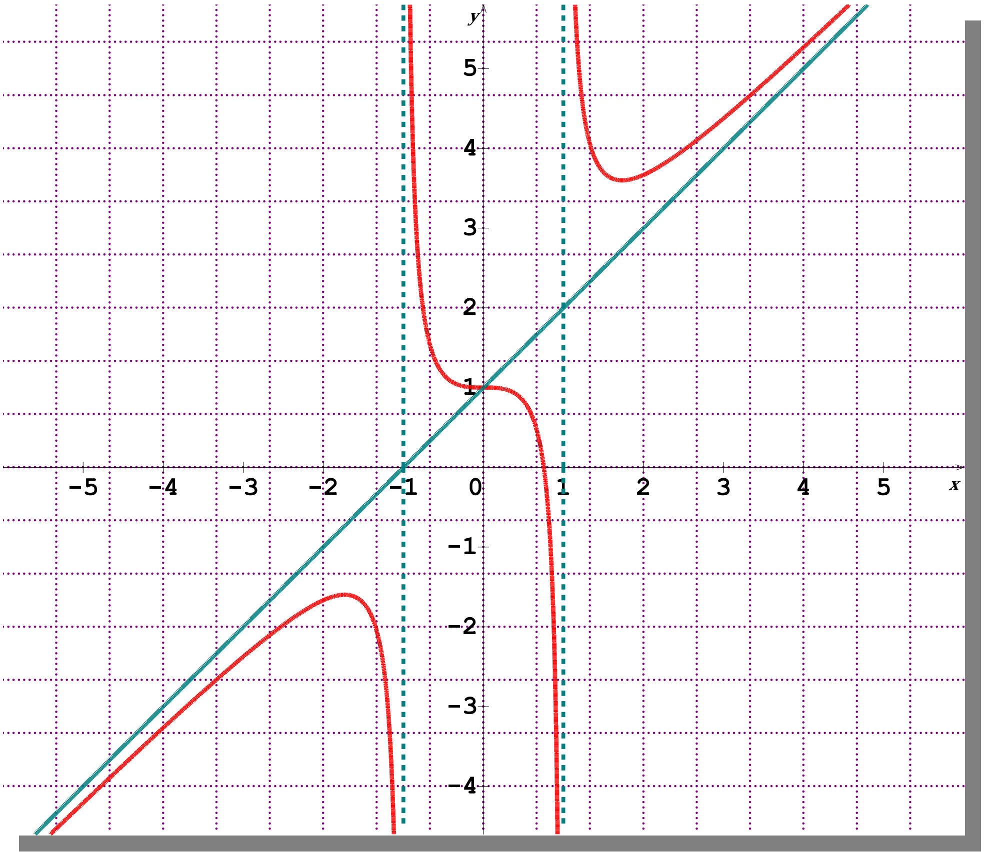
مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الدوال العددية في البكالوريا بين يديك

الشعب

علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



BAC2021

إعدادالأستاذ:بالعبيدي م العربي

larbibelabidi@gmail.com

Facebook العربي الجزائري

مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الدوال العددية
في البكالوريا بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

حساب النهايات

الجزء الثاني

الإستمرارية-الاشتقاقية

الجزء الثالث

الشعب:العلوم التجريبية+تقني رياضي+رياضيات

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الرابع

تمارين مقترحـــة

BAC2021

إعداد :الأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

Facebook العربي الجزائري

الجزء الأول:حساب النهايات

التمرين: 01

أحسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة لمجال تعريفها في كل حالة من الحالات التالية:

1) $f(x)=x^3-3x+1$ ، $D_f=\mathbb{R}$ ، 2) $f(x)=\frac{2x}{x^2+4}$ ، $D_f=\mathbb{R}$ ، 3) $f(x)=\frac{-3x^2-4x+5}{(x-1)^2}$ ، $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

4) $f(x)=\frac{4x-8}{x^2-4x+3}$ ، $D_f=\mathbb{R}-\{1;3\}$ ، 5) $f(x)=\frac{2x^3-2x^2}{(2x-1)^2}$ ، $D_f=\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ، 6) $f(x)=x-\sqrt{x^2+1}$ ، $D_f=\mathbb{R}$

7) $f(x)=2x-3-\frac{x+1}{x^2-4}$ ، $D_f=\mathbb{R}-\{-2;2\}$ ، 8) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ ، $D_f=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$

التمرين: 02

I-نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\frac{2x^2-5x+4}{x-1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني

1) عين كل من الأعداد a و b و c بحيث من اجل كل $x\in\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$

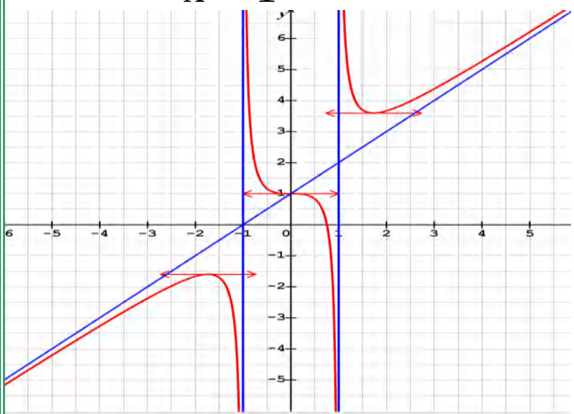
2) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها.

3) بين ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما .

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

التمرين: 03

(C_f) المقابل هو التمثيل البياني للدالة f المعرّفة على $D=\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $f(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$



1) بقراءة بيانيّة:

- جد النهايات على الأطراف المفتوحة من D .
- عيّن معادلات المستقيمات المقاربة.

2) تحقق حسابيا من نتائج السؤال السابق.

3) احسب $f'(x)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات f .

4) احسب $f(x)+f(-x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيّا.

التمرين: 04

I-احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة.

1) $\lim_{x\to1}\frac{x^2-3x+2}{x^3-1}$ ، 2) $\lim_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x^2-1})$ ، 3) $\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$ ، 4) $\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{4x^2+4x+3}+(2x+1))$

II-اثبت صحة النهايات التالية بطريقة مناسبة.

1) $\lim_{x\to 2}\frac{x^3-4x^2+5x-2}{x^2-x-2}=\frac{1}{3}$ ، 2) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{\sqrt{x+1}-1}=2$ ، 3) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x^2+x-2}=\frac{1}{6}$ ، 4) $\lim_{x\to +\infty}(\sqrt{x^2+3}-x+2)=2$

التمرين: 05

f دالة عددية معرفة على المجال $D=]-\infty;0]\cup[2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\sqrt{x^2-2x}-2x+1$

1) احسب $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ ثم تحقق $\lim_{x\to +\infty} f(x)=-\infty$.

2) جد $\lim_{x\to +\infty}[f(x)+x]$ ، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

3) بين أن $\lim_{x\to -\infty}[f(x)-(-3x)]=2$ ، ثم فسر بيانيا هذه النتيجة .

التمرين: 06

f دالة عددية معرفة على المجال $D=]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{2x-\sin x}{x+1}$

أ- بيّن أن $\frac{2x+1}{x+1}\le f(x)\le\frac{2x-1}{x+1}$، ثم استنتج $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب- باستعمال طريقة العدد المشتق برهن أن : $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$، ثم استنتج: $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=1$.

جـ- بين أن: $\lim_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)=+\infty$ ما ذا تستنتج بالنسبة لمنحنى الدالة f؟.

التمرين: 07

1- من أجل كل $x<0$ ، بين أن: $\sqrt{x^2+3x}<-x$ ، ثم استنتج $\lim_{x\to -\infty}(3x+\sqrt{x^2+3x})$

2- من أجل كل $x>1$ ،بين أن: $\sqrt{x^2-2x+3}<x+1<$ ، ثم استنتج $\lim_{x\to +\infty}(3x-\sqrt{x^2-2x+3})$

التمرين: 08

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2+5}$ وليكن C_f منحنيها البياني.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\in\mathbb{R}-\{2\}$: $\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3}$

2) استنتج $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ ،ماذا تعني النتيجة السابقة بالنسبة للدالة f؟ فسّر ذلك بيانيّا.

3) بين ان :أ) $\lim_{x\to +\infty}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}=1$ ، ب) $\lim_{x\to -\infty}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}=-1$.

4) بين أن المستقيم ذو المعادلة : $y=x$ مقارب مائل للمنحنى C_f عند $+\infty$

5) بين ان f دالة زوجية ، ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب المائل للمنحنى C_f عند $-\infty$

الجزء الثاني:الاستمرارية-الاشتقاقية

التمرين: 09

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^3-3x+1$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ،ثم شكل جدول تغيراتها .

2) باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة :

أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل ثلاثة حلول ثم استنتج اشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]-1;1[$ ثم جد حصرا للعدد α سعته $0{,}1$

ج) بين ان المعادلة $f(x)=0$ لا تقبل حلا على المجال $]2;3[$

التمرين:10

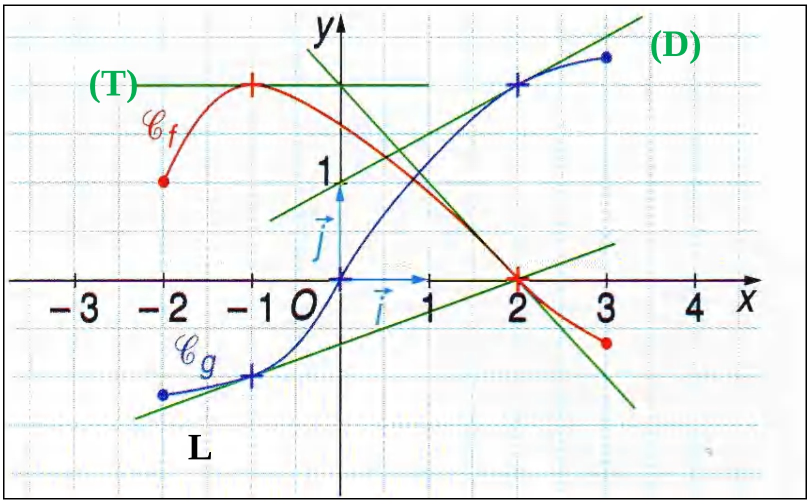
أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة a ، ثم فسر النتيجة بيانيا

1) $f(x)=x^2-3x$ و $a=-1$ ، 2) $f(x)=x^2|x-1|$ و $a=1$ ، 3) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ و $a=2$ من اليمين

التمرين:11

رسمنا في الشكل الموالي المنحنيين (C_f) و (C_g)

الممثلين لدالتين f و g معرفتين و قابلتين للاشتقاق على المجال $[-2;3]$ و بعض مماساتهما.



1) أحسب الأعداد المشتقة التالية:

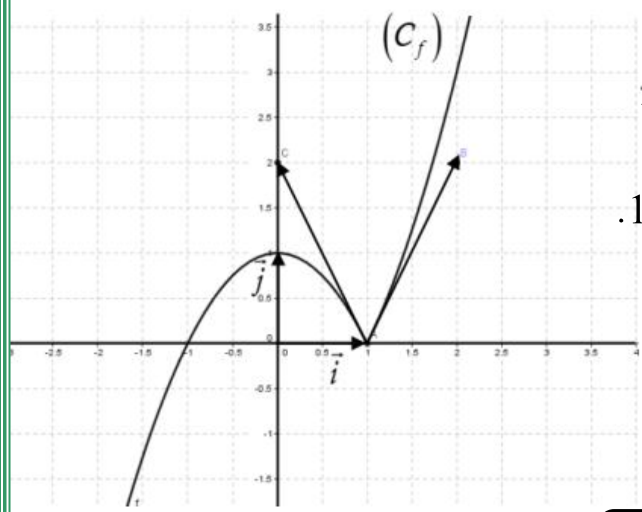
* $(f)'(-1)$ ، * $(g)'(-1)$ ، * $(f)'(2)$ $(g)'(2)$ *

2) من أجل كل x من المجال $[-2;3]$ نضع: $h(x)=f(2x-1)$.

أ) باستعمال مشتق دالة مركبة عين اتجاه تغير الدالة h على المجال $[-2;3]$

ب أحسب $h'(0)$ و $h'(2)$. ثم أكتب معادلات كل من المستقيمات T و D و L

التمرين:12



لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$f(x)=|x-1|(x+1)$ و (C_f) منحنيها البياني كما هو مبيّن في الشكل المقابل

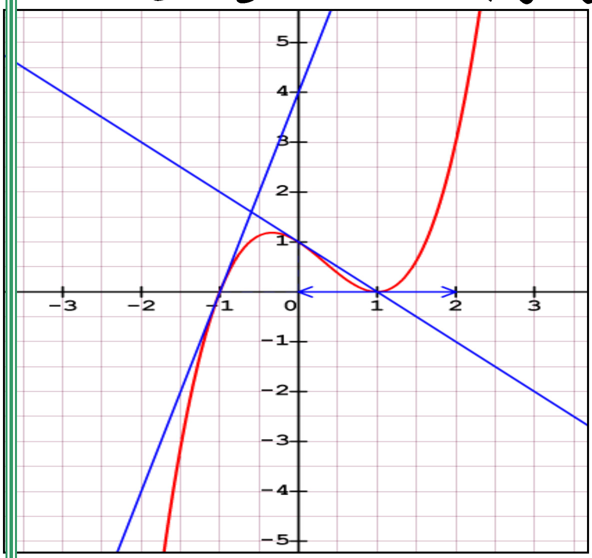
1)باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق f عند1.

2)أثبت صحة تخمينك.

3)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)+m^2=f(0)$

التمرين:13

(C_g) المنحنى المقابل هو التمثيل البياني لدالة عددية g معرفة وقابلة للإشتقاق على المجال $\mathbb{R}$:



المماسات لـ (C_g) عند النقط $A(-1;0)$، $B(0;1)$ و $C(1;0)$

I-1) بقراءة بيانية عين مايلي:

$g(-1)$، $g(0)$، $g(1)$ و $g'(-1)$، $g'(0)$، $g'(1)$

2)أكتب معادلات المماسات عند النقطتين A و B .

3) حل بيانيا في المجال $[-2;2]$: المعادلتين $g(x)=0$ و $g'(x)=-1$ و المتراجحة $g'(x)\le 0$

II) نقبل أن : $g(x)=ax^3+bx^2+cx+1$

عين الأعداد الحقيقية a ، b و c باستعمال نتائج السؤال I-1) ثم تحقق من النتائج المحصل عليها سابقا.

التمرين:14

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x^2-\alpha+3}{x} : x\le 2 \\ f(x)=x^2+2x-\alpha : x\succ 2 \end{cases}$ واليكن (C_f) هوتمثيلها البياني

1)عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون f قابلة للاشتقاق عند2.

2) نفرض في هذا الجزء أن: $\alpha=19$.

أ) ادرس تغيرات الدالة f على مجال تعريفها.

ب) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $(-\infty)$ يطلب تعيين معادلة له.

جـ) اكتب معادلة المماس (T) عند نقطة ذات الفاصلة 2

د)هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي حامل محور الفواصل ؟ برر إجابتك

التمرين:15

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{4x-4}{x^2+2x-3} : x<1 \\ f(x)=\sqrt{x^2+3}+\alpha x : x\geq 1 \end{cases}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$

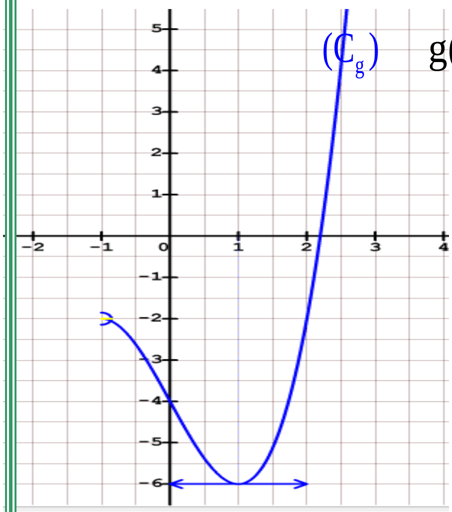
2) نفرض أن : $\alpha=-1$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim\limits_{h\xrightarrow{>}0} \dfrac{f(h-1)-f(1)}{h}$ و $\lim\limits_{h\xrightarrow{<}0} \dfrac{f(h-1)-f(1)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

جـ) أكتب معادلتي نصفي المماسين عند النقطة ذات الفاصلة 1

التمرين:16



(C_g) المقابل هومنحنى لدالة g معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=ax^3+bx+c$

1) بقراءة بيانية اجب عن الاسئلة التالية:

أ) جد كلا من $g(0)$ ، $g(1)$ و $g'(1)$ ثم عين الأعداد الحقيقية a ، b و c

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g

3) بين أن المعادلة: $x^3-3x-4=0$ تقبل حلاوحيدا $\alpha\in]2;2,25[$

استنتج اشارة $g(x)$

التمرين: 17

لتكن f الدالة المعرفة على $D=\mathbb{R}-\{1\}$ بجدول تغيراتها كما يلي .

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
f(x)	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	6	↗	$+\infty$

1) باستعمال جدول تغيرات الدالة f عين اشارة كلا من $f'(x)$ و $f(x)$ على D.

2) لتكن الدوال التالية: g، h، k معرفة بـ: $g(x)=f(x^2)$ ، $h(x)=f(\dfrac{1}{x})$ ، $k(x)=f(-2x)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة استنتج اتجاه تغير كلا من g ، h ، k.

3) R ، E ، V دوال عددية معرفةبـ معرفةبـ: $R(x)=[f(x)]^2$ ، $E(x)=[f(x)]^3$ ، $V(x)=\dfrac{1}{f(x)}$

أ) عبر عن كلا من $R'(x)$ و $E'(x)$ و $V'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

ب) شكل جدول تغيرات كلا من الدوال R ، E ، V .

التمرين:18

fدالة معرفة ومستمرة وقابلة للإشتقاق على كلا من $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$ جدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
$f(x)$	4	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↘	-2

واليكن (C)تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1- أ)فسر بيانيا، كل نهاية لـ f،عيّن نهاية $f\left(\frac{1}{x}\right)$عند $+\infty$.

ب)بيّن أنّ المعادلة $f(x)=2$ تقبل حلا وحيدا على $]0;2[$.

2-) g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$بالشكل : $g(x)=\frac{1}{f(x)};x\neq 2$ و $g(2)=0$

عين نهايات الدالة g عند $+\infty$، $-\infty$و3. ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.

التمرين:19

اليك جدول تغيرات الدالة العددية f والمعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ و اليكن (C_f) تمثيلها البياني

x	$-\infty$		α		1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$			‖		$-$		0	$+$	
$f(x)$	2021	↘	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↘	-3	↗	-1442

من خلال قراءتك لجدول التغيرات أجب عن مايلي:

1) عين نهايات الدالة f على أطراف مجال التعريف، ثم اكتب معادلات المستقيمات المقاربة لـ (C_f)

2)حدّد اتجاه تغير الدالة f

3) عيّن حلول المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على مجال تعريفها.

4) g دالة معرفة على المجال $]-\infty;\alpha]\cup]1;2]$ بـ: $g(x)=\sqrt{f(x)}$.

أ) احسب نهايات الدالة g على الأطراف المفتوحة لمجال تعريفها

ب) بين أن f و g لهما نفس اتجاه التغير على D_g. حدد اتجاه تغير الدالة g ثم ارسم جدول تغيراتها.

التمرين:20

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ طول الوحدة 4cm.

f دالة معرفة على $[-1;1]$ بـ : $f(x)=x\sqrt{1-x^2}$، و (C_f) تمثيلها البياني.

1- بيّن ان الدالة f فردية

2- أحسب $\lim\limits_{x \underset{<}{\longrightarrow} 1} \dfrac{f(x)}{x-1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x \underset{>}{\longrightarrow} -1} \dfrac{f(x)}{x+1}$ فسر النتيجتين السابقتين هندسيا.

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها

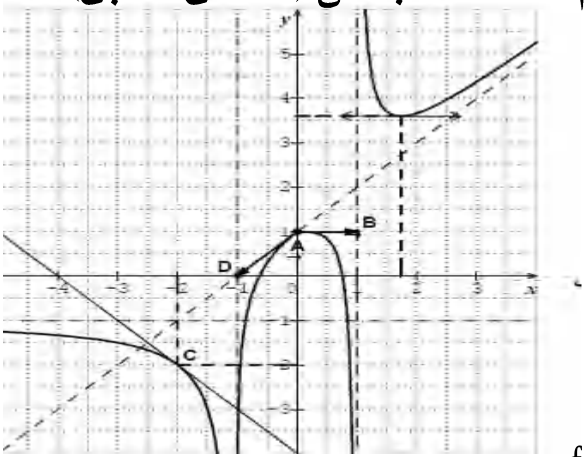
4- أ)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند مبدأ الإحداثيات.

ب) ادرس وضعية المماس (T) والمنحنى (C_f) ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

5- أرسم كلا من المماس (T) والمنحنى (C_f) .

التمرين:21

(C_f)التمثيل البياني لدالة f في مستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (الشكل المقابل)



1. بقراءة بيانية :

أ-عينD_f مجموعة تعريف الدالة f. ثم شكل جدول f

2 - بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x=1$ ثم فسر بيانيا هذه النهاية.

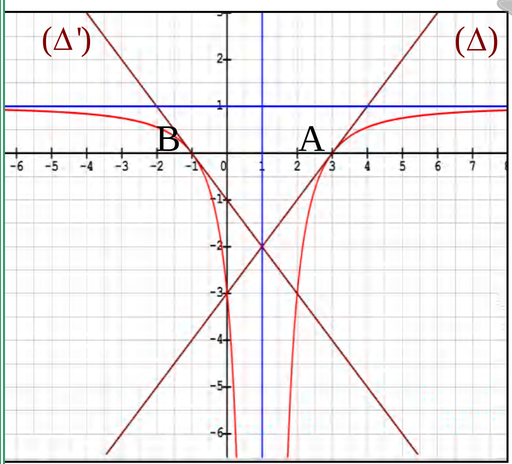
3- عين$f(0)$ ، $f'(-2)$ $f'_<(0)$ و $f'_>(0)$.

هل الدالة f قابلة للإشتقاق عند 0 ؟ برر اجابنك.

4-حل بيانيا كلامن المعادلة:$f(x)=0$ والمتراجحة $f'(x)\geq 0$

5-ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة :$f(x)-x=m$

التمرين:22



(C_f) الموالي هو التمثيل البياني لدالة fمعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$

و(Δ)،(Δ') المماسين لـ(C_f)في النقطتين$A(3;0)$ و $B(-1;0)$

1) بقراءة بيانيّة: أ- جدْ نهايات f عند حدود مجوعة تعريفها.

ب- حدِّدْ إشارة$f(x)$ ، ثمّ إشارة$f'(x)$.

جـ- شكّل جدول تغيّرات f.

د-جد$f'(3)$و$f'(-1)$. ثمّ جد معادلة (Δ)و (Δ')

2)نقبل أنّ: $f(x)=\dfrac{x^2-ax+b}{(x-1)^2}$إستقد من الإجابة 1)جـ- لتعين العددين a وb.

3)h الدالة المعرّفة على$\mathbb{R}$بـ : $h(x)=[f(x)]^2$.

ا- احسب$h'(x)$ بدلالة كلّ من$f(x)$ و$f'(x)$ ثمّ استنتج إشارة$h'(x)$.

بـ - شكّل جدول تغيّرات h.

التمرين:23

لتكنf الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ ب: $f(x)=\frac{x^2+\alpha x+\beta}{x+2}$ وليكن(C_f)هوتمثيلها البياني.

1)عين العددين الحقيقيين α و β بحيث المنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(1;-3)$ مماسا ميله $\frac{2}{3}$

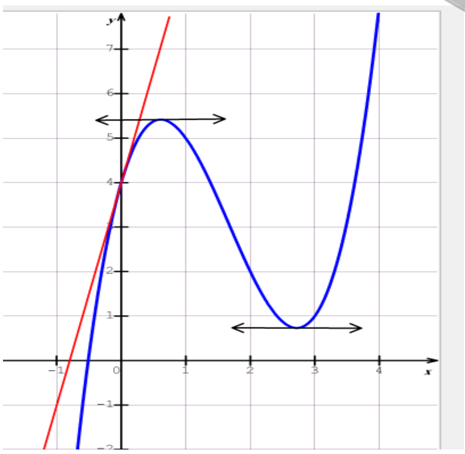
2) نفرض أن $\alpha=-3$ و $\beta=-7$

أ) هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي المستقيم الذي معادلته : $y=x-1$ ؟ برر جوابك

ب)بين المنحنى (C_f) يقبل مماسين عموديين على المستقيم الذي معادلته: $4y-x=0$.

جـ) بيّن المنحنى (C_f) يقبل مماسين يوازيان حامل محور الفواصل .

التمرين:24



I- f دالة كثيرة حدود معرفة بـ: $g(x)=x^3-5x^2+5x+4$

و (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

والذي يقبل مماسا(T)عند النقطة $A(0;4)$.

لاحظ الشكل ثم ضع تخمينا حول:

1-أ)عدد جذور $g(x)$ وإشارته.

ب)الوضع النسبي للمنحنى (C_g)والمماس (T)

2-دراسة تغيرات الدالة g

احسب من أجل كلxمن$\mathbb{R}$، $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.

3-أ)أثبت أن المعادلة $g(x)=0$تقبل حلا وحيدا α في $]-1;0[$ ثم عين حصرا للعدد α سعته 10^{-1} .

ب)ستنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

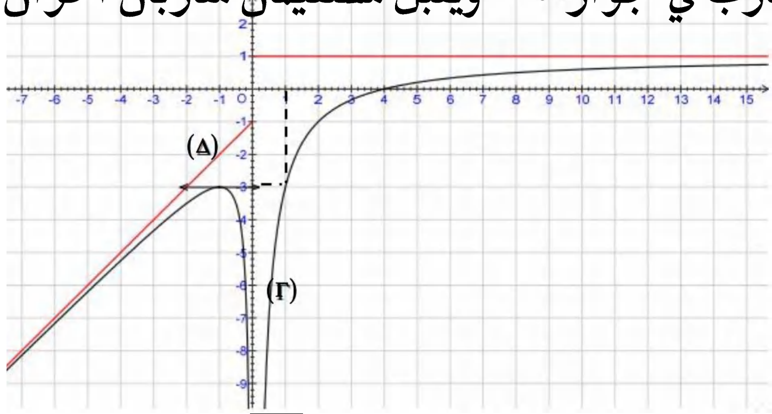
4-أ) اكتب معادلة المماس (T). ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_g) والمماس (T).

ملاحظة:هل تخمينك يتوافق مع النتائج المحصل عليها؟

التمرين:25

في الشكل الموالي (Γ) يمثل بيان الدالة f والمعرفة والمستمرة على $\mathbb{R}^*$، المنحنى (Γ)

يقبل مستقيم مقارب في جوار $-\infty$ ويقبل مستقيمان مقاربان آخران معادلاتهما: x=0 و y=1



أ)**بقراءة بيانية:**

1-عين: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$، $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$، $\lim\limits_{|x|\to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[fof(x)-f(x)]$

2-ضع جدول تغيرات الدالة f.

3-حل المعادلتين : $f(x)=-1$ و $f(x)=-3$

4-عين $f(]0;+\infty[)$ ، $f(]-\infty;0[)$ و $f(]0;4])$.

ب)نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-3\}$ كمايلي: $g(x)=\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x+3}$ وبجدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$		-3		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
g'(x)		-	‖	-	0	+	
g		↘	‖	↘		↗	

1- أنقل ثم اكمل الجدول.

2- أرسم التمثيل البياني للدالة g في معلم متعامد ومتجانس جديد وحدة الطول 2cm.

3- لتكن الدالة h المعرفة كمايلي: $h(x)=(fog)(x)$

أ) بين ان h معرفة على $\mathbb{R}-\{-3\}$

ب) عين $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -3} h(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -3} h(x)$.

التمرين:26

لتكن f الدالة المعرفة بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{cx^2+dx-2}$ حيث a، b، c و d اعداد حقيقية

وليكن (C_f) هوتمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

I-جد الاعداد a، b، c و d علما ان المنحنى (C_f).

أ)لا يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل.

ب)يقبل مستقيم موازي لمحور التراتيب معادلته : $x=2$.

جـ)يشمل النقطة $A(1;-2)$ ويقبل عندها مماسا معامل توجهه 5-.

II-نضع من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)=\dfrac{x^2+x}{x-2}$.

1-أ)أحسب نهاية الدالة f عند اطراف مجال تعريفها .

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x-3]$ ، ماذ تستنتج؟.

2- أحسب من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f'(x)$. ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

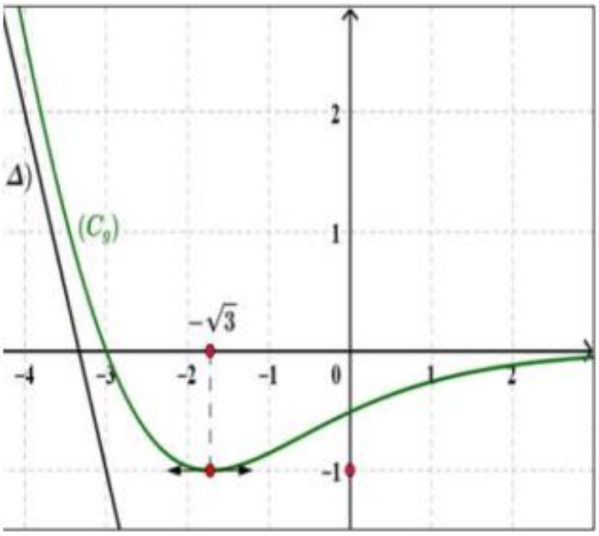
3- أ)تحقق انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)+f(4-x)=10$ ماذا تستنتج؟

ب) ارسم المنحنى (C_f).

جـ)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $x^2=(m-1)x-2m$

التمرين:27

في الشكل المقابل (C_g) يمثل بيان الدالة g والمعرفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.



أ)المستقيم (Δ) مقارب مائل لـ (C_g) بجوار $-\infty$.

ب)محور الفواصل مقارب لـ (C_g) بجوار $+\infty$.

1.بقراءة بيانية عيّن:

أ) $g(-3)$ ، $g(-\sqrt{3})$ و $g'(-\sqrt{3})$.

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$، $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[g(x)+3x]$.

2.f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$:

حيث $f'(x)=g(x)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

* عيّن إشارة $f'(x)=g(x)$.

* برّر نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

الجزء الثالث: تمارين البكالوريا

العلوم التجريبية

التمرين:28 دورة2014

I-لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ)احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 \prec \alpha \prec 0,8$.

ب)استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II-نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ).

3) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$).

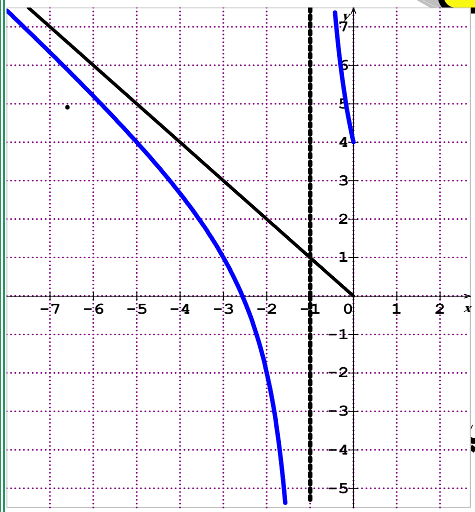
4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$. 5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

6)لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$ و (C_h) تمثيلها البياني

أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

ب) أستنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ (C_h).

التمرين:29 دورة2009



I) f دالة معرّفة على المجال $I =]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ:

$f(x) = -x + \dfrac{4}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى

معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ كما هو مبين في الشكل المقابل

1) أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I

ب) بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه f شكل جدول تغيراتها.

2) g دالة معرّفة على $[0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x + \dfrac{4}{x+1}$ و (C_g) تمثيلها البياني

أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

جـ) أدرس تغيرات g.

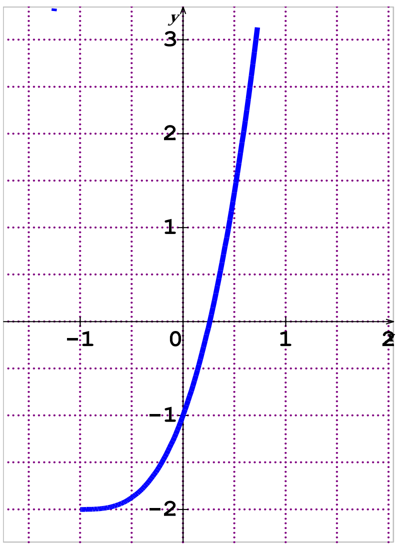
II) k دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $k(x) = |x| + \dfrac{4}{x+1}$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{h \to 0 \\ >}} \dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{\substack{h \to 0 \\ <}} \dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج ، ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) أكتب معادلتي نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

3) أرسم (Δ_1) و (Δ_2) و (C_k)

التمرين:30 دورة2008



المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g

المعرفة على $I =]-1;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

1-أ) بقراءة بيانية: شكل جدول تغيرات g وحدّد $g(0)$ وإشارة $g(0,5)$

ب) علّل وجود عدد حقيقي $\alpha \in]0;0,5[$ يحقق: $g(\alpha) = 0$

جـ) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I

2) f دالة معرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ و (Γ) تمثيلها

أ) تحقق أنه من أجل كل $x \in I$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

ب) عين دون حساب $\lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

جـ) جد $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x)-(x+1)]$ فسر النتيجتين بيانيا . د) شكل جدول تغيرات f

3) نأخذ: $\alpha = 0,26$. أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} ب) أرسم المنحنى (Γ) .

تقني رياضي

التمرين:31 دورة2017

I-نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=x^3+6x+12$

1- أدرس إتجاه تغير الدالة g.

2- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $]-1,48;-1,47[$، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{x^3-6}{x^2+2}$.

و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2+2)^2}$،

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2- أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة المستقيم (Δ).

3- بيّن أن: $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4-ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

التمرين:32 دورة2009

f دالة معرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$ و(C_f) منحنى f في معلم متعامد ومتجانس

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2-أ) بين أن (C_f) يقبل مقاربين أحدهما (D) : $y=x$.

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و(D).

3- أ)بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1,3 \prec x_0 \prec 1,4$.

ب) أكتب معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور التراتيب.

جـ)أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

4) g دالة معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=|f(x)|$ واليكن (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم

أ)بين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.

ب)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $g(x)=m^2$

التمرين:33 دورة2008

f دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ و(C_f) تمثيلها البياني

1) بيّن أن f دالة فردية.

2) اثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

3) ادرس تغيرات الدالة f.

4) اكتب معادلة للماس (T) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

5) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

6) بيّن أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب لـ (C_f) في جوار $+\infty$

ثم استنتج معادلة (D') المستقيم المقارب الآخر

7) أرسم (D) و (D') و (C_f) في المعلم السابق.

8) g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

أ) بيّن أن الدالة g زوجية. ب) انطلاقا من (C_f) أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

التمريــــن:34 بكالوريا 1980

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2-2x-15}{x^2-2x-3}$

يرمز $\mathcal{C}$ إلى المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أدرس تغيّرات الدالة f . استنتج معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمحني $\mathcal{C}$.

2) أكتب معادلة لماس المنحني $\mathcal{C}$ عند نقطته ذات الفاصلة 5 .

3) أثبت أن المستقيم ذي المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحني $\mathcal{C}$. أرسم المنحني $\mathcal{C}$.

4) نعتبر الدالة f_m المعرّفة بـ : $f_m(x)=\frac{x^2-mx-15}{x^2-mx-3}$ حيث m وسيط حقيقي .

أ ـ أدرس تغيرات الدالة f_m واستنتج المستقيمين المقاربين لمنحنها $\mathcal{C}_m$.

ب ـ بين أنه توجد نقطة وحيدة تنتمي إلى كل المنحنيات $\mathcal{C}_m$.

جـ ـ ما هو المنحني الذي يشمل النقطة ذات الإحداثيتين $(4;1)$ ؟

التمريــــن:35 بكالوريا 1997

لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2};2\right\}$ بـ: $f(x)=\frac{4x^2-5x}{2x^2-5x+2}$.

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس .

1-عين الأعداد الحقيقية a، b وc بحيث من أجل كل

من $x \in \mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2};2\right\}$ فإن: $f(x)=a+\frac{b}{2x-1}+\frac{b}{x-2}$.

3) أدرس تغيرات الدالة f ثم أكتب معادلة لكل من المستقيمات المقاربة للمنحني $\mathscr{C}_f$.

4) أكتب معادلة لماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

5) عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني (C_f) وحامل محور الفواصل. 6) أرسم المنحني .

التمريـــــن:36 بكالوريا 1997

1) لتكن الدالة العددية f والمعرفة $\mathbb{R}-\{-1\}$ كمايلي: $f(x)=2x+3-\frac{1}{(x+1)^2}$

نسمي (C) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-بين أن أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}-\{-1\}$ ، $f'(x)=\frac{2(x+2)(x^2+x+1)}{(x+1)^3}$

2- أدرس تغيرات الدالة f. 3- أكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمنحنى (C)

4- بين أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $x_0 \in]-0,37;-0,25[$

5-أكتب معادلة مماس المنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

6- أرسم المنحنى (C)

7- لتكن المعادلة : $2x^3+(7-m)x^2+2(4-m)x+2-m=0....(e)$ حيث m وسيط حقيقي و x هو المجهول

أ-بين انه من أجل كل عدد حقيقي x فإن (e) تكافئ المعادلة $f(x)=m$.

ب-أستعمل المنحنى (C) لدراسة حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة(e)

التمريـــــن:37 بكالوريا 1997

لتكن الدالة العددية f والمعرفة $\mathbb{R}-\{-1\}$ كمايلي: $f(x)=\frac{x^2(x+2)}{(x+1)^2}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)عيّن الأعداد الحقيقية α β، γ بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1\}$.

$$f(x)=\alpha x+\frac{\beta}{(x+1)}+\frac{\gamma}{(x+1)^2}$$

2)أدرس تغيرات الدالة f. 3)عيّن المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f)

أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل.

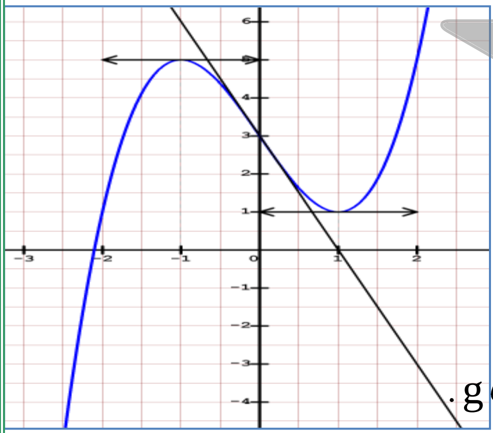
أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل

4)أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة التي فاصلتها 1.

5)أنشئ المماس والمنحنى (C_f)

الجزء الرابع: تمارين مقترحــة

التمريـــن:38



I- المنحنى (C_g) الموالي هو التمثيل البياني للدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3+ax+b$ وليكن (Δ) المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة $A(0;3)$

1. بقراءة بيانيّة:

ا)عيّن $g(-1)$؛ $g(1)$، $g'(0)$ و $g''(0)$ ب) شكّل جدول تغيّرات g.

2. أحسب $g'(x)$ ، ثم بيّن أن: $a=-3$ و $b=3$

3. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً α في المجال $]-2,2;-2,1[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^4-6x^2+12x$

1.ا)بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=4g(x)$

ب)استنتج اتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها.

2. بيّن أنّ: $f(\alpha)=-3\alpha(\alpha-3)$ ، ثم احصر $f(\alpha)$.

III- k الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x)=f(-|x|)$. وليكن (C_k) تمثيلها البياني

1.تحقق أنّ k زوجيّة.

2.دون دراسة تغيّرات k استنتج جدول تغيّراتها.3.هل k قابلة للإشتقاق عند0مع التعليل

التمريـــن:39

fدالة عددية جدول تغيراتها التالي :

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

نفرض أن$f(x)$ تكتب على الشكل: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية.

1) أحسب $f'(x)$ بدلالة a و c 2) اعتمادا على جدول التغيرات للدالة f:

أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c

ب)عين $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -1} f(x)$ وّ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا.

جـ) قارن بين صورتي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا اجابتك.

3) نأخذ فيما يلي أن : $a=b=c=1$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني .

أ) بين أن عندما يؤول x إلى $(-\infty)$ و $(+\infty)$ فإن (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته $y=x+1$

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للستقيم (Δ) .

جـ) أثبت أن النقطة $\omega(-1;0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

د) أرسم المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) ثم أرسم المنحنى (C_f)

هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=m+2$.

التمريــــن:40

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بـ: $g(x)=ax+b-\frac{1}{x-3}$ حيث a و b من $\mathbb{R}$ و (C) تمثيلها البياني

1) عين كل من a و b علما أن:

(C) يمر بالنقطة $A(2\,;1)$ ويقبل في هذه النقطة مماسا موازيا لحامل محور الفواصل.

2) بين أن النقطة $I(3\,;3a+b)$ مركز تناظر للمنحنى (C).

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $R-\{3\}$ بـ : $f(x)=\frac{-x^2+5x-7}{x-3}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل x من $R-\{3\}$ ، $f(x)=g(x)$.

2) أدرس تغيرات الدالة f.

3) أحسب $\lim_{x\to\pm\infty}[f(x)-(-x+2)]$ ماذا تستنتج ؟

4) أدرس الوضع النسبي (C_f) والمستقيم المقارب المائل (Δ)

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 3 يطلب تعيين معادلتيهما

6) ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f).

7) باستعمال المنحنى (C_f) حدد حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة : $f(x)=3x+m$.

التمريــــن:41

f دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=|x|+\sqrt{x^2-1}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس شفعية الدالة f ثم احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

2) بين أن : $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-2x]=0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند 1 من اليمين وفسر النتيجة بيانيا.

4)أدرس إتجاه تغير f على $]1;+\infty[$ ثم استنتج إتجاه تغيراتها على $]-\infty;-1[$ وشكل جدول تغيراتها

5)بين أن (C) يقطع المستقيم ذي المعادلة: $2y=5$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $1\prec\alpha\prec2$

6) أرسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C) .

التمريـــــن:42

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+\frac{x-2}{x^2+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في م م م م م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

2)بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن: $f'(x)=\frac{-x(x-1)(x^2+x+4)}{(x^2+1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المستقيم $(D):y=-x$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

5) عين معادلة المماس لـ (C_f) عن النقطة التي فاصلتها 1-، ثم استنتج قيمة تقريبية لـ $f(-1.25)$.

6) أرسم (D) و (C_f).

7) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ و (C_g) تمثيلها البياني . إذا علمت أن (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\binom{-1}{1}$ عين عبارة $g(x)$ ثم أرسم (C_g).

التمريـــــن:43

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x-2}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

I)عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث يكون لـ (C_f) مستقيم مقارب معادلته: $y=x-3$

ويقبل قيمة حدية عند النقطة التي فاصلتها 3 .

II) نفرض في كل مايلي: أن $a=1$ و $b=-5$ و $c=7$

1)أدرس تغيرات الدالة f.

2)أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (D_1) و (D_2) معامل توجيه كل منهما (3-)، يطلب إعطاء معادلتي المماسين (D_1) و (D_2)

3)أرسم بدقة المماسين (D_1) و (D_2) ثم المنحنى (C_f).

4)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)+3x-m=0$

5) f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ: $g(x)=f(|x|)$

أ) بين أن الدالة زوجية.

ب) أدرس قابلية إشتقاق g عند 0

جـ) بين أنه يمكن إنشاء (C_g) منحنى g إنطلاقا من (C_f) ، ثم أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

التمريــــن:44

I - g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3-3x-3$ يرمز (C_g) إلى منحنيها البياني

1) ادرس تغيّرات الدالةg .

2) أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً α من المجال $]2{,}1;2{,}2[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

3) x عدد حقيقي كيفي من $\mathbb{R}$؛ احسب $g(-x)+g(x)$، ثم فسّر النتيجة بيانيّا .

II- f دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;+1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x^3+3}{x^2-1}$ يرمز (C_f) إلى منحنيها البياني

1)بيّن- من أجل كلx من $\mathbb{R}-\{-1;+1\}$: $f'(x)=\dfrac{2x.g(x)}{(x^2-1)^2}$

2)ادرس تغيّرات الدالة f .　　　3)أثبت أنّ $f(\alpha)=3\alpha$ ، و استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4)برهن أنّ المستقيم(Δ)ذا المعادلة $y=2x$ مقارب مائل لـ (C_f)

-ادرس وضعيّة (C_f)بالنسبة إلى (Δ)

5)بيّن أنه يوجد مماسان لـ (C_f) يوازيان (Δ).(يطلب إعطاء فاصلتيْ نقطتيْ التّماس فقط).

6)أنشئ المنحني (C_f).

7)ناقش بيانيّا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة :

$2x^3-mx^2+m+3=0$.

III- h دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;+1\}$ بـ : $h(x)=\dfrac{2|x|^3+3}{x^2-1}$

1)أثبت أنّ h دالة زوجيّة.

2)بيّن أنه يمكن استنتاج (C_h) من (C_f)، ثم أنشئه في نفس المعلم.

التمريــــن:45

f دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $f(x)=|x+1|+\dfrac{x}{x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني

1.أ)احسب النهايات عند أطراف مجال التعريف.

ب) اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

2. احسب $f'(x)$ و ادرس إشارته ،ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3.أ) بيّن أن المستقيمين $(\Delta):y=x+1$ و $(\Delta'):y=-x-1$ مقاربان للمنحني (C_f).

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كلٍّ من (Δ) و (Δ').

جـ) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتيْن

إحداهما فاصلتها α في المجال $]0{,}5;1[$، و الثانية فاصلتها β في المجال $]-2;-1{,}5[$.

د) أنشئ المنحني (C_f).

4. يُعطى المستقيم (D_m) ذو المعادلة $y = mx + 1$، حيث m وسيط حقيقي.

ا) بيّن أنه عندما يتغيّر m في $\mathbb{R}$، فإنّ (D_m) يدور حول نقطة ثابتة يطلب تعيينها.

ب)ناقش بيانيّا ،حسب قيم الوسيط الحقيقيm، عدد حلول المعادلة $|x+1| + \frac{x}{x^2-1} - mx = 1$.

التمريــــن:46

fدالة معرّفة على$\mathbb{R}$ب : $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$ و(C_f) منحنيها في م م م $(O\,;\,\vec{i},\vec{j})$.

1. ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. ب) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا.

2.ا)بيّن أنه ، مهما كان x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$

ب) برهن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) \prec 0$.

3. شكّل جدول تغيّرات f.

بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x) + 2x) = 0$، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا.

4. عيّن إحداثيّيْ نقطة تقاطع (C_f) مع محور التراتيب، ثمّ أنشئ المنحني (C_f).

التمريــــن:47

I) g الدالة المعرفة على المجال$]-1;+\infty[$ كمايلي: $g(x) = ax^3 - 3x + b$ و (C_g) هوتمثيلها البياني

1)عين العددين الحقيقين a، b علما أن (C_g)يقبل مماسا معادلة$y = -6$عند النقطة ذات الفاصلة 1

2) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيرات g

3)بين أن المعادلة: $x^3 - 3x - 4 = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]2;2,25[$ ثم استنتج اشارة g(x)

II) f دالة معرّفة على$]-1;1[\cup]1,+\infty[$ب: $f(x) = \frac{x^2(x+2)}{x^2-1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

1)احسب نهايات f عند حدود مجال التعريف

2-أ)بين أن f قابلة للاشتقاق على$]-1;1[\cup]1,+\infty[$، ثم احسب $f'(x)$

ب)تحقق أن $f'(x) = \frac{x.g(x)}{(x^2-1)^2}$ و استنتج إشارته، ثم ارسم جدول تغيرات f

3)بيّن أن: $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha + 2$، ثم عيّن حصرا لـ$f(\alpha)$

5)احسب$\lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x) - (x+2))$ ، ثم استنتج أن (C_f)يقبل مقارب مائل (Δ)يطلب تعين معادلة له

6)أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

7)أنشئ المنحنى (Δ) والمستقيم (C_f).

التمريـــــن:48

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{(x+a)^2}{x^2+b}$ ، حيث: a و b عددان حقيقيان غير معدومين.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1-عين العددين a و b إذا علمت أن معادلة المماس (Δ) عند النقطة فاصلتها 0 هي : $y=2x+1$

2-أثبت أن المستقيم معادلته : $y=1$ مستقيم مقارب لمنحنى الدالة f.

3- بوضع : $a=b=1$ أ-أثبت من أجل كل عدد حقيقي x أن: $f'(x)=\dfrac{-2(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$

ب-عين اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ- حدد الوضعية النسبية لمنحنى الدالة f و المماس (Δ)، ماذا يمكن القول عن النقطة $A(0,1)$؟

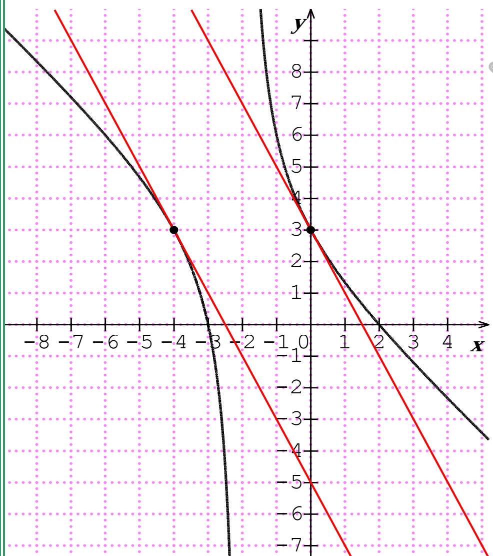
د- بين أن النقطة $A(0,1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

هـ-ارسم المنحنى (C_f) و المماس (Δ).

4- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

استنتج جدول تغيرات g انطلاقا من جدول تغيرات الدالة f

التمريـــــن:49



f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$

حيث a، b و c أعداد حقيقية. في الشكل المقابل المستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ و C_f التمثيل البياني لـ f

و (Δ)، (Δ') مماسي C_f في النقطتين فاصلتاهما 0 و4- على الترتيب.

بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية:

1- عين $f'(0)$ و $f'(-4)$، ثم اكتب معادلتي المماسين (Δ) و (Δ')

2-ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)+2x=m-1$

3-شكل جدول تغيرات الدالة f ثم عين اشارتها.

4-نعتبر الدالة g المعرفة بـ : $g(x)=\sqrt{f(x)}$

أ)باستعمال (C_f) عين مجموعة تعريف الدالة g.

ب)استنتج تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

5-عين الاعداد الحقيقية a، b و c.

التمريـــن:50

ملاحظة: هذا التمرين خاص بشعبتي الرياضي و التقني رياضي

f_mدالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f_m(x)=\dfrac{x^2-mx}{x-1}$ حيث m وسيط حقيقي.

واليكن (C_m) المنحنى الممثل للدالة f_m في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1-بيّن أن جميع المنحنيات(C_m)تشترك في مستقيم مقارب ثابت يطلب تعين معادلة له$(m\neq -1)$

2- بيّن أن جميع المنحنيات(C_m)تشترك في نقطة ثابتة يطلب تعيينها.

3- عين الاعداد الحقيقية a ، b و c بحيث : $f_m(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$ مع $(m\neq -1)$.

4-برهن النقطة $\omega_m(1;m+2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_m).

ماهي مجموعة النقط ω_m لما يتغير m في $\mathbb{R}-\{-1\}$.

5- أحسب $f'_m(x)$ مشتقة الدالة f_m ثم استنتج :

أ- قيم m والتي من أجلها تحافظ f_m على اتجاه تغيراتها.

ب - قيم m والتي من أجلها تقبل f_m نهايتين قيمتين حديتين عظمى وصغرى.

انتهى بحمد الله وتوفيقه

تمنياتنا لكم بالتوفيق التام في بكالوريا 2021

مع تحيات الأستاذين :

بالعبيدي محمد العربي

باي زواوي

ترقبوا الحلول في قناة : باي زواوي

BEY MATHS