عدد طبيعي n ، كتابة العدد u_n في النظام العشري.

3. أ) هل العدد u_3 أولي ؟ ب) بين أن u_n لا يقبل القسمة على كل من 2 و 3 و 5.

4. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7.

ب) استنتج أن العدد $17\times9^{3n+1}-6\times3^{2n+2}-2019^{1440}$ يقبل القسمة على 7 .

جـ) عين قيم العدد الطبيعي n، التي يقبل من أجلها العدد u_n القسمة على 7.

5. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، u_n لا يقبل القسمة على 11.

التمرين الثالث:(04 نقط)

n عدد طبيعي . نعتبر العددين الطبيعيين a و b بحيث $a=2n+3$ و $b=n^2+3n+2$.

1. أ) اكتب العدد b على شكل جداء عاملين من الدرجة الأولى ثم بين أن a و b أوليين فيما بينهما.

ب) استنتج أن 13 و 42 أوليين فيما بينهما.

2. نعتبر المعادلة (E) التالية : $13x-42y=-31$ مع x و y عددين صحيحين.

أ) حل المعادلة (E) علما أن الثنائية $(59;19)$ حلا لها.

ب) عين الحل $(\alpha;\beta)$ للمعادلة (E) الذي يحقق: $117\alpha+5\beta=2019$.

3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9.

ب) ستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2019^{1962}+2018^{1954}$ على 9.

4. أ) احسب وبدلالة n المجموع : $S_n=1+2+4+...+2^n$

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون المجموع S_n قابلا القسمة على 9.

التمرين الرابع:(07.5 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $2cm$.

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x)=\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}$ وليكن (C_g)

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $g(x)+g(-x)=2$ ، ماهو تفسيرذلك هندسيا.

3) احسب $g(-\ln 3)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$.

4) بيّن أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين احداثييها.

5) بيّن أنه توجد قيمة وحيدة لـ α يكون من أجلها المستقيم ذو المعادلة $y=x+\alpha$ مماسا لـ (C_g)

6) أرسم المنحنى (C_g).

7) عين العدد ين الحقيقيين a وb بحيث يكون: $g(x)=a+\dfrac{be^{-x}}{e^{-x}+1}$

8) احسب مساحة الحيز المحدد بـ: (C_g) والمستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=-3$ و $x=0$

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x)=-x+4\ln(e^x+1)$.نسمي (C_f) تمثيلها البياني

1) أ) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-3x)=0$ ، وبيّن أن: $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x)=0$

جـ) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين ، محددا وضعية كل منهما بالنسبة للمنحنى (C_f)

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ارسم كل من المستقيمين المقاربين (C_f) في معلم جديد.

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة التالية ذات المجهول x:

$$4\ln(e^x+1)=x+m$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

1. حل المعادلة (E) التالية : $2x-25y=5$ مع x و y عددين صحيحين.

2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=13 \\ u_{n+1}=5u_n-2 \end{cases}$.

أ) احسب u_1، u_2، u_3 و u_4. ما تخمينك حول رقمي الآحاد والعشرات للعدد u_n.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+2}\equiv u_n[4]$.

استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k، $u_{2k}\equiv 1[4]$ و $u_{2k+1}\equiv 3[4]$.

3. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_n=5^{n+2}+1$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_n\equiv 26[100]$.

4. حدد حسب قيم العدد الطبيعي n، رقمي الآحاد والعشرات للعدد u_n.

5. عين $p\gcd(u_{n+1};u_n)$.

التمرين الثاني : (04نقط)

لاعب يبدأ لعبة فيديو ويقوم بإنجاز عدة أجزاء متتالية منها.

نقبل أن : • احتمال أن يربح أول جزء هو 0.1 .

• إذا ربح جزاءا فاحتمال أن يربح الجزء الذي يليه يساوي 0.8 .

• إذا خسر جزاءا فاحتمال أن يربح الجزء الذي يليه يساوي 0.6 .

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نسمي G_n الحادثة "اللاعب ربح الجزء ذي الرتبة n" و p_n احتمال الحادثة G_n. لدينا إذن: $p_1=0.1$.

1. بين أن $p_2=0.62$. (يمكن الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

2. اللاعب ربح الجزء الثاني ما احتمال أن يكون قد خسر الجزء الأول؟

3. احسب احتمال أن اللاعب يربح على الأقل جزء من الثلاثة أجزاء الأولى.

4. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $p_{n+1}=\frac{1}{5}p_n+\frac{3}{5}$.

5. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $p_n=\frac{3}{4}-\frac{13}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n$.

ب) عين نهاية المتتالية (p_n).

6. من أجل أي قيمة للعدد الطبيعي n يكون لدينا $\frac{3}{4}-p_n<10^{-7}$ ؟.

التمرين الثالث :(05 نقط)

في الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر المستقيمان (D_1) و (D_2)

المعرفان بتمثيلهما الوسطيان كما يلي: $(D_1):\begin{cases}x=m\\y=m-1\\z=1\end{cases}\;;m\in\mathbb{R}$ و $(D_2):\begin{cases}x=-t+1\\y=t\\z=-2t+4\end{cases}\;;t\in\mathbb{R}$.

1) أ) بين أن (D_1) و (D_2) متعامدان و ليسا من نفس المستوي .

ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(-1;1;1)$ هو شعاع عمودي على (D_1) و (D_2) .

2-أ)بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (P) الذي يحوي (D_1) و يعامد (D_2) هي $x-y+2z-3=0$

ب) بين أن المستقيم (D_2) يقطع المستوي (P) في نقطة B يطلب تعيين إحداثياتها

3)بين أن المستقيم (D) الذي يشمل B وشعاع توجيهه $\vec{n}$ يقطع المستقيم (D_1) في النقطة $A(1;0;1)$

4) ليكن (Q) المستوي الذي يحوي (D_1) و يكون عموديا على (P) و M نقطة متغيرة على (D_2)

أ) ادرسا لوضع النسبي بين المستوي (Q) و المستقيم (D_2)

ب) استنتج المسافة بين M و (Q).

التمرين الرابع: (07 نقط)

I- علما أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ بين أن $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}x\ln x=0$.

II- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=2x-1-\ln x$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

2) احسب مشتق الدالة g ثم استنتج اتجاه تغيراتها.

3) شكل جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

4) بين أن المعادلة $g(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.1;0.3[$.

III- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=x^2\left(1-\frac{\ln x}{x}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و أن $f'(x)=g(x)$

3)استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها وأن النقطة التي فاصلتها $\frac{1}{2}$ نقطة انعطاف لـ (C_f)

4)عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (Δ).

5) لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x. عين نهاية معامل توجيه المستقيم (OM) لما x يؤول إلى 0 عن اليمين. ماذا تستنتج ؟

6) ارسم (Δ) و (C_f).

7) أ) بين أن معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها α هي $y=x-\alpha^2+\alpha$

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $x^2-x(1+\ln x)-m=0$.