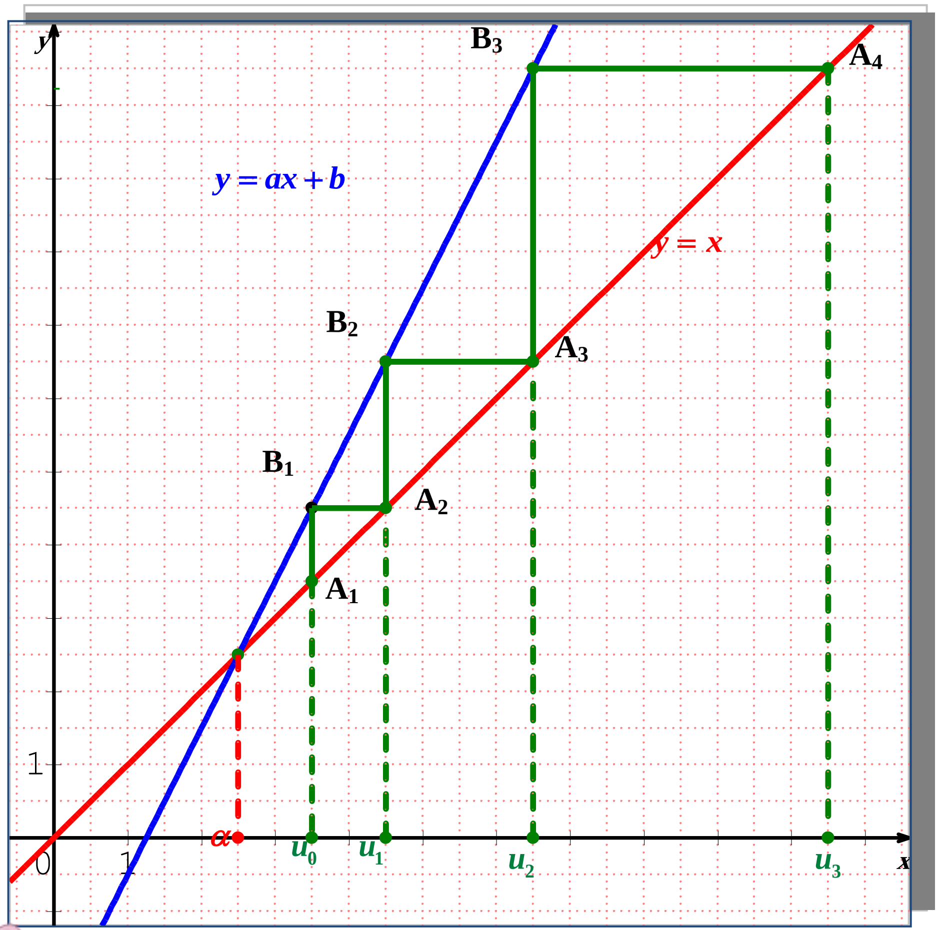
مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين المتتاليات
في البكالوريا بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



BAC2020

إعداد الأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

Facebook العربى الجزائرى

مجلة الرائد في الرياضيات

تمارين المتتاليات في البكالوريا
بين يديك

الشعب

علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

بكالوريات النظام الجديد

العلوم التجريبية+تقني رياضي +رياضيات

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الثاني

بكالوريات النظام القديم

علوم الطبيعة والحياة+علوم دقيقة

الجزء الثالث

بكالوريات اجنبية

الجزء الرابع

تمارين مقترحـــــــــــــة

BAC2020

إعدادالأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

الجزء الأول: تدريبات متنوعة

التمريـــــن01

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول $u_0=4$ ومن اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\sqrt{u_n+20}$

1-برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 0$ فإن: $4\leq u_n<5$

2-بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

3-استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها.

التمريـــــن02

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول $u_0=-1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n: $2u_{n+1}=u_n+3$

1-برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي فإن: $u_n<3$

2-ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3-استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة: ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

4-بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=3-2^{-n+2}$

التمريـــــن03

نعتبر المتتالية (u_n) العددية المعرّفة بـ: $u_0=1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=u_n+2n+3$

1)ادرس رتابة المتتالية (u_n)

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\geq n^2$ ، ثم جد نهاية المتتالية (u_n)

3) أعط تخمينا لعبارة الحد العام u_n بدلالة n ، ثم برهن صحة تخمينك.

التمريـــــن04

نعتبر المتتالية (u_n) العددية المعرّفة بـ: $u_0=\frac{4}{3}$ و من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\frac{(n+1)}{(n+3)}u_n$

1) احسب كلا من u_1 ، u_2 و u_3 ، ثم برهن بالتراجع أنه أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_n=\frac{8}{(n+2)(n+3)}$

1) عيّن العددين الحقيقين a و b بحيث: $u_n=\frac{a}{n+2}+\frac{b}{n+3}$.

2) استنتج المجموع $S_n=u_0+u_1+...+u_n$ بدلالة n، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} S_n$

التمريـــــن05

نعتبر المتتالية (u_n) العددية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $2u_{n+1}=(u_n^2-2u_n+4)$ و $u_1=1$

1)احسب كلا من u_2 و u_3 ، ثم بيّن أن المتتالية (u_n) رتيبة .

2)بيّن أن : $u_{n+1}=\frac{1}{2}(u_n-1)^2+\frac{3}{2}$ ، ثم برهن أن المتتالية (u_n) محدودة من الأعلى بالعدد2.

3)استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة واحسب نهايتها.

التمريـــــــن06

I) (u_n) متتالية حسابية متناقصة حدّها الأول u_0 وأساسها r

حيث: $u_1^2+u_2^2+u_3^2=210$ و $u_1+u_2+u_3=24$

1) أحسب الحد u_2 ثم الأساس r والحدّ الأول u_0 .

2) عين الحد العام u_n بدلالة n ، ثم احسب المجموع $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$ بدلالة n

II) نعتبر المتتالية (v_n) والمعرفة كمايلي : $v_n=e^{-3n+14}$

1)برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين عناصرها المميزة.

2)احسب المجموع $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و الجداء $P_n=v_0.v_1.....v_n$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}S_n$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}P_n$

التمريـــــــن07

(u_n)متتالية حسابية حيث $u_0=5$ وأساسها4

1)احسب u_nبدلالة n ثم احسب المجموع $S_n=u_0+u_1+....+u_n$بدلالة n

2)إذاكان مجموع عشرة حدود متعاقبة من هذه المتتالية هو2020فما هو الحد الأول من هذه الحدود

التمريـــــــن08

(v_n) متتالية معرفة بحدها الأول:$v_0=2$ و من أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $v_{n+1}=\frac{5v_n-1}{v_n+3}$.نضع: $u_n=\frac{1}{v_n-1}$

أ) احسب كلا من v_1 و v_2 و u_0 ، u_1 و u_2

ب)برهن أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها

جـ) احسب u_n بدلالة n ، ثم استنتج v_n بدلالة n .

د) عين بدلالة n المجموع: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$ ثم استنتج المجموع $T_n=v_0.u_0+v_1.u_1+...+v_n.u_n$

التمريـــــــن09

a، b و c أعداد حقيقية غير معدومة .

1) بين أنه إذا كانت a ، b و c بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة لمتتالية هندسية فإن :

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)(a-b+c)$.

2) جد ثلاث حدود متتابعة لمتتالية هندسية علما أنّ مجموعها هو 78 ومجموع مربعاتها هو 3276 .

التمريـــــن10

z ، y، x أعداد حقيقيّة موجبة تماما، تشكّل بهذا الترتيب حدودا متتابعة من متتالية هندسية.

1)برهن أنّ الأعداد: $\ln z$، $\ln y$، $\ln x$ هي حدود متتابعة من متتالية حسابية.

2)عيّن هذه الأعداد بحيث: $\ln(x\times y\times z)=21$ و $\ln x\times\ln y\times\ln z=-105$

التمريـــــن11

أ) حلل العدد 1995 إلى جداء عوامل أولية

ب) عين الأعداد الحقيقية x ، y و z المتمايزة مثنى مثنى والتي تحقق:

x،y وz حدود متتابعة بهذا الترتيب لمتالية حسابية وz، x، yحدود متتابعة بهذاالترتيب لمتالية هندسية و $x+y+z$ عدد طبيعي أولي قاسم للعدد 1995.

التمريـــــن12

(u_n)المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول$u_0=3$ومن اجل كل عدد طبيعيn

: $u_{n+1}=\frac{(2a+1)}{3}u_n-\frac{(2a-4)}{3}$ حيث a وسيط حقيقي .

1)عيّن قيمة a والتي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2)نفرض أن: $a\neq\frac{5}{2}$. عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) حسابية

- أكتب u_n بدلالة n ، ثم احسب مجموع n الحد الأولى لهذه المتتالية.

3) عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) هندسية .

- احسب u_{50}، ثم احسب مجموع 50 حدا الاولى لهذه المتتالية.

4) نفرض أن: $a=4$. -برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=3^n+2$

- بيّن أن : $u_0+u_1+....+u_n=\frac{1}{2}\left(3^{n+1}+4n+3\right)$

التمريـــــن13

(u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}^*$ حدودها موجبة حيث : $u_1=1$ و $u_5+u_3=20$

1) جد الأساس q ثم حدد اتجاه تغيرها وتقاربها .

2) احسب المجاميع: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$ و $S'_n=u^2_1+u^2_2+...+u^2_n$ و $T_n=\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+...+\frac{1}{u_n}$

3)من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ نضع: $P_n=u_1\times u_2\times...\times u_{n+1}$

بيّن أن : $P_n=\left[u_1\times q^{\frac{n}{2}}\right]^{n+1}$، ثم استنتج عبارة P_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}P_n$

التمريـــــن14

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث : $\ln u_3 - \ln u_2 = 1$ و $\ln u_3 + 2\ln\sqrt{u_6} = 11$

1)عيّن الا ساس q والحد الاول u_0 للمتتالية (u_n).

2)اكتب u_n بدلالة n، ثم ادرس اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n).

3) أحسب المجموع $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$ بدلالة n

4) (v_n) متتالية عدد ية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3\ln u_{n+1} - \ln u_n$.

أ) أثبت أن المتتالية (v_n)حسابية يطلب تعين أساسها وحدّها الأول

ب) احسب المجموع $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_{n-1}$ بدلالة n

التمريـــــن15

1)عيّن الأعداد الحقيقية a، b، c التي تشكل بهذا الترتيب متتالية

هندسية متزايدة حيث : $\begin{cases} a \times b \times c = 216 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 133 \end{cases}$

2)نعتبر المتتاليتين (u_n) وَ (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ:: $\begin{cases} u_0 = 12 \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{3}u_n + 1 \end{cases}$ وَ $v_n = u_n + \alpha$ ، $(\alpha \in \mathbb{R})$

أ) عيّن قيمة α حتّى تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها وَ حدّها الأوّل .

ب)إستنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ يكون: $u_n = 9 \times (\dfrac{2}{3})^n + 3$. جد ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟

3) ماهي طبيعة المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $w_n = \ln(v_n)$ ؟ .

4) أحسب الجداء P_n حيث : $P_n = (u_0 - 3) \times (u_1 - 3) \times .... \times (u_n - 3)$.

الجزء الثاني: بكالوريات جزائرية

شعبة العلوم التجريبية

التمرين16: دورة 2019 الموضوع (1)

(u_n)المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول $u_0=13$ ومن اجل كل عدد طبيعي: $u_{n+1}=\frac{1}{5}u_n+\frac{4}{5}$

1-أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>1$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج انها متقاربة

2) اثبت أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدّها الاول

3) اكتب v_n بدلالة n، ثم بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=1+\frac{12}{5^n}$ واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

4) بيّن انه : من أجل كل عدد طبيعي n: $(u_0-1)(u_1-1)\times.......\times(u_n-1)=\left(\frac{12}{5^{\frac{n}{2}}}\right)^{n+1}$

التمرين17: دورة 2019 الموضوع (2)

f الدالة المعرفة على المجال $]4;7[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x+2}+4$

1-أ) بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]4;7[$.

ب) أستنتج أنه: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]4;7[$ فإن: $f(x)\in]4;7[$

2) برهن انه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]4;7[$: $f(x)=\frac{-x^2+9x-14}{x-4+\sqrt{x+2}}$

ثم أستنتج أنه: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]4;7[$ فإن: $f(x)-x>0$

3) (u_n)المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول $u_0=4$ ومن اجل كل عدد طبيعي: $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4\le u_n<7$

ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)، ثم بيّن أنها متقاربة.

4-أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $7-u_{n+1}<\frac{1}{4}(7-u_n)$

ب) استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n: $0<7-u_n\le3\left(\frac{1}{4}\right)^n$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n)

التمرين18: دورة 2018 الموضوع (1)

(u_n)المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول: $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=1-\frac{9}{u_n+5}$.

1- أ) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n>-2$.

ب) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ واستنتج انها متقاربة .

2- نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \frac{1}{u_n+2}$

اثبت أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{3}$ يطلب تعين حدّها الأول

3) عبر بدلالة n عن v_n و u_n و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$

4) بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_0.v_0+u_1.v_1+.....+u_n.v_n=\frac{1}{3}(1-n^2)$

التمرين19 دورة 2018 الموضوع (2)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الاول $u_0=0$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=u_n+\ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)$

1) احسب u_1 ، u_2 و u_3.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\frac{2n+3}{2n+1}>1$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3) (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n=2n+1$

أ) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n: $e^{u_n}=v_n$.

ب) استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بدلالة n، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

4) احسب المجموعين: $S_n=\ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right)+\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)+........+\ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right)$ و $T=e^{u_{1439}}+e^{u_{1440}}+...+e^{u_{2018}}$

التمرين20: دورة 2017 الموضوع (1)

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على مجموعة الاعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كمايلي:

$u_0=\frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=3-\frac{10}{u_n+4}$ و $v_n=\frac{u_n+2}{1-u_n}$

1-أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $0 \prec u_n \prec 1$.

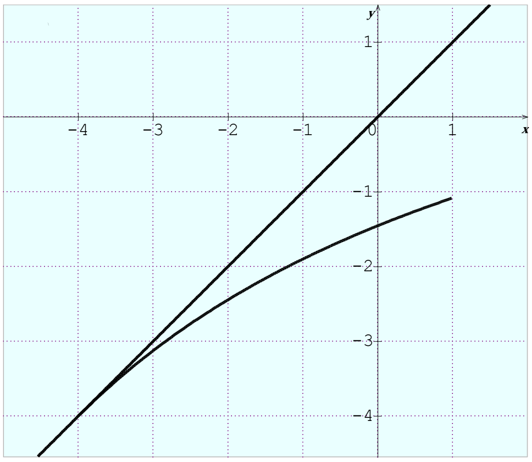
ب-بين ان المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

2-أ- بين ان المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{2}$.

-عبر عن حدها العام v_n بدلالة n.

ب-أثبت انه من أجل كل عدد طبيعي n:

$u_n=1-\frac{3}{v_n+1}$، ثم أستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.



التمرين21: دورة 2017 الموضوع (2)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. f الدالة المعرفة على $[-4;1]$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x-16}{x+11}$

و (C_f) لمنحنى الممثل لها، (Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y=x$

I- تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على $[-4;1]$ ثم بيّن أنه من أجل كل $x\in[-4;1]$ فإن $f(x)\in[-4;1]$

II- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) انقل الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل u_0 ، u_1، u_2 و u_3 (**لا** يطلب حساب الحدود)
ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n: $-4<u_n\le 0$ ثم بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما

3- لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي : $v_n\times u_n=1-4v_n$

أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{7}$، ثم أحسب المجموع S حيث:

$$S=v_0\times u_0+v_1\times u_1+......+v_{2016}\times u_{2016}$$

التمرين22: دورة 2017 الموضوع (1) الاستدراكي

نعتبر المتتاليتان (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases}u_0=1\\ u_{n+1}=\dfrac{3}{4}u_n+1\end{cases}$ و $\begin{cases}v_0=6\\ v_{n+1}=\dfrac{3}{4}v_n+1\end{cases}$

1- احسب الحدين u_1 و v_1 .

2- أ) اكتب $u_{n+2}-u_{n+1}$ بدلالة $u_{n+1}-u_n$.

ب) باستعمال البرهان بالتراجع برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما والمتتالية (v_n) متناقصة تماما.

3- نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $w_n=u_n-v_n$.

برهن أن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الاول w_0 ثم عبر عن w_n بدلالة n.

4- بيّن أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.

التمرين23: دورة 2017 الموضوع (2) الاستدراكي

f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x+1}{x+3}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ والمستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=x$

α عدد حقيقي موجب، (u_n)المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول: u_0 حيث $u_0=\alpha$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$.

I-عيّن قيمة العددالحقيقي α حتى تكون (u_n)ثابتة

II-نضع في كل مايلي: $\alpha=5$.

1-أ)انقل الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل u_0، u_1، u_2 و u_3(دون حساب الحدود)

ب)ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها

2-نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$: بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$

أ-برهن أن المتتالية (v_n)هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$، يطلب تعيين حدّها الأول

ب-عبر بدلالة n عن v_n و u_n ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

3-أحسب بدلالة n المجموع $S_n=v_n+v_{n+1}+.....v_{n+2016}$ ثم استنتج بدلالة n المجموع $S_n^{'}$

حيث : $S_n^{'}=\dfrac{1}{u_n+1}+\dfrac{1}{u_{n+1}+1}+.....+\dfrac{1}{u_{n+2016}+1}$

التمرين24: دورة 2016الموضوع (1)

I) f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{2x+8}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ،

ب-ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2)عيّن احداثيي نقطة تقاطع المنحنى (C) والمستقيم (Δ) الذي $y=x$ معادلة له.

3) ارسم (C) و (Δ).

II) (u_n)المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$.

1)مثل في المعلم السابق على محور الفواصل u_0 ، u_1، u_2 (دون حسابها).موضحا خطوط الإنشاء

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

3-أ)برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\prec 4$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

جـ)بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $4-u_{n+1}\le\dfrac{1}{2}(4-u_n)$.

ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $4-u_n\le\dfrac{1}{2^n}(4-u_0)$، استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

التمرين25: دورة 2016 الموضوع (2)

I) f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{5x}{x+2}$

1) أ- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ب-ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$: $f(x)\geq 0$

II) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـحدّها الاول $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\dfrac{5u_n}{u_n+2}$

1-أ) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\leq u_n\leq 3$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، ثم استنتج انها متقاربة

2-(v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $v_n=1-\dfrac{3}{u}$

أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{5}$ يطلب تعين حدّها الأول v_0.

ب) اكتب بدلالة n عبارة v_n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

جـ) احسب نهاية المتتالية (u_n).

3) أكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+...+\dfrac{1}{u_n}$

التمرين26: دورة 2016 الاستدراكية الموضوع (1)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I=[0;4]$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{13x}{9x+13}$

1-أ) بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I: $f(x)$ ينتمي للمجال I.

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـحدّها الاول $u_0=4$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n

أ) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n\leq 4$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، ثم استنتج انها متقاربة.

3-بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\neq 0$.

4-لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $v_n=2+\dfrac{13}{u_n}$

أ)برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول v_0.

ب)اكتب v_n بدلالة n.

جـ)أستنتج أن : $u_n=\dfrac{52}{36n+13}$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

التمرين27: دورة 2016 الموضوع (2) الاستدراكي

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الاول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_{n+1}=\frac{2u_n+2}{u_n+3}$

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة ومن أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=\frac{u_n-1}{u_n+2}$.

1- بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q يطلب تعين حدّها الأول v_0.

2-أ) عبّر بدلالة n عن عبارة v_n.

ب) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

جـ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

3-أ) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$

ب) تحقق أن: $\frac{1}{3}(1-v_n)=\frac{1}{u_n+2}$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n

جـ) أستنتج بدلالة n المجموع: $S'_n=\frac{1}{u_0+2}+\frac{1}{u_1+2}+...+\frac{1}{u_n+2}$.

التمرين28: دورة 2015 الموضوع (1)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=e^2-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=(1+u_n)e^{-2}-1$

1) احسب u_1 ، u_2 و u_3.

2) اثبت انه من أجل كل عدد طبيعي n : $(1+u_n)\succ 0$.

3) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة . هل هي متقاربة ؟ علّل.

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=3(1+u_n)$.

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها و حدّها الأول.

ب) اكتب v_n و u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

جـ) بيّن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $\ln v_0+\ln v_1+.....+\ln v_n=(n+1)(-n+2+\ln 3)$

التمرين29: دورة 2015 الموضوع (2)

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I) f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{4x+1}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) عيّن اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

2) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) ذي المعادلة y=x.

3) مثّل (C_f) و (D) على المجال $[0;6]$.

II) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كمايلي: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases}$

1-أ)أنشئ على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1، u_2 و u_3، v_0 ، v_1، v_2 و v_3 دون حسابها.

ب)خمن اتجاه تغير وتقارب كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n).

2-أ)اثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2 \le u_n \prec \alpha$ و $\alpha \prec v_n \le 5$ حيث : $\alpha = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$.

ب)استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتن (u_n) و (v_n).

3-أ)اثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} - u_{n+1} \le \frac{1}{3}(v_n - u_n)$

ب)بيّن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 \prec (v_n - u_n) \le \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

جـ)استنتج أن: $\lim_{x \to +\infty}(v_n - u_n)$ ، ثمّ حدّد نهاية كل من (u_n) و (v_n).

التمرين30: دورة 2014الموضوع (1)

لتكن (u_n)المتتالية العددية المعرفة كمايلي: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{4}{3}$.

و(v_n)المتتالية العددية المعرفة كمايلي: و من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n + 4$.

1)بيّن أنّ(v_n)متتالية هندسية يطلب تعين أساسها و حدّها الأول.

2)اكتب كلا من v_n و u_nبدلالة n .

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$.

4)احسب المجموع S_nحيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$.

5) لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $w_n = 5\left(\frac{1}{v_n + 5} - 1\right)$.

أ-بيّن أن المتتالية (w_n)متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

ب-أحسب $\lim_{x \to +\infty}(u_n - w_n)$.

التمرين31: دورة 2014الموضوع (2)

I)نعتبر المتتالية العددية (u_n)معرّفة على$\mathbb{N}$بحدها العام: $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$ وe أساس اللوغاريتم النيبري

1)بيّن أنّ(u_n)متتالية هندسية يطلب تعين أساسها و حدّها الأول.

2)أحسب $\lim_{x \to +\infty} u_n$.

3) احسب بدلالة nالمجموع S_nحيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$.

II) نضع ، من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=\ln(u_n)$ حيث ln يرمز إلى اللوغاريتم النيبري

1)عبّر عن v_n بدلالة n ، ثم أستنتج نوع المتتالية (v_n).

2-أ)احسب بدلالة n العدد P_n حيث: $P_n=\ln(u_0\times u_1\times u_2\times .....\times u_n)$.

ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث: $P_n+4n\succ 0$.

التمرين32: دورة 2013الموضوع (1)

I)المتتالية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{5^{n+1}}{6^n}$.

1)بيّن أنّ(v_n)متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول . 2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n$.

II) المتتالية(u_n)معرفة بـ: $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\sqrt{5u_n+6}$.

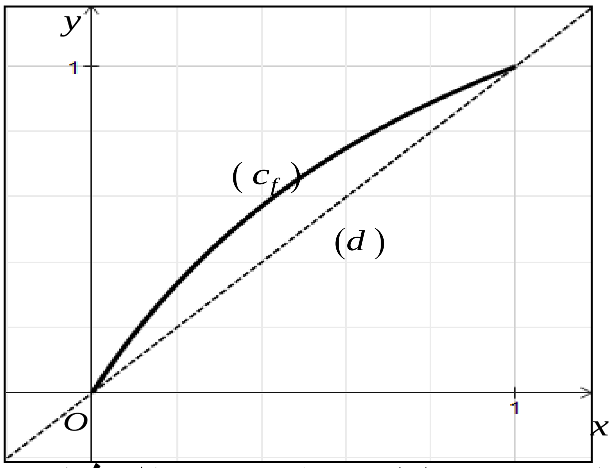
1)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n\le 6$

2)ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

3) أ)برهن أنه ،من أجل كل عدد طبيعي n، $6-u_{n+1}\le\dfrac{5}{6}(6-u_n)$

ب)بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le(6-u_n)\le v_n$ استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$

التمرين33: دورة 2013الموضوع (2)



في الشكل المقابل(C_f)هو التمثيل البياني للدالة f

المعرّفة على المجال $[0;1]$بالعلاقة $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$.

و(d)المستقيم ذو المعادلة $y=x$

1) (u_n)المتتالية العددية المعرّفة بحدّها الأول $u_0=\dfrac{1}{2}$

و من أجل كل عدد طبيعي$u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) اعد رسم هذا الشكل في ورقة الاجابة .

ثم مثل الحدود u_0 ،u_1 ،u_2 وu_3على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية(u_n) وتقاربها.

2) أ) أثبت أن الدالة fمتزايدة تماما على المجال$[0;1]$.

ب)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le u_n\le 1$.

جـ)ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$

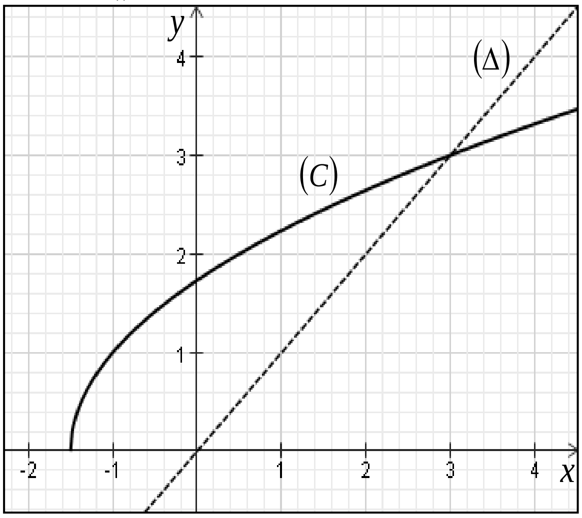
أ)برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدّها الأول v_0.

ب) أحسب نهاية (u_n).

التمرين 34: دورة 2012 الموضوع (1)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$

1)لتكن h الدالة المعرفة على $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right[$ كما يلي: $h(x) = \sqrt{2x+3}$ و (C) تمثيلها البياني



و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب معلم متعامد ومتجانس (انظر الشكل المقابل)

أ)أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل u_0، u_1، u_2 و u_3 (دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2)برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $0 \prec u_n \prec 3$

3)أ)ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب)-استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين 35: دورة 2012 الموضوع (2)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدّها الأول $u_0 = \frac{13}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = 3 + \sqrt{u_n - 3}$.

1)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $3 \prec u_n \prec 4$

2)بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 7u_n - 12}{\sqrt{u_n - 3} + u_n - 3}$، استنتج أن (u_n) متزايدة تماما

3)برّر لماذا (u_n) متقاربة.

4) (v_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln(u_n - 3)$

أ)برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$، احسب حدّها الأول

ب) اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

جـ)نضع ومن أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3)(u_2 - 3)\times.....\times(u_n - 3)$

اكتب P_n بدلالة n، ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} P_n = \frac{1}{16}$.

التمرين36: دورة 2011الموضوع (1)

(u_n)المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$بـ: $u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=3u_n+1$

(v_n) متتالية معرّفة من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+\frac{1}{2}$

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية اقترحت ثلاث إجابات توجدإجابة واحدة منها فقط صحيحة، حددّها مع التعليل.

1.المتتالية (v_n): أ-حسابية ، ب-هندسية ، جـ -لاحسابية ولاهندسية

2.نهاية المتتالية (u_n) هي: أ- $+\infty$ ، ب- $-\frac{1}{2}$ ، جـ- $-\infty$

3.نضع من من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=-\frac{1}{2}\left[1+e^{\ln 3}+e^{2\ln 3}+e^{3\ln 3}+....+e^{n\ln 3}\right]$

أ- $S_n=\frac{3^{n+1}-1}{2}$ ، ب- $S_n=\frac{1-3^n}{4}$ ، جـ- $S_n=\frac{1-3^{n+1}}{4}$

التمرين37: دورة 2011الموضوع (2)

αعدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1.

(u_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$بـ: $u_0=6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\alpha u_n+1$

(v_n)متتالية معرّفة من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+\frac{1}{\alpha-1}$

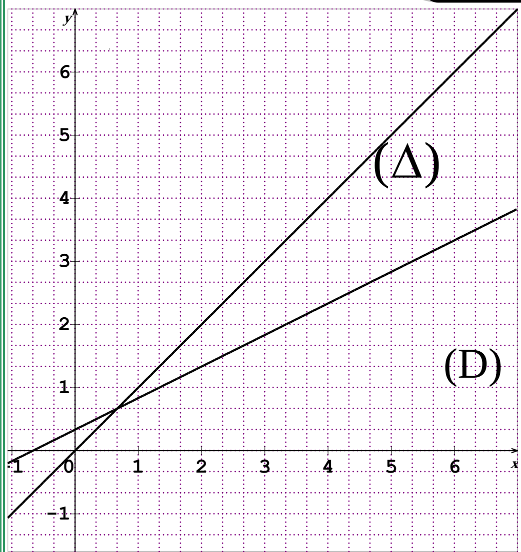
1.أ-بيّن أن (v_n)متتالية هندسية أساسها α.

ب-أكتب بدلالة n و αعبارة v_n واستنتج بدلالة n و α عبارة u_n

جـ-عيّن قيّم العدد الحقيقي α التي تكون من أجلها (u_n)متقاربة

2.نضع: $\alpha=\frac{3}{2}$. أحسب بدلالة n المجموعين : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+...+u_n$

التمرين38: دورة 2010الموضوع (2)



في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلنا المستقيمين $(\Delta):y=x$ و $(D):y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}$

1) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$u_0=6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+\frac{1}{3}$

أ) أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية u_0، u_1، u_2 ، u_3 و u_4 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

ب) عين إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و(D) .

جـ) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2)أ-باستعمال البرهان بالتراجع ، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \succ \frac{2}{3}$.

ب-استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ-بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول

ب-اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n واستنتج u_n بدلالة n

جـ-احسب المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n$

واستنتج المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

التمرين 39: دورة 2009 الموضوع (1)

(u_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_{n+2} = \frac{4}{3}u_{n+1} - \frac{1}{3}u_n$ و $u_1 = 2$ و $u_0 = 1$

المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_{n+1} - u_n$.

1)أحسب v_0 و v_1. 2)برهن ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها.

3 أ)احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$

ب)برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = \frac{3}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right) + 1$.

جـ) بيّن أن (u_n) متقاربة.

التمرين 40: دورة 2009 الموضوع (2)

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدّها الأول u_1 وأساسها q حيث: $\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 32 \\ u_1.u_2.u_3 = 216 \end{cases}$

1.أ)احسب u_2 و الأساس q لهذه المتتالية واستنتج الحد الأول

ب) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

جـ) أحسب المجموع $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$ بدلالة n .

ثم عيّن العدد الطبيعي n بحيث يكون: $S_n = 728$.

2.(v_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_1 = 2$ و $v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n + u_n$.

أ) أحسب v_2 و v_3.

ب)نضع من أجل كل عدد طبيعي $n \in \mathbb{N}^*$: $w_n = \frac{v_n}{u_n} - \frac{2}{3}$. بين أن ان (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

جـ) أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n.

التمرين41: دورة 2008الموضوع (1)

1) نعتبر الدالة f المعرفة على $I=[1,2]$ بـ: $f(x)=\frac{x+2}{-x+4}$.

أ- بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على I.

ب-بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من I، $f(x)$ ينتمي إلى I

2)(u_n)متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=\frac{3}{2}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: u_n ينتمي إلى I.

ب-أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)، ثم استنتج أنها متقاربة.

3)أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_n=1+\frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n+1}$.

ب-عين النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

التمرين42: دورة 2008الموضوع (2)

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$المتتالية المعرفة بـ: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+2$ و $u_0=\frac{5}{2}$

1-أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ والمنحنى (d) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{2}{3}x+2$.

ب-باستعمال الرسم السابق ،مثل على محور الفواصل دون حساب الحدود u_0 ، u_1، u_2 ، u_3 و u_4

جـ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)وتقاربها.

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_n\le 6$.

ب-تحقق أن (u_n)متزايدة ، هل (u_n)متقاربة ؟ برر اجابتك.

3)نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n-6$

-اثبت أن(v_n)هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول

ب- أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

شعبة تقني رياضي

التمرين43: دورة 2019 الموضوع1

(u_n) و (v_n) المتتاليتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ كمايلي: $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 7u_n - 18n + 9 \end{cases}$ و $v_n = u_n - 3n + 1$

1) اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها و حدّها الأول.

2) اكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n

3) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

4-أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة العدد 7^n على 9

ب) ما هو باقي القسمة الاقليدية على 9 للعدد : $1954^{1962} + 1962^{1954} + 1440^{2019}$؟.

ج) اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$

التمرين44: دورة 2018 الموضوع1

f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x}{ex+1}$ (e أساس اللوغاريتم النيبري)

و(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول : $u_0 = \frac{5}{4e}$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = f(u_n)$.

1- أ) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > \frac{1}{e}$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{e.u_n(\frac{1}{e} - u_n)}{e.u_n + 1}$

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) وبرّر انها متقاربة.

2- نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \frac{e.u_n}{e.u_n - 1}$

بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 يطلب تعين حدّها الأول v_0 عبارة v_n بدلالة n.

3-أ) تحقق أنه من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}$: $v_n = 1 + \frac{1}{e.u_n - 1}$ واستنتج عبارة u_n ثم أحسب $\lim_{x \to +\infty} u_n$

ب) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.

4- أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الأقليدية للعدد 2^n على 7.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون S_n قابلا للقسمة على 7.

التمرين45: دورة 2018 الموضوع2

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها العام $u_n = 2(3)^n$ و (v_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الاول $v_0 = 4$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = 5v_n + u_n$

1) نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $w_n = \frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2}$.

أثبت أن (w_n) متتالية عددية هندسية أساسها $\frac{5}{3}$، يطلب تعين حدّها الأول.

2) أكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n، ثم أستنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n = 5^{n+1} - 3^n$

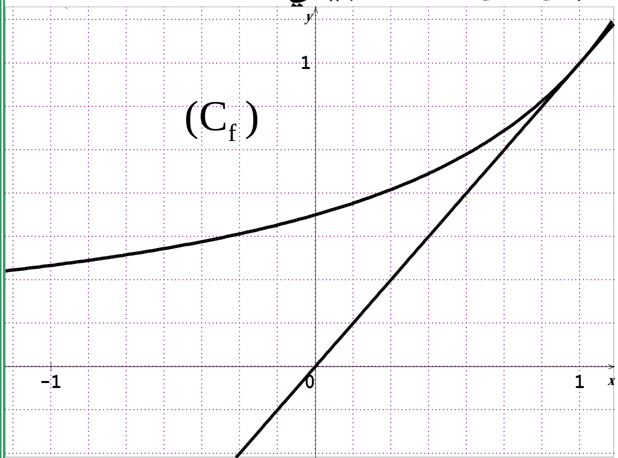
3) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الأقليدية للعددين 3^n و 5^n على 8

4) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بوقي القسمة الاقليدية للعدد v_n على 8.

التمرين46: دورة 2017الموضوع (1)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty;1]$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2-x}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ و اليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة: $y = x$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول : $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = f(u_n)$.



1- أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل u_0 ، u_1، u_2 و u_3 مبرزا خطوط التمثيل

ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2-برهن بالتراجع انه من أجل كل $\mathbb{N}$ n من: $u_n \prec 1$.

3-أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم أستنتج أنها متقاربة.

4- نعتبرالمتتالية العددية (v_n) المعرفة كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{2}{1-u_n}$

أ-أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2،ثم عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n.

ب- استنتج عبارة الحد العام u_n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين47: دورة 2017الموضوع (2) الاستدراكي

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_1 = \frac{1}{\alpha}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_{n+1} = \frac{n+1}{\alpha n} u_n$

حيث α عدد حقيقي أكبر أو يساوي 2.

1-أ) بيّن أن: ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n \succ 0$

ب) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

2-نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كمايلي: من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $v_n=\frac{1}{\alpha n}u_n$

أ)بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{\alpha}$ وعيّن حدّها الأول v_1 بدلالة α.

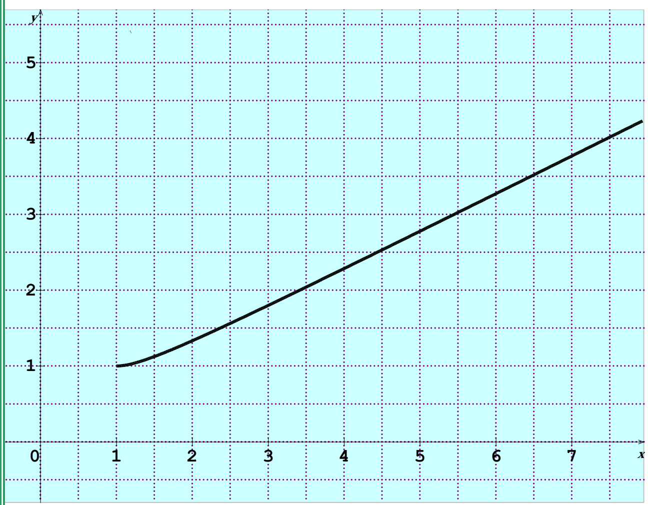
ب) جد بدلالة n و α عبارة الحد العام v_n ثم استنتج عبارة u_n و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

3-احسب بدلالة n و α المجموع S_n حيث $S_n=u_1+\frac{1}{2}u_2+\frac{1}{3}u_3+.....+\frac{1}{n}u_n$

عيّن قيمة α حيث : $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\frac{1}{2016}$.

التمرين48: دورة 2016الموضوع (2)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2}{2x-1}$. (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الشكل المقابل).



1)بيّن أن الدالة f متزايدة على المجال $[1;+\infty[$.

2)لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ:
$u_0=6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ- أنقل المنحنى المقابل ثم مثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل (دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء.

ب-أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

جـ-برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le 6$.

د-أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).   هـ-برّر تقارب المتتالية (u_n).

3-نعتبر المتتاليتين (v_n) و (w_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{u_n-1}{u_n}$ و $w_n=\ln(v_n)$.

أ- برهن أن (w_n) متتالية هندسية أساسها 2،يطلب تعيين حدّها الأول.

ب-أكتب w_n بدلالة n، ثم v_n بدلالة n.

جـ-بيّن أن $u_n=\frac{1}{1-\left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4-أحسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n=\frac{1}{w_0}+\frac{1}{w_1}+.....+\frac{1}{w_n}$.

التمرين49:دورة 2015الموضوع (2)

نعتبر المتتالية (u_n)المعرّفة بحدها الأول : $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعيn: $u_{n+1}=\sqrt{6u_n+16}$

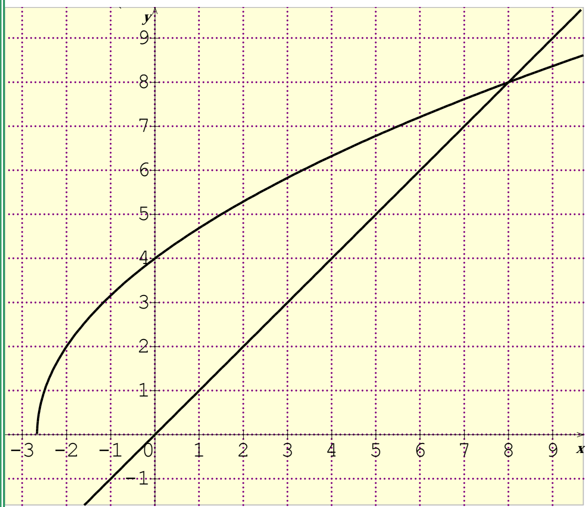
1) h الدالة المعرفة على $\left[-\frac{8}{3};+\infty\right[$ بما يلي: $h(x)=\sqrt{6x+16}$ و(C) تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب معلم متعامد ومتجانس و(Δ) المستقيم ذوالمعادلة $y=x$(أنظر الشكل)

أ)أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل u_0 ، u_1، u_2 و u_3

(دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء)

ب)ضع تخمينا حول اتجاه تغيير (u_n) وتقاربها.



2)أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $0\le u_n \prec 8$.

ب)بين أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(8-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{6u_n+16}+u_n}$

جـ)استنتج اتجاه تغير (u_n).

3)أ)بيّن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $0\prec 8-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(8-u_n)$

ب)بيّن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $0\prec 8-u_n\le 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$

ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين50:دورة 2014الموضوع (1)

n و p عددان طبيعيان.

1)أدرس،حسب قيم n،بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n

2)نضع: $C_n=16n+9$ و $D_p=5^p$.

أ) بين أن إذا كان $p=4k+2$ حيث k عدد طبيعي فإنه يوجد عدد طبيعي n يحقق: $C_n=D_p$.

ب)عيّن n من أجل $p=6$.

3) f هي دالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=5^{(4x+2)}-9$.

ادرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة f(x).

4) (u_n)المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_0=1$ و من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=5^4(u_n+\frac{9}{16})-\frac{9}{16}$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $u_n=\dfrac{5^{(4n+2)}-9}{16}$.

ب) برهن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$:،فإن u_n عدد طبيعي. 5)استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

التمرين 51: دورة 2014 الموضوع (2)

I) f هي الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\ln(x-1)$

1- حدد حسب قيم x، إشارة $f(x)-x$.

2-أ-عيّن اتجاه تغير f. ب-بيّن أنه إذا كان $x\in[2;e+1]$ فإن: $f(x)\in[2;e+1]$.

II) (u_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=e+1$ و من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=u_n-\ln(u_n-1)$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n\in[2;e+1]$.

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) برر تقارب المتتالية (u_n)، ثم أحسب نهايتها.

التمرين 52: دورة 2013 الموضوع (1)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=e^2$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n=\sqrt{\frac{u_{n-1}}{e}}$.

(v_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $v_n=\frac{1}{2}\ln u_n+\frac{1}{2}$

1) بين أن (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$، ثم احسب وحدّها الأول

2) اكتب v_n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} S_n$

4) جد بدلالة n الجداء $P_n=u_0\times u_1\times..\times u_n$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} P_n$.

التمرين 53: دورة 2011 الموضوع (1)

(u_n) متتالية معرّفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n=\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}$

1- أثبت أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $u_n=1+\frac{1}{n(n+2)}$ استنتج أن $u_n\succ1$

2- أدرس اتجاه تغير (u_n)، بين أنها متقاربة، وأحسب نهايتها

3- ليكن الجداء $P_n=u_1\times u_2\times u_3\times...\times u_n$. أثبت بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $P_n=\frac{2n+2}{n+2}$

4- (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n=\ln(u_n)$

عبّر بدلالة P_n عن S_n حيث: $S_n=v_1+v_2+v_3+...+v_n$، ثم احسب نهاية S_n لما n ينتهي إلى $+\infty$.

التمرين 54: دورة 2008 الموضوع (1)

I- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-2،+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+5}{x+2}$

و (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الاطوال 2cm.

أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

ب) ادرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ)بين أن المستقيم (D): $y=x-2$ مقارب مائل لـ (C_f). ثم رسم المنحنى (C_f) والمستقيم (D).

د) بين أن صورة المجال $\left[1;\frac{5}{2}\right]$ محتواة في المجال $\left[1;\frac{5}{2}\right]$

II-نعتبر المتتالية العددية (U_n) والمعرفة بـ: $U_0=1$ و $U_{n+1}=f(U_n)$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n

أ) باستخدام (C_f) والمستقيم ذي المعادلة: $y=x$ مثل U_0 ، U_1،U_2 (دون حسابها) على محور الفواصل

ب) خمن اتجاه وتقارب المتتالية (U_n).

جـ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq U_n \leq \frac{5}{2}$ وان المتتالية (U_n) متزايدة.

استنتج ان (U_n) متقاربة ، ثم احسب: $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

التمرين55:دورة 2008الموضوع (2)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;2]$ كمايلي: $f(x)=\frac{2x+3}{x+2}$ و (C_f) تتمثيلها البياني

1-أ- أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;2]$.

ب-أنشئ (C) في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 4cm

جـ-برهن أنه إذا كان $x\in[0;2]$ فإن $f(x)\in[0;2]$.

2-نعرف المتتالية العددية (u_n) على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

أ-برر وجود المتتالية (u_n). احسب u_1 و u_2.

ب-مثل الحدود u_0، u_1 و u_2 على حامل محور الفواصل بالاستعانة بـ(C) والمستقيم $(D): y=x$

جـ-ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

3-أ-برهن بالتراجع أنه مهما يكن العدد طبيعي n: $0\leq u_n\leq\sqrt{3}$

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}\succ u_n$. ماذ تستنتج بالنسبة إلى المتتالية (u_n)؟.

جـ- تحقق أن $(u_{n+1}-\sqrt{3})\leq\frac{2-\sqrt{3}}{u_n+2}(u_n-\sqrt{3})$ من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$

عين عددا حقيقيا k من المجال $]0;1[$ بحيث: $\left|(u_{n+1}-\sqrt{3})\right|\leq k\left|(u_n-\sqrt{3})\right|$ ثم بين أنه من أجل $n\in\mathbb{N}^*$:

$\left|(u_n-\sqrt{3})\right|\leq k^n\left|(u_0-\sqrt{3})\right|$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$

شعبة الرياضيات

التمرين56: دورة 2019 (1)

1) حل المعادلة (E) $505x-673y=1.....$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان.
(لاحظ أن: $2019=3\times 673$ و $2020=4\times 505$)

2) بيّن أنه من أجل كل ثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإن x و y من نفس الإشارة.

3) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=3 \\ u_{n+1}=u_n+505 \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0=4 \\ v_{n+1}=v_n+673 \end{cases}$

- أكتب u_α بدلالة α ثم أكتب v_β بدلالة β حيث α و β عددان طبيعيان.

4-أ) عيّن الحدود المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n)، ثم بين أن هذه الحدود المشتركة تشكل متتالية حسابية (w_n) يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $X_n=\dfrac{1}{505}(w_n-2023)$.

احسب بدلالة n الجداء : $p=X_1.X_2.X_3........X_n$

التمرين57: دورة 2019 (2)

(u_n) متتالية عددية حدودها معرّفة بحدّها الأول $u_1=0$

ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=u_n+2\sqrt{u_n}+1$

1-أ) تحقق أن من أجل كل عدد طبيعي n : $\sqrt{u_{n+1}}-\sqrt{u_n}=1$

ب) استنتج كتابة الحد العام u_n بدلالة n.

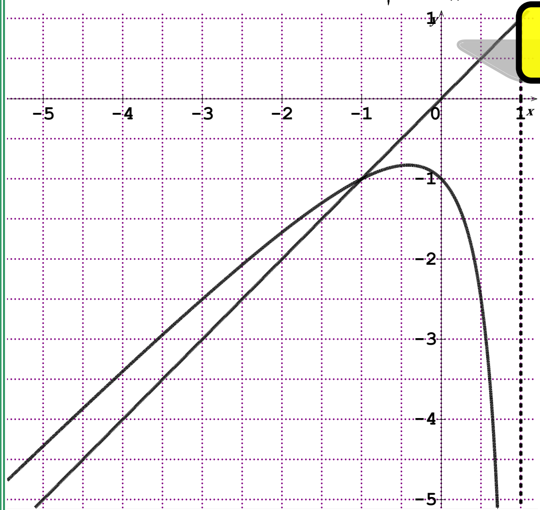
2) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_n=n(n-2)+1$

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n والتي من أجلها: $(n-2)$ يقسم $(n-5)$

4-أ) من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 2$: بيّن أن: $PGCD(n-2;u_n)=1$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها : $(n-2)(n^2+1)$ يقسم $(n-5)u_n$

التمرين58: دورة 2018



الدالة f العددية المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x-1}$

(u_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0=-3$

ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$

واليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ واليكن (Δ) المستقيم

ذو المعادلة $y=x$ (أنظر الشكل المقابل)

1) أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل ، أعط تخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-3 \le u_n \le -1$.

3-أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}+1 \ge \frac{3}{4}(u_n+1)$.

ب) أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n+1 \ge -2\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

4) نضع: $S_n = u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$

بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $8\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}-1\right] \le (u_0+1)+(u_1+1)+\ldots..+(u_n+1) < 0$

وأستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} S_n$.

التمرين59:دورة 2017الموضوع (2)

نعتبرالمتتالية العددية (u_n) المعرفة بـحدّها الأول: $u_0=1$

و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=7u_n+8$.

1- برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $3u_n = 7^{n+1}-4$.

2-نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $S_n = 1+7+7^2 \ldots\ldots+7^n$ و $S_n' = u_0+u_1+\ldots\ldots+u_n$

أ-احسب بدلالة n المجموع S_n ثم جد علاقة بيّن S_n و S'_n.

ب-أستنتج أن: من أجل كل عدد طبيعي n: $18\times S'_n = 7^{n+2}-24n-31$.

3-أ)أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5

ب)عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون S'_n قابلا القسمة على 5.

التمرين60:دورة 2017الموضوع (2) الاستدراكية

نعتبرالمتتالية (u_n) المعرفة بـحدها الأول u_0 حيث $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي $u_{n+1}=4u_n+1$

1-أ) بيّن أن:من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = \frac{1}{3}(4^n-1)$.

ب) تحقق أن: من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم العددان u_n و u_{n+1} أوليان فيما بينهما.

2-لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كمايلي: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n+\frac{1}{3}$.

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

ب)عبر بدلالة n عن المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + v_2 ..... + v_{3n}$.

3-عين من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ غير المعدوم القاسم المشترك الأكبر للعددين $4^n - 1$ و $4^{n+1} - 1$

4-أ)أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الأقليدية 4^n على 7.

ب)عين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد A_n المعرف بـ: $A_n = 9S_n - 6n - 3^{6n+4}$ القسمة على 7

التمرين 61:دورة 2016 الموضوع (1)

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدّها الاول u_0 وأساسها q حيث: $\begin{cases} \ln(u_1) + \ln(u_2) = 11 \\ u_1 + u_2 = e^4(1+e^3) \end{cases}$

1) أحسب u_1 و u_2، ثم استنتج قيمة الأساس q

2- نضع : $u_1 = e^4$ و $q = e^3$

أ)عبّر عن u_n بدلالة n ،

ب) نضع: $S_n = \ln(u_0) + \ln(u_1) + ... + \ln(u_n)$ احسب S_n بدلالة n

3) نضع من اجل كل عدد طبيعي n: $a_n = n + 3$.

3-أ)بيّن أن: $PGCD(2S_n; a_n) = PGCD(a_n; 14)$

ب) عيّن القيّم الممكنة لـ $PGCD(2S_n; a_n)$

جـ) عيّن قيم العدد الطبيعي بحيث: $PGCD(2S_n; a_n) = 7$

4) ادرس بواقي القسمة الأقليدية للعدد 2^n على 7.

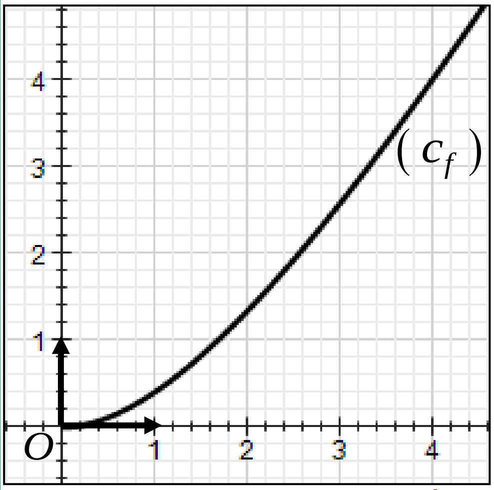
5)نضع: $b_n = 3n.a_n - 2S_n + 1437^{2016} + 1$

عيّن قيم العدد الطبيعي n والتي من أجلها يكون: $\begin{cases} b_n \equiv 0[7] \\ n \equiv 0[5] \end{cases}$

6)بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n العدد: $1437^{9n+1} - 3 \times 4^{12n+1} + 52$ يقبل القسمة على 7

التمرين 62:دورة 2014 الموضوع (1)

الدالة العددية f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{2x^2}{x+4}$ و (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب المعلم المتعامد والمتجانس (انظر الشكل).



1) بين ان الدالة f متزايدة تماما.

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$

من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$.

أ)باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثل، على حامل محور الفواصل ، الحدود: u_0، u_1، u_2، u_3 و u_4 دون حسابها.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

3) أ) برهن بالتراجع أنه مهما يكن العدد طبيعي n: $0 \le u_n \le 3$.

ب)بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة. ج)استنتج أن (u_n) متقاربة.

4) أ)ادرس إشارة العدد $7u_{n+1} - 6u_n$ واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0 \le u_{n+1} \le \frac{6}{7}u_n$.

ب) برهن بالتراجع أنه مهما يكن العدد طبيعي n: $0 \le u_n \le 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$.

جـ) احسب نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

التمرين63:دورة 2012الموضوع (2)

(u_n)المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 16$ من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = 6u_n - 9$

1-أ) احسب بواقي قسمة كل من الحدود u_0، u_1، u_2، u_3 و u_4 على 7 .

ب) خمن قيمة للعدد a وقيمة للعدد b بحيث : $u_{2k} \equiv a[7]$ و $u_{2k+1} \equiv b[7]$.

2- أ) برهن بالتراجع أنه مهما يكن العدد طبيعي n: $u_{n+2} \equiv u_n[7]$.

ب) برهن بالتراجع أنه مهما يكن العدد طبيعي k، $u_{2k} \equiv 2[7]$، ثم استنتج أن: $u_{2k+1} \equiv 3[7]$

3-نضع من اجل كل عدد طبيعي n، $v_n = u_n - \frac{9}{5}$.

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب- احسب بدلالة n كلا من u_n و S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين64:دورة 2011الموضوع (1)

(u_n)متتالية حسابية متزايدة تماما حدودها أعداد طبيعية تحقق: $\begin{cases} u_4 = 15 \\ m + d = 42 \end{cases}$ حيث $\begin{cases} m = PPCM(u_3;u_5) \\ d = PGCD(u_3;u_5) \end{cases}$

1-عيّن الحدين u_3 و u_5 ثم استنتج u_0.

2-اكتب u_n بدلالة n ، ثم بين أن:2010 حد من حدود (u_n)وعين رتبته.

3-عين الحد الذي إبتداء منه يكون مجموع 5 حدود متعاقبة من (u_n) يساوي 10080.

4-n عدد طبيعي غير معدوم.

أ- احسب بدلالة n المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + ... + u_{2n}$

ب-استنتج بدلالة n المجموعين S_1 و S_2 حيث: $S_1 = u_0 + u_2 + u_4 ... + u_{2n}$ و $S_2 = u_1 + u_3 + u_4 ... + u_{2n-1}$

التمرين65:دورة 2009الموضوع (1)

1)نعرف الدالة f على المجال $[1,5]$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}(x + \frac{5}{x})$ و (C_f) هو التمثيل البياني لها الوحدة 3cm

أ)أدرس تغيرات الدالة f.

ب) إنشئ (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$.

2)(u_n)المتتالية المعرفة بـ: $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \frac{5}{u_n})$ و$u_0 = 5$

أ)احسب u_1 وu_2.

ب)استعمل (C)والمستقيم (Δ)لتمثيل الحدود u_0، u_1 وu_2على محور الفواصل.

3)أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n \geq \sqrt{5}$.

ب-بيّن أن (u_n) تناقصية تماما، ماذا تستنتج بالنسبة لتقاربها

4)أ-برهن أنه مهما يكن $n \in \mathbb{N}$: $(u_{n+1} - \sqrt{5}) \leq \frac{1}{2}(u_n - \sqrt{5})$. ب-أستنتج أن $(u_n - \sqrt{5}) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (u_0 - \sqrt{5})$ ما هي $\lim_{n \to +\infty} u_n$

التمرين66:دورة 2009الموضوع (2)

(u_n)المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = 0$ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_{n+1} = 3u_n + 2n + 1$

(v_n)، المتتالية المعرفة من أجل كل n من $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + \alpha n + \beta$ حيث α وβعددان حقيقيان

1-عين α وβبحيث تكون المتتالية(v_n) متتالية هندسية ، يطلب حساب أساسها وحدّها الأول.

2-احسب كلا من v_n و u_nبدلالة n.

3-احسب المجموعين $S = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n$ و $S' = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$.

4-أ- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الأقليدية للعدد 3^n على 5.

ب-عين قيم العدد الطبيعي n والتي من أجلها u_n مضاعف للعدد5.

التمرين67:دورة 2008الموضوع (1)

لتكنf الدالة المعرفة على $[1;+\infty[$ كمايلي: $f(x) = 3 + \sqrt{x-1}$ وليكن(C_f)تمثيلها البياني .

1) أحسب $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ وفسر النتيجة هندسيا.

- أدرس تغيرات الدالة f.

- باستعمال منحنى دالة " الجذر التربيعي"أنشئ (C_f)

-أرسم في نفس المعلم المستقيم (D)الذي معادلته: $y = x$

2)نعرّف(u_n)متتالية على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 2$و$u_{n+1} = f(u_n)$

أ)باستعمال(D)و(C_f)مثلu_0، u_1 وu_2وعلى محور الفواصل

ب) ضع تخمينا حول أتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

3)أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $2 \leq u_n \leq 5$ و $u_{n+1} \succ u_n$

ب-استنتج أن (u_n) متقاربة . احسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

التمرين68:دورة 2008الموضوع (1)

(u_n)المتتالية المعرفة بـ: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1$ و $u_0=2$

1)أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .

2) (v_n)المتتالية المعرفة من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $v_n=u_n+\left(\frac{2}{3}\right)^n$

- برهن بالتراجع أن (v_n) ثابتة،استنتج عبارة u_n بدلالة n.

- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

3) (w_n)متتالية معرفة من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $w_n=\frac{2}{3}n-\left(\frac{2}{3}\right)^n$ أحسب المجموع: $S=w_0+w_1+w_2+....+w_n$.

الجزء الثاني: بكالوريات النظام القديم

التمرين69:دورة 1997 ع.ط

1) (U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث $\ln u_1 + \ln u_5 = -12$ و $\ln u_2 - \ln u_4 = 4$

*عين أساسها وحدها الأول u_0، ثم أكتب u_n بدلالة n

* نسمي S_n المجموع : $u_0+u_1+.....+u_n$ أحسب S_n بدلالة n ثم نهاية S_n لما تؤول n إلى $+\infty$

2) (V_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي: مهما يكن العدد الطبيعي n فإن : $V_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$

* بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

نسمي S'_n المجموع : $v_0 + v_1 + ... + v_n$ *عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $S'_n = 2^{30}$

التمرين70:دورة 2004 ت.ر

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_0 = 2$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$، $U_n - 2U_{n+1} = 2n+3$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $U_n = 2^{-n} - 2n + 1$

2) أ- أثبت أنه يوجد عدد طبيعي m، تكون من أجله المتتالية (V_n) والمعرفة بـ:

$V_n = U_n + mn - 1$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول

ب- احسب بدلالة n المجموع: $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$

3) لتكن في المستوي النقط A، B، C و K التي تحقق: $2\overrightarrow{KA} + 3\overrightarrow{KB} + \lambda\overrightarrow{KC} = \vec{0}$ حيث $\lambda \in \mathbb{R}$

عين λ حتى تكون K مرجحا للجملة : $\{(A;S_0),(B;S_1),(C;S_2)\}$

التمرين71:دورة 2007 ت.ر

(U_n) متتالية عددية معرفة بـ: $U_0 = \frac{1}{4}$، $U_1 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$ $4U_{n+2} = 7U_{n+1} - 3U_n$

(V_n) المتتالية المعرفة بالعلاقة : : $n \in \mathbb{N}$ $V_n = U_{n+1} - U_n$

1) احسب U_2 و V_0.   2) أثبت أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

3) أحسب المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$

4) عبّر عن U_n بدلالة S_n مستعينا بالعبارة $V_n = U_{n+1} - U_n$ ثم استنتج عبارة الحد العام U_n بدلالة n.

احسب نهاية U_n لما يؤول n إلى $+\infty$.

التمرين72:دورة 2006 ع.دقيقة

(u_n) متتالية معرفة بحدّها الأول u_0 وبعلاقة التراجع التالية: $u_{n+1} = \frac{7u_n + 2}{u_n + 8}$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

1- عين قيم u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2-نفرض أن : $u_0=0$. أ-احسب u_1 ، u_2 .

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$ فإن: $0\le u_n\le 1$ ، ثم أدرس أتجاه تغير المتتالية (u_n).

3-لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كمايلي: من أجل $n\in\mathbb{N}$: $v_n=\dfrac{u_n+2}{u_n-1}$.

أ- أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب-عبّر عن u_n بدلالة n ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) لما يؤول n إلى $+\infty$.

جـ-أحسب كلا من S_n و π_n حيث: $S=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ و $\pi_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$.

التمرين73:دورة 2004 ع.ط

1)أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الأقليدية لكل من العددين 3^n و 4^n على 7

2) برهن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ يكون العدد $\left(2\times 2006^{3n+2}+1424^{6n+1}\right)$ قابلا للقسمة على 7

3) من أجل كل عدد $n\in\mathbb{N}$ نضع : $u_n=2\times 3^n+3\times 4^n$

ـ أحسب بدلالة n المجموع s_n حيث : $s_n=u_0+u_1+...+u_n$

ـ ما هي قيّم الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها s_n قابلا للقسمة على 7 ؟

التمرين74دورة 1998 ع.ط

u_0 ، q عددان طبيعيان غير معدومين.

(u_n) متتالية هندسية حدّها الأوّل u_0 و أساسها q .

1ـ عيّن q و u_0 علما أنّ q أوّلي مع u_0 و $3u_0^2=u_3-u_1$

2ـ نفرض أنّ $u_0=8$ ، $q=3$ ونضع: $S_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ ، $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$

أحسب S_n و P_n بدلالة n

3أ)أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 3^n على 13 .

ب)عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها S_n مضاعفا 13

التمرين75:دورة 2005 ع.دقيقة

1) α و β عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما.

جد - α و β حيث : $\alpha(\alpha^2-19)=35\beta$ و $\alpha\succ\beta$.

2) (u_n) متتالية هندسية حدّها الأوّل u_0 و أساسها q

حيث u_0 و q عددان طبيعيان أوليان فيما بينها $u_0\succ q$.

أ-أوجد u_0 و q حتى يكون : $35u_0^2+19u_1-u_3=0$.

ب-نضع : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$. أحسب بدلالة n المجموع S_n ،

جـ-أوجد العدد الطبيعي n حتى يقبل S_n القسمة على 10.

الجزء الثالث: بكالوريات اجنبية

التمرين76:دورة 2016 - المغرب

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{16}u_n+\frac{15}{16}$

1-أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n>1$.

ب) تحقق من أن : $u_{n+1}-u_n=-\frac{15}{16}(u_n-1)$ من أجل كل عدد طبيعي n.

بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة.

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

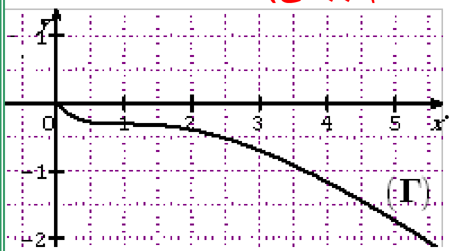
2) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n-1$

أ)بيّن أن(v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{16}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

ب) بيّن أن $u_n=1+\left(\frac{1}{16}\right)^n$ من أجل كل عدد طبيعي n ثم حد نهاية المتتالية (u_n).

التمرين77:دورة 2016 - تونس

(شعبة العلوم التقنيّة/ الدورة الرّئيسيّة- ترجمة الأستاذ:م.جبالى)



المنحنى(Γ)المقابل هو التمثيل البياني، في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$،للدالة f المعرّفة على$[0;+\infty[$بـ: $f(x)=-x+\ln(1+x^2)$.

(Γ)يقطع محور الفواصل، فقط ،عند المبدأ O.

1) بقراءة بيانيّة، برِّرْ أنه من أجل كلّ x من$[0;+\infty[$: $\ln(1+x^2)\leq x$.

2) نعتبر المتتالية(u_n) المعرّفة بـِ :
$$\begin{cases} u_0=\frac{3}{2} \\ u_{n+1}=\frac{1}{2}\ln(1+u_n^2)\ ;\ n\in\mathbb{N} \end{cases}.$$

ا) بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\succ 0$.

ب) بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$.

ج) استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\leq\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

استنتج أنّ المتتالية(u_n) متقاربة، و أعط نهايتها.

3) لتكن المتتالية(S_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـِ : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

ا) بيّن أنّ المتتالية (S_n) متزايدة تماما.

ب) بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n \leq 3-\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

جـ) استنتج أنّ المتتالية (S_n) متقاربة.

التمرين78:دورة 2016 – Côte d'Ivoire

(شعبة العلوم - ترجمة الأستاذ: محمد جبالي)

1- نعتبر الدالة h المعرّفة على $[0;1]$ بـِ : $h(x)=2x-x^2$.

ا) برهن أنّ h متزايدة تماما على المجال $[0;1]$.

ب) استنتج أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;1]$، فإنّ $h(x)$ ينتمي إلى $[0;1]$.

2- لتكن المتتالية u المعرّفة بـ : $u_0=\frac{3}{7}$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=h(u_n)$.

ا) برهن بالتراجع، أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 \prec u_n \prec 1$.

ب) برهن أنّ المتتاليةu متزايدة. جـ) برّر أنّ المتتاليةu متقاربة.

3- نعتبر المتتالية v المعرّفة، من أجل كل عدد طبيعي n، بـ : $v_n=\ln(1-u_n)$.

ا) برهن أنّv متتالية هندسيّة أساسها2 .

ب) عبّر عن v_n بدلالة n. جـ) احسب نهاية المتتالية v. د) استنتج نهاية المتتالية u .

التمرين79:دورة 2016 – المغرب

(شعبة العلوم/ الدورة العاديّة/ بتصرّف يسير من الأستاذ جبالي)

نعتبر المتتالية العدديّة (u_n) المعرّفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{3+u_n}{5-u_n}$ ، لكلّ n من $\mathbb{N}$.

1)ا) تحقّق من أنّ $u_{n+1}-3=\frac{4(u_n-3)}{2+(3-u_n)}$ ، لكلّ n من $\mathbb{N}$.

ب) بيّن بالتّراجع، من أجل كل عدد طبيعي n، أنّ $u_n \prec 3$.

2) لتكن (v_n) المتتالية العدديّة المعرّفة بما يلي : $v_n=\frac{u_n-1}{3-u_n}$ ، لكلّ n من $\mathbb{N}$.

ا) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسيّة أساسها $\frac{1}{2}$.

ب) استنتج أنّ $v_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$، لكلّ n من $\mathbb{N}$.

ج) بيّن أنّ $u_n=\frac{1+3v_n}{1+v_n}$ ، لكلّ n من $\mathbb{N}$. ثمّ اكتب u_n بدلالة n.

د) حدّد نهاية المتتالية (u_n).

التمرين 80:دورة 2015 - تونس

(شعبة العلوم التجريبيّة / دورة المراقبة- ترجمة الأستاذ:م.جبالي)

1/ لتكن المتتالية الهندسيّة (u_n) التي حدّها الأوّل $u_0=\frac{1}{3}$، و أساسها $q=\frac{1}{3}$.

ا) احسب u_1.   ب) عيّن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$. بيّن أنّ $S_n=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^{n+1}}\right)$.

2/بدراسة تغيّرات الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=e^x-1-x$ بيّن أنه مهما يكن $x\in\mathbb{R}$: $1+x\le e^x$

3/ لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة، من أجل كل عدد طبيعي n، بـ: $v_n=(1+u_0)(1+u_1)\times\ldots\times(1+u_n)$

ا) احسب v_0 و v_1 .

ب) بيّن أنّ المتتالية (v_n) متزايدة.

ج) بيّن أنه، من أجل كلّ عدد طبيعي n : $v_n\le e^{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^{n+1}}\right)}$.

د) بيّن أنّ المتتالية (v_n) متقاربة.

هـ) لتكن l نهاية المتتالية (v_n). بيّن أنّ $1\prec l\le\sqrt{e}$.

التمرين 81:دورة 2015 - فرنسا

(المراكز الأجنبيّة- شعبة العلوم/ ترجمة الأستاذ جبالي)

لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة بـ: $u_0=a$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n :

$u_{n+1}=e^{2u_n}-e^{u_n}$. حيث a عدد حقيقي ثابت غير معدوم.

1. لتكن g الدالة المعرّفة، من أجل كلّ عدد حقيقي x بـ : $g(x)=e^{2x}-e^x-x$.

أ) احسب $g'(x)$، و تحقق أنه، من أجل كلّ عدد حقيقي x: $g'(x)=(e^{x}-1)(2e^{x}+1)$.

ب) حدّد تغيّرات الدالة g، و أعطِ قيمتها الحديّة الصغرى.

جـ) بملاحظة أنّ $u_{n+1}-u_{n}=g(u_{n})$، ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_{n}).

2. في هذا السّؤال، نفرض أنّ $a\leq 0$.

أ) برهن بالتّراجع، من أجل كلّ عدد طبيعي n، أنّ $u_{n}\leq 0$.

ب) استنتج، من الأسئلة السّابقة، أنّ (u_{n}) متقاربة.

جـ) أعْطِ نهاية المتتالية (u_{n})، في حالة $a=0$.

3. في هذا السّؤال، نفرض أنّ $a\succ 0$.

أ) برهن أنه، من أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_{n}\geq g(a)$.

ب) برهن بالتّراجع، من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n}\geq a+n.g(a)$.

جـ) عيّن نهاية المتتالية (u_{n}).

التمرين82:دورة 2014 - تونس

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\dfrac{u_n-1}{u_n+3}$

1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n>-1$.
ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.
جـ- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

2) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{1}{u_n+1}$

أ- بيّن أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .
ب- عبّر عن v_n ثم u_n بدلالة n . جـ- احسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين83:دورة 2014 - المغرب

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=13$ ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n+7$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n<14$.
2) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n-14$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

ب- استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 14 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$

جـ- حدّد أصغر قيمة للعدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n > 13.99$.

التمرين84:دورة 2014 Polynésie

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 0$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$

1) احسب u_1 و u_2 .

2) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_{n+1} - u_n$. أ- جد v_n بدلالة n. ماطبيعة المتتالية (v_n)؟

ب- نضع : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = (n+1)(n+2)$

جـ- بيّن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $S_n = u_{n+1} - u_0$ ثم استنتج u_n بدلالة n .

التمرين85:دورة 2009 - تونس

(U_n) متتالية عددية معرفة بـ: $U_0=6$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $3U_{n+1} = U_n + 6$

1أ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_n \succ 3$

ب)بين أن المتتالية (U_n) متناقصة، ثم استنتج أنها متقاربة. جـ) عين نهاية المتتالية (U_n) .

2) (V_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = \ln(U_n - 3)$

أ) بين أ (V_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\ln 3$

ب)عبرعن V_n ثم U_n بدلالة n. ثم عين ثانية ، نهاية (U_n)

التمرين86:دورة 2004 - الهند

1-(u_n)متتالية معرفة بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$.

أ) احسب u_1 ، u_2 وu_3 عبر عن كل حد على شكل كسر غير قابل للإختزال.

ب) قارن بين الأربع حدود الأولى للمتتالية (u_n) والأربع حدود الأولى للمتتالية (w_n)

والمعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = \frac{n}{n+1}$.

جـ)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $w_n = u_n$.

2-لتكن المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n = \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

أ) برهن أن: $v_1 + v_2 + v_3 = -\ln 4$.

ب) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ ، ثم احسب نهاية S_n عندما يؤول n إلى $+\infty$

التمرين87:دورة 2010 - فرنسا

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+n-2$.

1) احسب u_1 ، u_2 و u_3

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$، $u_n\geq 0$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 5$، $u_n\geq n-3$.

جـ)استنتج نهاية المتتالية (u_n).

3) نعرف المتتالية (v_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=-2u_n+3n-\frac{21}{2}$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=\frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n+\frac{3}{2}n-\frac{21}{4}$

جـ)ليكن المجموع S_n المعرف من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $S_n=\sum_{k=0}^{n}u_k$.عين عبارة S_n بدلالة n.

التمرين88: فرنسا Metropole2010

(u_n)متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي:$u_0=5$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{4u_n-1}{u_n+2}$

1-أ)أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$ والمنحنى (C) الممثل للدالة f والمعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{4x-1}{x+2}$.

ب) باستعمال الرسم السابق ، مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابهاعلى محور الفواصل .

جـ)ماتخمينك اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

2)برهن بالتراجع على أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $u_n\succ 1$

3) من أجل كل عدد طبيعي نضع: $v_n=\frac{1}{u_n-1}$

أ) برهن على أن (v_n) حسابية وأكتب v_n بدلالة n.

ب)اكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty}u_n$

التمرين89: فرنسا A-Guyane2012

لتكن المتتالية العدديّة (u_n) المعرّفة بـ : $u_1=\frac{1}{2}$ و $u_{n+1}=\left(\frac{n+1}{2n}\right)u_n$.

1-احسب u_2 ، u_3 و u_4 .

2- أ-بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن u_n موجب تماما
ب- ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة، ثم احسب نهايتها l .

3) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدو نضع: $v_n = \frac{u_n}{n}$.
ا- أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسيّة يطلب تعيين أساسها وحدّها الأوّل v_1 .
ب- أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم n ، $u_n = \frac{n}{2^n}$

4) نعتبر الدالة f والمعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \ln x - x\ln 2$.
أ-عيّن نهاية الدالة f عند $+\infty$. ب – استنتج نهاية المتتالية (u_n).

التمرين 90: Pondichéry 2010

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدّها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+n-1$.
1) هل المتتالية (u_n) حسابية ؟ هندسية ؟
2) (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ بـ: $v_n = 4u_n - 8n + 24$.
أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدّها الأول .
ب- بيّن أنه ، من أجل كل $n \in \mathbb{N}$، $u_n = 7\left(\frac{1}{2}\right)^n + 2n - 6$.
جـ- احسب ، بدلالة n ، المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

التمرين 91: Polynésie 2010

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدّها الأول $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{3u_n}{1+2u_n}$
1) احسب u_1 و u_2 .
2) أ- برهن بالتراجع أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < 1$.
ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$. جـ- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .
3) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{u_n}{1-u_n}$.
أ- بيّن أن (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدّها الأول .
ب- استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{3^n}{3^n + 1}$. جـ- احسب نهاية المتتالية (u_n)

التمرين 92: 2010تونس ع. تجريبية

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتان كما يلي : $u_0=1$ ، $v_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n
$u_{n+1} = \alpha u_n + (1-\alpha)v_n$ وَ $v_{n+1} = (1-\alpha)u_n + \alpha v_n$ حيث α عدد حقيقي مع $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.

1) لتكن (w_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = v_n - u_n$.

أ- احسب w_0 و w_1 . ثم بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = (2\alpha - 1)^n$.

ب- استنتج نهاية المتتالية (w_n) .

2) أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \le v_n$.

ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة وأن المتتالية (v_n) متناقصة .

جـ- استنتج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متقاربتان نحو نفس النهاية l .

د- بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n + v_n = 3$ وستنتج قيمة النهاية l .

التمرين93: N Calédonie2011

I- لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$.

1) حل ، في $\mathbb{R}$ ، المعادلة : $f(x) = x$.

2)ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال$[0 ; 1]$.استنتج أنه إذا كان$x \in [0 ; 1]$ فإن $f(x) \in [0 ; 1]$

II- لتكن (u_n)المتتالية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = u_n - \ln(u_n^2 + 1)$

1) برهن بالتراجع أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \le u_n \le 1$.

2) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

الجزء الرابع: تمارين مقترحـــة

(مقترحة من طرف الأستاذ القدير بالقاسم عبد الرزاق)

التمريـــــن94

نعرف المتتالية (u_n) كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 3 \end{cases}$.

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $u_n > n^2$. ثم إستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

2) أدرس رتابة المتتالية (u_n) .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = u_{n+1} - u_n$.

أ) ما طبيعة المتتالية (w_n) .

ب) أحسب المجموع : $S_{n-1} = w_0 + w_1 + ... + w_{n-1}$

ج) إستنتج عبارة u_n بدلالة n ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) من جديد .

التمريـــــن95

(u_n) متتالية معرّفة بـــ : $u_0 = e^3$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$.

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e^2$.

2) أدرس إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) . هل هي متقاربة ؟ .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(u_n) - 2$.

*) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية ، يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

*) عبّر عن v_n بدلالة n ، ثم u_n بدلالة n . ماهي نهاية كل من المتتاليتين (v_n) وَ (u_n) ؟ .

4) أحسب بدلالة n الجداء P_n ، حيث : $P_n = u_0 \times u_1 \times .... \times u_n$.

لتكن المتتالية العددية (u_n) ذات الحدود غير المعدومة : $u_0 = 1$ ، $u_1 = \frac{1}{2}$.

و من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $u_{n+1}^2 = 2u_{n+2} \times u_n$.

1) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}$.

*) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية ، يطلب تحديد أساسها و حدّها الأوّل v_0 .

2) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $u_{n+1} = (\frac{1}{2})^{n+1} \times u_n$.

3) بيّن إذن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $u_n = (\frac{1}{2})^{\frac{n(n+1)}{2}}$.

4) إستنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم حدد نهايتها .

التمريـــــن96

نعرف على $\mathbb{N}^*$ المتتالية (u_n) كما يلي : $u_n = \frac{n^2}{2^n}$.

1) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}$.

أ) بيّن أنّ : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \frac{1}{2}$. ب) بيّن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ يكون : $v_n > \frac{1}{2}$.

جـ) عيّن أصغر عدد طبيعي p ، بحيث : إذا كان : $n \geq p$ ، فإن : $v_n < \frac{3}{4}$.

د) إستنتج أنه إذا كان : $n \geq p$ فإنه يكون : $u_{n+1} < \frac{3}{4} u_n$.

2) نضع من أجل $n \geq 5$: $S_n = u_5 + u_6 + ... + u_n$.

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \geq 5$ $n \geq 5$ يكون : $u_n \leq (\frac{3}{4})^{n-5} \times u_5$.

ب) بيّن أنه من أجل كل $n \geq 5$ يكون : $S_n \leq \left[1 + \frac{3}{4} + (\frac{3}{4})^2 + ... + (\frac{3}{4})^{n-5}\right] \times u_5$.

جـ) إستنتج أنه من أجل كل $n \geq 5$ يكون : $S_n \leq 4u_5$.

3) بيّن أنّ المتتالية $(S_n)_{n\geq 5}$ متزايدة ، ثمّ استنتج أنها متقاربة .

التمريـــــن97

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ :

$u_0 = 0$ ، $u_1 = 1$ ، و من أجل عدد طبيعي $n \geq 1$: $u_{n+1} = 7u_n + 8u_{n-1}$.

1) لتكن المتتالية (s_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $s_n = u_{n+1} + u_n$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (s_n) هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول .

ب) إستنتج عبارة s_n بدلالة n .

2)نضع : $v_n = (-1)^n \times u_n$ ، ونعتبر المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $t_n = v_{n+1} - v_n$.

- عبّر عن t_n بدلالة s_n .

3)عبّر عن v_n ثمّ عن u_n بدلالة n. (يمكن حساب المجموع : $t_0 + ... + t_{n-1}$ ، بطريقتين مختلفتين)

-عيّن عندئذ النهاية : $\lim\limits_{n\to+\infty} (\frac{u_n}{8^n})$.

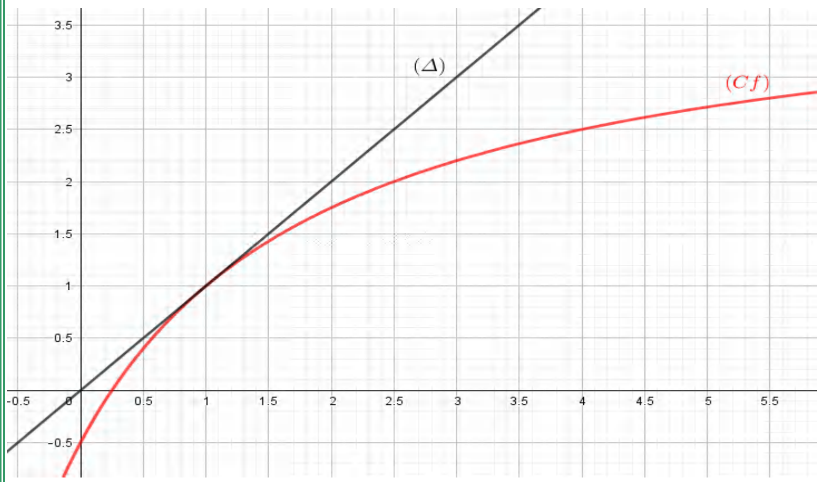
التمريـــــن98

f الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ:

$f(x)=\frac{4x-1}{x+2}$ ويعطى المنحني (C_f)

والمستقيم (Δ) في المستوي المنسوب إلى

المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$



(u_n) متتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=5 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

1-أ) باستعمال المنحني (C_f) و المستقيم (Δ)، عيّن على محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3

ب) أعط تخمينا حول إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها .

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $u_n-1>0$.

ب) برهن صحة التخمين المذكور في السؤال (1) - ب -

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{1}{u_n-1}$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) حسابية ، أساسها هو : $\frac{1}{3}$.

ب) عبّر بدلالة n عن كل من u_n وَ v_n . ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمريـــــن99

نعتبر (u_n) المتتالية المعرفة بـ : $u_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{1+u_n}$.

1) برهن أنّ جميع حدود المتتالية (u_n) موجبة .

2) بيّن أنه إن كانت المتتالية (u_n) متقاربة فإنّ نهايتها l تكون حلاً للمعادلة : $x^2+x-2=0$

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=\frac{u_n-1}{u_n+2}$.

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول .

ب) برّر أنّ المتتالية (v_n) متقاربة ، ثم حدد نهايتها .

4) عبّر عن u_n بدلالة n ، ثم حدد نهاية المتتالية (u_n) .