مجلة الرائد في الرياضيات

تمارين الاحتمالات
في البكالوريا بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

BAC2020

إعدادالأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi @gmail.com

العربي الجزائري Facebook

مجلة الرائد في الرياضيات

تمارين الاحتمالات في البكالوريا
بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

تدريبات متنوعة

الجزء الثاني

بكالوريات النظام الجديد

العلوم التجريبية+تقني رياضي +رياضيات

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الثالث

بكالوريات النظام القديم

علوم الطبيعة والحياة+علوم دقيقة

الجزء الرابع

بكالوريات اجنبية

الجزء الخامس

تمارين مقترحـــــــــــــــة

BAC2020

إعدادالأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

الجزء الأول: تدريبات متنوعة

1-التحليل التوفيقي

التمريـــــن01

ماهو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام: 1 ، 2 ، 3 ، 4، 5، 6 إذا كانت هذه الأعداد تتكون من :أ) 3 أرقام ؟ ، ب) 3 أرقام مختلفة ؟ ، ج) 6 أرقام مختلفة ؟ .

التمريـــــن02

ماهو عدد الطرق المختلفة التي يمكن بها ترتيب الحروف: ا ، ي ، ا ، ل ، و ، ر ، ك ، ا ، ل ، ب للحصول على كلمة "البكالوريا"؟

التمريـــــن03

يفتح قفل برقم سري بتشكيل أربعة ارقام مختلفة من بين الارقام التالية: **1 ، 3 ، 5 ،7، 9**
ماهو عدد الطرق الممكنة لفتح هذا القفل ؟.

التمريـــــن04

بكم طريقة يمكن لخمسة أشخاص أن يجلسوا:
أ)في صف فيه خمسة مقاعد؟ ب)حوّل طاولة مستديرة حولها خمسة مقاعد؟

التمريـــــن05

في مركز أبحاث يراد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء مختارين من بين 6 باحثين و 4 باحثات.
1) ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها؟
2) ما هو عدد اللجان الممكن تشكيلها في الظروف التالية:
أ)الأعضاء الأربعة المختارين باحثات؟ ، ب)من بين الأعضاء المختارين توجد باحثة واحدة فقط؟
جـ) من بين الأعضاء المختارين توجد على الأقل باحثة.
د) من بين الأعضاء المختارين يوجد على الأكثر باحثان

التمريـــــن06

يضم صندوق 15 كرة منها 6 بيضاء تحمل الأرقام (1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3 ، 3) و 5 خضراء تحمل الأرقام (1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2) و 4 حمراء تحمل الأرقام (1 ،3، 3 ، 3) .

نسحب 3 كرا ت في آن واحد . ما هو عدد الحالات الممكنة لسحب :

1) 3 كرات من نفس اللون؟ 2) 3 كرات تحمل نفس الرقم؟ ، 3) 3 كرات مجموع أرقامها 6 ؟
4) 3 كرات واحدة على الأقل منها تحمل رقما فرديا ؟.

التمريـــــن07

1-جد العدد الطبيعي n في كل حالة: أ) $2(C_n^0+C_n^2+C_n^3)=5n+2$ ، ب) $C_n^3+C_{2n}^2=8n$

2-حل في $\mathbb{N}^2$ الجملة التالية : $\begin{cases} C_{x+1}^{y}=C_{x}^{y-1} \\ C_{x+y}^{2}=10 \end{cases}$

التمريـــــن08

1) برهن بالتراجع انه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $1\times 1!+2\times 2!+.......+n\times n!=(n+1)!-1$

2)برهن بالتراجع انه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $2^n[1\times 3\times 5\times 7\times ....\times(2n-1)]n!=(2n)!$

التمريـــــن09

يضم صندوق 10 كرات متماثلة . 4 منها سوداء و الباقي بيضاء . نسحب من الصندوق 3 كرات في آن واحد. ما عدد الحالات ممكنة للحصول على :

أ) كرة بيضاء ؟ ب) كرة بيضاء على الأقل ؟ جـ) 3 كرات ليست من نفس اللون ؟

2) نضيف إلى الصندوق n كرة سوداء و n كرة بيضاء و نعتبر X_n عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون .

أ)أثبت أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $X_n=n^2+9n+21$ ، ب)كم نضيف من كرة حتى يكون $X_n=10713$

التمريـــــن10

يحتوي كيس على 18كرة منها4 كرات حمراء مرقمة من1 إلى 4 و6كرات بيضاء مرقمة من1الى6 و8 كرات خضراء مرقمة من1الى8

1. نسحب من هذا الكيس 3كرات في آن واحد.ما هو عدد الحالات التي نحصل فيها على:

أ) 3أرقام فردية ب)كرة حمراء على الأقل جـ)كرة واحدة فقط تحمل الرقم4

2. نسحب من هذا الكيس 3كرات على التوالي بحيث نعيد في كل مرة الكرة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي.ما هو عدد الحالات التي نحصل فيها على:

أ) 3أرقام فردية ب)كرة حمراء على الأقل .

جـ)كرة واحدة فقط تحمل الرقم4

التمريـــــن11

اشترى احد التلاميذ المجتهدين 3 كتب للرياضيات وكتابين للفيزياء وأربعة كتب للأدب العربي ثم أراد أن يضعهم على رف مكتبته فما هو عدد الطرق الممكنة لتحقيق ذلك إذا :

أ) أراد وضع الكتب ذات نفس المادة متجاورة

ب)كتب الأدب العربي فقط متجاورة .

جـ) دون شرط .

2-حساب الاحتمالات

أنواع السحب

التمريـــــــن12

تحتوي علبة على 12 كرية منها:5 بيضاء ، 4 حمراء و 3 خضراء (لا نميز بينها عند اللمس)
نسحب ، عشوائيا ، 3 كريات من هذه العلبة. نعتبر الاحداث التالية :

A :"الكريات المسحوبة بيضاء"

D :"الكريات المسحوبة من نفس اللون "

E:"الّوان الكريات المسحوبة مختلفة مثنى مثنى"

F:"من بين الكريات المسحوبة توجد كريتان بيضاون بالضبط "

G:"من بين الكريات المسحوبة توجد كرية بيضاء على الأقل "

احسب احتمالات A ، D ، E ،F و G في كل حالة من الحالا ت الأتية :

1) السحب في آن واحد .

2)السحب على التوالي وبإ رجاع .

3)السحب على التوالي وبدون إرجاع.

التمريـــــــن13

تحتوي علبة على 9 كريات منها:5 حمراء تحمل الارقام 1 ، 1 ، 1 ،2 و 2
4 بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 و 2

نسحب ، عشوائيا ، 3 كريات من هذه العلبة. نعتبر الاحداث التالية :

A :"الكريات المسحوبة من نفس اللون "

D :" الحصول على كرية حمراء على الأقل "

E:" الكريات المسحوبة تحمل نفس الرقم "

F:"مجموع أرقام الكريات المسحوبة يساوي 4 "

احسب احتمالات A ، D ، E وF في كل حالة من الحالا ت الأتية :

1)السحب في آن واحد .

2)السحب على التوالي وبإ رجاع .

3)السحب على التوالي وبدون إرجاع.

التمريـــــن14

يحتوي كيس على 6 كرات حمراء و 4 كرات صفراء .
نسحب ، عشوائيا ، 3 كرات من هذا الكيس على التوالي وبدون ارجاع .
نعتبر الحادثين A وB حيث :

A :"الحصول على اللونين معا " ، B : "الحصول على لون واحد "

احسب P(A) و P(B)

التمريـــــن15

يحتوي صندوق على 8 كرات منها:5 برتقالية و 3 خضراء.
نسحب ، عشوائيا ، على التوالي وبإرجاع كرتين من هذا الصندوق.
(نسحب كرة أولى ونسجل لونها و نعيدها إلى الصندوق ، ثم نسحب كرة ثانية ونسجل لونها)
1)احسب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.
2) احسب احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين.

الاحتمالات الشرطية

التمريـــــن16

عدد تلاميذ ثانوية هو 900 ، يتوزعون حسب المستوى والصنف (داخلي أو خارجي) كما يلي:

الصنف \ المستوى	السنة الاولى P	السنة الثانية S	السنة الثالثة T	المجموع
Eخارجيون	250	200	150	600
Iداخليون	100	120	80	300

نختار تلميذا بطريقة عشوائية ، احسب الاحتمالات التالية:
1-احتمال ان يكون التلميذ خارجيا.
2-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى .
3-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى وخارجيا.
4-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى علما انه خارجي.

التمريـــــن17

يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء و3 كرات خضراء ويحتوي صندوق U_2 على 3 كرات خضراء و كرتين بيضاوين.
التجربة (E):نرمي نردا له 6أوجه مرقمة من 1 إلى 6(كل الأوجه لها نفس الإحتمال في الظهور)
إذاكان الرقم المحصل عليه من مضاعف للعدد 3، نسحب كرة من الصندوق U_1 و إذا ظهر وجه آخر غير مضاعف للعدد 3 ، نسحب نسحب كرة من الصندوق U_2 .
1)احسب احتمال الحادثة B " سحب كرة بيضاء".
2)احسب احتمال سحب كرة من الصندوق U_1 علما انها بيضاء.

التمريـــــن18

يلعب طفل لعبة مكونة من 20 كرة : 13 حمراء و7 خضراء ، وضع 10 حمراء و 3 خضراء في علبة مكعبة C_1 و وضع 3 حمراء و 4 خضراء في علبة اسطوانية C_2 .
يتم تنظيم اللعبة بحيث يختار الطفل أولا أحدى العلبتين عشوائيا ثم يأخذكرة واحدة منها.
نعتبر الحوادث التالية:
C_1 " يختار الطفل العلبة المكعبة ". C_2 " يختار الطفل العلبة الأسطوانية ".

R " يختار الطفل كرة حمراء ".   **V** " يختار الطفل كرة خضراء".

1)مثل بشجرة متوازنة الوضعية المرافقة لهذه اللعبة.

2)احسب احتمال الحادثة **R**.

3)علما ان الطفل أخذ كرة حمراء ، ما احتمال ان يكون قد أخذها من العلبة المكعبة.؟

التمريـــن19

ورشتان A و B تصنعان الشرائح الالكترونية .للحصول على 2000 قطعة .

انتجت الورشة A :1200قطعة وانتجت الورشة B 800 قطعة .

انتجت الورشة A : 4 % من القطع المعيبة (بها عيوب)وانتجت الورشة B:3 %من القطع المعيبة

نأخذ عشوائيا شريحة من الطلبية.

نسمي A الحادثة : الشريحة آتية من الورشة A.

الحادثةB : الشريحة آتية من الورشة B.

الحادثةD : الشريحة بها عيوب .

1) أكمل الجدول التالي

	عدد الشرائح المعيبة	عدد الشرائح غيرالمعيبة	المجموع
عدد الشرائح من إنتاج الورشة A			
عدد الشرائح من إنتاج الورشة B			
المجموع			

2) احسب الاحتمالات التالية:أ) $P(D)$ ، $P(A\cap D)$ و $P_D(A)$.

ب) $P(\overline{D})$ ، $P(\overline{D}\cap B)$ و $P_{\overline{D}}(B)$

الاحتمالات الكلية

التمريـــن20

تستقبل ثانوية L ، تلاميذ السنة الأولى من ثلاث مؤسطات : M_1 ، M_2 ، M_3 .

25% من التلاميذ يأتون من المتوسطة M_1 ، 40% من المتوسطة M_2 والباقي من المتوسطة M_3 5% من تلاميذ من المتوسطةM_1، 10%من تلاميذ M_2 و0.1% من تلاميذM_3يعيدون السنة

نختار تلميذا عشوائيا..

1.كون شجرة متوازنة تترجم الوضعية .

2.احسب احتمال الحادثة B التلميذ يعيد السنة .

التمريـــــن21

نختبرفعالية دواء على عيّنة من الأشخاص ذوي معدل مستويات القلوكوز في الدم مرتفعة بشكل غير طبيعي . في هذه التجربة ، يتناول 60% من الاشخاص الدواء ، بينما يحصل الأخرون على دواء وهمي .

ندرس انخفاض معدل القلوكوز في الدم بعد تناول الدواء.

80% من الأفراد الذين تناولوا الدواء كان لديهم انخفاض في هذا المعدل ، ولا يوجد انخفاض بالنسبة للأفراد الذين تناولوا الدواء الوهمي.

نختار ، عشوائيا شخصا من العيّنة الذين خضعوا للتجربة .

احسب احتمال الحدث B :" الشخص المختار لديه انخفاض معدل مستوى القلوكوز في الدم ".

الحوادث المستقلة

التمريـــــن22

صوب كل من الطفلين رستم وراضي مرة واحدة نحو هدف .إذا كان احتمال أن يصيب رستم الهدف هو 0,7 واحتمال ان يصيب راضي الهدف هو 0,5 احسب :

1)احتمال ان يصيب رستم وراضي الهدف معا.

2)احتمال ان يصاب الهدف.

التمريـــــن23

نرمي حجر نرد متجانس أوجهه تحمل الارقام :1 ، 2 ، 3 ،4 ، 5 و 6 و نعرّف الحوادث التالية:

A :"ظهور عدد اصغر من اويساوي 2" ، **B** :"ظهور عدد اكبر تماما من 4"

C :"ظهور عدد فردي 2" ، **D** :"ظهور عدد زوجي" ، **E** :"ظهور عدد أولي "

1)احسب الاحتمالات التالية : $P(A)$، $P(B)$ و $P(A\cap B)$ هل الحادثتان A وB مستقلتان ؟لماذا؟

استنتج الاحتمال $P(A\cup B)$.

2) هل الحادثتان Dو C مستقلتان؟لماذا؟ احسب $P(C)$ ثم بطريقتين مختلفتين $P(D)$.

3) هل الحادثتان Dو Eمستقلتان؟لماذا؟ احسب $P(D\cup E)$.

دستور ثنائي الحدّ

التمريـــــن24

1)باستعمال دستور ثنائي الحد أنشر العبارات التالية:

$(x+1)^3$ ، $(x-2)^4$ ، $(2x-3y)^5$

2) ليكن المنشور التالي $\left(x^3-\dfrac{2}{x^2}\right)^{15}$

أ)أكتب الحد الذي درجته 10.

ب) أوجد معامل الحد التاسع.

ج) أوجد الحد الثابت

التمريـــــــن25

تحتوي علبة على سبع بطاقات مرقمة من 1 الى 7 لا نميز بينها باللمس .
نسحب من هذه العلبة بطاقتين على التوالي مع إعادة البطاقة المسحوبة .
احسب احتمال كل حادثة :
A: "سحب بطاقتين رقميهما فرديان" B: " سحب بطاقة رقمها زوجي والأخرى رقمها مربع تام "
C " سحب بطاقة على الأقل رقمها اولي" D: " سحب بطاقتين مجموع رقميهما زوجي"

التمريـــــــن26

نضع بصندوق عشر كريات متماثلة ، منها خمس كريات مرقمة بـ 1 ثلاث كريات بـ 2 وكريتين مرقمتان بـ3 .نسحب عشوائيا من هذا الصندوق ثلاث كريات في الآن الواحد .
1-احسب احتمال كل حادثة :
A :"سحب ثلاث كريات جداء ارقامها يساوي 6" ،
B :"سحب ثلاث كريات جداء ارقامها مربع تام " ، C: " سحب ثلاث كريات جداء ارقامها اولي "
2-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة ، جداء ارقام الكريات .

أ-عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .
ب-احسب الامل الرياضياتي للمتغير X .

التمريـــــــن27

يحتوي صندوق على كريتين بيضاوين وثلاث كريات سوداء . نسحب عشوائيا من هذا الصندوق كريتين على التوالي دون ارجاع الكرية المسحوبة الى الصندوق .**احسب احتمال كل حادثة** :
A:"كريتين من نفس اللون"،
B :"سحب كرية بيضاء ثم كرية سوداء"
C:"سحب كريتين مختلفين في اللون" .

التمريـــــــن28

يريد تلاميذ قسم مكون من 10 ذكور و 6 اناث أن يكونوا لجنة من3 افراد لتمثيلهم في مسابقة دراسية(نفترض أن كل التلاميذ لهم نفس الحظوظ لكي يقع عليهم الاختيار) .
1-ماهو عدد اللجان الممكنة ؟
2-لتكن الحادثة E :" أعضاء اللجنة من نفس الجنس" .
أ-احسب احتمال الحادثة E .
ب-استنتج احتمال الحادثة F : أعضاء اللجنة من الجنسين معا.
3-نفترض انه من بين تلاميذ القسم يوجد التلميذ A واخته التلميذة B .
ماهو الاحتمال لكي تتضمن اللجنة أعضاء من الجنسين معا ، وان لا يتواجد ها التلميذ A والتلميذة B في ان واحد ؟

4-ليكن المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الاناث المتواجدة باللجنة .

حدد قانون احتمال X ثم احسب الامل الرياضياتيي : $E(X)$.

التمريـــــن29

زهرة نرد غير متوازنة أوجهها تحمل الأرقام 1، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 إحتمالات ظهورها في رمية واحدة هي P_1، P_2، P_3، P_4، P_5، P_6 على الترتيب.

1.جد P_1، P_2، P_3، P_4، P_5، P_6 علما أنها بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

2.نرمي زهرة النرد هذه مرة واحدة . ما احتمال ظهور أ-رقم زوجي ؟ ، ب- رقم مضاعف لـ 3 ؟

3.ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية العدد المحصل عليه .

عرف قانون الإحتمال و احسب أمله الرياضياتي ثم التباين و الإنحراف المعياري .

التمريـــــن30

نعتبر زهري نرد، زهر النرد الأول مرقم بالأرقام $\{4,4,3,2,2,1\}$ وزهر النرد الثاني مرقم بـ $\{6,5,5,2,2,1\}$

نرمي زهري النرد و نسجل مجموع الرقمين x المحصل عليه.

نفرض أن كل الأوجه لها نفس احتمال الظهور.

1-اتمم الجدول التالي بتدوين قيمة x في كل خانة.

2-أعط كل قيم المجموع x، ثم احسب احتمال كل منها.

3-عين قانون احتمال التجربة العشوائية

4-احسب الاحتمالات التالية:

- $P(A)$ احتمال الحصول على مجموع فردي
- $P(B)$ احتمال الحصول على مجموع مضاعف للعدد 3.
- $P(C)$ احتمال الحصول مجموع فردي ومضاعف للعدد 3.
- $P(D)$ احتمال الحصول مجموع فردي أو مضاعف لـ 3.

الزهر 1 / الزهر 2	1	2	2	3	4	4
1						
2						
2						
5						
5						
6						

1-يلعب شخص اللعبة التالية:

أ)إذا كان المجموع $\{2,3\}$ يربح 100 دج ، ب)إذا كان المجموع $\{4,5\}$ يربح 20 دج

جـ)إذا كان المجموع $\{6,7,8\}$ يخسر 45- دج. ، د)إذا كان المجموع $\{9,10\}$ لا يخسر ولا يربح.

أ) أكمل الجدول:

العلامة	100	20	-45	0
الاحتمال				

ب)احسب الأمل الرياضي، هل هذه اللعبة عادلة؟

جـ) احسب الانحراف المعياري، ماذا تستنتج؟

التمريـــــــن31

تتكون مجموعة أشخاص من 8 رجال و 4أربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه إبراهيم و امرأة واحدة اسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A" تكوين لجنة تضم 3 رجال ". B" تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين ".

C" تكوين لجنة تضم إبراهيم ". D" تكوين لجنة تضم إما إبراهيم أو فاطمة ".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمريـــــــن32

صندوق يحتوي على7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس . نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق و نسجل لونها ،ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

أ) A" الحصول على كرتين بيضاوين ".

ب) B" الحصول على كرتين من نفس اللون ".

2)نعرف لعبة حظ كما يلي:تمنح لكل كرة بيضاء العلامة$(\alpha \in \mathbb{R})$ولكل كرة سوداء العلامة$(-\alpha)$

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع النقط المحصل عليها.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي$E(X)$.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

3) نضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق و نعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

ما هو عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علما أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

التمريـــــــن33

صندوق يحتوي على3كرات بيضاء و4كرات سوداء (الكرات متماثلة وغير متمايزة عند اللمس) نجري سلسلة من السحبات : في كل سحبة نأخذ عشوائيا كرة من الكيس، إذا كانت سوداء نتوقف عن السحب و إذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس و نسحب كرة أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أ) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A" الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء ".

B" الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء ".

ب) استنتج حساب الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها.

- أعط قانون الاحتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي .

التمريـــــن34

نرمي زهر نرد مزيف يحوي 6 أوجه، p_i احتمال ظهور الوجه رقم i حيث:

$p_1 = 0,1$ ، $p_2 = 0,2$ ، $p_3 = 0,3$ ، $p_4 = 0,1$ ، $p_5 = 0,15$.

1-ما هو احتمال ظهور وجه يحمل الرقم 6.

2-ما هو احتمال الحصول على وجه يحمل رقما فرديا.

3-ما هو احتمال الحصول على وجه يحمل رقما أكبر تماما من4.

4-ما هو احتمال الحصول على وجه يحمل رقما يقسم العدد 2019

التمريـــــن35

في مجموعة متكونة من 250 رجل، لاحظنا فقط وجود 120 رجل يلبسون ربطة عنق، و85 رجل يلبسون قميص أبيض من بينهم 50 يلبسون ربطة عنق.

نختار عشوائيا شخصا من هذه المجموعة، ما احتمال الحوادث التالية:

1-أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق.

2-أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق وقميص أبيض.

3-أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق أو قميص أبيض.

4- أن يكون رجلا لا يلبس ربطة عنق ولا يلبس قميص أبيض.

الجزء الثاني: تمارين البكالوريا

شعبة التسيير والاقتصاد

التمرين36: دورة 2019 م1

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 مرتين متتاليتن ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي في كل مرة.

1)ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين؟

2)ما احتمال الحصول على رقمين جداءهما يساوي 6؟

3)ما احتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف للأخر؟

4)ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2؟

التمرين37: دورة 2019 م2

1)حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة: $(4x^2+3x-1)(x^2-5x+6)=0$......(E)

2)كيس به أربع كريات تحمل الارقام 1 ، 2 ، 3 و 4 نسحب منه كرية واحدة ونرمز بـ: p_i إلى احتمال سحب الكرية التي تحمل الرقم i ونضع : $p_1=3\alpha^2$، $p_2=\alpha^2$، $p_3=\alpha$ و $p_4=2\alpha$

- حدد قيمة العدد الحقيقي α.

3) نضع $\alpha=\frac{1}{4}$ ، احسب احتمال الأحداث التالية :

A :" سحب كرية تحمل رقما فرديا "

B :" سحب كرية تحمل الرقم 4 "

C :" سحب كرية تحمل رقما اصغر من او يساوي 3"

D :" سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E) "

التمرين38: دورة 2018 م1 بتصرف

اجريت دراسة احصائية حول قسم نهائي تسيير واقتصاد حول مماسة التلاميذ لرياضة ما.

فكانت النتائج كما يلي: 70% من التلاميذ إناث منهن 50 % لا يمارسون هذه الرياضة.

90 % من التلاميذ الذكور يمارسون هذه الرياضة.

نختار عشوائيا تلميذ من هذا القسم ونعتبر الحوادث التالية:

G التلميذ المختار ذكر . F التلميذ المختار أنثى . S التلميذ المختار يمارس هذه الرياضة.

1- انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

2-احسب الاحتمالات التالية: $P(S)$ ، $P(G\cap\bar{S})$، $P_{\bar{S}}(F)$ و $P_S(G)$

3-هل الحادثتان G و $\bar{S}$ مستقلان ؟ برر جوابك.

التمرين39: دورة 2018 م2 بتصرف

تضم مؤسسة انتاجية موظفين من الجنسين
رجالا نرمز لهم بـ:H ونساء نرمز لهن بـ:F.
منهم الإداريون " A " والمهندسون " I"
و العمال " T".موزعون حسب الجدول التالي:

	الاداريون A	المهندسونI	العمالT
رجال	12 %	13 %	27 %
نساء	16 %	12 %	20 %

يخضع الموظفون لفحص طبي دوري ، نختار عشوائيا موظفا.

1-أ) بيّن أن احتمال ان يكون الموظف رجلا هو: $P(H)=0,52$
انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

2-احسب $P(H\cap T)$ و $P(F\cap I)$.

3-ما احتمال ان يكون الموظف مهندسا؟

4-ما احتمال ان يكون الموظف رجلا علما انه إداري؟

التمرين40: دورة 2017 م2

في كل حالة من الحالات الأتية ، اقترحت ثلاث اجابات صحيحة واحدة فقط صحيحة عيّن الاقتراح الصحيح مع التبرير.

1) A و B حادثتان مستقلتان. إذا كان $P(A\cap B)=0,03$ و $P(A)=0,4$ فإن:

أ) $P(B)=0,43$ ، ب) $P(B)=0,075$ ، جـ) $P(B)=0,37$

2) A و B حادثتان. إذا كان $P(A\cap B)=\frac{3}{100}$ $P_A(B)=\frac{1}{4}$ فإن:

أ) $P(A)=\frac{3}{25}$ ، ب) $P(A)=\frac{4}{25}$ ، جـ) $P(A)=\frac{3}{400}$

3) A و B حادثتان . إذا كان $P(A)=0,4$ و $P(B)=0,5$ و $P(\overline{A\cup B})=0,55$ فإن:

أ) $P(A\cap B)=0,2$ ، ب) $P(A\cap B)=0,45$ ، جـ) $P(A\cap B)=0,9$

4) الجدول التالي يعرّف قانون احتمال تجربة عشوائية .

x_i	-2	-1	α	3
$P(X=x_i)$	0,12	0,50	β	0,30

قيمتا α و β حتى يكون الأمل الرّياضي للمتغير العشوائي X يساوي 0,32 هما:

أ) $\alpha=1$ و $\beta=0,08$ ، ب) $\alpha=2$ و $\beta=0,03$ ، جـ) $\alpha=2$ و $\beta=0,08$

التمرين41: دورة 2017 م1

يستقبل مركز إجراء امتحان شهادة البكالوريا مترشحين موزعين على ثلاث شعب هي:
شعبة الآداب والفلسفة (L)،شعبة العلوم التجريبية (S) و شعبة التسيير والاقتصاد (G)

% 47 من المترشحين ذكور(M) والباقي اناث (F).من بين الذكور % 35 في شعبة العلوم التجريبية و% 49 في الآداب والفلسفة ومن بين الإناث يوجد % 10 في شعبة التسيير والاقتصاد و% 37 في شعبة العلوم التجريبية . نختار عشوائيا مترشحا من هذا المركز .

1) انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية

2) احسب احتمال كل حادثة مما يلي:A "المترشح المختارأنثى و من شعبة التسيير والاقتصاد"

B " المترشح المختار من شعبة التسيير والاقتصاد"

C " المترشح المختار أنثى علما انه من شعبة التسيير والاقتصاد"

التمرين42: دورة 2016 م2

وكالة أسفار تقترح على زبائنها ثلاث وجهات A ، B وC % 20 من الزبائن اختاروا الوجهة A و % 50 اختاروا الوجهة B والباقي اختاروا الوجهة C

عند العودة من السفر اجرت الوكالة استجوابا حول مدى اعجابهم بالوجهة واستنتجت ما يلي:

% 50 من اصحاب الوجهة A كانوا معجبين بها.

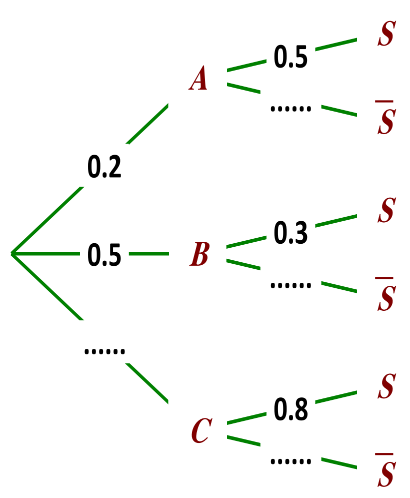
% 30 من اصحاب الوجهة B كانوا معجبين بها.

% 80 من اصحاب الوجهة C كانوا معجبين بها.

نختار عشوائيا أحد الزبائن ونسجل الحوادث التالية:

S : الزبون معجب بالوجهة المختارة .

$\bar{S}$:الزبون غير معجب بالوجهة المختارة .



1)انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكمل القيم الناقصة

2) أ- احسب احتمال الحوادث التالية: $A\cap S$ ، $B\cap S$ و $C\cap S$

ب)استنتج احتمال ان يكون الزبون معجب بالوجهة المختارة

3) نستوجب زبونا غير معجب بالوجهة المختارة . ما احتمال ان يكون من الوجهة B؟

التمرين43: دورة 2012 م1 بتصرف

عدد تلاميذ قسم دراسي هو 35 من بينهم 15بنتا، يختار كل تلميذ من القسم رياضة واحد وواحدة فقط يمارسها في إطار نشطات النادي للمؤسسة . % 75 من الأولاد اختاروا ممارسة كرة القدم و % 15 اختاروا ممارسة كرة اليد بينما اختار % 10 ممارسة الكرة الطائرة. % 60 من البنات اخترن ممارسة كرة الطائرة والبقية اخترن ممارسة كرة اليد.

لتمثيل هذا القسم في منافسة رياضية ، يتم اختيار تلميذ واحد منه بطريقة عشوائية.

يرمز G للحادثة "التلميذ المختار ولد" و يرمز F للحادثة "التلميذ المختار بنت"

يرمز T للحادثة "التلميذ المختار يمارس كرة القدم"

يرمز M للحادثة "التلميذ المختار يمارس كرة اليد"
يرمز V للحادثة "التلميذ المختار يمارس الكرة الطائرة"
1-انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .
2-أحسب $P(V)$ احتمال ان تتحقق الحادثة V.
3-احسب الاحتمال الشرطي $P_V(G)$.
4-احسب احتمال ان يكون التلميذ المختار لا يمارس كرة القدم.

التمرين44: دورة 2013 م1

في رف من رفوف مكتبة "ثانوية النجاح" ، يوجد 150 كتاب رياضيات و50 كتاب فلسفة ، حيث % 40 من كتب الرياضيات و % 70 من كتب الفلسفة تخص شعبة التسيير و الاقتصاد.
نختار عشوائيا من الرف كتابا واحدا .عيّن مع التبرير،الجواب الصحيح الوحيد من بين الأجوبة المقترحة،في كل حالة من الحالات التالية:

1) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات هو: أ) $\frac{3}{4}$ ، ب) $\frac{2}{5}$ ، جـ) $\frac{1}{150}$
2)احتمال أن يكون الكتاب المختار خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد هو:
أ) $0,24$ ، ب)$0,475$ ، جـ)$0,21$
3) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد
أ) $0,15$ ، ب) $0,4$ ، جـ) $0,3$
4)إذا كان الكتاب المختار يخص شعبة التسيير و الاقتصاد، فإن احتمال أن يكون كتاب رياضيات هو : أ) $\frac{2}{75}$ ، ب) $\frac{12}{19}$ ، جـ) $\frac{3}{10}$

التمرين45: دورة 2008

يحتوي كيس على 7 كرات منها 3 بيضاء وتحمل الارقام 2- ، 1 ،2
و 4 كرات حمراء تحمل الارقام 2 ، 2 ، 1 ،1.
1)نسحب كرة واحدة من الكيس .
أ) ما هو احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1 ؟.
ب)إذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 ، ما هو احتمال ان يكون لونها أحمر؟.
2)نسحب على التوالي كرتين من الكيس دون إرجاع.
أ) ما هو احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا؟
ب)ما هو احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون ؟
جـ) ما هو احتمال ان يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3 ؟.

شعبة: علوم تجريبية

التمرين46: دورة 2019 ع ت م1

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل 1 وكرية واحدة تحمل الرقم 2 . و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد ونعتبر الحادثين A و B حيث:

A:" سحب كرتين من نفس اللون " ، B:" سحب كرتين تحملان نفس الرقم "

1)بيّن أن احتمال الحادث A هو : $P(A)=\frac{31}{66}$ واحسب احتمال الحادث B.

2) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما احتمال ان تحملا نفس الرقم ؟.

3)ليكنXالمتغير العشوائي لذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X وأحسبه أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين47: دورة 2019 ع ت م2

يحتوي صندوق على 10كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها كريتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الاخرى تحمل الرقم 2.

نسحب عشوائيا ثلاث كريات وفي آن واحد من الصندوق.

ليكنXالمتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب ،جداءالأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة

1)عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

2)بيّن أن احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$

3)نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع .

ما احتمال الحصول على كريتين مجموعهما فردي علما ان جداءهما زوجي ؟.

التمرين48: دورة 2018 ع ت

يحتوي صندوق 10كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس،منها اربع كريات بيضاء مرقمةب:3،2،2،1 ثلاث كريات مرقمة حمراء مرقمة بـ:2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ:2 ، 3 ، 3

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الحادثتين :A الكريات الثلاث المسحوبة تحمل الوان العلم الوطني.

و B الكريات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم.

1-أ) احسب : $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .

ب) بيّن أن: $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$، ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$.

2)ليكنXالمتغير العشوائيالذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكرات التي تحمل رقمافرديا عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X وأحسبه أمله الرياضياتي E(X)

التمرين49: دورة 2008 ع تجريبية نموذج وزاري

يحتوي كيس على 5 كريات بيضاء، و7 كريات سوداء، لا نفرّق بينها عند اللّمس.

1. يسحب لاعب، عشوائيّا، 3 كريات في آن واحد.

ا- احسب احتمالات الحوادث التالية:

A : " يسحب اللاّعب كرية بيضاء واحدة فقط " .

B : " يسحب اللاّعب كريتيْن بيضاويْن فقط " .

C: " يسحب اللاّعب 3 كريات بيضاء ".

ب- يربح اللاّعب 10 دنانير من أجل كلّ كرية بيضاء مسحوبة و ليكن x المتغيّر العشوائي الذي يرق بكلّ سحب، مجموع الرّبح المحصّل عليه.

عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائيx، واحسب أمله الرّياضي

2. يسحب اللاّعب كرية من الكيس، فإذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء، يربح اللاّعب 10 دنانير، و يتوقّف اللعب، بينما إذا كانت الكرية المسحوبة سوداء، يُعيد اللاّعب الكرية المسحوبة إلى الكيس،و يسحب كرية أخرى في نفس الظروف.

تتكرّر العمليّة، و يتوقّف اللّعب تلقائيّا عند السّحب الثّالث.

احسب احتمالات الحوادث التّالية:

D : " يربح اللاّعب في السّحب الأوّل ". E : " يربح اللاّعب في السّحب الثاني ".

F : " يربح اللاّعب في السّحب الثّالث ". G : " لا يربح اللاّعب أيّ شيء ".

التمرين50 دورة 2008 نموذج وزاري

كيس U_1 يحتوي على 4 قريصات بيضاء، و 3 سوداء و كيس آخر U_2 يحتوي على 17 قريصة بيضاء و 18 قريصة سوداء.

نرمي زهرة نرد متجانسة أوجهها مرقمة من1 إلى 6، فإذا ظهر الرقم 6 نسحب قريصة من الكيسU_1 وإلاّ فنسحب قريصة من الكيس U_2.

1. برهن أنّ احتمال سحب قريصة بيضاء هو0,5.

2.إذا سحبنا قريصة بيضاء،فما احتمال أن تكون من الكيسU_1.

التمرين51: دورة 2019 ت ر م1

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية . اختر الاجابة الصحيحة مبررّا اختيارك.

يحتوي كيس على ثلاث كرّيات بيضاء تحمل الأرقام3،2،1وكرّيتين سوداوين تحملان الرقمين2،1 (الكرّيات لا نفرق بينها عند اللمس) نسحب من الكيس 3 كرّيات عشوائيا وفي آن واحد.

Xالمتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريّات السوداء المسحوبة.

1)قيم المتغير العشوائي Xهي: أ) $\{1;2;3\}$ ، ب) $\{0;2;3\}$ ، جـ) $\{0;1;2\}$

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ Xهو : أ) $E(X)=\frac{4}{5}$ ، ب)$E(X)=\frac{6}{5}$ ، جـ) $E(X)=\frac{11}{10}$.

3)احتمال " الحصول على كريّة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريّات المسحوبة"

يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ ، ب) $\frac{9}{10}$ ، جـ) $\frac{3}{5}$.

4)احتمال "باقي قسمة مجموع مربّعات الارقام التي تحمّلها الكريّات المسحوبة على 13 هو1 "

يساوي : أ) $\frac{2}{5}$ ، ب) $\frac{3}{10}$ ، جـ) $\frac{3}{5}$.

التمرين52: دورة 2019 ت ر م2

يحتوي كيس على اربع كريات بيضاء تحمل الارقام 1 ، 2 ، 3، 4وثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ،2، 3 وكرتين سوداوين تحملان الرقمان 1 ،2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس.

1)احسب احتمال الحوادث التالية :

أ)الحادثة A : "الحصول على كرية بيضاء واحدة ".

ب)الحادثة B: "الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر".

جـ)الحادثة C: "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية".

2)نعتبر المتغير العشوائيX الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية.

أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتمالة.

ب)احسب $P(X^2-X\leq 0)$.

التمرين53: دورة 2018 ت ر

كيس به 7 كريات متماثلة ، لا نفرق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

I) أ) احسب احتمال الحادثة A :" سحب كرتين مختلفتين في اللون ".

ب) احسب احتمال الحادثة B :" سحب كرتين من نفس اللون ".

II)نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب$\alpha(DA)$

(αعدد طبيعي معطى DAتعني دينار جزائري)

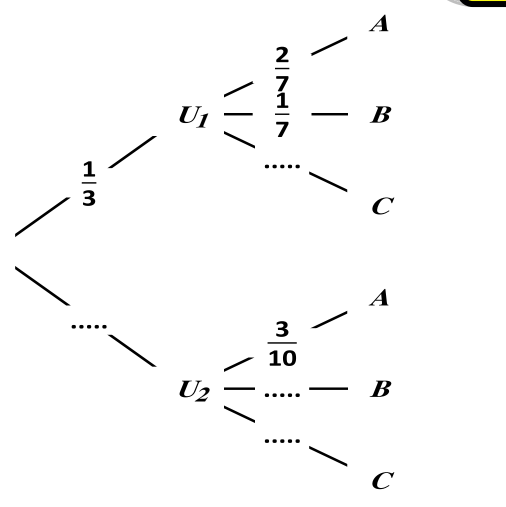
فإذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يحصل على $50DA$ ، وإذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه . واليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α.

1)برّر أن قيم المتغير العشوائي هي : $\{100-\alpha;50-\alpha;-\alpha\}$ ثم عرّف قانون احتماله.

2)بيّن أن لأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي بدلالة هو: $E(x)=-\alpha+\dfrac{300}{7}$

ثم أوجد أكبر قيمة ممكنة لـ : αحتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين55: دورة 2019 ر



صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و3 كريات سوداء و يحتوي الصندوق U_2 على 3كريات حمراء وكرتين سوداءوين (الكريات كلها متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6.إذا ظهر الرقمان 2 أو4 نسحب عشوائيا كرتين وفي آن واحد من الصندوق U_1 وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كرتين وفي آن واحد من الصندوق U_2 .

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ:

A "سحب كرتين حمراوين"

B " سحب كرتين سوداوين"

C "سحب كرتين من لونين مختلفين".

1) أنقل وأكمل شجرة الاحتمالات.

2) احسب احتمالات الاحداث A ، B و C.

3)نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ)عيّن قيم المتغير العشوائي X.

ب)عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

4) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

التمرين56: دورة 2018 ر

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها عند اللمس موزعة كما يلي: خمس كريات حمراء مرقمة بـ:1 ، 1 ،2 ، 2 ، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ:3- ، 2 ، 3 وكرية بيضاء مرقمة بـ:1-.

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

1)أحسب احتمال الحوادث التالية:

A " الحصول على أربع كريات من نفس اللون ".

B " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر ".

C " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم ".

2)ليكنXالمتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس

أ)عين قيم المتغير العشوائي X ،ثم عرّف قانون احتماله.

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

جـ) أحسب أحتمال الحادثة " $X^2 - X > 0$ "

التمرين57: دورة 2009 ر

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و6حمراء .
نسحب عشوائيا من الكيس 3كريات في آن واحد.
1)أ- احسب احتمال الحصول على 3كريات بيضاء.
ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء.
2)ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.
-عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين58: دورة 2008 رياضيات نموذج وزاري

يحتوي كيس على 12 كرة منها : 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2
و 4 حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 و5 خضراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 .
نسحب عشوائيا، وفي آن واحد، كرتين من الكيس .
1-نعتبر الحادثتين : A :"سحب كرتين من نفس اللون " B : " سحب كرة خضراء على الأقل "
ا- احسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A ، B ، $A\cap B$
ب- هل الحادثتان A ، B مستقلتان ؟
2- ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع العددين المسجَّلين على الكرتين المسحوبتين.
ا- أعط قانون احتمال المتغيّر العشوائي X .
ب-احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغيّر العشوائيX .
جـ-احسب التباين $VAR(X)$،واستنتج الانحراف المعياري $\delta(X)$

الجزء الثالث:تمارين بكالوريا النظام القديم

التمرين59: دورة 2002ع ط

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها:
3 حمراء ، 3خضراء و 4 بيضاء .
1) نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات في آن واحد . ما احتمال الحصول على :
أ – نفس اللون ؟ ، ب– الألوان الثلاثة ؟ ، جـ – كرة بيضاء واحدة على الأقل ؟
2)نعتبر المتغير العشوائي Xالذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المسحوبة
أ – ما هو قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ؟
ب – احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين60: دورة 2003ع ط

يحتوي وعاء على3قريصات بيضاء و 4حمراء ،إحدى القريصات البيضاء تحمل الرقم 1والأخريان تحملان الرقم 5 أما القريصات الحمراء فاثنتان منها تحملان الرقم 2 والأخريان تحملان الرقم 3 .
نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد، ونحسب مجموع الرقمين المسجلين عليهما .
1) ما هو احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 ؟
2)ما هو احتمال أن يكون المجموع أكبر تماما من6علما أن القرصيتين بيضاوين؟ .
3) نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.
ما هي قيم المتغير العشوائي X ؟.
أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي Xواحسب أمله الرياضي.

التمرين61: دورة 1996ع ط

زهرة نرد مكعبة A لها وجه يحمل الرقم 1 ، ووجهان يحملان الرقم 2 وثلاثة أوجه تحمل الرقم 3
زهرة نرد مكعبة B لها وجه يحمل الرقم 1 ووجهان يحملان الرقم 2 ووجه يحمل الرقم 3 ووجهان يحملان الرقم 4
نفرض ان كل الأوجه في كل من المكعبين لها نفس حظوظ الظهور .نرمي الزهرتين في آن واحد ما احتمال أن يكون الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين :
أ) زوجيين ، ب) فرديين .

التمرين62: دورة 1997ع ط

يحتوي كيس على 10قريصات مرقمة من1إلى 10(لكل قريصتين مختلفتين رقمان مختلفان) نسحب في آن واحد 3 قريصات ونعتبر أن جميع السحبات متساوية الاحتمال

1)أحسب عدد السحاب الممكنة .
2)أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها زوجية
3)أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها أعداد أولية
4)أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم كل واحد منها عدد غير أولي
5)أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم إحداها على الأقل رقم أولي

التمرين63: دورة 1996 ع ط

يحتوي كيس على14 قريصة:4 قريصات تحمل الحرف (م) و3 قريصات تحمل الحرف (د) و3 قريصات تحمل الحرف (ي) وقريصتان تحملان الحرف (ن) وقريصتان تحملان الحرف (ة)
نسحب في آن واحد 5 قريصات بلا اختيار (الإمكانيات متساوية الاحتمال)
1)ما هو الاحتمال لكي تكون الحروف التي تحملها القريصات المسحوبة هي حروف كلمة "مدينة"
2) ما هو الاحتمال لكي لا يحمل كل من القريصات المسحوبة الحرف (م) ؟
3) ما هو الاحتمال لكي تحمل إحدى القريصات المسحوبة على الأقل الحرف (م) ؟
4) ما هو الاحتمال لكي تحمل اثنتان - من بين القريصات المسحوبة - على الأقل الحرف (م) ؟

الجزء الرابع: بكالوريات اجنبية

التمرين64: (فرنسا 2019/ش.علوم/N-Calédonie /ت الأستاذ جبالي/بتصرّف)

تهتمّ شركة مختصّة بكراء السّيّارات، بصيانة سيّاراتها في الحظيرة.

نعلم أنّ 20% من السّيّارات هي تحت الضمان،وأنّ 1% من السّيّارات التي تحت الضمان، تحتاج إلى صيانة بينما السّيّارات التي ليست تحت الضمان، فإنّ 10% منها تحتاج إلى صيانة.

نختار،عشوائيّا، سيّارة، من الحظيرة، و نعتبر الحادثتيْن الآتيتيْن.

G : " السّيّارة تحت الضمان ". R : " السّيّارة تحتاج إلى الصّيانة ".

1) نمذِجْ الوضعيّة، بشجرة احتمالات.

2)ا- احسب احتمال أن تكون السيّارة تحت الضمان، و تحتاج إلى الصّيانة.

ب- تحقّق أنّ $p(R)=0,082$.

جـ- تبيَّن أنّ السّيّارة المختارة تحتاج إلى الصّيانة، ما احتمال أن تكون تحت الضمان؟

3)أرادت الشّركة التّعاقد مع صاحب مرأب،لفحص سيّاراتها،فكانت شروط صاحب المرأب كالتالي: إذا كانت السّيّارة تحت الضمان، فالفحص مجّاني؛ وإذا كانت ليست تحت الضمان و لا تحتاج إلى صيانة فَثَمَنُ الفحص 100€. أمّا إذاكانت ليست تحت الضمان،و تحتاج إلى صيانة، فَثَمَنُ الفحص 500€.

ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يأخذ كقيمة ثَمَنَ الفحص.

ا- عيّن قانون احتمال X، و احسب أمله الرّياضيّاتي .

ب- إذا علمْتَ أنّ الشّركة تملك 250 سيّارة في الحظيرة،وأنها أعدّتْ ميزانيّة بمبلغ 25000€، لصيانة سيّاراتها، فهل هذا المبلغ يكفيها لتُبرم العقْد مع صاحب المرأب؟ علّل.

التمرين65: (فرنسا 2018/ش.علوم/Pondichéry/ت الأستاذ جبالي/بتصرّف)

تقوم مؤسّسة بتوضيب السّكّر الذي يأتيها من مصنعيْن U و V ، في عُلَب يزن الواحد منها $1kg$.

30% من السّكّر يأتي إلى المؤسّسة من المصنع U، و الباقي يأتي إليها من المصنع V. نفرض أنّ 3% من السّكّر الآتي من المصنع U، رقيق، و 95% من السّكّر الآتي من المصنع V، خشن.

نأخذ،عشوائيّا، عُلْبة سكّر، و نعتبر الحوادث التّالية:

U:"العُلْبة تحتوي على سكّر آتٍ من المصنع U ".، V:"العُلْبة تحتوي على سكّر آتٍ من المصنع V ".

F : " العُلْبة تحتوي على سكّر رقيق ".

1) احسب احتمال أن تكون العُلْبة تحتوي على سكّر رقيق.

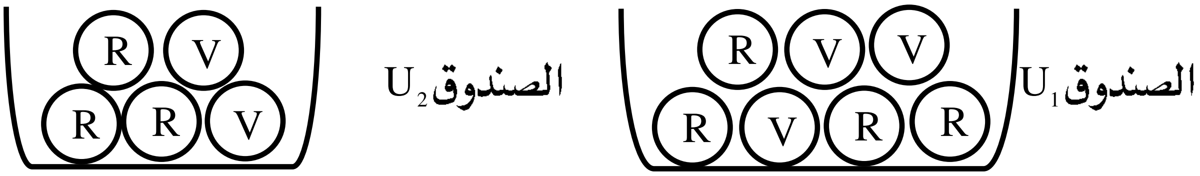
2) عِلْماً أنّ العُلْبة تحتوي على سكّر رقيق، ما احتمال أن يكون سكّرها آتياً من المصنع U؟.

3) ترغب المؤسّسة أن يكون 30% من السكّر الرّقيق، آتياً من المصنع U (أي $P_F(U)=0,3$)

كم تصبح، في هذه الحالة، النسبة المئويّة من السكّر الآتي من كلٍّ من المصنعيْن U و V ؟.

التمرين66: المغرب 2015 ع ت

يحتوي صندوق U_1 على 7 كرات: 4 حمراء و 3 خضراء (لا يمكن التمييز بينها عند اللمس).
و يحتوي صندوق U_2 على 5 كرات: 3 حمراء و 2 خضراء (لا يمكن التمييز بينها عند اللمس).



I) نعتبر التجربة التالية : نسحب وعشوائيا 3 كرات من الصندوق U_1 .
ليكن A الحادث " الحصول على كرة حمراء واحدة وكرتين خضراوين"
و ليكن B الحادث " الحصول على 3 كرات من نفس اللون".
بيّن أن $P(A)=\frac{12}{35}$ و وأن $P(B)=\frac{1}{7}$.

II) نعتبر التجربة التالية : نسحب وعشوائيا كرتين من U_1 ثم نسحب كرة واحدة من U_2 .
ليكن C الحادث " الحصول على 3 كرات حمراء ". بيّن أن : $P(C)=\frac{6}{35}$.

التمرين67: المغرب 2003 ع ت

يحتوي كيس على 6 كرات بيضاء تحمل الأعداد 0 و 0 و0 و1 و 1 و2
وكرتين سوادين تحملان العددين 0 و 1 (لا يمكن التمييز بينها باللمس).
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .

1) احسب احتمال كل من الحدثين A و B التاليين:
A " للكرتين نفس اللون" ، B " جداء العدد ين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم"

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة بمجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين ، حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X.

التمرين68: المغرب 2003 ع ت الاستراكية

يحتوي كيس على 6 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل الأعداد 2- و1- و 0و 1 و 1و2

نعتبر الاختبار التالي : 'نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس'.
نعتبر ، بعد القيام بهذا الاختبار ، الحادثتين التاليين :
A: " من بين الكرات المسحوبة ، توجد كرة على الأقل تحمل العدد 1 ".
S، "مجموع الاعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة منعدم".
أ) أحسب احتمال الحدث A. ب) بيّن أن احتمال الحدث S يساوي $\frac{1}{5}$

التمرين69: المغرب 2004 ع ت

يحتوي كيس على 9 بيادق (لا يمكن التمييز بينها باللمس).
بيدقان بيضاوين يحملان الرقم 1 وثلاثة بيادق حمراء تحمل الأرقام 1 و 1 و2 و أربع بيادق سوداء تحمل الأرقام 1 و 1 و2 و 2.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيادق من الكيس .
1) احسب احتمال الأحداث التالية:
A:" البيادق الثلاث المسحوبة مختلفة الألوان (بيدق من كل لون)"
B:" البيادق الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم".
C: " من بين البيادق المسحوبة يوجد على الأقل بيدق واحد أحمر "
3) احسب احتمال الحادث :$A \cap B$.

التمرين70: المغرب 2006 ع ت

يحتوي كيس U_1 على 5 بيادق : ثلاث منها تحمل الرقم 2 وبيدقان يحملان الرقم 3.
ويحتوي كيس ثاني U_2 على 5 بيادق : ثلاث منها بيضاء واثنان أحمران (لا يمكن التمييز بين البيادق باللمس) نسحب عشوائيا بيدق واحدة من الكيس U_1 ونسجل رقمه ،
ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد n كرة من الكيس U_2 بحيث n هو الرقم الذي يحمله البيدق المسحوب من الكيس U_1 .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيادق الحمراء المسحوبة .
1) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X.
2) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

التمرين71: المغرب 2007 ع ت

يحتوي كيس على 7بيادق متماثلة تحمل الاعداد:
0 و 0 و 0 و1- و 1 و 1 و 1 (لا يمكن التميز بينها باللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 بيادق من هذا الكيس.لتكن الحوادث الآتية:
A: " لا توجد أية بيدقة من البيادق المسحوبة تحمل الرقم 0".

B:"سحب 3 بيادق تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى .

C:"مجموع الأرقام المسجلة على البيادق المسحوبة معدوم.

1) احسب $P(A)$ و $P(B)$.

2) بيّن أن $P(C)=\frac{2}{7}$.

التمرين72: تونس 2007 ش ر

يحتوي كيس على 4 زهر نرد لا نفرق بينها عند اللمس ، منها:

3 زهر نرد خضراء تحمل أوجه كل منها الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5، 6 . وزهر نرد أحمر تحمل أوجهها الأرقام 2 ، 2 ، 4 ، 4 ، 6 ، 6 .

1) نسحب عشوائيا زهر نرد من الكيس .أحسب احتمال الحادثتين الآتيتين :

A: "زهر النرد المسحوب احمر ".   B : "زهر النرد المسحوب اخضر ".

2) نسحب عشوائيا زهرة نرد من الكيس ثم نرميه ثلاث مرات متتابعة .

نسمي C الحادثة :" الحصول على عدد زوجي ثلاث مرات متتابعة ".

أ-بيّن أن: $P(C/A)=1$ و $P(C/B)=\frac{1}{8}$.   استنتج $P(C)$.

3) نفرض أن زهر النرد المسحوب اخضر. ليكن المغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية من الرميات الثلاثة السابقة عدد الأوجه التي تحمل رقما زوجيا.

أ- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

ب- احسب الأمل الرياضي المغير العشوائي X.

الجزء الخامس: تمارين مقترحـــة

التمريـــــن73

تأهل إلى أولمبياد الرياضيات من دول المغرب العربي 25 تلميذا.3 تلاميذ و5 تلميذات من المغرب 4تلاميذ و تلميذتين من الجزائر وتلميذين و4تلميذات من تونس وتلميذين و3تلميذات من ليبيا

1) نريد تشكيل لجنة تضم 4 أعضاء من هذه المجموعة

أ) ما هو احتمال أن تضم اللجنة 4 تلميذات ؟

ب) ما هو احتمال أن تضم اللجنة 4 أعضاء من نفس الدولة؟

ج) ما هو احتمال أن تضم اللجنة على الأقل عضوين من ليبيا؟

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة عدد التلاميذ الذكور المتواجدين فيها.

أ)أوجد قيم المتغير العشوائي X.

ب) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمريـــــن74

تبين من مجموعة 12شخصا أن5 منهم يشاهدون التلفزيون فقط و 4 يستمعون للمذياع فقط و3 يشاهدون التلفزيون ويستمعون للمذياع معًا.

أ- نختار 3 أشخاص بطريقة عشوائية من هذه المجموعة.

* عين احتمال لكي الأشخاص الثلاثة يشاهدون التلفزيون فقط

*عين احتمال لكي يوجد شخص واحد على الأقل يستمع للمذياع فقط من بين الأشخاص الثلاثة

ب-نختار شخصا واحدا وتبين أنه يشاهد التلفزيون فقط فما هو احتمال أنه يستمع للمذياع فقط.

حـ - نختار شخصين ونهتم بالمتغير العشوائي بعدد الأشخاص اللذين يشاهدون التلفزيون ويستمعون للمذياع معا من بين الشخصين المختارين .

عين قيم المغير العشوائي ، قانون الاحتمال ، الأمل الرياضي.

التمريـــــن75

صندوق به 8 كرات بيضاء و n كرة سوداء ($n \geq 2$).نفرض أن سحب كرة بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرة سوداء يفقد نقطتين . X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقط المحصل عليها.

I/نسحب من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إعادة الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي

1)عين قيم المتغير العشوائي X . 2) عين قانون الاحتمال

3) احسب الأمل الرياضي $E(x)$ ثم عيّــن العدد الطبيعي n حتى يكون $E(X)=0$

II/ نفرض الآن $n=6$. نسحب من هذا الكيس3 كرات في آن واحد

1)عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X . 2) احسب أمله الرياضي.

التمريـــــــن76

طالب من قسم نهائي علمي(علوم تجريبية أو رياضيات أو تقني رياضي) يعير نفس الاهتمام لكل المواد دون تمييز حيث المواد العملية والأدبية لها نفس الأهمية في البكالوريا.

إذا كان احتمال نجاحه في المواد العلمية (في متحان شهادة البكالوريا) هو $\frac{1}{3}$ و احتمال نجاحه في المواد الأدبية هو $\frac{1}{4}$

1-احسب احتمال نجاحه في البكالوريا

2-ما هو احتمال نجاحه في المواد العلمية علما أنه تحصل على شهاد البكالوريا

التمريـــــــن77

n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 .علبة تحوي n كريه بيضاء و 3 كريات سوداء .

نسحب من هذه العلبة كريتين في آن واحد.

1) احسب بدلالة n احتمال سحب :

أ) كريتين من لونين مختلفين. ب) كريتين بيضاوين. جـ) على الأقل كريه سوداء.

2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.

أ) عين القيم التي يأخذها X.

ب) عين بدلالة n قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

جـ) عين قيمة العدد الطبيعي n التي تحقق : $E(X)=1$.

التمريـــــــن78

يحتوي صندوق على 5 كرات بيضاء مرقمة :1- ، 0، 1، 1، 1 و5 كرات سوداء مرقمة :1- ، 0، 0، 1، 1، لا نميز بينها عند اللمس .نسحب عشوائيا 3 كرات في آن واحد من من هذا الصندوق.

أولا: احسب احتمال الحوادث التالية :

A حادث سحب كرة واحدة فقط بيضاء ، Bحادث سحب كرة بيضاء على الاقل .

Cحادث سحب 3 كرات من نفس اللون.، Aحادث سحب3 كرات من نفس الرقم.

Fحادث سحب 3 كرات مجموع أرقامها معدوم.

ثانيا:نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

1-عين قيم المتغير العشوائي X.

2-عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.

التمريـــــــن79

1-كيس يحوي 10 قريصات لا نفرق بينها في اللمس منها 7 بيضاء مرقمة من 1 إلى 7و 3 قريصات سوداء مرقمة من 1 إلى 3 نسحب في آن واحد قريصتين من الكيس.

2-أ)نعتبر الحادثة A"الحصول على قريصتين بيضاويين "، بين أن احتمال الحادثة A يساوي: $\frac{7}{15}$

ب) نعتبر الحادثة B"الحصول على قريصتين تحملان رقمين فرديين "، احسب احتمال الحادثة B

ج) هل أن الحادثتين A و B مستقلتان؟ برر إجابتك.

3-نعتبر X المتغير العشوائي الذي يأخذ عدد القريصات البيضاء في السحب في آن واحد

أ-عين قانون احتمال X. ب- احسب الأمل الرياضي E(X).

التمريـــــن80

يلعب تلميذ بـ 20كرية،13 منها حمراء و7 خضراء وضع 10 كريات حمراء و3 كريات خضراء في علبة A كما وضع البقية في علبة B.

1) في أول لعبة يختار 3 كريات عشوائيا في آن واحد من العلبة A؛ نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ) عين القيم التي يأخذها X. ب) عين قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

2) في ثاني لعبة يختار عشوائيا إحدى العلبتين ويسحب كرية.

أ) مثل شجرة الاحتمالات التي تصف هذه الوضعية.

ب) احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء.

ج) علما أن التلميذ سحب كرية حمراء ؛ فما هو احتمال أن تكون من العلبة A؟

التمريـــــن81

صندوق يحتوي على خمس كرات متشابهة لانفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :

كرتين خضراوين و 3 كرات بيضاء . يرمي لاعب قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة .

إذا تحصل على وجه F ،يسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق .

وإذا تحصل على ظهر P يسحب كرتين على التوالي وبإرجاع أي يعيدالكرة المسحوبة إلى الصندوق قبل السحب الموالي .نعتبرالحدثين التاليين

A: " الحصول على كرتين بيضاوين " : B " الحصول على كرة خضراء على الأقل "

1) بينّ أنّ إحتمال الحدث A هو $P(A)=\frac{33}{100}$ ثمّ أحسب $P(B)$ إحتمال الحدث B.

2)يدفع اللاعب m دينارا حيث m عدد حقيقي موجب ، إذا كانت الكرة المسحوبة خضراء يربح 100 دينار أما إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء يخسر 40 دينار ، نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل مخرج الربح الصافي المحصل عليه من طرف اللاعب.

أ) عين قيم المتغير العشوائي Y ، ثمّ عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي Y .

ب) عين قيمة m حتى تكون اللعبة عادلة .

التمريـــــن82

تحتوي علبة على 7 كرات لا نميّز بينها عند اللمس ، 4 منها تحمل الرقم 1 وَ كرتان تحملان الرقم 2 وَ كرة واحدة تحمل الرقم 0 .

1- نسحب ثلاث كرات في آن واحد :

أ) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم " .

B : يوجد في الكرات المسحوبة الرقم 0 " .

C : " مجموع الأرقام المسحوبة يساوي 3 " .

ب)علما أنّ مجموع الأرقام التي تحملها الكرات يساوي 3،ما هوإحتمال أن تحمل نفس الرقم

2- X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحب 3 كرات بمجموع الأرقام المسحوبة :

أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

التمريـــــن83

كيس A يحتوي على 6 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 4 ، 4 و كيس B يحتوي على 4 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 4 .

نسحب قريصة رقمها x من الكيس A ثم قريصة رقمها y من الكيس B.

1/ احسب احتمال الحصول على رقمين متساويين $(x = y)$

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل ثنائية $(x ، y)$ العدد x^y .

أ- عين قيم المتغير العشوائي X، ثم بين أن : $P(X=4)=\dfrac{5}{24}$ واحسب : $P(X\leq 4)$

ب-عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم تحقق أن أمله الرياضي يساوي $\dfrac{209}{8}$

التمريـــــن84

نفترض أن لدينا ثلث أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3 فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متمثلة ولانميز بينها في اللمس) . نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية .

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث

2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.

3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.إذا كانت الكريتان المسحوبتان حمراوين يربح الاعب 13 دج و إذا كانت الكريتان المسحوبتان

سوداون يخسر الاعب 16 دج أما إذا كانت الكريتان المسحوبتان من لونين مختلفين يربح الاعب 3 دج .ليكن X المتغير العشوائي لهذه اللعبة

أ-عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X.

ب-جد الأمل الرياضي لهذه اللعبة،هل اللعبة عادلة؟

جـ- أحسب التباين V(X) و الإنحراف المعياري $\delta(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمريـــــن85

نرمي زهرة نرد متوازنة ذات 6 أوجه مرقمة من 1 إلى 6 المرة الأولى ونسجل الرقم α ثم نرميها ثانية ونسجل الرقم β .

1) أحسب إحتمال كل حادثة :

A : " الرقمان α و β يحققان المساواة $2\alpha+1=\beta$" .

B : " الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha-\beta|<1$" .

C : " الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha-\beta|>5$" .

2) X هو المتغير العشوائي الذي يرفق كل رميتين بالعدد $|\alpha-\beta|$.

أ) ما هي قيم X الممكنة ؟. ب) أكتب قانون احتمال X . جـ) أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

3) نكتب الآن بالرقمين α و β المعادلة (E) حيث : $(E): x^2+\alpha x+\beta=0$

ونعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل رميتين عدد حلول المعادلة (E) .

أ) ما هي قيم Y الممكنة ؟ .

ب) أكتب قانون إحتمال Y.

جـ) أحسب أمله الرياضي $E(Y)$.

التمريـــــن86

لدينا وعائين U_1 و U_2 يحتويان على كرات لا نفرّق بينها عند اللّمس . الوعاء U_1 يحتوي على n كرة بيضاء وَ 3 كرات سوداء (n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 1)

الوعاء U_2 يحتوي على كرتين بيضاوين وَ كرة واحدة سوداء .

نقوم بالتجربة E:"نسحب عشوائيا كرة من U_1 ونضعها في U_2، ثمّ نسحب كرة من U_2 ونضعها في U_1"

1) نعتبر الحادثة A : " بعد التجربة E يبقى الوعاءان على ما كانا عليه " .

أ) بيّن أنّ الإحتمال $p(A)$ للحادثة A يكتب : $p(A)=\frac{3}{4}(\frac{n+2}{n+3})$.

ب) عيّن نهاية $p(A)$ لمّا n يؤول إلى $+\infty$.

2) نعتبر الحادثة B : " بعد التجربة E الوعاء U_2 يحتوي على كرة واحدة بيضاء فقط " .

✓ تحقّق من أنّ : $p(B)=\dfrac{6}{4(n+3)}$.

3) لاعب يدفع 20 دينارا و يقوم بالتجربة E :

*)إذا كان بعد التجربة ، الوعاء U_2 يحتوي على كرة واحدة بيضاء ، اللاّعب يكسب $2n$ دينار .

*)إذا كان الوعاء U_2 يحتوي على كرتين بيضاوين ، فإنّ اللاّعب يكسب n دينار .

*)إذا كان الوعاء U_2 يحتوي على 3 كرات بيضاء ، فإنّ اللاّعب لا يكسب شيئا .

✓ إشرح لماذا لا يكون للاعب أيّ ربح إذا كان n لا يفوق 10 ؟ .

4)فيما يلي نفرض أنّ $n>10$،ونعتبر X المتغيّر العشوائي الذي يأخذ قيمة الرّبح الجبري للاّعب
مثلا : إذا وجد كرة واحدة بيضاء يكون الرّبح الجبري : $X=2n-20$.

✓ عيّن قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X .

✓ أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

✓ بيّن أنّ اللعبة تكون رابحة عندما يكون الوعاء U_1 يشمل 25 كرة بيضاء على الأقل .

التمريـــــن87

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء وَ 3 كرات بيضاء ،كلّها متماثلة و لا نفرّق بينها عند اللّمس.

1) نسحب من الكيس 3 كرات عشوائيا وَ في آن واحد .

❖ أحسب إحتمال كل حادثة من الحوادث التالية :

A : " الكرات المسحوبة كلّها حمراء " .

B : " توجد كرة واحدة حمراء في السحب " .

C : " توجد على الأقل كرة واحدة بيضاء في السحب " .

D : " الكرات المسحوبة من ألوان مختلفة " .

2) ننزع من الكيس الكرات البيضاء وَ نضع مكانها n كرة سوداء حيث : $(n\geq 2)$ ، ثمّ نسحب كرتين على التوالي و بدون إرجاع

❖ نفرض أنّ سحب كرة حمراء يساوي (-10) نقطة ، وَ سحب كرة سوداء يساوي $(+5)$ نقطة
ليكن X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحب كرتين مجموع النقط المحصّل عليها .

أ) أكتب قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرّياضي $E(X)$.

ب) عين قيمة n حتىّ تكون اللعبة عادلة .

جـ) كيف نختار عدد الكرات السّوداء حتى تكون اللعبة مربحة ؟ .

التمريـــــن88

تحتوي علبة على كمية من القريصات ، حيث أنّ نصف القريصات بيضاء (B) وَ ثلث القريصات خضراء (V) ، وَ سدس القريصات صفراء (J) .

75% من القريصات البيضاء شكلها دائري (R) ، وَ 50% من القريصات الخضراء شكلها دائري وَ 25% من القريصات الصفراء شكلها دائري ، أما باقي القريصات فشكلها مربّع (C) .

نسحب عشوائيا قريصة واحدة من العلبة .

1) شكّل شجرة الإحتمالات التي تنمذج الوضعية .

2) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

- ❖ A : " القريصة المسحوبة خضراء دائرية " .
- ❖ B : " القريصة المسحوبة بيضاء و دائرية الشكل " .
- ❖ C : " القريصة المسحوبة دائرية الشكل " .

	B	V	J	المجموع
R				
C				
المجموع				24

3) سحبنا قريصة دائرية الشكل ، فما هو إحتمال أن تكون خضراء ؟ .

4) نفرض أنّ مجموع القريصات في العلبة هو 24

أ) أكمل الجدول المقابل .

ب) نسحب في آن واحد ثلاث قريصات من العلبة :

-جد إحتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس الشكل

-جد إحتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس اللون .

إذا كانت القريصات المسحوبة من نفس الشكل فما هو إحتمال أن تكون من نفس اللون

التمريـــــن89

زهرنرد A متوازن ملوّن يحوي وجها لونه أخضر V ووجهين لونهما أسود N و3أوجه لونها أحمر R

I -نرمي زهر النرد مرتين، ونسجل لون الوجه في كل مرة.

1-ما احتمال الحصول على وجهين أسودين.

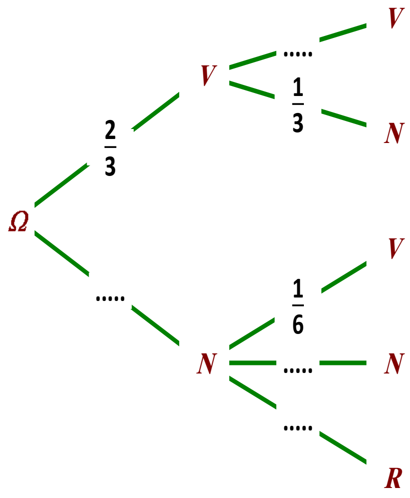
2-نعتبر الحادثة C : " الحصول على وجهين من نفس اللون." بين أن: $P(C)=\dfrac{7}{18}$

3-ما احتمال الحصول على وجهين من لونين مختلفين.

II -زهرنرد B متوازن ملون له 4أوجه خضراء V، ووجهين لونهما أسود N،نرمي زهر النرد B:

-ذا تحصلنا على وجه أخضر نرمي مرة أخرى زهر النرد B،ونسجل لون الوجه المتحصل عليه.

-إذا تحصلنا على وجه أسود نرمي زهر النرد A، ونسجل لون الوجه المتحصل عليه.



1-أكمل شجرة الاحتمالات التالية:

2-بين أن احتمال الحصول على وجهين أخضرين هو: $\frac{4}{9}$

3-ما احتمال الحصول على وجه أخضر في الرمية الثانية.

4-علما أننا تحصلنا على وجه أخضر في الرمية الأولى ما احتمال الحصول على وجه أخضر في الرمية الثانية.

5-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بالحصول على الوجه الأسود خسارة 5 نقاط والوجه الأحمر ربح نقطة واحدة والوجه الأخضر ربح α نقطة.

-عين قيمة α حتى تكون اللعبة عادلة

التمريــــــن90

I) يحتوي وعاء على n كرة بيضاء ، حيث : $(n \geq 2)$ وَ 5 كرات حمراء وَ 3 كرات خضراء ، نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الوعاء :

1) ما إحتمال سحب كرتين بيضاوين ؟ .

2) نسمي $p(n)$ إحتمال سحب كرتين من نفس اللّون .

أ) بيّن أنّ : $p(n) = \frac{n^2 - n + 26}{(n+8)(n+7)}$.

ب) أحسب : $\lim_{n \to +\infty} p(n)$ ، ثمّ فسّر النتيجة المحصّل عليها .

II) فيما يلي نعتبر $n = 4$ ، يأتي لاعب و يقوم بنفس التجربة الأولى :

في البداية يدفع $30DA$ إذا وجد في السحب الكرتين من نفس اللون يكسب $40DA$ ، و إذا وجدهما من لونين مختلفين يكسب $5DA$. نسمي الربح الجبري للاعب الفرق بين المبلغ المدفوع أوّلا و المبلغ الذي يكسبه و ليكن المتغيّر العشوائي X هو الربح الجبري للاعب

1) ما هي القيم الممكنة للمتغيّر العشوائي X ؟ .

2) أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

III) فيما يلي نعتبر $n = 2$ ، نسحب من الوعاء عشوائيا كرتين على التوالي و بدون إرجاع :

1) شكل شجرة الإحتمالات التي تنمذج التجربة .

2) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " سحب كرتين من نفس اللون " ، B : " سحب كرة خضراء واحدة على الأقل " .

3)نفرض أنّ الكرية في السحبة الأولى خضراء ،ما إحتمال أن تكون حمراء في السحبة الثانية ؟

التمريــــــن91

زهرة نرد مكعبة الشكل وجوهها مرقّمة بالأرقام من 1 إلى 6 . p_k هو إحتمال الحصول على الرقم k ، $(1 \leq k \leq 6)$. هذه الزّهرة مغشوشة بحيث :

✓ الأعداد : p_1 ، p_2 ، p_3 ، p_4 ، p_5 ، p_6 تشكّل بهذا الترتيب متتالية حسابية أساسها r .

✓ وَ الأعداد : p_1 ، p_2 ، p_4 تشكّل بهذا الترتيب متتالية هندسية أساسها q .

1) برهن أنّ : $p_k = \frac{k}{21}$ ، من أجل : $1 \le k \le 6$.

2) نرمي هذه الزّهرة مرّة واحدة ، وَ نعتبر الحوادث التالية :

❖ A : " العدد المحصّل عليه زوجي " .

❖ B : " العدد المحصّل عليه أكبر من أو يساوي 3 " .

❖ C : " العدد المحصّل عليه 3 أو 4 " .

أ) أحسب إحتمال كل حادثة .

ب) أحسب إحتمال الحصول على عدد أكبر من أو يساوي 3 ، علماً أنه زوجي .

جـ) الحادثتان : A وَ B هل هما مستقلتان ؟ . الحادثتان : A وَ C هل هما مستقلتان ؟ .

التمريـــــــن92

تحتوي علبة على 3 كرات حمراء تحمل الأرقام : 2;1;1 وَ كرتين بيضاوين تحملان الرقمين : 2;1

I) نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من العلبة ، و نعتبر الحادثتين :

A:"الكرتان المسحوبتان حمراوان" B:"الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين مجموعهما عدد زوجي

B : " الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين مجموعهما عدد زوجي " .

أ) أحسب الإحتمالات التالية : $p(A)$ ، $p(B)$ ، $p(A \cap B)$ ، $p(\overline{A \cup B})$.

ب) هل الحادثتان A وَ B مستقلتان ؟ .

جـ) إذا كانت الكرتان المسحوبتان حمراوين ، فما هو إحتمال أن يكون مجموع رقميهما زوجي ؟

د) ما هو إحتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان مختلفتي اللون وَ الرقم ؟ .

II) التجربة التالية تقتضي سحب كرتين على التوالي وَ بدون إرجاع .

نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق كل سحب بمجموع الرقمين المحصل عليهما .

1) أكتب قانون إحتمال X .   2) أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمريـــــــن93

صندوق يحتوي على 6 قريصات حيث : 4 كرات حمراء وكرتين سوداوين ، الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس . نسحب عشوائيا و في آن واحد من العلبة 3 كرات من الصندوق.

1-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ-عين قيم المتغير العشوائي X.

ب-عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.

2- نسحب عشوائيا و على التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق.

احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

A_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، A_1"سحب كرة سوداءبالضبط"، A_2"سحب كرتين سوداوين "
3-بعد السحب الاول بقيت في الصندوق 4كرات ، نجري سحب أخر على التوالي ودون ارجاع نعتبر الحوادث التالية:
B_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، B_1"سحب كرة سوداءبالضبط"، B_2"سحب كرتين سوداوين"
أ- احسب الإحتمالات التالية : $P_{A_0}(B_0)$ ، $P_{A_1}(B_0)$ ، $P_{A_2}(B_0)$ ، ثم استنتج $P(B_0)$.
ب- احسب احتمال الحصول على كرة سوداء بالضبط عند السحب الاول ، علما اننا حصلنا على كرة سوداء بالضبط عند السحب الثاني.

التمريـــــن94

يلعب تلميذ بـ 20كرية،13 منها حمراء و7 خضراء وضع 10 كريات حمراء و3 كريات خضراء في علبة A كما وضع البقية في علبة B.
1) في أول لعبة يختار 3 كريات عشوائيا في آن واحد من العلبةA؛ نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في العلبة A.
أ) عين القيم التي يأخذها X. ب) عين قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$.
2) في ثاني لعبة يختار عشوائيا إحدى العلبتين ويسحب كرية.
أ) مثل شجرة الاحتمالات التي تصف هذه الوضعية.
ب) احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء.
جـ) علما أن التلميذ سحب كرية حمراء ؛ فما هو احتمال أن تكون من العلبة A؟

التمريـــــن95

يحتوي كيس على 10 كريات بحيث 5 كرات حمراء تحمل الأرقام :0 ، 1، 2 ، 3 و 4 و3كرات خضراء تحمل الأرقام 5 ، 6 ، 7و كرتين سوداوين تحملان الرقمين 8 و 9
1-نسحب عشوائيا كرتين من هذا الصندوق وفي أن واحد.
احسب احتمالات الحوادث التالية : A:"الكرتين المسحوبتين تحملان رقمان أوليان فيما بينهما"
B : الكرتين المسحوبتين تحملان من لونين مختلفين " . C : " مجموع الأرقام المسحوبة عدد أولي " .
2- X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحبة من هذا الكيس ممكنة العدد الحقيقي $\ln|x+y|$ حيث x و y هما الرقمان المسجلان على الكرتين المسحوبتين من هذا الكيس.
أ- عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X
ب-أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضي .

التمريـــــن96

لدينا 3 أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3 فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متمثلة ولانميز بينها في اللمس) .

نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية .

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث

2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.

3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.
نقترح اللعبة التالية:للمشاركة يدفع اللاعب α (αعدد طبيعي معطى) .فإذا سحب كرتين حمراوين يتحصل على $10DA$ و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يحصل على $5DA$ ، وإذا سحب كرتين سوداوين يربح ما دفعه . والیكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α.

عرّف قانون المتغير العشوائي X ، ثم عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمريــــــن97

في محل لبيع الأجهزة الالكترونية قمنا بدراسة سلوك الزبائن الذين يشترون جهاز تلفاز وثلاجة، بعد الدراسة كانت النتائج التالية:

-احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفاز هو 0.6.

-احتمال أن يشتري الزبون ثلاجة بعدما يشتري جهاز تلفاز هو 0.4.

-احتمال أن يشتري الزبون ثلاجة ولم يكن قد اشترى جهاز تلفاز هو 0.2

1)شكل شجرة الاحتمالات

2) ما احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفاز وثلاجة.

3)نعتبر أن احتمال شراء الزبون ثلاجة هو: $P(M)=0.32$

أ)إذا علمت أن الزبون اشترى ثلاجة، ما احتمال أن يشتري جهاز تلفاز؟

ب)إذا علمت أن الزبون لم يشترى ثلاجة، ما احتمال أن يشتري جهاز تلفاز؟

التمريــــــن98

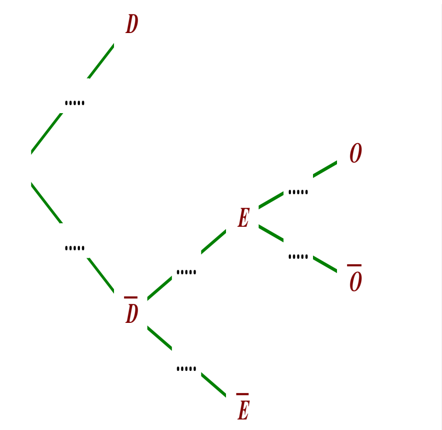
تقوم مدرسة البوليتاك في فرنسا بتنظيم الدخول إلى السنة الأولى بالطريقة التالية:

يتم قبول 15 % من الطلبة الناجحين في البكالوريا الذين تحصلوا على معدل أكثر من 15 .

بقية الطلبة يجتازون امتحان كتابي نسبة النجاح فيه 60 % .

كل الطلبة الذين ينجحون في الامتحان الكتابي يتم استدعائهم إلى امتحان شفهي.

كل طالب له فرصة من 3 للنجاح في الامتحان الشفهي، والذين يجتازون الامتحان الشفهي يتم قبولهم في المدرسة.



نختار عشوائيا طالب ونعتبر الحوادث التالية:

- D: الطالب تم قبوله بناء على معدله الأكثر من 15.
- E: الطالب نجح في الامتحان الكتابي
- O: الطالب نجح في الامتحان الشفهي
- A: الطالب تم قبوله في المدرسة.

1-أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات التالية:

2-احسب $P(O)$ و $P(E)$

3-بين أن احتمال أن يتم قبول الطالب في المدرسة هو: $P(A)=0,32$

التمريــــــن99

A، B و C ثلاثة صناديق. A يحوي كرتين حمراوين و3 كرات زرقاء، B يحوي كرتين زرقاوين و4 كرات خضراء، C يحوي كرة خضراء وكرة حمراء.

يقوم لاعب برمي زهر نرد غير مزيف ويسحب كرة واحدة من أحد الصناديق حيث:

- إذا تحصل على الأرقام 1، 2 أو3 يسحب من A.
- إذا تحصل على الرقمين 4 أو5 يسحب من B.
- إذا تحصل على الرقم 6 يسحب من C .

1-احسب احتمال الحصول على كرة حمراء.

2-نحصل على كرة خضراء، ما احتمال أن تكون من الصندوق B .

3-ما احتمال أن لا نحصل على كرة خضراء علما أننا تحصلنا عند رمي زهر النرد على الرقم 6

4-نحصل على كرة زرقاء، ما احتمال أن نكون قد تحصلنا عند رمي زهر النرد على الرقم 3.

5- هل الحادثتان" نختار الصندوق C " و "نحصل على كرة حمراء" مستقلتان؟ برر اجابتك.

التمريــــــن100

كيس يحوي 20 كرة لا نفرق بينها في اللمس، منها 10 كرات حمراء، 5 كرات سوداء،3 كرات صفراء و2 كرات خضراء.نسحب أربع كرات الواحدة تلو الأخرى دون ارجاعها للكيس، ونسجلها بنفس ترتيب خروجها حسب اللون.

1- احسب عدد الحالات الممكنة

2-جد P(A) احتمال الحصول على كرة حمراءوكرة سوداء وكرة صفراءوكرة خضراء،بهذاالترتيب

6-احسب P(E) احتمال الحصول على كرتين حمراوين وكرة صفراء وكرة خضراء

مجلة الرائد في الرياضيات

****

حلول تمارين الاحتمالات في البكالوريا بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

BAC2020

إعدادالأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi @gmail.com

Facebook العربي الجزائري

مجلة الرائد في الرياضيات

حلول تمارين الاحتمالات في البكالوريا

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

تدريبات متنوعة

الجزء الثاني

بكالوريات النظام الجديد

العلوم التجريبية+تقني رياضي +رياضيات

الجزء الثالث

بكالوريات النظام القديم

علوم الطبيعة والحياة+علوم دقيقة

الجزء الرابع

بكالوريات اجنبية

الجزء الخامس

تمارين مقترحــــــــــــــــــــــة (مختصرة)

BAC2020

إعدادالأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

الجزء الأول: التمارين التدريبية

1-التحليل التوفيقي

التمريـــــــن01

تعيين عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام: 1 ، 2 ، 3 ،4 ،5 ،6 في الحالات التالية:

مجموعة الامكانيات هي : $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$

أ) 3 أرقام : عدد القوائم ذات 3 عناصر من Ω هو $6^3 = 216$

ب) 3 أرقام مختلفة: عدد الترتيبات ذات 3 عناصر من Ω هو $A_6^3 = 6\times5\times4 = 120$

جـ) 6 أرقام مختلفة : عدد الترتيبات ذات 3 عناصر من Ω هو: $A_6^6 = 6! = 720$

التمريـــــــن02

تعيين عدد الطرق المختلفة للحصول على كلمة "البكالوريا".

لتشكيل كلمة "البكالوريا" نستعمل الحروف: ا ، ي ، ا ، ل ، و ، ر ، ك ، ا ، ل ، ب بحيث يتكرر فيها الحرف " ا " ثلاث مرات والحرف "ل" مرتين والحروف الأخرى مرة واحدة ولذافإن عدد الترتيبات المختلفة للحصول على كلمة "البكالوريا" هو : $3!.2! = 12$

التمريـــــــن03

تعيين عدد الطرق الممكنة لفتح القفل

عدد الطرق المختلفة لتشكيل الرقم السري والمشكل من اربع ارقام من بين الارقام:

1 ، 3 ، 5 ،7 ، 9 هو عدد الطرق المختلفة هو عدد الترتيبات التالي: $A_5^4 = \frac{5!}{(5-4)!} = 5! = 120$.

التمريـــــــن04

تعيين عدد الطرق التي يمكن لخمسة أشخاص أن يجلسوا:

أ)في صف فيه خمسة مقاعد.

عدد الطرق في هذه الحالة هو $5! = 120$

ب)حوّل طاولة مستديرة حولها خمسة مقاعد

عدد الطرق في هذه الحالة هو $(5-1)! = 4! = 24$

التمريـــــــن05

1) عدد اللجان الممكن تشكيلها

عدد اللجان الممكن تشكيلها هو : $C_{10}^4 = 210$.

2) عدد اللجان الممكن تشكيلها في الظروف

أ)الأعضاء الأربعة المختارين باحثات : عدد الحالات هو : $C_4^4 = 1$

ب) اللجنة تضم باحثة واحدة فقط :

عدد الحالات هو : $C_4^1 \times C_6^3 = 80$.

ج) توجد باحثة واحدة على الأقل في اللجنة

، عدد الحالات هو: $C_4^1 \times C_6^3 + C_4^2 \times C_6^2 + C_4^3 \times C_6^1 + C_4^4 = 195$

طريقة أخرى: $C_{10}^4 - C_6^4 = 210 - 15 = 195$

د) يوجد في اللجنة على الأكثر باحثان

عدد الحالات هو : $C_6^2 \times C_4^2 + C_6^1 \times C_4^3 + C_4^4 = 115$.

التمريـــــن06

حساب عدد الحالات الممكنة لسحب 3 كرات في الحالات التالية:

1) 3 كرات من نفس اللون: عدد الحالات هو: $C_6^3 + C_5^3 + C_4^3 = 20 + 10 + 4 = 34$

2) 3 كرات تحمل نفس الرقم : عدد الحالات هو: $C_6^3 + C_5^3 + C_4^3 = 20 + 10 + 4 = 34$

3) كرات مجموع أرقامها 6: سحب 3 كرات تحمل الرقم 2 ،أو عند سحب 3 كرات مختلفة الأرقام

و منه عدد الحالات هو : $C_4^3 + (C_5^1 \times C_4^1 \times C_6^1) = 4 + 120 = 124$.

4) 3 كرات واحدة على الأقل منها تحمل رقما فرديا

عدد الحالات لسحب 3 كرات واحدة منها على الأقل تحمل رقما فرديا ، أي كرة تحمل رقما فرديا و الإثنان تحملان رقما زوجيا أو كرتان تحملان رقما فرديا و كرة تحمل رقما زوجيا أو 3 كرات تحمل كل منها رقما فرديا .

و منه عدد الحالات هو : $(C_{11}^1 \times C_4^2) + (C_{11}^2 \times C_4^1) + C_{11}^3 = 451$.

التمريـــــن07

1)إيجاد العدد الطبيعي n في كل حالة:

أ) $2(C_n^0 + C_n^2 + C_n^3) = 5n + 2$

لدينا: $2(C_n^0 + C_n^2 + C_n^3) = 5n + 2$،أي: $2\left[1 + \dfrac{n!}{(n-2)! \times 2!} + \dfrac{n!}{(n-3)! \times 3!}\right] = 5n + 2$

أي: $2\left[1 + \dfrac{n(n-1)}{2} + \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}\right] = 5n + 2$ بعد الحساب و التبسيط نجد :

$n^3 - 16n = 0$ ، أي : $n(n^2 - 16) = 0$ و منه : $n = 0$ ، أو $n = 4$.

ب) $C_n^3 + C_{2n}^2 = 8n$

لدينا : $C_n^3 + C_{2n}^2 = 8n$ ، أي : $\dfrac{n!}{(n-3)! \times 3!} + \dfrac{2n!}{(2n-2)! \times 2!} = 8n$

أي : $\frac{2n(2n-1)}{2}+\frac{n(n-1)(n-2)}{6}=8n$ ،بعد الحساب و التبسيط نجد : $n^3+9n^2-52n=0$

أي : $n(n^2+9n-52)=0$ و منه : $n=0$ أو $n=4$ أو $n=-13$ (مرفوض) .

2) حل في $\mathbb{N}^2$ الجملة التالية : $\begin{cases} C_{x+1}^{y}=C_{x}^{y-1} \\ C_{x+y}^{2}=10 \end{cases}$

لدينا : $\begin{cases} C_{x+1}^{y}=C_{x}^{y-1}......(1) \\ C_{x+y}^{2}=10........(2) \end{cases}$ ،من (1) نجد : $\frac{x!}{(x-y+1)!\times(y-1)!}=\frac{(x+1)!}{(x+1-y)!\times y!}$ ،

أي : $\frac{x!}{(x-y+1)!\times(y-1)!}=\frac{(x+1)n!}{(x+1-y)!\times y(y-1)!}$ بعد الإختزال نجد :

$\frac{x+1}{y}=1$ ، و منه : $x+1=y......(1)$.

من (2) نجد : $\frac{(x+y)!}{(x+y-2)!\times 2!}=10$ ، أي : $\frac{(x+y)(x+y-1)(x+y-2)!}{(x+y-2)!\times 2}=10$.

أي : $(x+y)(x+y-1)=20.....(2)$

الآن نعوض (1) في (2) نجد : $(2x+1)(2x)=20$ ، أي : $2x^2+x-10=0$.

و منه : $x_1=2$ أو $x_1=\frac{-5}{2}$(مرفوض) إذن : $x=2$ وَ $y=3$.

التمريـــــن08

1) البرهان بالتراجع انه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $1\times1!+2\times2!+.......+n\times n!=(n+1)!-1$

*) لنتحقق من أجل $n=0$ الطرف الأول $0\times0!=0$ والطرف الثاني : $(0+1)!-1=0$ ، (محققة) .

*) لنفرض صحة المساواة عند n ، أي : $1\times1!+2\times2!+....+n\times n!=(n+1)!-1$.

*) لنثبت صحة المساواة عند $n+1$ ، أي : $1\times1!+2\times2!+....+(n+1)\times(n+1)!=(n+2)!-1$

لدينا فرضا : $1\times1!+2\times2!+....+n\times n!=(n+1)!-1$ ، بإضافة $(n+1)(n+1)!$ نجد :

$1\times1!+2\times2!+....+n\times n!+(n+1)(n+1)!=(n+1)!-1+(n+1)(n+1)!$.

أي : $1\times1!+2\times2!+....+n\times n!+(n+1)(n+1)!=(n+1)!\times(n+1+1)-1$

أي: $1\times1!+2\times2!+....+n\times n!+(n+1)(n+1)!=(n+1)!\times(n+2)-1$

و منه : $1\times1!+2\times2!+....+n\times n!+(n+1)(n+1)!=(n+2)!-1$ و هو المطلوب .

و أخيرا من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $1\times1!+2\times2!+....+n\times n!=(n+1)!-1$.

2) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$ يكون : $2^n\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n-1)\right]n!=(2n)!$

*) لنتحقق من أجل $n=1$ ، أي : $2^1\times\left[1\right]\times1!=(2\times1)!$ ، و منه : $2=2$ (محققة) .

*) لنفرض صحة المساواة عند n ، أي : $2^n\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n-1)\right]n!=(2n)!$.

*) لنثبت صحة المساواة عند $n+1$ ، أي : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n+1)\right](n+1)!=(2n+2)!$.

نعلم أنّ : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n-1)\times(2n+1)\right](n+1)!=2^n\times2\left[1\times3\times5\times...\times(2n-1)\right](2n+1)(n+1)\times n!$

أي : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n+1)\right](n+1)!=2^n\left[1\times3\times5\times...\times(2n-1)\right]n!\times2(2n+1)(n+1)$

لدينا فرضا : $2^n\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n-1)\right]n!=(2n)!$.

و منه : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n+1)\right](n+1)!=(2n)!\times(2n+1)\times2(n+1)$

أي : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n+1)\right](n+1)!=(2n)!\times(2n+1)\times(2n+2)$

إذن : $2^{n+1}\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n+1)\right](n+1)!=(2n+2)!$ و هو المطلوب .

و أخيرا من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$ يكون : $2^n\left[1\times3\times5\times7\times....\times(2n-1)\right]n!=(2n)!$

التمريـــــن09

تعيين عدد الحالات الممكنة للحصول على:

أ) كرة بيضاء .

سحب كرة بيضاء وكرتين سوداويين أي عدد الحالات هو : $C_6^1\times C_4^2=36$.

ب) كرة بيضاء على الأقل :

الحادث العكسي لهذا الحادث هو عدم سحب أي كرة بيضاء

ومنه عدد الحالات هو : $C_{10}^3-C_4^3=120-4=116$

ج) 3 كرات ليست من نفس اللون:

سحب كرة بيضاء و كرتين سوداوين أو سحب كرتين بيضاوين وكرةسوداء

ومنه عدد الحالات هو : $C_6^1\times C_4^2+C_6^2\times C_4^1=36+60=96$

2- أ)أثبات أنه من أجل كل $X_n=n^2+9n+21:n\in\mathbb{N}^*$

X_n عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون

سحب كرتين من نفس اللون من الصندوق الذي يحوي $(n+6)$بيضاء و$(n+4)$سوداء

ومنه عدد الحالات هو: $X_n=C_{n+6}^2+C_{n+4}^2=\dfrac{(n+6)!}{2!(n+4)!}+\dfrac{(n+4)!}{2!(n+2)!}$

تبسيط العبارة $X_n=\dfrac{(n+6)(n+5)(n+4)!}{2!(n+4)!}+\dfrac{(n+4)(n+3)(n+2)!}{2!(n+2)!}=\dfrac{(n+6)(n+5)+(n+4)(n+3)}{2}$

ومنه: $X_n=\dfrac{(n+6)(n+5)+(n+4)(n+3)}{2}=\dfrac{2n^2+18n+42}{2}=n^2+9n+21$

ب)تعيين عدد الكرات التي نظيفها للصندوق حتى يكون $X_n=10713$

$X_n=10713$ تكافئ $n^2+9n+21=10713$ وتكافئ $n^2+9n-10692=0$

نستعمل المميز لحل هذه المعادلة: $\Delta=42849$

ومنه يوجد حلان هما: $n_1=-108\notin\mathbb{N}$ مرفوض و $n_1=99$ مقبول

التمريـــــن10

1) عدد الحالات الممكنة لسحب 3كرات في آن واحد في كل حالة :

أ)الحصول على3 كرات ارقامها فردية:

لدينا: 4 كرات حمراء مرقمة من1 إلى 4 والارقام الفردية منها هي:1 ،3 وعددها هو:2

و6كرات بيضاء مرقمة من1الى6 والارقام الفردية منها هي:1 ،3 ،5وعددها هو:3

و 8 كرات خضراء مرقمة من1الى8 والارقام الفردية منها هي:1 ،3 ،5 و 7وعددها هو:4

وعليه عدد الكرات التي تحمل أرقام فردية هو:9 .

ومنه عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة: $C_9^3 = \frac{9!}{3!.6!} = 84$

ب)الحصول على كرة حمراء على الأقل

عدد الكرات الحمراء 4 والحادث العكسي لهذا الحادث هو عدم الحصول على اية كرة حمراء

ومنه عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة: $C_{18}^3 - C_{14}^3 = \frac{18!}{3!.15!} - \frac{14!}{3!.11!} = 816 - 364 = 452$

جـ) الحصول على كرة واحدة فقط تحمل الرقم4

عدد الكرات التي تحمل الرقم 4 هو 3 ونأخذ واحدة فقط منها.

وعليه عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة: $C_3^1 \times C_{15}^2 = \frac{3!}{1!.2!} \times \frac{15!}{2!.13!} = 3 \times 105 = 315$

2) عدد الحالات الممكنة لسحب 3مع اعادة الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي في كل حالة :

ملاحظة: بنفس الطريقة في الجواب السابق لكن نستبدل التوفيقة بالقائمة فقط وعليه يكون:

أ)الحصول على3 كرات ارقامها فردية: $9^3 = 729$

ب)الحصول على كرة حمراء على الأقل: $18^3 - 14^3 = 5832 - 2744 = 3088$

جـ) الحصول على كرة واحدة فقط تحمل الرقم4: $3^1 \times 15^2.3 = 2025$

التمريـــــن11

تعيين عدد الطرق الممكنة لوضع الكتب في الرف في كل حالة :

لدينا: 3 كتب للرياضيات وكتابين للفيزياء وأربعة كتب للأدب العربي

أ) الكتب ذات نفس المادة متجاورة:

عدد الطرق هو: $(3! \times 2! \times 4!)3! = 1728$

ب) كتب الأدب العربي فقط متجاورة

عدد الطرق هو: $(5! \times 4!)2! = 5760$

جـ) دون شرط .

عدد الطرق هو: $9! = 362880$

2-حساب الاحتمالات

أنواع السحب

التمريـــــن12

حساب احتمالات الحوادث A ، D ، E ، F و G في كل حالة من الحالا ت الآتية :

1) السحب في آن واحد .

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو : $C_{12}^{3} = \frac{12!}{3!.9!} = 220$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو : $C_5^3 = 10$ وعليه احتمال الحادث A هو : $P(A) = \frac{10}{220}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Dهو: $C_4^3 + C_5^3 + C_3^3 = 15$ وعليه احتمال الحادثDهو: $P(D) = \frac{15}{220}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Eهو: $C_4^1 \times C_5^1 \times C_3^1 = 60$ وعليه احتمال الحادثEهو: $P(E) = \frac{60}{220}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Fهو: $C_5^2 \times C_7^1 = 70$ وعليه احتمال الحادثFهو: $P(F) = \frac{70}{220}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Gهو: $C_{12}^3 - C_7^3 = 185$ وعليه احتمال الحادثGهو: $P(G) = \frac{185}{220}$

2)السحب على التوالي وبا رجاع .

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو : $12^3 = 1728$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $5^3 = 125$ وعليه احتمال الحادث A هو : $P(A) = \frac{125}{1728}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Dهو: $4^3 + 5^3 + 3^3 = 216$ وعليه احتمال الحادثDهو: $P(D) = \frac{216}{1728}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Eهو: $4 \times 5 \times 3.6 = 360$ وعليه احتمال الحادثEهو: $P(E) = \frac{360}{1728}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Fهو: $5^2 \times 7.3 = 525$ وعليه احتمال الحادثFهو: $P(F) = \frac{525}{1728}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Gهو: $12^3 - 7^3 = 1385$ وعليه احتمال الحادثGهو: $P(G) = \frac{1385}{1728}$

3)السحب على التوالي وبدون إرجاع.

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو : $A_{12}^3 = 1320$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $A_5^3 = 60$ وعليه احتمال الحادث A هو : $P(A) = \frac{60}{1320}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Dهو: $A_4^3 + A_5^3 + A_3^3 = 90$ وعليه احتمال الحادثDهو: $P(D) = \frac{90}{1320}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Eهو: $A_4^1 \times A_5^1 \times A_3^1.3! = 360$ وعليه احتمال الحادث Eهو: $P(E) = \dfrac{360}{1320}$

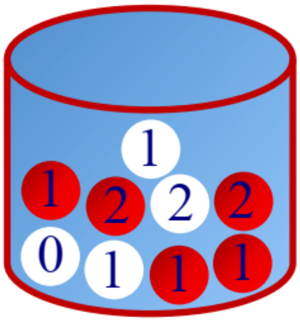
عدد الحالات الملائمة للحادث Fهو: $A_5^2 \times A_7^1.3 = 420$ وعليه احتمال الحادث Fهو: $P(F) = \dfrac{420}{1320}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Gهو: $A_{12}^3 - A_7^3 = 1110$ وعليه احتمال الحادث Gهو: $P(G) = \dfrac{1110}{1320}$

التمريـــــن13

حساب احتمالات A ، D ، E و F في كل حالة من الحالا ت الأتية :

1) السحب في آن واحد .



عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو: $C_9^3 = \dfrac{9!}{3!.6!} = 84$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $C_5^3 + C_4^3 = 14$

وعليه احتمال الحادث A هو: $P(A) = \dfrac{14}{84}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Dهو: $C_9^3 - C_4^3 = 80$ وعليه احتمال الحادث Dهو: $P(D) = \dfrac{80}{84}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Eهو: $C_1^3 + C_5^3 + C_3^3 = 11$ وعليه احتمال الحادث Eهو: $P(E) = \dfrac{11}{84}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Fهو: $C_5^2 \times C_3^1 + C_1^1 \times C_3^2 = 33$ وعليه احتمال الحادث Fهو: $P(F) = \dfrac{33}{84}$

2)السحب على التوالي وبإ رجاع .

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو: $9^3 = 729$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $5^3 + 4^3 = 189$ وعليه احتمال الحادث A هو: $P(A) = \dfrac{189}{729}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Dهو: $9^3 - 4^3 = 665$ وعليه احتمال الحادث Dهو: $P(D) = \dfrac{665}{729}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Eهو: $5^3 + 3^3 = 152$ وعليه احتمال الحادث Eهو: $P(E) = \dfrac{152}{729}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Fهو: $5^2 \times 3^1.3 + 1^1 \times 3^2.3 = 252$ وعليه احتمال الحادث Fهو: $P(F) = \dfrac{252}{729}$

3)السحب على التوالي وبدون إرجاع.

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو: $A_9^3 = 504$

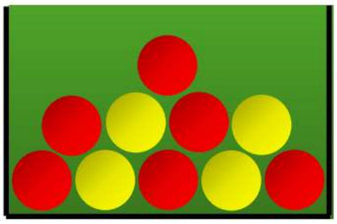
عدد الحالات الملائمة للحادث Aهو: $A_5^3 + A_4^3 = 84$ وعليه احتمال الحادث A هو: $P(A) = \dfrac{84}{504}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Dهو: $A_9^3 - A_4^3 = 480$ وعليه احتمال الحادث Dهو: $P(D) = \dfrac{480}{504}$

عدد الحالات الملائمة للحادث E هو: $A_5^3 + A_3^3 = 66$ وعليه احتمال الحادث E هو: $P(E) = \frac{66}{504}$

عدد الحالات الملائمة للحادث F هو: $A_5^2 \times A_3^1.3 + A_1^1 \times A_3^2.3 = 198$ وعليه احتمال الحادث F هو: $P(F) = \frac{198}{504}$

التمريـــــن 14



حساب P(A) و P(B)

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو: $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$

P(A) هو احتمال الحادث A :"الحصول على اللونين معا "

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $A_6^2 \times A_4^1.3 + A_6^1 \times A_4^2.3 = 576$ (3 هو معامل الترتيب)

وعليه $P(A) = \frac{576}{720} = \frac{4}{5}$

P(B) هو احتمال الحادث B: "الحصول على لون واحد "

عدد الحالات الملائمة للحادث B هو: $A_6^3 + A_4^3 = 144$ وعليه $P(B) = \frac{144}{720} = \frac{1}{5}$

ملاحظات

1) يمكن الحصول على نفس النتائج السابقة باستعمال شجرة الاحتمالات.

2) الحادثة B: هي حادثة عكسية للحادثة A وعليه: $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

التمريـــــن 15

1) حساب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

عدد الحالات الممكنة في هذه الحالة هو: $8^2 = 64$

نسمي الحادث A :" الحصول على كرتين من نفس اللون. "

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$.

وعليه احتمال الحادث A هو: $P(A) = \frac{34}{64} = \frac{17}{32}$

نسمي الحادث B:" الحصول على كرتين من لونين مختلفين."

عدد الحالات الملائمة للحادث B هو: $(5^1.3^1)2 = 30$. حيث 2 هو معامل الترتيب

وعليه احتمال الحادث B هو: $P(B) = \frac{30}{64} = \frac{15}{32}$

ملاحظات

1) يمكن الحصول على نفس النتائج السابقة باستعمال شجرة الاحتمالات.

2) الحادثة B: " الحصول على كرتين من نفس اللون " هي حادثة عكسية للحادثة A وعليه

يمكن حسابها بالطريقة التالية: $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{17}{32} = \frac{15}{32}$

الاحتمالات الشرطية

التمريـــــن16

حساب الاحتمالات التالية:

عدد الحالات الممكنة هو:900 عدد تلاميذ ثانوية

1-احتمال ان يكون التلميذ خارجيا.

عدد الحالات الملائمة للحادث هو600 وعليه احتمال هذا الحادث هو: $P(E)=\frac{600}{900}=\frac{2}{3}$

2-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى .

عدد الحالات الملائمة للحادث هو350 وعليه احتمال هذا الحادث هو: $P(I)=\frac{350}{900}=\frac{7}{18}$

3-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى وخارجيا.

عدد الحالات الملائمة للحادث هو250 وعليه احتمال هذا الحادث هو: $P(I\cap E)=\frac{250}{900}=\frac{5}{18}$

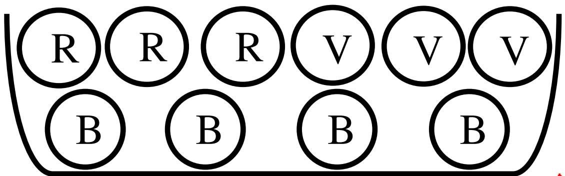
4-احتمال ان يكون التلميذ من السنة الأولى علما انه خارجي.

هذا الاحتمال هو احتمال شرطي والمعرف بالعلاقة $P(I/E)=P_E(I)=\frac{P(I\cap E)}{P(E)}=\frac{5}{12}$

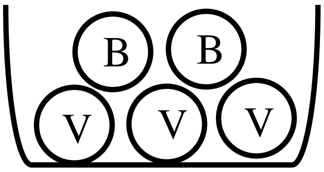
التمريـــــن17

يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء و3 كرات خضراء ويحتوي صندوق U_2 على 3 كرات خضراء و كرتين بيضاوين.

الصندوق U_1



الصندوق U_2



1) حساب الحادثة B " سحب كرة بيضاء".

حادث سحب كرة بيضاء يمكن ان تكون من الكيس U_1 او من الكيس U_2

إذا كان الرقم المحصل عليه من مضاعف للعدد 3 ومنه احتمال هو $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ و غير ذلك هو $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

احتمال الحصول على كرة بيضاء من الكيس U_1 هو $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ ومن الكيس U_2 هو $\frac{2}{5}$

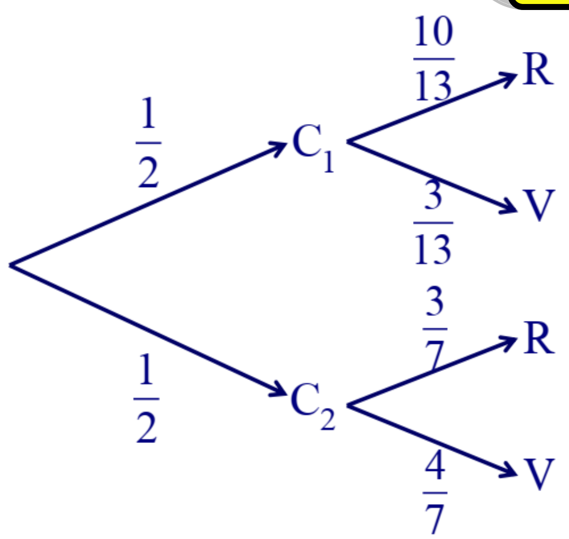
وعليه $P(B)=P(B\cap U_1)+P(B\cap U_2)=\frac{1}{3}.\frac{2}{5}+\frac{2}{3}.\frac{2}{5}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

2) حساب كرة من الصندوق U_1 علما انها بيضاء.

هذا الاحتمال هو احتمال شرطي والمعرف بالعلاقة $P_B(U_1)=\frac{P(B\cap U_1)}{P(B)}=\frac{2}{15}\times\frac{5}{2}=\frac{1}{3}$

التمريـــــن18

1)تمثيل بشجرة متوازنة الوضعية المرافقة لهذه اللعبة.



احتمال ان يختار الطفل العلبة C_1 هو $P(C_1)=\frac{1}{2}$

احتمال ان يختار الطفل العلبة C_2 هو $P(C_2)=\frac{1}{2}$

وعليه شجرة المتوازنة الوضعية المرفقة لهذه اللعبة تكون كما يلي

2) حساب احتمال الحادثة R.

الحادثة **R** " يختار الطفل كرة حمراء ". باستعمال شجرة الاحتمالات السابقة نجد:

$$P(R)=P(R\cap C_1)+P(R\cap C_2)=\frac{1}{2}.\frac{10}{13}+\frac{1}{2}.\frac{3}{7}=\frac{109}{182}$$

3)حساب الاحتمال $P_R(C_2)$

$P_R(C_1)$ هو احتمال أن يكون قد أخذها من العلبة المكعبة علما أنه أخذ كرة حمراء

لدينا: $P_R(C_1)=\frac{P(R\cap C_1)}{P(R)}=\frac{5}{13}.\frac{182}{109}=\frac{70}{109}$ حيث $P(R\cap C_1)=\frac{1}{2}.\frac{10}{13}=\frac{5}{13}$

التمريـــــن19

1) تكملة الجدول التالي

	عدد الشرائح المعيبة	عدد الشرائح غير المعيبة	المجموع
عدد الشرائح من إنتاج الورشة A	48	1152	1200
عدد الشرائح من إنتاج الورشة B	24	776	
المجموع	72	1928	2000

2) حساب الاحتمالات التالية:أ) $P(D)$ ، $P(A\cap D)$ و $P_D(A)$.

* $P(D)$هو احتمال الحادثةD : الشريحة بها عيوب من انتاج A الورشة أوالورشة B

وعليه: $P(D)=\frac{48+24}{2000}=\frac{72}{2000}=\frac{9}{250}$

* $P(A\cap D)$ هو احتمال الحادثة$A\cap D$:الشريحة بها عيوب و من انتاج الورشة A

و وعليه: $P(A\cap D)=\frac{48}{2000}=\frac{6}{250}$

* $P_D(A)$ هو احتمال الحادثةالشريحة من انتاج الورشة A علما انها بها عيوب

وعليه: $P_D(A) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(D)} = \dfrac{6}{250} \cdot \dfrac{250}{9} = \dfrac{2}{3}$

ب) حساب $P(\overline{D})$ ، $P(\overline{D} \cap B)$ و $P_{\overline{D}}(B)$

* $P(\overline{D})$ هو احتمال الحادث العكسية للحادث D وعليه: $P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - \dfrac{9}{250} = \dfrac{241}{250}$

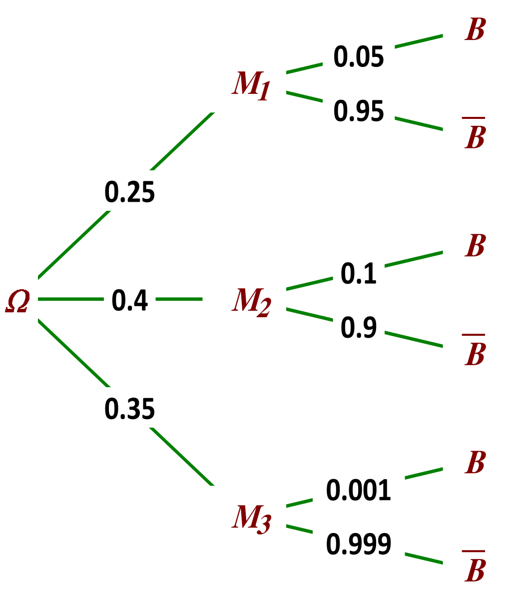
* $P(\overline{D} \cap B)$ هو احتمال الحادث الشريحة ليس بها عيوب و من انتاج الورشة B

وعليه $P(\overline{D} \cap B) = \dfrac{776}{2000} = \dfrac{97}{250}$

* $P_{\overline{D}}(B)$ هو احتمال الحادث الشريحة من انتاج الورشة B علما انها غير معيبة

وعليه $P_{\overline{D}}(B) = \dfrac{P(\overline{D} \cap B)}{P(\overline{D})} = \dfrac{97}{250} \cdot \dfrac{250}{241} = \dfrac{97}{241}$

التمريـــــن20



1.تكوين شجرة متوازنة تترجم الوضعية .

2. حساب احتمال الحادثة B التلميذ يعيد السنة .

الحادثة B التلميذ يعيد السنة هو ان يكون التلميذ معيد من المتوسطة M_1 أو من المتوسطة M_2 أو من المتوسطة M_3 وعليه:

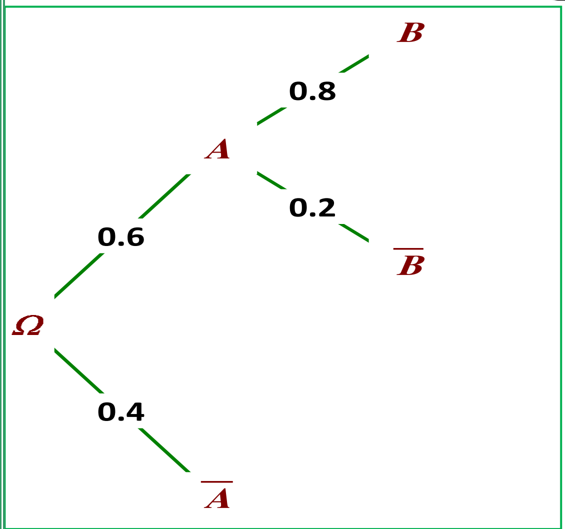
$$P(B) = P(M_1 \cap B) + P(M_2 \cap B) + P(M_3 \cap B)$$

باستعمال الشجرة نجد:

$$P(B) = 0,25 \times 0,05 + 0,40 \times 0,1 + 0,35 \times 0,001$$

ومنه: $P(B) = 0,05285$

التمريـــــن21



حساب احتمال الحدث B :" الشخص المختار لديه انخفاض معدل مستوى القلوكوز في الدم ".

ليكن A حادث هو الشخص تناول الدواء

و B حادث هو الشخص لدية انخفاض في مستوى القلوكوز في الدم .

لتعين احتمال الحادث B نستعمل الشجرة المقابلة

باستعمال الشجرة نجد: $P(B) = 0,6 \times 0,8 = 0,48$

التمرين22

1)حساب احتمال ان يصيب رستم وراضي الهدف معا.

نسمي A حادث أن يصيب رستم الهدف و B حادث أن يصيب راضي الهدف

الحادثان A و B مستقلان معناه $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

ومنه احتمال ان يصيب رستم وراضي الهدف معا هو: $P(A\cap B)=0,7\times 0,5=0,35$

2)حساب احتمال ان يصاب الهدف.

احتمال ان يصاب الهدف (من طرف رستم او راضي) هو: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

ومنه $P(A\cup B)=0,7+0,5-0,35=0,85$.

التمرين23

1)حساب الاحتمالات التالية: $P(A)$، $P(B)$ و$P(A\cap B)$ هل الحادثتان A وB مستقلتان ؟لماذا؟

لدينا: الحادث $A=\{1;2\}$ هو:"ظهور عدد اصغر من اويساوي2" ومنه: $P(A)=\frac{2}{6}$

الحادث $B=\{5;6\}$ هو:"ظهور عدد اكبر تماما من 4" ومنه : $P(B)=\frac{2}{6}$

ومنه الحادث $A\cap B=\phi$ وعليه $P(A\cap B)=0$ لان الحادثان A و B غير متلائمين

لحادثان A وB غير مستقلتين لان $P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$

استنتاج الاحتمال $P(A\cup B)$.

نعلم: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ ومنه $P(A\cup B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

2) هل الحادثتان D وC مستقلتان؟لماذا؟

لدينا: الحادث $D=\{2;4;6\}$ هو :"ظهور عدد زوجي" ومنه: $P(D)=\frac{3}{6}$

الحادث $C=\{1;3;5\}$ هو: "ظهور عدد فردي " ومنه: $P(C)=\frac{3}{6}$

ومنه الحادث $D\cap C=\phi$ وعليه $P(D\cap C)=0$ و لدينا: $P(D)\times P(C)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

وعليه الحادثتان D وC غير مستقلتان لان $P(D\cap C)\neq P(D)\times P(C)$

حساب $P(C)$ ثم حساب بطريقتين مختلفتين $P(D)$.

الجواب السابق $P(C)=\frac{3}{6}$ و $P(D)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

حساب $P(D)$ بطريقة ثانية: $P(D\cup C)=P(D)+P(C)$

نعلم: $(D\cup C)=\{1;2;3;4;5;6\}$ ومنه $P(D\cup C)=1$

وعليه: $P(D)=P(D\cup C)-P(C)=1-\frac{3}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

3) هل الحادثتان D و E مستقلتان؟لماذا؟ احسب $P(D\cup E)$.

لدينا: الحادث $E=\{2;3;5\}$ هو : "ظهور عدد أولي " ومنه: $P(E)=\frac{3}{6}$

ومنه الحادث $D\cap E=\{2\}$ وعليه $P(D\cap C)=\frac{1}{6}$ و لدينا: $P(D)\times P(E)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

وعليه الحادثتان D و E غير مستقلتان لان $P(D\cap E)\neq P(D)\times P(E)$

حساب الاحتمال $P(D\cup E)$.

نعلم: $P(D\cup E)=P(D)+P(E)$ ومنه $P(D\cup E)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

دستور ثنائي الحدّ

التمريـــــن24

1)باستعمال دستور ثنائي الحد نشر العبارات التالية:

تذكير:دستور ثنائي الحد لنيوتن $(a+b)^n=\sum_{p=0}^{p=n}C_n^p a^{n-p}.b^p$

*ومنه: $(x+1)^3=\sum_{p=0}^{p=3}C_3^p(x)^{3-p}(1)^p=C_3^0(x)^3(1)^0+C_3^1(x)^2(1)^1+C_3^2(x)^1(1)^2+C_3^3(x)^0(1)^3$

ومنه: $(x+1)^3=(x)^3+3(x)^2+3(x)+1$

* $(x-2)^4=\sum_{p=0}^{p=4}C_4^p(x)^{4-p}(1)^p=C_4^0(x)^4(-2)^0+C_4^1(x)^3(-2)^1+C_4^2(x)^2(-2)^2+C_4^3(x)^1(-2)^3+C_4^4(x)^0(-2)^4$

ومنه: $(x-2)^4=x^4-12x^3+32x^2-12x+16$

$(2x-3y)^5=\sum_{p=0}^{p=5}C_5^p(2x)^{5-p}(-3y)^p=32x^5-30(x)^4(y)^1+720(x)^3(y)^2-1040(x)^2(y)^3+810(x)^1(y)^4-243(y)^5$

2- أ) كتابة الحد الذي درجته 10.

لدينا: $\left(x^3-\frac{2}{x^2}\right)^{15}=\sum_{p=0}^{p=15}C_{315}^p(x^3)^{15-p}(-\frac{2}{x^2})^p=\sum_{p=0}^{p=15}(-2)^pC_{315}^p x^{-5p+45}$

يكون الحد درجته إذا كان $-5p+15=10$ ومنه $p=1$

وعليه الحد درجته تساوي 10 هو : $(-2)^1C_{15}^1x^{40}=-30x^{40}$

ب) إيجاد معامل الحد التاسع. باعتبار الترتيب تنازلي من الأكبر درجة إلى الاقل درجة

معامل الحد التاسع نحصل عليه من أجل $p=8$ ومنه معامله هو $(-2)^8C_{15}^8=9884160$

ج) إيجاد الحد الثابت

الحد الثابت هو الذي درجته 0 وعليه يكون الحد ثابت إذا كان $-5p+15=0$ ومنه $p=3$

ومنه الحد الثابت هو $(-2)^3C_{15}^3x^0=-3640$

تمارين اخرى متنوعــة

التمريـــــن25

حساب احتمال كل حادثة :

طريقة السحب على التوالي مع إعادة البطاقة المسحوبة

عدد الحالات الكلية لسحب بطاقتين هو $7^2 = 49$

الحادث A هو:"سحب بطاقتين رقميهما فرديان"

يوجد 4 بطاقات تحمل رقما فرديا من بين 7 بطاقات ومنه عددالحالات الملائمة هي: $4^2 = 16$

ومنه احتمال الحادث A هو : $P(A) = \frac{16}{49}$

الحادث B هو" سحب بطاقة رقمها زوجي والأخرى رقمها مربع تام "

يوجد 3 بطاقات تحمل رقما زوجيا و توجد بطاقتان تحمل رقما مربع تام من بين 7 بطاقات

ومنه عددالحالات الملائمة هي: $3^1.2^1.2 = 12$ حيث 2 هو معامل الترتيب

ومنه احتمال B الحادث هو : $P(B) = \frac{12}{49}$

الحادث C هو " سحب بطاقة على الأقل رقمها اولي":

يوجد 4 بطاقات تحمل رقما أوليا من بين 7 بطاقات وهي:2، 3، 5 و7

ومنه عددالحالات الملائمة هي: $4^2 + 4^1.3^1.2 = 16 + 24 = 40$ حيث 2 هو معامل الترتيب

ومنه احتمال Cالحادث هو : $P(C) = \frac{40}{49}$

طريقة2: $P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \frac{3^2}{49} = \frac{40}{49}$ حيث $\overline{C}$ الحادث العكسي للحادث C

الحادث D هو " سحب بطاقتين مجموع رقميهما زوجي"

الحادث العكسي لهذا الحادث هو : سحب بطاقتان مجموع رقميهما فردي أي احدهما زوجي والأخرى فردي وعدد الحالات في هذه الحالة هو: $4^1.3^1.2 = 24$ حيث 2 هو معامل الترتيب

ومنه احتمال Dالحادث هو : $P(D) = 1 - \frac{24}{49} = \frac{25}{49}$

التمريـــــن26

1-حساب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية:

الحادث A هو: "سحب ثلاث كريات جداء ارقامها يساوي 6" .

لدينا :خمس كريات مرقمة بـ 1 ثلاث كريات بـ 2 وكريتين مرقمتان بـ3

عدد الحالات الكلية لسحب ثلاث كريات في الآن الواحد هو : $C_{10}^3 = 120$

لدينا: جداء ارقام الكريات يساوي 6 معناه كرة رقمها 1 وكرة رقمها 2 وكرة رقمها 3:

عدد الحالات الملائمة للحادث Aهو: $C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1 = 30$

ومنه احتمال الحادث A هو: $P(A) = \dfrac{30}{120} = \dfrac{1}{4}$

الحادث B هو:"سحب ثلاث كريات جداء ارقامهما مربع تام "

الأعداد مربعها تام هي :9 أو 4 أو1التي يكن تشكيلها عند سحب 3 كريات من الارقام 1 ، 2 ، 3

لدينا:ثلاث كريات جداء ارقامهما مربع تام معناه ثلاث كرات تحمل الرقم 1 أو كرة رقمها 1 وكرتين رقماهما 3 أو كرة رقمها 1 وكرتين رقماهما 2 .

ومنه عدد الحالات للحادث B هو: $C_5^3 + C_5^1 \times C_3^2 + C_5^1 \times C_2^2 = 10 + 15 + 5 = 30$

ومنه احتمال الحادث B هو: $P(B) = \dfrac{30}{120} = \dfrac{1}{4}$

الحادث C هو :"سحب ثلاث كريات جداء ارقامها اولي "

الاعداد التي تكون اولية وهي جداء 3 أرقام من بين الارقام 1 ، 2 ، 3 هي: 1 ، 2

3كريات جداء ارقامها اولي معناه كرة رقمها 3 وكرتين رقماهما 1 أو كرة رقمها 2 وكرتين رقماهما

عدد الحالات للحادث Cهو: $C_5^2 \times C_3^1 + C_5^2 \times C_2^1 = 50$ ومنه احتمال الحادث Cهو: $P(C) = \dfrac{50}{120}$

2- أ-تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

X يرفق بكل سحبة ، جداء ارقام الكريات المسحوبة معناه $X = \{1;2;3;4;6;8;9;12;18\}$

$P(X=1) = \dfrac{C_5^3}{120} = \dfrac{10}{120}$ معناه احتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها يساوي 1

$P(X=2) = \dfrac{C_5^2 \times C_3^1}{120} = \dfrac{30}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين تحملان 1 وكرة رقمها2

$P(X=3) = \dfrac{C_5^2 \times C_2^1}{120} = \dfrac{20}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين تحملان 1 وكرة رقمها3

$P(X=4) = \dfrac{C_5^1 \times C_3^2}{120} = \dfrac{15}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين تحملان 2 وكرة رقمها1

$P(X=6) = \dfrac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{120} = \dfrac{30}{120}$ معناه احتمال سحب كرة رقمها2وكرة رقمها1 وكرة رقمها3

$P(X=8) = \dfrac{C_3^3}{120} = \dfrac{1}{120}$ معناه احتمال سحب ثلاث كرات تحمل الرقم 2

$P(X=9) = \dfrac{C_5^1 \times C_2^2}{120} = \dfrac{5}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين رقمهما 3 وكرة رقمها 1

$P(X=12)=\frac{C_3^2\times C_2^1}{120}=\frac{6}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين رقمهما 2 وكرة رقمها 3

$P(X=18)=\frac{C_3^1\times C_2^2}{120}=\frac{3}{120}$ معناه احتمال سحب كرة رقمها 2 وكرتين رقمهما

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i\in X$ بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	6	8	9	12	18	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{10}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{20}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{5}{120}$	$\frac{6}{120}$	$\frac{3}{120}$	1

ب-حساب الامل الرياضياتي للمتغير X .

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=8}x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=8}x_i.P_i=\frac{1\times10+2\times30+3\times20+4\times15+6\times30+8\times1+9\times5+12\times6+18\times3}{120}=\frac{193}{40}$$

التمريـــــن27

حساب احتمال كل حادثة :

عدد الحالات الكلية لسحب كريتين على التوالي دون ارجاع الكرية هو: $A_5^2=5.4=20$

1)حساب احتمال الحادث A:"سحب كريتين من نفس اللون".

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $A_2^2+A_3^2=8$ ومنه احتمال A هو: $P(A)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

2) حساب احتمال الحادث B:" سحب كرية بيضاء ثم كرية سوداء"

عدد الحالات الملائمة للحادث Bهو: $A_2^1.A_3^1=6$ ومنه احتمال الحادث Bهو: $P(B)=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

3) حساب احتمال الحادث C:" سحب كريتين مختلفين في اللون" .

عدد الحالات الملائمة للحادث Cهو: $A_2^1.A_3^1+A_3^1.A_2^1=12$ ومنه احتمال Cهو: $P(C)=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

التمريـــــن28

1-حساب عدد اللجان الممكنة .

القسم مكون من 16 تلميذ بحيث 10 ذكور و 6 اناث واللجنة تتكون من 3 افراد

ومنه عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو: $C_{16}^3=\frac{16!}{3!.13!}=560$

2- أ-حساب احتمال الحادثة E .

الحادثة E هي :" أعضاء اللجنة من نفس الجنس" معناه اللجنة تشمل 3 ذكور أو 3 إناث

عدد أعضاء اللجنة في هذه الحالة هو: $C_{10}^{3}+C_{6}^{3}=120+20=140$

ومنه احتمال الحادث Eهو : $P(E)=\dfrac{140}{560}=\dfrac{1}{4}$

ب-استنتج احتمال الحادثة F

الحادثة F هي: أعضاء اللجنة من الجنسين معا." وهي الحادثة العكسية للحادثة E

وعليه احتمال الحادث Fهو : $P(F)=1-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$

3-حساب ماهو الاحتمال لكي تتضمن اللجنة أعضاء من الجنسين معا ، وان لا يتواجد ما التلميذ A والتلميذة B في ان واحد .

عدد الحالات هو اختيار التلميذ **A** و 2 من بقية التلاميذ أو اختيار التلميذة **B** و 2 من بقية التلاميذ ثم نقص منها الحالات التي يكون فيها أعضاء اللجنة من نفس الجنس لان السؤال يشترط أن تتضمن اللجنة اعضاء من الجنسين ولا يكون فيها كل الاعضاء من نفس الجنس.

ومنه: $C_{1}^{1}\times C_{15}^{2}+C_{1}^{1}\times C_{15}^{2}-\left(C_{10}^{3}+C_{6}^{3}\right)=105+105-140=70$

ومنه احتمال هذه الحادثة هو $P(E)=\dfrac{70}{560}=\dfrac{1}{8}$

4- تحديد قانون احتمال X ثم حساب الامل الرياضياتي : $E(X)$.

المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الاناث المتواجدة باللجنة ومنه $X=\{0;1;2;3\}$

$P(X=0)=\dfrac{C_{10}^{3}}{560}=\dfrac{120}{560}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة لا تشمل أنثى

$P(X=1)=\dfrac{C_{6}^{1}\times C_{10}^{2}}{560}=\dfrac{270}{560}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل أنثى واحدة فقط

$P(X=2)=\dfrac{C_{6}^{2}\times C_{10}^{1}}{560}=\dfrac{150}{560}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل 2من الإناث

$P(X=3)=\dfrac{C_{6}^{3}}{560}=\dfrac{20}{560}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل 3أنثى من الإناث

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ملخصة في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	3	المجموع
$P(x_i)$	$\dfrac{120}{560}$	$\dfrac{270}{560}$	$\dfrac{150}{560}$	$\dfrac{20}{560}$	1

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=3}x_i.P_i=\frac{0\times120+1\times270+2\times150+3\times20}{560}=\frac{63}{56}$$

التمريـــــن29

1.إيجاد P_1،P_2،P_3،P_4،P_5،P_6

نعلم ان : $\sum_{i=1}^{i=6} P_i = 1$ مجموع الاحتمالات يساوي 1

ولدينا: P_1،P_2،P_3،P_4،P_5،P_6 بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

أي: $P_2 = \frac{1}{2}P_1$ ، $P_3 = \frac{1}{4}P_1$ ، $P_3 = \frac{1}{8}P_1$ و $P_4 = \frac{1}{16}P_1$ ، $P_5 = \frac{1}{32}P_1$ و $P_6 = \frac{1}{64}P_1$

وعليه $\sum_{i=1}^{i=6} P_i = 1$ تكافئ $P_1\left[\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^6}{1-\frac{1}{2}}\right]=1$ ومعناه $2P_1\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right)=1$ أي $P_1 = \frac{32}{63}$

ومنه: $P_2 = \frac{16}{63}$ ، $P_3 = \frac{8}{63}$ ، $P_4 = \frac{4}{63}$ ، $P_5 = \frac{2}{63}$ و $P_6 = \frac{1}{63}$

3-أ) حساب احتمال ظهور رقم زوجي

احتمال ظهور رقم زوجي هو: $P_6 + P_4 + P_2 = \frac{16}{63} + \frac{4}{63} + \frac{1}{63} = \frac{25}{63}$

ب) حساب احتمال ظهور رقم مضاعف للعدد3

احتمال ظهور رقم زوجي هو: $P_6 + P_3 = \frac{16}{63} + \frac{8}{63} = \frac{24}{63} = \frac{8}{21}$

تعريف قانون الإحتمال و حساب أمله الرياضياتي ثم التباين و الإنحراف المعياري

Xالمتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية العدد المحصل عليه .ومنه: $X = \{1;2;3;4;5;6\}$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	المجاميع
$P(x_i)$	$\frac{32}{63}$	$\frac{16}{63}$	$\frac{8}{63}$	$\frac{4}{63}$	$\frac{2}{63}$	$\frac{1}{63}$	1

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X) = \sum_{i=1}^{i=6} x_i.P_i$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=6} x_i.P_i = \frac{1\times32+2\times16+3\times8+4\times4+5\times2+6\times1}{63} = \frac{40}{21}$$

التباين للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $Var(X) = \sum_{i=0}^{i=6}(x_i - E(X))^2.P_i$

$$Var(X)=\frac{(1-\frac{40}{21})^2\times32+(2-\frac{40}{21})^2\times16+(3-\frac{40}{21})^2\times8+(4-\frac{40}{21})^2\times4+(5-\frac{40}{21})^2\times2+(6-\frac{40}{21})^2\times1}{63}=1.42$$

الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $\delta(X)=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{1,42}=1,2$

التمريـــــن30

الزهر1 / الزهر 2	1	2	2	3	4	4
1	2	3	3	4	5	5
2	3	4	4	5	6	6
2	3	4	4	5	6	6
5	6	7	7	8	9	9
5	6	7	7	8	9	9
6	7	8	8	9	10	10

1-ملأ الجدول

2-قيم المجموع هي مجموعة الإمكانيات

$\Omega=\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$.

3-حساب احتمال كل مجموع (قانون الاحتمال)

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{2}{36}$	1

4-احسب الاحتمالات التالية:

$P(A)$ احتمال الحصول على مجموع فردي هو : $P(A)=\frac{1}{36}+\frac{4}{36}=\frac{5}{36}$.

$P(B)$ احتمال الحصول على مجموع مضاعف للعدد 3هو: $P(B)=\frac{5}{36}+\frac{4}{36}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

$P(C)$ احتمال الحصول مجموع فردي ومضاعف للعدد 3هو: $P(C)=\frac{5}{36}+\frac{2}{36}=\frac{7}{36}$

$P(D)$ احتمال الحصول مجموع فردي أو مضاعف لـ 3هو: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(C)=\frac{7}{36}$

5)1–أ) تكملة الجدول: يلعب شخص اللعبة التالية:

أ)إذا كان المجموع $\{2,3\}$ يربح 100 دج ، ب)إذا كان المجموع $\{4,5\}$ يربح 20 دج

جـ)إذا كان المجموع $\{6,7,8\}$ يخسر 45- دج. ، د)إذا كان المجموع $\{9,10\}$ لا يخسر ولا يربح.

العلامة	100	20	-45	0
الاحتمال	$\frac{5}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{7}{36}$

ب) حساب الأمل الرياضي، هل هذه اللعبة عادلة؟

الأمل الرياضي: $E(X)=100\times\frac{5}{36}+20\times\frac{9}{36}+(-45)\times\frac{15}{36}+0\times\frac{7}{36}\simeq 0.14$ ومنه اللعبة مربحة

جـ) حساب الانحراف المعياري، ماذا تستنتج؟

الانحراف المعياري: $\sigma(X)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-E(X)\right)^2 p_i}$

$$\sigma(X)=\sqrt{\left(100-\frac{5}{36}\right)^2\times\frac{5}{36}+\left(20-\frac{5}{36}\right)^2\times\frac{9}{36}+\left(-45-\frac{5}{36}\right)^2\times\frac{15}{36}+\left(0-\frac{5}{36}\right)^2\times\frac{7}{36}}$$
$$=\sqrt{2332.62}=48.3$$

نستنتج : مع أن اللعبة مربحة إلا أن الربح ذو تشتت كبير وبالتالي لا ينصح بهذه اللعبة.

التمريـــــن31

1) حساب احتمال كل من الأحداث التالية :

تتكون مجموعة أشخاص من 8 رجال و 4أربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه إبراهيم و امرأة واحدة اسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

عدد الحالات الممكنة لتكوين لجنة هو: $C_{12}^{3}=\frac{12!}{3!.9!}=220$

حساب احتمال الحادث A "تكوين لجنة تضم 3 رجال ".

عدد أعضاء اللجنة في هذه الحالة هو: $C_8^3=\frac{8!}{3!.5!}=56$

ومنه احتمال الحادث Aهو : $P(A)=\frac{56}{220}=\frac{14}{55}$

حساب احتمال الحادث " B "تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين ".

عدد أعضاء اللجنة في هذه الحالة هو: $C_8^1\times C_4^2=8.\frac{4!}{2!.2!}=48$

ومنه احتمال الحادث Bهو : $P(B)=\frac{48}{220}=\frac{12}{55}$

حساب احتمال الحادث " C "تكوين لجنة تضم إبراهيم ".

عدد أعضاء اللجنة في هذه الحالة هو: $C_1^1\times C_{10}^2=1.\frac{10!}{2!.8!}=45$

ومنه احتمال الحادث Cهو : $P(C)=\frac{45}{220}=\frac{9}{44}$

حساب احتمال الحادث D "تكوين لجنة تضم إما إبراهيم أو فاطمة ".

عدد أعضاء اللجنة في هذه الحالة هو: $C_1^1 \times C_{10}^2 + C_1^1 \times C_{10}^2 = 2.\frac{10!}{2!.8!} = 90$

ومنه احتمال الحادث Dهو : $P(D) = \frac{90}{220} = \frac{9}{22}$

2- أ) تعيين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و تعريف قانون احتماله .

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

وعليه قيم المتغير العشوائي هي : $X = \{0;1;2;3\}$

$P(X=0) = \frac{C_4^3}{220} = \frac{4}{220}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة لا تشمل أي ذكر.

$P(X=1) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \frac{48}{220}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل رجل و 2 من الإناث

$P(X=2) = \frac{C_8^2 \times C_4^1}{220} = \frac{112}{220}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل رجليين وأنثى

$P(X=3) = \frac{C_8^3}{220} = \frac{56}{220}$ معناه احتمال ان تكون اللجنة تشمل 3رجال

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$

بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	3	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{4}{220}$	$\frac{48}{220}$	$\frac{112}{220}$	$\frac{56}{220}$	1

ب) حساب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i$

$$E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i = \frac{0\times 4 + 1\times 48 + 2\times 112 + 3\times 56}{220} = \frac{440}{220} = 2$$

التباين للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $Var(X) = \sum_{i=0}^{i=3} (x_i - E(X))^2.P_i$

$$Var(X) = \frac{(0-2)^2\times 4 + (1-2)^2\times 48 + (2-2)^2\times 112 + (3-2)^2\times 56}{220} = \frac{120}{220} = \frac{6}{11}.$$

الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $\delta(X) = \sqrt{Var(X)}$

ومنه: $\delta(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{\frac{6}{11}}$

التمريـــــــن32

1) حساب احتمال كل من الأحداث التالية :

صندوق يحتوي على7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس . نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق و نسجل لونها ،ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

أ) حساب احتمال الحادث A "الحصول على كرتين بيضاوين ".

عدد الطرق الكلية للحصول على كرتين هو: $10^2 = 100$

عدد الطرق الكلية للحصول على كرتين بيضاوين هو: $7^2 = 49$

ومنه احتمال هذا الحادث هو: $P(A) = \dfrac{49}{100}$

ب) حساب احتمال الحادث B "الحصول على كرتين من نفس اللون ".

عدد الطرق الكلية للحصول على كرتين من نفس اللون هو: $7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$

ومنه احتمال هذا الحادث هو: $P(B) = \dfrac{58}{100} = \dfrac{29}{50}$

2- أ) تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و حساب أمله الرياضياتي $E(X)$.

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع النقط المحصل عليها.

بحيث تمنح لكل كرة بيضاء العلامة $(\alpha \in \mathbb{R})$ولكل كرة سوداء العلامة $(-\alpha)$

وعليه قيم المتغير العشوائي هي : $X = \{-2\alpha; 0; 2\alpha\}$

$P(X = -2\alpha) = \dfrac{3^2}{100} = \dfrac{9}{100}$ معناه احتمال سحب كرة سوداوين

$P(X = 0) = \dfrac{2 \times 3^1 \times 7^1}{100} = \dfrac{42}{100}$ معناه احتمال سحب كرتين من لونين مختلفين

$P(X = 2\alpha) = \dfrac{7^2}{100} = \dfrac{49}{100}$ معناه احتمال سحب كرتين بيضاوين

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	-2α	0	2α	المجموع
$P(x_i)$	$\dfrac{9}{100}$	$\dfrac{42}{100}$	$\dfrac{49}{100}$	1

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X) = \sum_{i=0}^{i=2} x_i . P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=2}x_i.P_i=\frac{-2\alpha\times 9+0\times 42+2\alpha\times 49}{100}=\frac{80\alpha}{100}=\frac{4\alpha}{5}$$

ب) تعيين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

تكون اللعبة مربحة إذا كان $E(X)>0$ ومنه $\frac{4\alpha}{5}>0$ ومعناه $\alpha>0$

3)تعيين عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علم أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$

عند اضافة $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق يصبح فيه $(n+7)$ منها n كرة سوداء و 7 كرة بيضاء

عدد الطرق الكلية للحصول على كرتين هو : $(n+7)^2$

عدد الطرق الكلية للحصول على كرتين بيضاوين هو: $7^2=49$

ومنه احتمال هذا الحادث هو: $P(A)=\frac{49}{(n+7)^2}$ ولدينا $P(A)=\frac{1}{4}$

ومنه $\frac{49}{(n+7)^2}=\frac{1}{4}$ ومنه $\frac{7}{(n+7)}=\frac{1}{2}$ وعليه $n+7=14$ أي $n=7$

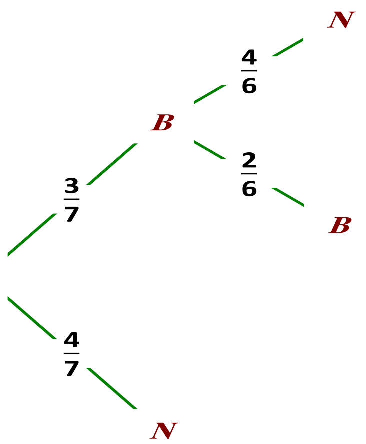
ومنه عدد الكرات السوداء التي نضيفها للصندوق هو: $n=7-3=4$

التمريـــــن33

1) أ) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

لحساب احتمالات الحوادث المطلوبة

نشكل شجرة الاحتمالات التالية:



1) أ) حساب احتمال كل من الأحداث التالية :

A" الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء ".

باستعمال الشجرة المقابلة نجد: $P(A)=\frac{4}{7}$

B" الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء ".

باستعمال الشجرة المقابلة نجد: $P(B)=\frac{3}{7}\times\frac{4}{6}=\frac{2}{7}$

ب) استنتاج حساب الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة .

نرمز لهذه الحادثة بالرمز C

الحادثة C هو لانجري السحبة الثالثة يجب ان نتوقف عند السحبة الأولى أو عند السحبة الثانية

أي "سحب كرة سوداء في المرة الأولى " أو "سحب كرة سوداء في المرة الثانية"

نستنتج أن: $P(C)=P(A)+P(B)=\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=\frac{6}{7}$

2- اعطاء قانون الاحتمال المتغير العشوائي X و حساب أمله الرياضياتي

X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها ومنه $X=\{1;2;3;4\}$

$P(X=1)=P(A)=\frac{4}{7}=\frac{20}{35}$ معناه احتمال سحب كرة سوداء في المرة الاولى

$P(X=2)=P(B)=\frac{2}{7}=\frac{10}{35}$ معناه احتمال سحب الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء

$P(X=3)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}\times\frac{C_4^1}{C_5^1}=\frac{4}{35}$ معناه احتمال سحب الكرة المسحوبة في المرة الثالثة سوداء

$P(X=4)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}\times\frac{C_4^1}{C_5^1}\times\frac{C_4^1}{C_4^1}=\frac{1}{35}$ معناه احتمال سحب الكرة المسحوبة في المرة الرابعة سوداء

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$

بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{20}{35}$	$\frac{10}{35}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{35}$	1

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=1}^{i=4} x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=1}^{i=4} x_i.P_i=\frac{1\times 20+2\times 10+3\times 4+4\times 1}{35}=\frac{56}{35}$$

التمريـــــن34

1-حساب احتمال ظهور وجه يحمل الرقم 6.

نعلم أن: $\sum_{i=1}^{i=6} P_i=1$ ومنه $P_6=1-\sum_{i=1}^{i=5} P_i=1-(0{,}1+0{,}2+0{,}3+0{,}1+0{,}15)=0{,}15$

2-حساب احتمال الحصول على وجه يحمل رقما فرديا.

احتمال الحصول على وجه يحمل رقما فرديا هو:

$$P_1+P_3+P_5=0{,}1+0{,}3+0{,}15=0{,}55$$

3-حساب احتمال الحصول على وجه يحمل رقما أكبر تماما من4.

احتمال الحصول على وجه يحمل رقما أكبر تماما من4 هو:

$$\sum_{i=5}^{i=6} P_i=P_5+P_6=0{,}15+0{,}15=0{,}30$$

4-حساب احتمال الحصول على وجه يحمل رقما يقسم العدد 2019

لدينا: $673\times 3 = 2019$ ومنه قواسم العدد 2019 هي 1 ، 3 ، 673 و 2019

ومنه الأعداد التي تقسم 2019 الأصغر من أو تساوي 6 هي 1 و 3

احتمال الحصول على وجه يحمل رقما يقسم العدد 2019 هو: $P_1 + P_3 = 0,1 + 0,3 = 0,40$

التمريـــــن35

حساب احتمال الحوادث التالية:

نعتبر C حادثة يلبس ربطة عنق و B حادثة يلبس قميص أبيض والجدول التالي يحدد عدد كل صنف من المجموعة

	C	$\overline{C}$	المجموع
B	50	35	85
$\overline{B}$	70	95	165
المجموع	120	130	250

1- حساب احتمال أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق.

باستعمال الجدول السابق نجد: $P(C) = \frac{120}{250} = \frac{12}{25}$

2- حساب احتمال أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق وقميص أبيض.

باستعمال الجدول السابق نجد: $P(B\cap C) = \frac{50}{250} = \frac{1}{5}$

3- حساب احتمال أن يكون رجلا يلبس ربطة عنق أو قميص أبيض.

$$P(B\cup C) = P(B) + P(C) - P(B\cap C) = \frac{85}{250} + \frac{120}{250} - \frac{50}{250} = \frac{155}{250} = \frac{31}{50}$$

4-حساب احتمال ان يكون رجلا لا يلبس ربطة عنق ولا يلبس قميص أبيض.

$$P(\overline{B}\cap \overline{C}) = \frac{95}{250} = \frac{19}{50}$$

الجزء الثاني: تمارين البكالوريا

شعبة التسيير والاقتصاد

التمرين36: دورة 2019 م1

لحساب الاحتمالات المطلوبة
نشكل الجول التالي

	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

1)حساب احتمال الحصول على رقمين زوجيين.

عدد الحالات الكلية هو 36 .نسمي A حادث الحصول على رقمين زوجيين.

لدينا: $A=\{(2;2);(2;4);(2;6);(4;2);(4;6);(6;4);(6;6);(6;2);(4;4)\}$ وعددها 9 .

وعليه احتمال الحادث A هو $P(A)=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

2)حساب احتمال الحصول على رقمين جداءهما يساوي 6

نسمي Bحادث الحصول على رقمين جداءهما يساوي 6

$B=\{(1;6);(2;3);(6;1);(3;2)\}$ وعددها 4 وعليه احتمال الحادث Bهو $P(B)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

3)حساب احتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف للأخر.

نسمي Cحادث الحصول على رقمين أحدهما ضعف للأخر

لدينا: $C=\{(1;2);(2;4);(3;6);(2;1);(4;2);(6;3)\}$ وعددها 6 .

وعليه احتمال الحادث Cهو $P(C)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

4)حساب احتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2

نسمي Dحادث الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2

لدينا: $D=\{(2;2);(2;4);(2;1);(4;2);(1;2)\}$ وعددها 5 .

وعليه احتمال الحادث Cهو $P(D)=\frac{5}{36}$

التمرين37: دورة 2019 م2

1)حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة: $(4x^2+3x-1)(x^2-5x+6)=0......(E)$

لدينا: (E) تكافئ $(x^2-5x+6)=0.....(1)$ أو $(4x^2+3x-1)=0....(2)$

$(x^2-5x+6)=0.....(1)$ المميز $\Delta=25$ ومنه $x_1=2$ أو $x_2=3$

$(4x^2+3x-1)=0....(2)$ المميز $\Delta=25$ ومنه $x_1=-1$ أو $x_2=\frac{1}{4}$

وعليه حلول المعادلة (E) هي $S=\left\{2;3;-1;\frac{1}{4}\right\}$

2) تحديد قيمة العدد الحقيقي α.

لدينا: $p_1=3\alpha^2$ ، $p_2=\alpha^2$ ، $p_3=\alpha$ و $p_4=2\alpha$

نعلم أن: $\sum_{i=1}^{i=6}P_i=1$ ومنه $3\alpha^2+\alpha^2+\alpha+2\alpha=1$ وتكافئ $4\alpha^2+3\alpha-1=0$

ومنه $\alpha=-1$ (مرفوض لأن الاإحتمال موجب) أو $\alpha=\frac{1}{4}$ وهو المطلوب

3) حساب احتمال الأحداث التالية :

حساب احتمال الحادث A: " سحب كرية تحمل رقما فرديا "

احتمال A: " سحب كرية تحمل رقما فرديا " هو:

$$P(A)=3\alpha^2+\alpha=3\frac{1}{16}+\frac{1}{4}=\frac{7}{16}:$$

حساب احتمال الحادث B: " سحب كرية تحمل الرقم 4 "

احتمال B: " سحب كرية تحمل الرقم 4 " هو :

$$P(B)=2\alpha=\frac{1}{2}:$$

حساب احتمال الحادث C: " سحب كرية تحمل رقما اصغر من او يساوي 3"

احتمال C: " سحب كرية تحمل رقما اصغر من او يساوي 3" هو :

$$P(C)=p_1+p_2+p_3=4\alpha^2+\alpha=\frac{1}{2}$$

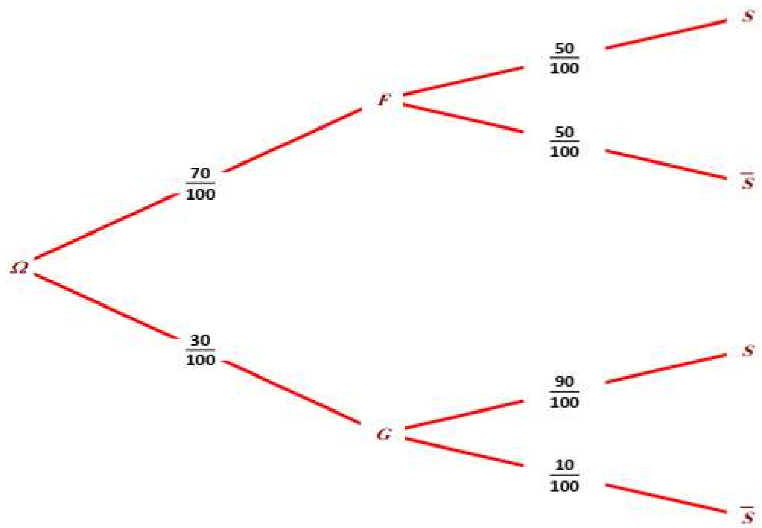
حساب احتمال الحادث D: " سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E) "

احتمال D: " سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E) " هو:

$$P(D)=p_2+p_3=\alpha^2+\alpha=\frac{1}{16}+\frac{1}{4}=\frac{5}{16}$$

التمرين38: دورة 2018 م1 بتصرف

1- انجاز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .



2-حساب الاحتمالات التالية: $P(S)$ ، $P(G\cap\bar{S})$ ، $P_{\bar{S}}(F)$ و $P_S(G)$

*$P(S)$هو احتمال ان يكون التلميذ من هذا القسم يمارس هذه الرياضة

أي التلميذ المختار انثى تمارس هذه الرياضة أو ذكر يمارس هذه الرياضة وعليه:

$$p(S)=p(F\cap S)+p(G\cap S)=\frac{70}{100}\times\frac{50}{100}+\frac{30}{100}\times\frac{90}{100}=\frac{100(35+27)}{10^4}=\frac{62}{10^2}=0,62$$

*$P(G\cap\bar{S})$ هو احتمال ان يكون التلميذ من هذا القسم ذكر ويمارس هذه الرياضة

وعليه $P(G\cap\bar{S})=P(G)\times P_G(\bar{S})=\frac{30}{100}\times\frac{10}{100}=\frac{3}{100}=0,03$

*$P_{\bar{S}}(F)$ هو احتمال ان يكون التلميذ من هذا القسم انثى علما انها لا تمارس هذه الرياضة

وعليه $P_{\bar{S}}(F)=\frac{P(F\cap\bar{S})}{P(\bar{S})}=\frac{P(F\cap\bar{S})}{1-P(S)}=\frac{\frac{70}{100}\times\frac{50}{100}}{1-\frac{6200}{10^4}}=\frac{3500}{3800}=0,92$

*$P_S(G)$ هو احتمال ان يكون التلميذ من هذا القسم ذكرا علما انه تمارس هذه الرياضة

وعليه $P_S(G)=\frac{P(G\cap S)}{P(S)}=\frac{30\times 90}{6200}=\frac{27}{62}=0,44$

3-استقلالية الحدثين G و $\bar{S}$

الحادثتان G و $\bar{S}$ غير مستقلتين لأن: $P(G\cap\bar{S})\neq P(G)\times P(\bar{S})$

لأن: $P(G\cap\bar{S})=0,03$ و $P(G)\times P(\bar{S})=0,3\times 0,01=0.003$

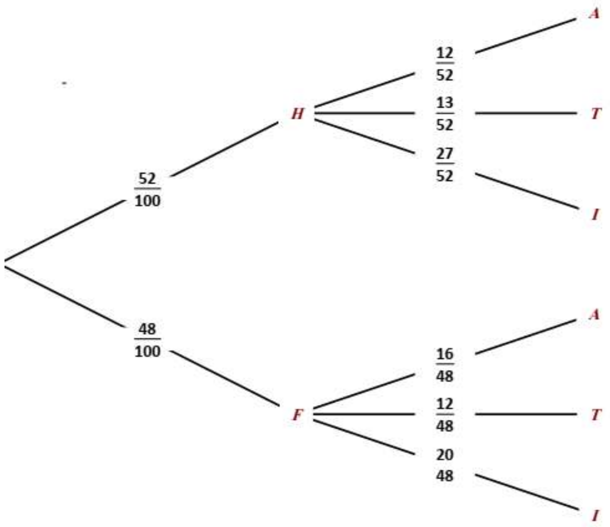
التمرين39: دورة 2018 م2 بتصرف

1-أ) تبيّان أن احتمال ان يكون الموظف رجلا هو: $P(H)=0,52$

	الاداريون A	المهندسون I	العمال T	المجموع
رجال	12 %	13 %	27 %	52 %
نساء	16 %	12 %	20 %	48 %
المجموع	28 %	25 %	47 %	100 %

احتمال ان يكون الموظف رجلا هو: $P(H)=\dfrac{12+13+27}{100}=\dfrac{52}{100}=0,52$

انجازشجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .



حساب $P(H\cap T)$ و $P(F\cap I)$.

$P(H\cap T)$ هو احتمال ان يكون الموظف المختار رجلا وعاملا أي:

$$P(H\cap T)=P(H)\times P_H(T)=\frac{52}{100}\times\frac{27}{52}=\frac{27}{100}$$

$P(F\cap I)$ هو احتمال ان يكون الموظف المختار امرأة و مهندسة أي:

$$P(F\cap I)=P(F)\times P_F(I)=\frac{48}{100}\times\frac{12}{48}=\frac{12}{100}$$

3- حساب حتمال ان يكون الموظف مهندسا.

احتمال ان يكون الموظف مهندسا هو ان يكون رجلا مهندسا أو إمراة مهندسة

$$P(I)=P(H\cap I)+P(F\cap I)=P(H)\times P_H(I)+P(F)\times P_F(I)=\frac{13}{100}+\frac{12}{100}=\frac{25}{100}=0,25$$

4-حساب احتمال ان يكون الموظف رجلا علما انه إداري.

احتمال ان يكون الموظف رجلا علما انه إداري هو الإحتمال الشرطي $P_H(A)=\dfrac{P(H\cap A)}{P(A)}$

حيث: $P(H\cap A)=P(H)\times P_H(A)=\dfrac{52}{100}\times\dfrac{3}{13}=0;12$

$$P(A)=P(H\cap A)+P(F\cap A)=P(H)\times P_H(A)+P(F)\times P_F(A)=\frac{12}{100}+\frac{16}{100}=\frac{28}{100}=0,28$$

ومنه: $P_H(A)=\dfrac{P(H\cap A)}{P(A)}=\dfrac{12}{28}=\dfrac{3}{7}$

التمرين40: دورة 2017 م2

تعيين الإقتراح الصحيح مع التبرير :

1) A و B حادثتان مستقلتان ، معناه : $p(A\cap B)=p(A)\times p(B)$.

أي : $p(B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(A)}=\dfrac{0,03}{0,4}=0,075$ ، إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ب)** .

2) A و B حادثتان ، $p(A\cap B)=\dfrac{3}{100}$ و $p_A(B)=\dfrac{1}{4}$. لدينا : $p_A(B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(B)}$.

ومنه : $p(B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p_A(B)}=\dfrac{\frac{3}{100}}{\frac{1}{4}}=\dfrac{3\times 4}{100}=\dfrac{3}{25}$. إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (أ)** .

3) A و B حادثتان : $p(A)=0,4$ و $p(B)=0,5$ ، $p(\overline{A\cup B})=0,55$.

لديناِ: $p(A\cup B)=1-p(\overline{A\cup B})=1-0,55=0,45$ ، نعلم أنّ: $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$

أي: $p(A\cap B)=p(A)+p(B)-p(A\cup B)$. ومنه : $p(A\cap B)=0,4+0,5-0,45=0,45$.

إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ب)** .

4) لدينا من الجدول : $0,12+0,50+\beta+0,30=1$ أي : $\beta=1-0,12-0,50-0,30=0,08$.

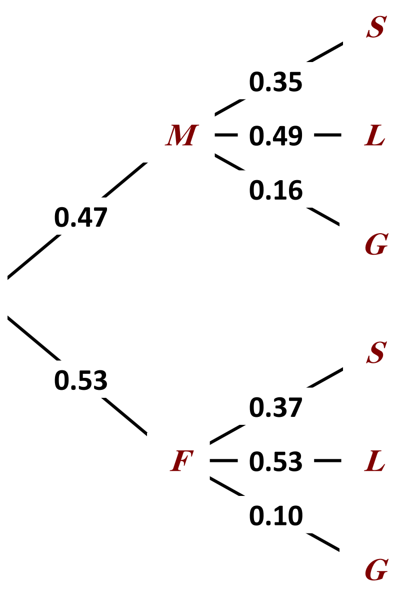
لدينا أيضا : $(-2)0,12+(-1)0,50+(\alpha)0,08+(3)0,3=0,32$ ، ومنه : $\alpha=\dfrac{0,32+0,74-0,9}{0,08}=2$

إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ج)** .

التمرين41: دورة 2017 م1

1) شجرة الإحتمالات التي تنمذج الوضعية :

أنظر الشكل الشجرة أدناه



2) حساب إحتمال الحوادث :

أ)حادثة المترشح أنثى و من شعبة التسيير و الإقتصاد

$p(A)=p(F\cap G)=0,53\times 0,10=0,053$.

ب) حادثة المترشح من شعبة التسيير و الإقتصاد :

$p(B)=p(M\cap G)+p(F\cap G)$ أي :

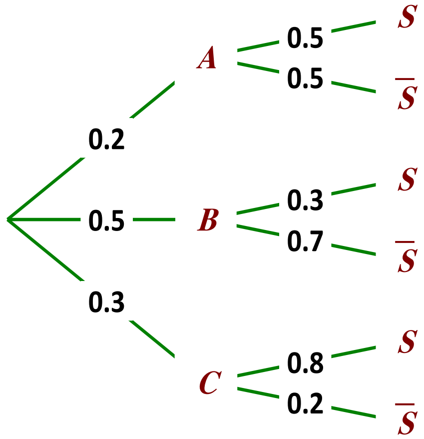
$p(B)=p(G)=0,0752+0,053=0,1282$

لأن : $p(M\cap G)=0,47\times 0,16=0,0752$.

ج) حادثة المترشح أنثى علما أنه من شعبة التسيير :

$p(C)=p_G(F)=\dfrac{p(F\cap G)}{p(G)}$ ، أي : $p(C)=\dfrac{0,053}{0,1282}=0,4134$.

التمرين42: دورة 2016 م2



1) إكمال شجرة الإحتمالات : أنظر الشكل المقابل .

2) أ) حساب إحتمال الحوادث التالية :

$p(A\cap S)=p(A)\times p_A(S)=0,2\times 0,5=0,10$

$p(B\cap S)=p(B)\times p_B(S)=0,5\times 0,3=0,15$

$p(C\cap S)=p(C)\times p_C(S)=0,3\times 0,8=0,24$

ب) إستنتاج أن يكون الزبون معجب بالوجهة المختارة

أي: $p(S)=p(A\cap S)+p(A\cap S)+p(C\cap S)$.

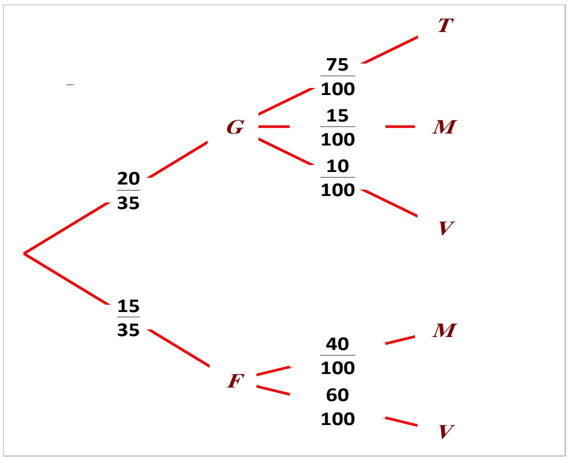
ومنه : $p(S)=0,10+0,15+0,24=0,49$.

3) حساب الإحتمال الشرطي : $p_{\overline{S}}(B)$:

$$P_{\overline{S}}(B)=\frac{P(B\cap \overline{S})}{P(\overline{S})}=\frac{P(B\cap \overline{S})}{1-P(S)}=\frac{0.5\times 0.7}{1-0.49}=0.686$$

لأن : $p(\overline{S})=1-p(S)=1-0,49=0,51$ و $p(B\cap \overline{S})=p(B)\times p_B(\overline{S})=0,5\times 0,49=0,245$

التمرين43: دورة 2012 م1 بتصرف



1) إنجاز شجرة الإحتمالات :

أنظر الشكل الموالي :

2) حساب $p(V)$ إحتمال أن تتحقق الحادثة V :

$p(V)=p(G\cap V)+p(F\cap V)$ ، أي :

$p(V)=\frac{2}{35}+\frac{9}{35}=\frac{11}{35}$ ، ومنه : $p(V)=\frac{11}{35}$.

3) حساب الإحتمال الشرطي $p_V(G)$:

$p_V(G)=\frac{p(G\cap V)}{p(V)}$ ، أي : $p_V(G)=\frac{\frac{2}{35}}{\frac{11}{35}}=\frac{2}{11}$ ومنه : $p_V(G)=\frac{2}{11}$.

4) حساب إحتمال أن يكون التلميذ لا يمارس كرة القدم :

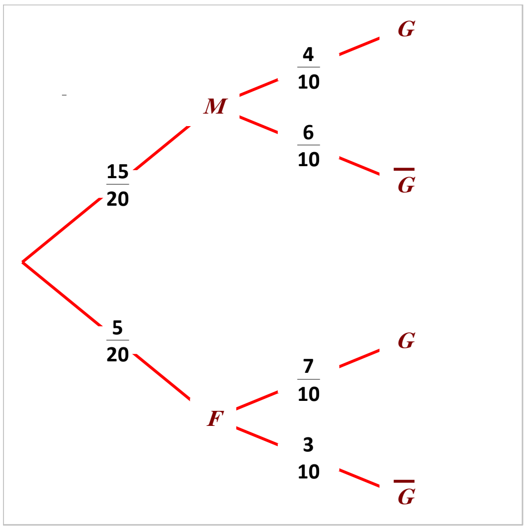
أي نحسب إحتمال الحادثة العكسية لحادثة التلميذ يمارس كرة القدم ، و ذلك بحساب $p(\overline{T})$:

$p(\overline{T})=1-p(T)$ ، أي : $p(\overline{T})=1-\frac{3}{7}=\frac{7-3}{7}=\frac{4}{7}$.

ومنه إحتمال حادثة التلميذ لا يمارس كرة القدم هو : $\frac{4}{7}$.

(ننوّه أنه لا يوجد من البنات من تمارس كرة القدم) .

التمرين44: دورة 2013 م1



تعيين الجواب الصحيح مع التبرير :

(نقوم بنمذجة الوضعية بشجرة الإحتمالات لتسهيل الحل)

1)إحتمال أن يكون الكتاب المختار خاص بالرياضيات :

من شجرة الإحتمالات : $p(M)=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$

إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (أ)** .

2)إحتمال أن يكون الكتاب المختار خاص بشعبة التسيير:

$$p(G)=p(M\cap G)+p(M\cap G)=(\frac{3}{4}\times\frac{4}{10})+(\frac{1}{4}\times\frac{7}{10})$$

أي : $p(G)=\frac{12}{40}+\frac{7}{40}=\frac{19}{40}=0,475$. إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ب)** .

3) إحتمال أن يكون الكتاب رياضيات خاص بشعبة التسيير:

$p(M\cap G)=p(M)\times p(G)=\frac{3}{4}\times\frac{4}{10}$ ، أي : $p(M\cap G)=\frac{3}{10}=0,3$

. إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ج)** .

4) الإحتمال الشرطي $p_G(M)$.

$p_G(M)=\frac{p(M\cap G)}{p(G)}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{19}{40}}=\frac{12}{19}$. إذن الإجابة الصحيحة هي : **الإجابة (ب)** .

التمرين45: دورة 2008

1-أ)حساب إحتمال الحصول على كرة واحدة تحمل الرقم 1

نسمي A الحادثة: "الحصول على كرة تحمل الرقم 1 " ومنه: $\mathrm{P(A)}=\frac{C_3^1}{C_7^1}=\frac{3}{7}$

ب) حساب إحتمال الحصول على كرة لونها أحمر وتحمل الرقم 1

نسمي B الحادثة: "الحصول على كرة لونها أحمر "

ونسمي $\mathrm{A\cap B}$ الحادثة : "الحصول على كرة حمراء تحمل الرقم 1 "

عدد الكرات الحمراء التي تحمل الرقم 1 هو 2 ومنه $\mathrm{P(A\cap B)}=\frac{C_2^1}{C_7^1}=\frac{2}{7}$

ومنه الإحتمال المطلوب هو : $\mathrm{P_A(B)}=\frac{\mathrm{P(A\cap B)}}{\mathrm{P(A)}}=\frac{2}{7}\times\frac{7}{3}=\frac{2}{3}$

2-أ) حساب إحتمال الحصول كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا

نسمي Cالحادثة: "الحصول على كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا "

عدد الكرات الفردية هو 3 و عدد الكرات الإجمالي هو 7

ومنه :عدد الحالات الممكنة للحصول على كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا هو $A_3^2 = 6$

ومنه :عدد الحالات الممكنة للحصول على كرتين هو $A_7^2 = 42$

وعليه الاحتمال المطلوب هو: $P(C) = \frac{A_3^2}{A_7^2} = \frac{1}{7}$

ب) حساب إحتمال الحصول كرتين من نفس اللون.

نسمي D الحادثة: "الحصول على كرتين نفس اللون"

ومنه :عدد الحالات الممكنة للحصول على كرتين من نفس اللون هو $A_3^2 + A_4^2 = 6 + 12 = 18$

وعليه الإحتمال المطلوب هو: $P(D) = \frac{A_3^2 + A_4^2}{A_7^2} = \frac{3}{7}$.

جـ) حساب إحتمال الحصول كرتين مجموع رقميهما الظاهرين3

نسمي E الحادثة: "الحصول على كرتين مجموع رقميها الظاهرين 3"

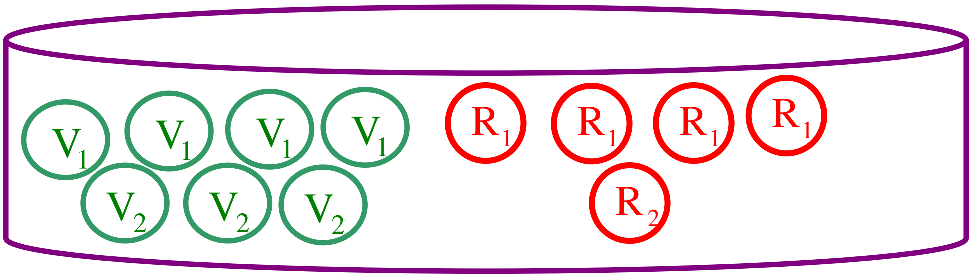
ومنه :عدد الحالات الممكنة للحصول على كرتين مجموع الرقمين الظاهرين 3 هو $A_3^1 \times A_3^1 = 9$

وعليه الإحتمال المطلوب هو: $P(E) = \frac{A_3^1 \times A_3^1}{A_7^2} = \frac{3}{14}$.

شعبة: علوم تجريبية

التمرين46: دورة 2019 م1

محتوى الكيس



1) إثبات أن احتمال الحادث A هو : $P(A)=\frac{31}{66}$ وحساب الحادث B

الحادث A هو سحب كرتين من نفس اللون من بين 12 كرة في أن واحد

عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من بين 12 كرة هو: $C_{12}^2=\frac{12!}{2!(10)!}=66$

عدد الحالات الملائمة لسحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين حمروا ين أو سحب كرتين خضروا ين هو: $C_5^2+C_7^2=\frac{5!}{2!(3)!}+\frac{7!}{2!(5)!}=10+21=31$

وعليه احتمال الحادث A هو : $\boxed{P(A)=\frac{31}{66}}$

الحادث Bهو سحب كرتين تحملان نفس الرقم من بين 12 كرة في أن واحد

عدد الحالات الملائمة لسحب كرتين من نفس الرقم أي سحب كرتين من بين 8 كرات تحمل الرقم 1 أو سحب كرتين من بين 4 كرات تحمل الرقم 2 هو:

$C_8^2+C_4^2=\frac{8!}{2!(6)!}+\frac{4!}{2!(2)!}=28+6=34$ وعليه احتمال الحادث A هو : $\boxed{P(B)=\frac{34}{66}}$

2) حساب احتمال الحادث سحب كرتين تحملان نفس الرقم علما انهما من نفس اللون

احتمال حادث سحب كرتين تحملان نفس الرقم علما انهما من نفس اللون هو الاحتمال الشرطي التالي: $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

الحادث $A\cap B$ هو سحب كرتين من نفس اللون ومن نفس الرقم أي سحب كرتين حمراوين وتحملان الرقم 1 أو كرتين خضراوين تحملان الرقم 1 أو كرتين خضراوين تحملان الرقم 2

عدد الحالات الملائمة هو: $C_4^2+C_4^2+C_3^2=\frac{4!}{2!(2)!}+\frac{4!}{2!(2)!}+\frac{3!}{2!(1)!}=15$ وعليه $\boxed{P_A(B)=\frac{15}{66}}$

3)تعرّيف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X حساب أمله الرياضياتي $E(X)$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس بعد سحب كرتين من الكيس في أن واحد.

عدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق هو: 3 عند سحب كرتين حمراوين أو 4 عند سحب كرة حمراء واحدة فقط أو 5 عند عدم سحب كرة حمراء

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $\boxed{X = \{3;4;5\}}$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	3	4	5	المجموع
$P(X = x_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{21}{66}$	1

حيث: إحتمال سحب كرتين حمراوين هو: $P(X = 3) = \frac{C_5^2}{C_{12}^2} = \frac{10}{66}$

إحتمال سحب كرة حمراء واحدة فقط هو: $P(X = 4) = \frac{C_5^1 \times C_7^1}{C_{12}^2} = \frac{35}{66}$

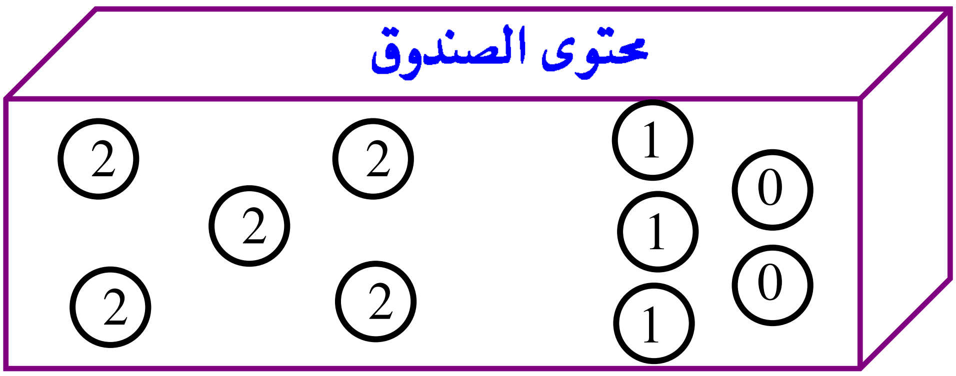
إحتمال عند عدم سحب كرة حمراء هو: $P(X = 5) = \frac{C_7^2}{C_{12}^2} = \frac{21}{66}$

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i$

$$E(X) = \sum_{i=0}^{i=2} x_i.P_i = \frac{3\times 10 + 4\times 35 + 5\times 21}{66} = \frac{275}{66}$$

التمرين47: دورة 2019 م2



1) تعريف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

المتغير العشوائي X يرفق بكل سحب: جداء الأرقام المسجلة على الكرات المسحوبة

جداء الأرقام المسجلة على الكرات هو: 0 ،1 ،2 ،4 و8

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $\boxed{X=\{0;1;2;4;8\}}$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$
بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ الموضح كما يلي:

*إحتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها 0 .

أي :سحب كرتين رقميهما 0 واخرى لا يساوي 0 أوكرة تحمل الرقم 0 وكرتين لا تحملان الرقم 0

هو: $P(X=0)=\dfrac{C_2^2\times C_8^1+C_2^1\times C_8^2}{C_{10}^3}=\dfrac{8+56}{120}=\dfrac{64}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها 1 .

أي :سحب ثلاث كرات تحمل الرقم 1 هو: $P(X=1)=\dfrac{C_3^3}{C_{10}^3}=\dfrac{1}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها 2 .

أي :سحب كرتين تحملان الرقم 1 وكرة تحمل الرقم 2 هو: $P(X=2)=\dfrac{C_3^2\times C_5^1}{C_{10}^3}=\dfrac{15}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها 4 .

أي :سحب كرتين تحملان الرقم 2 وكرة تحمل الرقم 1 هو: $P(X=4)=\dfrac{C_3^1\times C_5^2}{C_{10}^3}=\dfrac{30}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها 8 .

أي :سحب ثلاث تحمل الرقم 2 هو: $P(X=8)=\dfrac{C_5^3}{C_{10}^3}=\dfrac{10}{120}$

ونلخص النتائج السابقة في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	4	8	المجموع
$P(X=x_i)$	$\dfrac{64}{120}$	$\dfrac{1}{120}$	$\dfrac{15}{120}$	$\dfrac{30}{120}$	$\dfrac{10}{120}$	1

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=4}x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=4}x_i.P_i=\frac{0\times64+1\times1+2\times15+4\times30+8\times10}{120}=\frac{231}{120}=\frac{77}{40}$$

2) تبيان ان احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$

عدد الكريات التي تحمل رقما زوجيا هو: 7 كريتين تحملان الرقم 0 و5 كريات تحمل الرقم2 وعدد الحالات الملائمة هو: $C_7^3 = \frac{7!}{3!\ 4\ !} = 35$

وعليه احتمال هذا الحادث هو: $\frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$

3) حساب احتمال سحب كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداءهما زوجي

السحب في هذه الحالة : على التوالي ودون ارجاع

عدد الحالات الكلية لسحب كرتين على التوالي ودون ارجاع هو: $A_{10}^2 = \frac{10!}{10-2\ !} = 90$

نسمي B حادث سحب كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي

ونسمي C حادث سحب كرتين تحملان رقميين جداءهما زوجي

احتمال سحب كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداءهما زوجي هو $P_c(B)$

نعلم أن الاحتمال الشرطي $P_c(B) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)}$

حيث: $P(B \cap C)$ احتمال حادث سحب كريتين مجموع رقميهما فردي وجداءاهما زوجي

الحادث$B \cap C$ معناه سحب كرية رقمها 0 والاخرى رقمها1 أو رقمها 2 والاخرى رقمها1

أي: $P(B \cap C) = \frac{(A_2^1 \times A_3^1 + A_3^1 \times A_5^1)2}{A_{10}^2} = \frac{(2\times3+3\times5)2}{90} = \frac{42}{90}$

الحادث C معناه سحب كريتين رقمهما زوجيين أو احدهما رقمها زوجي والاخرى فردي

أي $P(C) = \frac{A_7^2 + A_3^1 \times A_7^1 \times 2}{A_{10}^2} = \frac{42+42}{90} = \frac{84}{90}$ وعليه $P_c(B) = \frac{42}{90}.\frac{90}{84} = \frac{1}{2}$.

التمرين48: دورة 2018

1-أ) حساب: $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب .

يحتوي صندوق 10كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس،منها اربع كريات بيضاء مرقمةبـ:3،2،2،1 ثلاث كريات مرقمة حمراء مرقمة بـ:2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ:2 ، 3 ، 3

عدد الحالات الكلية لسحب ثلاث كرات في آن واحد هو: $C_{10}^3 = \frac{10!}{3!.7!} = 120$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو : $C_4^1 \times C_3^1 \times C_3^1 = 4\times3\times3 = 36$

ومنه احتمال الحادث A هو: $\boxed{P(A) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}}$

عدد الحالات الملائمة للحادث Bهو : $C_4^3 + C_5^3 = 4 + 10 = 14$

ومنه احتمال الحادث Bهو: $\boxed{P(B) = \frac{14}{120} = \frac{7}{60}}$

ب) بيّن أن: $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$، ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.

الحادث$A \cap B$ هو الحصول ثلاث كرات تحمل الوان العلم الو طني وتحمل نفس الرقم سحب كرة بيضاء تحمل الرقم3 وكرة حمراءتحمل الرقم3 وكرة خضراء تحمل الرقم3 أو كرة بيضاء تحمل الرقم2 وكرة حمراءتحمل الرقم2 وكرة خضراء تحمل الرقم2

ومنه عدد الحالات الملائمة لهذا الحادث هو: $C_1^1 \times C_2^1 \times C_1^1 + C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1 = 2 + 4 = 6$

ومنه احتمال الحادث Bهو: $\boxed{P(A \cap B) = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}}$

نعلم أن : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ ومنه $P_A(B) = \frac{6}{120} \times \frac{120}{36} = \frac{1}{6}$

نعلم أن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

ومنه: $P(A \cup B) = \frac{36}{120} + \frac{14}{120} - \frac{6}{120} = \frac{36 + 14 - 6}{120} = \frac{44}{120} = \frac{11}{30}$

2)تعريف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

ملاحظة: توجد 5 كرات تحمل رقما فرديا و 5 كرات تحمل رقما زوجيا

المتغير العشوائي X يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكرات التي تحمل رقما فرديا

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $\boxed{X = \{0;1;2;3\}}$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ الموضح كما يلي:

*إحتمال سحب ثلاث كرات كلها زوجية لا توجد أية كرة تحمل رقما فرديا

ومنه احتمال هذه الحادثة هو: $P(X = 0) = \frac{C_5^0 \times C_5^3}{C_{10}^3} = \frac{10}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات واحدة تحمل رقم فردي وكرتان تحمل رقم زوجي .

ومنه احتمال هذه الحادثة هو: $P(X = 1) = \frac{C_5^1 \times C_5^2}{C_{10}^3} = \frac{50}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات واحدة تحمل رقمزوجي وكرتان تحمل رقم فردي

ومنه احتمال هذه الحادثة هو: $P(X = 2) = \frac{C_5^2 \times C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{50}{120}$

*إحتمال سحب ثلاث كرات تحمل رقما فرديا

ومنه احتمال هذه الحادثة هو: $P(X=3)=\frac{C_5^0\times C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{10}{120}$

ونلخص النتائج السابقة في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	3	المجموع
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{120}$	$\frac{50}{120}$	$\frac{50}{120}$	$\frac{10}{120}$	1

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=3}x_i.P_i$

ومنه: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=3}x_i.P_i=\frac{0\times10+1\times50+2\times50+3\times10}{120}=\frac{180}{120}=\frac{3}{2}$

التمرين49: دورة 2008 ع تجريبية نموذج وزاري

1-أ) حساب احتمالات الحوادث التالية: A ، B و C

*الحادثة A هي: " يسحب اللاّعب كرية بيضاء واحدة فقط " أي سحب كرية واحدة بيضاء من بين 5 كريات بيضاء و كريتين سوداويين من بين 7 كريات خضراء

ومنه عدد الحالات الملائمة هو: $C_5^1\times C_7^2=5\times21=105$

وعدد الحالات الكلية هو: $C_{12}^3=220$ ومنه: $P(A)=\frac{105}{220}=\frac{21}{44}$

*الحادثة B هي: " يسحب اللاّعب كريتيْن بيضاويْن فقط " أي سحب كريتين بيضاوين من بين 5 كريات بيضاء و كرية واحدة سوداء من بين 7 كريات خضراء

ومنه عدد الحالات الملائمة هو $C_5^2\times C_7^1=10\times7=70$

وعدد الحالات الكلية هو $C_{12}^3=220$ ومنه: $P(B)=\frac{70}{220}=\frac{7}{22}$

*الحادثة C هي: " يسحب اللاّعب 3 كريات بيضاء " أي سحب ثلاث كريات بيضاء من بين 5 كريات بيضاء . ومنه عدد الحالات الملائمة هو $C_5^3=10$

وعدد الحالات الكلية هو $C_{12}^3=220$ ومنه: $P(C)=\frac{10}{220}=\frac{1}{22}$

ب) تعيين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

و ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرق بكلّ سحب، مجموع الرّبح المحصّل .

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $X = \{0;10;20;30\}$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي ملخص في الجدول التالي:

x_i	0	10	20	30
$P(X = x_i)$	$\frac{35}{220}$	$\frac{105}{220}$	$\frac{70}{220}$	$\frac{10}{220}$

حيث:* إحتمال عدم الحصول على أية كرية بيضاء هو: $P(X=0)=\frac{C_7^3}{C_{12}^3}=\frac{35}{220}$

* إحتمال الحصول على كرية واحدة فقط بيضاء هو: $P(X=10)=\frac{C_5^1\times C_7^2}{C_{12}^3}=\frac{105}{220}$

* إحتمال الحصول على كريتين بيضاوين هو: $P(X=20)=\frac{C_5^2\times C_7^1}{C_{12}^3}=\frac{70}{220}$

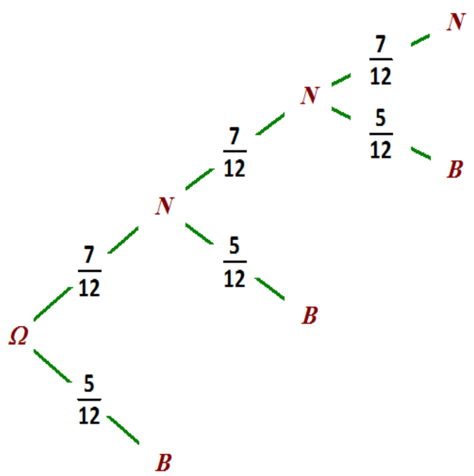
* إحتمال الحصول على ثلاث كريات بيضاء هو: $P(X=30)=\frac{C_5^3}{C_{12}^3}=\frac{10}{220}$

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=1}^{i=4} x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=1}^{i=4} x_i.P_i=\frac{0\times 35+10\times 105+20\times 70+30\times 10}{220}=\frac{2750}{220}=\frac{275}{22}=12,5$$

2)حساب إحتمالات الحوادث التالية:



لحساب إحتمالات الحوادث D ، E ، F و G

نشكل شجرة الإحتمالات التالية.

D : " يربح اللاّعب في السّحب الأوّل ".

من خلال الشجرة المقابلة نجد $P(D)=\frac{5}{12}$

E : " يربح اللاّعب في السّحب الثاني ".

من خلال الشجرة المقابلة نجد $P(E)=\frac{7}{12}\times\frac{5}{12}=\frac{35}{144}$

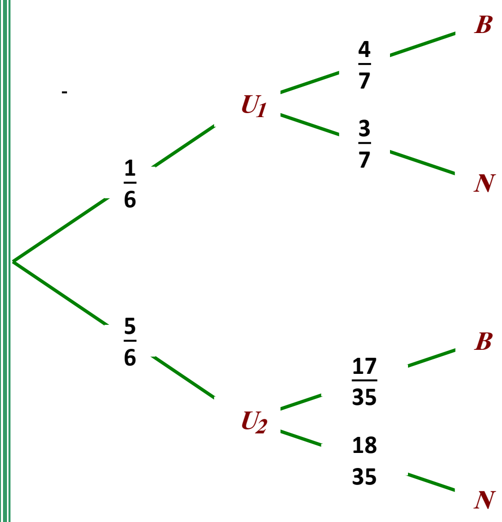
F : " يربح اللاّعب في السّحب الثالث ".

من خلال الشجرة المقابلة نجد : $P(F)=\frac{7}{12}\times\frac{7}{12}\times\frac{5}{12}=\frac{245}{1728}$

G : " لا يربح اللاّعب أي شئ ". $P(G)=\frac{7}{12}\times\frac{7}{12}\times\frac{7}{12}$

التمرين 50 دورة 2008 نموذج وزاري

للإجابة على الأسئلة يمكن تشكيل الشجرة التالية



1. البرهان أنّ إحتمال سحب قريصة بيضاء هو 0,5.

إحتمال سحب كرة بيضاء:

$$P(\text{B})=\frac{1}{6}\times\frac{4}{7}+\frac{5}{6}\times\frac{17}{35}=\frac{4}{42}+\frac{17}{42}=0.5$$

2. إحتمال سحب كرة من الكيس U_1 علما أنها بيضاء:

$$P_{\text{B}}(\text{U}_1)=\frac{P(\text{B}\cap\text{U}_1)}{P(\text{B})}=\frac{\frac{1}{6}\times\frac{4}{7}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{21}\times\frac{2}{1}=\frac{4}{21}$$

شعبة: تقني رياضي

التمرين51: دورة 2019 ت ر م1

يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء تحمل الارقام 1، 2 و3 وكرتين سوداوين تحملان الرقمين 1 و 2 . نسحب من الكيس ثلاث كرات في أن واحد.
وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة.

تعيين الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المقترحة مع التبرير

1)تعيين قيم المتغير العشوائي

الإجابة جـ صحيحة: التبرير

عدد الكرات السوداء هو 2وعليه قيم المتغير العشوائي هي:0 أو 1 أو 2 أي $X=\{0;1;2\}$

الإجابة جـ صحيحة

2)تعيين قيمة الامل الرياضي

الإجابة ب صحيحة :التبرير

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	المجموع
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

حيث: إحتمال عدم سحب اية كرة سوداء هو: $P(X=0)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$

إحتمال سحب كرة سوداء واحدة فقط هو: $P(X=1)=\frac{C_2^1\times C_3^2}{C_5^3}=\frac{6}{10}$

إحتمال سحب كرتين سوداوين هو: $P(X=2)=\frac{C_2^2.C_3^1}{C_5^3}=\frac{3}{10}$

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=2}x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=2}x_i.P_i=\frac{0\times1+1\times6+2\times3}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$$

3)حساب احتمال سحب كرة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة

الإجابة جـ صحيحة :التبرير

نسمي A حادث سحب سوداء ونسمي B حادث سحب تحمل الرقم 1

احتمال حادث سحب سوداء و تحمل الرقم 1 هو $P(A\cap B)$

توجد كرة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 وعليه: $P(A\cap B)=\frac{C_1^1.C_4^2}{C_5^3}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

4)حساب احتمال سحب كرة تحمل باقي قسمة مجموع مربعات الارقام التي تحملها الارقام المسحوبة على 13 هو 1 .

الإجابة أ صحيحة:التبرير

نسمي C حادث سحب كرة تحمل باقي قسمة مجموع مربعات الارقام التي تحملها الارقام المسحوبة على 13 هو 1 .

لدينا مجموع مربعات الارقام المسحوبة هو: $1^2+2^2+3^2=14$ وباقي قسمة 14 على 13 هو 1

وعليه عدد الحالات الملائمة هو: $C_2^1\times C_2^1\times C_1^1=4$

ومنه الإحتمال المطلوب هو $P(C)=\frac{C_2^1\times C_2^1\times C_1^1}{C_5^3}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

التمرين52: دورة 2019 ت ر م2

1) حساب احتمال الحوادث التالية :

عدد الحالات الممكنة هي: $C_9^3=\frac{9!}{3!.6!}=84$

أ)حساب احتمال الحادثة A : "الحصول على كرية بيضاء واحدة".

عدد الحالات الملائمة للحادث A هي: $C_4^1\times C_5^2=4\times 10=40$

ومنه احتمال الحادث A هو: $P(A)=\frac{40}{84}=\frac{10}{21}$

ب) حساب احتمال الحادثة B: "الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر".

عدد الحالات الملائمة للحادث Bهي: $C_4^2\times C_5^1+C_4^1\times C_5^2+C_5^3=30+40+10=80$

ومنه احتمال الحادث Bهو: $P(B)=\frac{80}{84}=\frac{20}{21}$

جـ) حساب احتمال الحادثة C: "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية".

الاعداد غير الأولية هي:

1 و 4 وعددها 4 أرقام و بالتالي : عدد الحالات الملائمة للحادث Cهي: $C_4^3=4$

ومنه احتمال الحادث C هو: $P(C)=\frac{4}{84}=\frac{1}{21}$

2- أ) تعييّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم تعريّف قانون احتماله.

المتغير العشوائيX الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية.

ومنه قيم المتغير العشوائي هو: $X=\{0;1;2;3\}$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ الموضح كما يلي:

احتمال سحب ثلاث كرات لا تحمل رقما أوليا هو: $P(X=0)=\dfrac{C_5^0\times C_4^3}{84}=\dfrac{4}{84}$

احتمال سحب واحدة فقط تحمل رقما أوليا هو: $P(X=1)=\dfrac{C_5^1\times C_4^2}{84}=\dfrac{30}{84}$

احتمال سحب كرتين تحملان رقمين أوليين ورقم غير أولي هو: $P(X=2)=\dfrac{C_5^2\times C_4^1}{84}=\dfrac{40}{84}$

إحتمال سحب ثلاث كرات تحمل رقما أوليا هو: $P(X=3)=\dfrac{C_4^0\times C_5^3}{84}=\dfrac{10}{84}$

ونلخص النتائج السابقة في الجدول التالي:

المجموع	3	2	1	0	x_i
1	$\dfrac{10}{84}$	$\dfrac{40}{84}$	$\dfrac{30}{84}$	$\dfrac{4}{84}$	$P(X=x_i)$

ب) حساب $P(X^2-X\le 0)$.

$P(X^2-X)\le 0$ معناه $P(0\le X\le 1)$. أي $P(X=0)+P(X=1)$

ومنه: $P(X^2-X)\le 0=P(X=0)+P(X=1)=\dfrac{10+30}{84}=\dfrac{40}{84}=\dfrac{10}{21}$

التمرين53: دورة 2018 ت ر

I) أ) احسب احتمال الحادثة A : "سحب كرتين مختلفتين في اللون ".

عدد الحالات الكلية لسحب كرتين في آن واحد من بين 7 كرات هو: $C_7^2=21$

عدد الحالات الملائمة :" سحب كرتين مختلفتين في اللون "هو $C_4^1\times C_3^1=12$

ومنه احتمال الحادث A هو: $P(A)=\dfrac{12}{21}=\dfrac{4}{7}$

أ) احسب احتمال الحادثة B : " سحب كرتين من نفس اللون ".

عدد الحالات الملائمة :" سحب كرتين مختلفتين في اللون "هو $C_4^2+C_3^2=6+3=9$

ومنه احتمال الحادث A هو: $P(B)=\dfrac{9}{21}=\dfrac{3}{7}$

III-1)تبرّير أن قيم المتغير العشوائي هي : $\{\ 100-\alpha;50-\alpha;-\alpha\ \}$ ثم تعريّف قانون احتماله

دفع اللاعب $\alpha(DA)$ وسحب كرتين بيضاوين وتحصل على $100DA$ ومعناه $X=100-\alpha$

دفع اللاعب $\alpha(DA)$ وسحب كرتين خضراوين و يخسرما دفعه ومعناه $X=-\alpha$

دفع اللاعب $\alpha(DA)$ وسحب كرتين مختلفتين في اللون وتحصل على $50DA$ ومعناه $X=50-\alpha$

2)تبيّان أن لأمل ألرياضياتي للمتغير العشوائي بدلالة هو: $E(x) = -\alpha + \frac{300}{7}$

لحساب الامل الرياضياتي نحسب احتمال حوادث قيم المتغير العشوائي X

احتمال سحب كرتين بيضاوين هو: $P(X = 100 - \alpha) = \frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$

احتمال سحب كرتين خضراوين هو: $P(X = -\alpha) = \frac{C_4^2}{21} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

احتمال سحب كرتين مختلفتين في اللون هو: $P(X = 50 - \alpha) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$

ونلخص النتائج السابقة في الجدول التالي:

x_i	$100-\alpha$	$-\alpha$	$50-\alpha$	المجموع
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	1

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i$

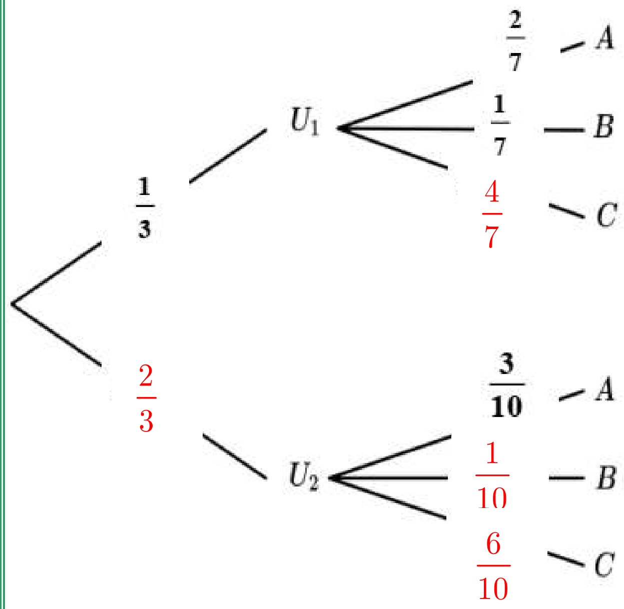
ومنه: $E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i = \frac{(100-\alpha)\times 1 + (-\alpha)\times 2 + (50-\alpha)\times 4}{7} = \frac{300}{7} - \alpha$

إيجاد أكبر قيمة ممكنة لـ α : حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب

اللعبة في صالح اللاعب معناه $E(X) > 0$ ومعناه $\frac{300}{7} - \alpha > 0$ ومعناه $\frac{300}{7} > \alpha$ أي $\alpha < 42,85$

ومنه أكبر قيمة للعدد α هي 42

التمرين55: دورة 2019 ر



1) نقل وتكملة شجرة الاحتمالات.

لتكملة الشجرة ينبغي علينا حساب كلا من:

$P(U_2)$ ، $P_{U_1}(C)$ ، $P_{U_2}(C)$ و $P_{U_2}(B)$

$$P_{U_1}(C)=1-\left[P_{U_1}(A)+P_{U_1}(B)\right]=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$$

$$P(U_2)=1-P(U_1)=\frac{2}{3}$$

$$P_{U_2}(B)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}\text{، } P_{U_2}(C)=\frac{C_3^1\times C_2^1}{C_5^2}=\frac{6}{10}$$

2) حساب احتمالات الاحداث A ، B و C.

باستعمال الشجرة السابقة نجد:

$$P(A)=P(U_1\cap A)+P(U_2\cap A)=P(U_1).P_{U_1}(A)+P(U_2).P_{U_2}(A)$$

ومنه: $P(A)=\frac{1}{3}.\frac{2}{7}+\frac{2}{3}.\frac{3}{10}=\frac{2}{21}+\frac{1}{5}=\frac{31}{105}$

$$P(B)=P(U_1\cap B)+P(U_2\cap B)=P(U_1).P_{U_1}(B)+P(U_2).P_{U_2}(B)$$

ومنه: $P(B)=\frac{1}{3}.\frac{1}{7}+\frac{2}{3}.\frac{1}{10}=\frac{1}{21}+\frac{1}{15}=\frac{12}{105}$

$$P(C)=P(U_1\cap C)+P(U_2\cap C)=P(U_1).P_{U_1}(C)+P(U_2).P_{U_2}(C)$$

$$P(C)=\frac{1}{3}.\frac{4}{7}+\frac{2}{3}.\frac{6}{10}=\frac{4}{21}+\frac{2}{5}=\frac{62}{105}$$

3- أ)تعيين قيم المتغير العشوائي X.

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $X=\{0;1;2\}$

ب)تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

عدد الكرات الحمراء الاجمالي هو:7 وعدد الكرات غير الحمراء الاجمالي هو 5

ولدينا الصندوق $U_1=\{4R+3N\}$ و الصندوق $U_2=\{3R+2N\}$

$P(X=0)=P(B)=\frac{12}{105}$ عدم سحب أية كرة حمراء من الصندوقين

$P(X=2)=P(A)=\frac{31}{105}$ سحب كرتين حمراوين

$P(X=1)=P(C)=\frac{62}{105}$ سحب كرة حمراء واحدة فقط من الصندوقين حمراء واحدة فقط

نلخص النتائج السابقة في الجول التالي

x_i	0	1	2	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$	1

4) حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=1}^{i=4} x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=2} x_i.P_i=\frac{0\times12+1\times62+2\times31}{105}=\frac{124}{105}$$

التمرين56: دورة 2018 ر

1) حساب احتمال الحوادث التالية:

حساب احتمال الحادثة A " الحصول على أربع كريات من نفس اللون ".

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها عند اللمس موزعة كما يلي $U=\{5R+3V+1B\}$

عدد الحالات الكلية لسحب 4 كريات في آن واحد من بين 9 كريات هو: $C_9^4=126$

عدد الحالات الملائمة للحادث A هو: $C_5^4=5$ ومن احتمال الحادث هو: $P(A)=\frac{5}{126}$

حساب احتمال الحادثة B " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر ".

عدد الحالات الملائمة للحادث Bهو: $C_1^1\times C_8^3+C_1^0\times C_8^4=C_9^4=126$

ومن احتمال الحادث هو: $P(B)=\frac{126}{126}=1$ حادث اكيد

حساب احتمال الحادثة C " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم ".

لدينا: كرتين تحملان الرقم 1 ، 4 كرات تحمل الرقم 2 ، كرة واحدة تحمل الرقم 3

كرة واحدة تحمل الرقم -3 و كرة واحدة تحمل الرقم -1

ولدينا: $1+1-3+3-=0$ أو $2+2+3-1-=0$

ومنه عدد الحالات الملائمة للحادث Cهو: $C_1^1\times C_1^1\times C_4^2+C_1^1\times C_1^1\times C_1^1\times C_2^1=8$

ومن احتمال الحادث هو: $P(C)=\frac{8}{126}=\frac{4}{63}$

2-أ)تعيين قيم المتغير العشوائي X ،ثم تعريف قانون احتماله.

Xالمتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $X = 0;1;2;3$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$

$P(X = 0) = \frac{C_3^3 \times C_6^1}{126} = \frac{6}{126}$ احتمال سحب 3كرات خضراء

$P(X = 1) = \frac{C_3^2 \times C_6^2}{126} = \frac{45}{126}$ احتمال سحب كرتين خضراوين.

$P(X = 2) = \frac{C_3^1 \times C_6^3}{126} = \frac{60}{126}$ احتمال سحب كرة واحدة خضراء

$P(X = 3) = \frac{C_3^0 \times C_6^4}{126} = \frac{15}{126}$ احتمال عدم سحب أية كرة خضراء

ب) حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i$

$$E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i = \frac{0\times 6 + 1\times 45 + 2\times 60 + 3\times 15}{126} = \frac{210}{126} = \frac{5}{3}$$

ج) حساب احتمال الحادثة "$X^2 - X > 0$"

$X^2 - X > 0$ تكافئ $X(X-1) > 0$ وتكافئ $X < 0$ أو $X > 1$ ومعناه $X \in \{2;3\}$

ومنه احتمال الحادثة $X^2 - X > 0$ هي $P(X = 2) + P(X = 3) = \frac{60+15}{126} = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$

التمرين57: دورة 2009 ر

1)أ- حساب احتمال الحصول على 3كريات بيضاء.

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و6حمراء $U = \{6R + 4B\}$

عدد الحالات الكلية لسحب 3 كريات في آن واحد من بين 10 كريات هو: $C_{10}^3 = 120$

عدد الحالات للحادث A للحصول على 3كريات بيضاء.هو: $C_4^3 = 4$

ومن احتمال الحادث هو: $P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$

ب- حساب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء.

الحادث B للحصول على الأقل على كرية حمراء هو الحادث العكسي للحادث A

ومنه احتمال الحادث B هو: $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30}$

2-تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و حساب أمله الرياضي $E(X)$.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.
عند القيام بالسحب ، إما أن نحصل على 3 كرات بيضاء ، أو كرتين بيضاوين ، أو كرة بيضاء ، أو لا نحصل على أية كرة بيضاء . ومنه قيم المتغير العشوائي X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 .
قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(x_i)$ والملخص في الجدول المقابل:

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{30}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$

حيث:* إحتمال عدم الحصول على أية كرية بيضاء هو: $P(X = 0) = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{30}{120}$

* إحتمال الحصول على كرية واحدة فقط بيضاء هو : $P(X = 1) = \frac{C_4^1 \times C_6^2}{C_{10}^3} = \frac{60}{120}$

* إحتمال الحصول على كريتين بيضاوين هو: $P(X = 2) = \frac{C_4^2 \times C_6^1}{C_{10}^3} = \frac{36}{120}$

* احتمال الحصول على ثلاث كريات بيضاء هو : $P(X = 3) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{4}{120}$

ب – حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة:

$$E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i = \frac{0\times 30 + 1\times 60 + 2\times 36 + 3\times 4}{120} = \frac{144}{120} = 1{,}2$$

التمرين58: دورة 2008 رياضيات نموذج وزاري

1- أ) حساب إحتمال كل حادثة من الحوادث : A ، B و $A \cap B$.

الحادثةA:"سحب كرتين من نفس اللون"معناه:كرتان بيضاوان أوكرتان حمراوان أو كرتان خضراوان ومنه: $P(A) = \frac{C_3^2 + C_4^2 + C_5^2}{C_{12}^2} = \frac{3+6+10}{66} = \frac{19}{66}$

الحادثةB: "سحب كرة خضراء على الأقل " ومعناه:كرة خضراء وكرة غير خضراء أو كرتان خضراون ومنه: $P(B)=\dfrac{C_5^1\times C_7^1+C_5^2}{C_{12}^2}=\dfrac{35+10}{66}=\dfrac{45}{66}$

الحادثة :$A\cap B$ "سحب كرتين من نفس اللون و سحب كرة خضراء على الأقل".

ومعناه:سحب كرتين خضراوين. ومنه: $P(A\cap B)=\dfrac{C_5^2}{C_{12}^2}=\dfrac{10}{66}$.

ب)دراسة استقلالية الحادثين A و B

الحادثتان A ، B مستقلتان معناه $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

من الجواب السابق لدينا: $P(A\cap B)=\dfrac{10}{66}$.....(1)

ومن جهة أخرى $P(A)\times P(B)=\dfrac{19}{66}\times\dfrac{15}{66}=\dfrac{19.5}{66.22}=\dfrac{95}{1452}$...(2)

من (1) و (2) نستنتج ان الحادثتين A ، B غير مستقلتين

2-أ) إعطاء قانون إحتمال المتغيّر العشوائي X

المتغيّر العشوائي X يرفق بكل سحب مجموع العددين المسجَّلين على الكرتين المسحوبتين

وعليه قيم المتغير العشوائي X هي: $X=\ 2;3;4;5$

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i\in X$ بالعدد الحقيقي $P(X=x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{30}{66}$	$\frac{20}{66}$	$\frac{6}{66}$

حيث:* احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 2 أي كرتين تحملان الرقم 1 من بين 5 كرات تحمل الرقم 1 هو: $P(X=2)=\dfrac{C_5^2}{C_{12}^2}=\dfrac{10}{66}$

* احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 3 أي كرة تحمل الرقم 1 من بين 5 و كرة تحمل الرقم 2 من بين 6 كرات هو: $P(X=3)=\dfrac{C_5^1\times C_6^1}{C_{12}^2}=\dfrac{30}{66}$

* احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 4 أي كرة تحمل الرقم 1 من بين 5 و كرة تحمل الرقم 3 أو كرتين تحملان الرقم 2 من بين 6 كرات تحمل الرقم 2

هو: $P(X=4)=\frac{C_1^1\times C_5^1+C_6^2}{C_{12}^2}=\frac{5+15}{66}=\frac{20}{66}$

* احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 5 أي كرة تحمل الرقم 2 من بين 6 و كرة تحمل الرقم 3 هو: $P(X=5)=\frac{C_1^1\times C_6^1}{C_{12}^2}=\frac{6}{66}$

ب-حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=1}^{i=4}x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=1}^{i=4}x_i.P_i=\frac{2\times10+3\times30+4\times20+5\times6}{66}=\frac{220}{66}=\frac{10}{3}$$

جـ-حساب التباين $\mathrm{Var}(X)$ واستنتاج الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

التباين للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $\mathrm{Var}(X)=\sum_{i=0}^{i=n}(x_i-E(X))^2.P_i$

$$\mathrm{Var}(X)=\frac{(2-\frac{10}{3})^2\times10+(3-\frac{10}{3})^2\times30+(4-\frac{10}{3})^2\times20+(5-\frac{10}{3})^2\times6}{66}=\frac{420}{66.9}=\frac{70}{99}=0,70$$

الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $\delta(X)=\sqrt{\mathrm{Var}(X)}$

ومنه: $\delta(X)=\sqrt{\mathrm{Var}(X)}=\sqrt{\frac{70}{99}}=\sqrt{0.70}=0.83$

التمرين59: دورة 2002 ع ط

1- أ) إحتمال الحصول على كرتين من نفس اللون

عدد السحبات الممكنة هو : $C_{10}^{3} = 120$

نسمي A حادثة :" الحصول على كرتين من نفس اللّون"

عدد الحالات الملائمة هو: $C_{3}^{3} + C_{3}^{3} + C_{4}^{3} = 1 + 1 + 4 = 6$ وعليه $P(A) = \dfrac{6}{120} = \dfrac{1}{12}$

ب- إحتمال الحصول على ثلاث كرات تحمل الألوان الثلاثة

نسمي B حادثة :" الحصول ثلاث كرات تحمل الألوان الثلاثة"

عدد الحالات الملائمة هو $C_{3}^{1} \times C_{3}^{1} \times C_{4}^{1} = 3 \times 3 \times 4 = 36$ وعليه $P(B) = \dfrac{36}{120} = \dfrac{3}{10}$

جـ- إحتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل

نسمي C حادثة :" الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل"

عدد الحالات الملائمة هو : $C_{4}^{1} \times C_{6}^{2} + C_{4}^{2} \times C_{6}^{1} + C_{4}^{3} = 100$ ومنه $P(C) = \dfrac{100}{120} = \dfrac{5}{6}$

2-أ) قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

قيم المتغير العشوائي X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 .

وقانون الاحتمال ملخص في الجدول المقابل:

x_i	0	1	2	3
P_i	$\dfrac{30}{120}$	$\dfrac{60}{120}$	$\dfrac{36}{120}$	$\dfrac{4}{120}$

حيث:* إحتمال عدم الحصول على أية كرية بيضاء هو: $P(X=0) = \dfrac{C_{6}^{3}}{C_{10}^{3}} = \dfrac{30}{120}$

* إحتمال الحصول على كرية واحدة فقط بيضاء هو : $P(X=1) = \dfrac{C_{4}^{1} \times C_{6}^{2}}{C_{10}^{3}} = \dfrac{60}{120}$

* إحتمال الحصول على كريتين بيضاوين هو: $P(X=2) = \dfrac{C_{4}^{2} \times C_{6}^{1}}{C_{10}^{3}} = \dfrac{36}{120}$

* احتمال الحصول على ثلاث كريات بيضاء هو : $P(X=3) = \dfrac{C_{4}^{3}}{C_{10}^{3}} = \dfrac{4}{120}$

ب – حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

$$E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i = \frac{0 \times 30 + 1 \times 60 + 2 \times 36 + 3 \times 4}{120} = \frac{144}{120} = 1{,}2$$

التمرين60: دورة 2003 ع ط

1) إحتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 .

نسمي A الحادثة:سحب قريصتين مجموع رقميهما أكبرتماما من 6

عدد السحبات المكنة هو : $C_7^2 = 21$

الاعداد المسجلة على الكرات هي : $1,5,5,2,2,3,3$ ومنه الحالات التي يكون فيها المجموع أكبر تماما من 6 هي: $5+2=7$ و $5+3=8$ و $5+5=10$

عدد الحالات الملائمة هو: $C_2^2 + C_2^1 \times C_2^1 + C_2^1 \times C_2^1 = 9$

ومنه إحتمال A الحادثة هو: $P(A) = \dfrac{9}{21} = \dfrac{3}{7}$

2) إحتمال أنّ المجموع أكبر تماما من 6 علما أنهما بيضاوان:

نسمي B حادثة: "سحب قريصتين بيضاوان"

الإحتمال المطلوب هو: $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{C_2^2}{C_3^2} = \dfrac{1}{3}$ لأن $P(A \cap B) = \dfrac{C_2^2}{21}$ و $P(B) = \dfrac{C_3^2}{21}$

3) قيم المتغير العشوائي X:

قيم المتغير العشوائي X هي : 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 10 .

قانون الإحتمال للمتغير العشوائيX:

حيث:* إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما3 هو: $P(X=3) = \dfrac{C_2^1 \times C_1^1}{C_7^2} = \dfrac{2}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما4 هو: $P(X=4) = \dfrac{C_2^1 \times C_1^1 + C_2^2}{C_7^2} = \dfrac{3}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما5 هو: $P(X=5) = \dfrac{C_2^1 \times C_2^1}{C_7^2} = \dfrac{4}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما6 هو: $P(X=6) = \dfrac{C_2^1 \times C_1^1 + C_2^2}{C_7^2} = \dfrac{3}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما7 هو: $P(X=7) = \dfrac{C_2^1 \times C_2^1}{C_7^2} = \dfrac{4}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما8 هو: $P(X=8) = \dfrac{C_2^1 \times C_2^1}{C_7^2} = \dfrac{4}{21}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما10 هو: $P(X=10) = \dfrac{C_2^2}{C_7^2} = \dfrac{1}{21}$

x_i	3	4	5	6	7	8	10
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$

حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=3} x_i.P_i=\frac{3\times 2+4\times 3+5\times 4+6\times 3+7\times 4+8\times 4+10\times 1}{21}=6$$

التمرين61: دورة 1996 ع ط

أ) إحتمال أن يكون الرقمان زوجيين

عدد الحالات الممكنة هو : $C_6^1\times C_6^1=36$

نسمي A الحادثة:" الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين عدد زوجين"

عدد الحالات الملائمة هو : $C_2^1\times C_4^1=8$ ومنه احتمال A الحادثة هو $P(A)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

ب) إحتمال أن يكون الرقمان فردين

نسمي B الحادثة:" الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين عدد فرديين"

عدد الحالات الملائمة هو : $C_2^1\times C_4^1=8$ ومنه احتمال A الحادثة هو $P(B)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

طريقة أخرى: للإجابة على السؤالين أ) و ب) نشكل الجدول التالي :

	1	2	2	3	3	3
1	(1;1)	(1;2)	(1;2)	(1;3)	(1;3)	(1;3)
2	(2;1)	(2;2)	(2;2)	(2;3)	(2;3)	(2;3)
2	(2;1)	(2;2)	(2;2)	(2;3)	(2;3)	(2;3)
3	(3;1)	(3;2)	(3;2)	(3;3)	(3;3)	(3;3)
4	(4;1)	(4;2)	(4;2)	(4;3)	(4;3)	(4;3)
4	(4;1)	(4;2)	(4;2)	(4;3)	(4;3)	(4;3)

إحتمال الحادثة A هو :

$$P(A)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

إحتمال الحادثة B هو :

$$P(B)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

التمرين62: دورة 1997 ع ط

1) حساب عدد السحبات الممكنة

عدد السحبات الممكنة هو : $C_{10}^3=120$

2) إحتمال سحب 3 قريصات أرقامها زوجية

نسمي A الحادثة:" سحب 3 قريصات أرقامها زوجية ".أي $A=\{2;4;6;8;10\}$

عدد الحالات الملائمة هو : $C_5^3=10$ ومنه احتمال A الحادثة هو $P(A)=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$

3) إحتمال سحب 3 قريصات أرقامها أولية :

نسمي B الحادثة:" سحب 3 قريصات أرقامهاأولية ".أي $B=\{2;3;5;7\}$

عدد الحالات الملائمة هو : $C_4^3=4$ ومنه احتمال B الحادثة هو $P(B)=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}$

4) إحتمال سحب 3 قريصات أرقامها غير أولية :

نسمي C الحادثة:" سحب 3 قريصات أرقامها غيرأولية ".أي $C=\{1;4;6;8;9;10\}$

عدد الحالات الملائمة هو : $C_6^3=20$ ومنه احتمال C الحادثة هو $P(C)=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$

5) إحتمال أن يكون رقمٌ واحدٌ على الأقل أوليا :

إحتمال أن يكون رقمٌ واحدٌ على الأقل أولياً هو $P(\overline{C})=1-P(C)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

التمرين63: دورة 1996 ع ط

1)حساب احتمال لكي تكون الحروف التي تحملها القريصات المسحوبة هي حروف كلمة "مدينة"

عدد السحبات الممكنة هو : $C_{14}^5=2002$

نسمي A حادثة :" الحروف التي تحملها القريصات المسحوبة هي حروف كلمة "مدينة"

عدد الحالات الملائمة للحادثة A هي : $C_2^1\times C_2^1\times C_3^1\times C_3^1\times C_4^1=144$ ومنه $P(A)=\frac{144}{2002}$

2) حساب احتمال لكي لا يحمل كل من القريصات المسحوبة الحرف (م).

نسميBحادثة :" لا يحمل كل من القريصات المسحوبة الحرف (م)"

عدد الحالات الملائمة للحادثةBهي: $C_{10}^5=252$ ومنه $P(B)=\frac{252}{2002}$

3)حساب احتمال لكي تحمل إحدى القريصات المسحوبة على الأقل الحرف (م)

هذا الحادث هو الحادث العكسي للحادث B ومنه: $P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{252}{2002}=\frac{1750}{2002}$

4) حساب احتمال لكي تحمل اثنتان - من بين القريصات المسحوبة - على الأقل الحرف (م)

نسميCحادثة :" لكي تحمل اثنتان - من بين القريصات المسحوبة - على الأقل الحرف (م) "

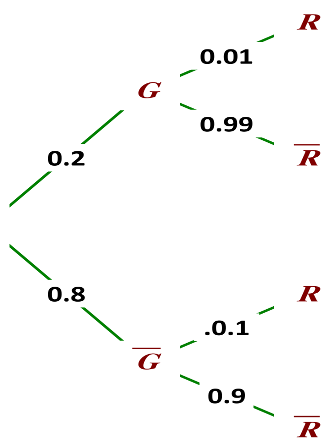
عدد الحالات الملائمة للحادثةCهي

: $C_4^2\times C_{10}^3+C_4^3\times C_{10}^2+C_4^4\times C_{10}^1=910$ ومنه $P(B)=\frac{910}{2002}$

الجزء الرابع: بكالوريات اجنبية

التمرين64: (فرنسا 2019/ش.علوم/N-Calédonie

1)نمْذِجْ الوضعيّة، بشجرة احتمالات.



2-أ)حساب احتمال أن تكون السيّارة تحت الضّمان و تحتاج إلى الصّيانة.

$$P(R\cap G)=0.2\times 0.01=0.002$$

ب) التحقق أنّ $p(R)=0,082$.

$$P(R)=P(R\cap G)+P(R\cap\overline{G})=0.002+0.8\times 0.1=0.082$$

جـ- حساب احتمال أن تكون تحت الضّمان.

حساب احتمال ان تكون تحت الضمان علما انها تحتاج الى صيانة

أي: $P_R(G)=\dfrac{P(R\cap G)}{P(R)}=\dfrac{0.002}{0.82}=0.024$

3-أ) تعييّن قانون احتمال X، و حساب أمله الرّياضيّاتي .

X المتغيّر العشوائي الذي يأخذ كقيمة ثَمَنَ الفحص ومنه $X = 0;100;500$

حساب احتمال الحوادث التالية $P(X=0)$ ، $P(X=100)$ و $P(X=500)$

السيارة تحت الضمان: $P(X=0)=P(G)=0.2$

السيارة ليست تحت الضمان ولا تحتاج إلى صيانة: $P(X=100)=P(\overline{R}\cap\overline{G})=0.8\times 0.9=0.72$

السيارة ليست تحت الضمان وتحتاج إلى صيانة: $P(X=500)=P(R\cap\overline{G})=0.8\times 0.1=0.08$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i\in X$ بالعدد الحقيقي والملخص في الجدول المقابل:

x_i	0	100	500	المجموع
$P(X=x_i)$	$\dfrac{20}{100}$	$\dfrac{72}{100}$	$\dfrac{8}{100}$	1

$$E(X)=0\times 0.2+100\times 0.72+500\times 0.08=112$$

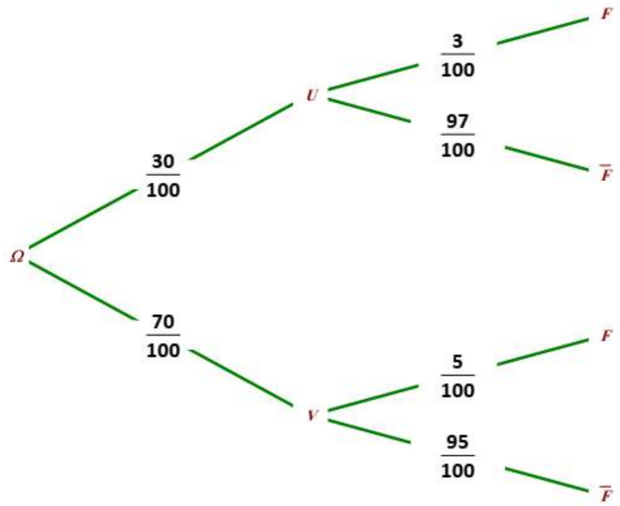
ب) هل المبلغ يكفي لتُبرم العقد مع صاحب المرأب مع التعليل.

ثمن الصيانة يساوي متوسط ثمن صيانة السيارة الواحدة في عدد السيارات $Pr=112\times 250=28000$

المبلغ لا يكفي لأن الشركة خصصت مبلغا 25000 وهو أقل من الثمن المطلوب28000

التمرين65: (فرنسا 2018/ش.علوم/Pondichéry/)

للإجابة على الأسئلة يمكن تشكيل الشجرة التالية



1) حساب احتمال أن تكون العُلْبة تحتوي على سكّر رقيق.

احتمال أن تكون العُلْبة تحتوي على سكّر رقيق هو $P(F)$ حيث:

$$P(F)=P(F\cap U)+P(F\cap V)=P(U)\times P_U(F)+P(V)\times P_V(F)$$

بالإعتماد على الشجرة السابقة نجد: $P(F)=0,009+0,035=0,044$

2) حساب احتمال أن يكون السكّر آتياً من المصنع U علما انه رقيق

احتمال أن يكون سكّر آتياً من المصنع U علما انه رقيق احتمال شرطي $P_U(F)$

نعلم أن $P_F(U)=\dfrac{P(F\cap U)}{P(F)}=\dfrac{0,009}{0,044}=0,205$

3) حساب النسبة المئويّة من السكّر الآتي من كلٍّ من المصنعيْن U و V

ترغب المؤسّسة أن يكون 30% من السّكّر الرّقيق، آتياً من المصنع U) أي $P_F(U)=0,3$ (

نعلم أن $P_F(U)=\dfrac{P(F\cap U)}{P(F)}=\dfrac{P(U)\times P_U(F)}{P(U)\times P_U(F)+P(V)\times P_V(F)}=0,3$

ومنه: $\dfrac{P(U)\times 0,03}{P(U)\times 0,03+P(V)\times 0,05}=0,3$ أي $P(U)\times 0,03=P(U)\times 0,009+P(V)\times 0,015$

بعد التبسيط نجد: $7P(U)=5P(V)$ ونعلم أن $P(U)+P(V)=1$ أي $P(V)=1-P(U)$

ومنه: $7P(U)=5P(V)=5-5P(U)$ وعليه: $P(U)=\dfrac{5}{12}=0,42$ و $P(V)=\dfrac{7}{12}=0,58$

التمرين66: المغرب 2015 ع ت

I) تبيّان أن $P(A)=\frac{12}{35}$ ، و أن $P(B)=\frac{1}{7}$.

عدد الحالات الممكنة هو : $C_7^3=35$

*لدينا A الحادثة " الحصول على كرة حمراء واحدة وكرتين خضراوين"

عدد الكرات الحمراء هو 4 وعدد الكرات الخضراء هو 3

عدد الحالات الملائمة هو: $C_4^1\times C_3^2=12$ ومنه احتمال A الحادثة هو $P(A)=\frac{12}{35}$

* ولدينا B الحادثة " الحصول على3 كرات من نفس اللون".

عدد الحالات الملائمة هو: $C_4^3+C_3^3=5$ ومنه إحتمال الحادثة B هو $P(B)=\frac{5}{35}=\frac{1}{7}$.

II) تبيّان أن : $P(C)=\frac{6}{35}$

التجربة هي نسحب وعشوائيا كرتين من U_1 ثم نسحب كرة واحدة من U_2.

ومنه عدد الحالات الممكنة هو : $C_7^2\times C_5^1=21\times 5=105$

عدد الحالات الملائمة هو: $C_4^2\times C_3^1=6\times 3=18$ ومنه احتمال C هو: $P(C)=\frac{18}{105}=\frac{6}{35}$

التمرين67: المغرب 2003 ع ت

1) حساب إحتمال كل من الحدثين A و B التاليين:

التجربة هي سحب كرتين من الصندوق الذي يشمل 8 كرات في آن واحد

ومنه عدد الحالات الممكنة هي $C_8^2=28$

الحادثة A هي " سحب كرتين من نفس اللون" ومعناه كرتين بيضاوين أو كرتين سوداوين

ومنه عدد الحالات الملائمة هي : $C_6^2+C_2^2=15+1=16$

ومنه احتمال A الحادثة هو $P(A)=\frac{16}{28}=\frac{4}{7}$

الحادثة B هي " سحب كرتين جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم"

يكون جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم معناه احدى الكرتين تحمل الرقم 0 والأخرى تحمل 1 أو2 أو الكرتين تحملان الرقم 0

ولدينا عدد الكرات التي تحمل الرقم 0 هو 4 والتي تحمل رقم يختلف عن 0 هو 4 أيضا

عدد الحالات الملائمة هو$C_4^1\times C_4^1+C_4^2=4\times 4+6=22$ ومنه إحتمال Bهو $P(B)=\frac{22}{28}=\frac{11}{14}$

2)تحديد قانون إحتمال المتغير العشوائي X.

المتغير العشوائيX الذي يرفق بكل سحبة مجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين

قيم المتغير العشوائي X هي قيم المجاميع الممكنة وهي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 .

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي P_i والملخص في الجدول التالي:

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{7}{28}$	$\frac{3}{28}$

*إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما0 (قريصيتان من بين أربع قريصات تحمل الرقم 0)

هو: $P(X=0)=\frac{C_4^2}{C_8^2}=\frac{6}{28}$

* إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما1 (قريصية من بين أربع قريصات تحمل الرقم 0 وقريصة تحمل الرقم 1من بين 3قريصات تحمل الرقم 1)هو: $P(X=1)=\frac{C_4^1\times C_3^1}{C_8^2}=\frac{12}{28}$

*إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما2 (سحب قريصتين من بين 3 قريصات تحمل الرقم2 أو (قريصة واحدة رقمها 2 وقريصة رقمها 0 من بين 4 قرصات تحمل الرقم 0)

هو: $P(X=2)=\frac{C_3^2+C_4^1\times C_1^1}{C_8^2}=\frac{7}{28}$

*: إحتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما5 هو: $P(X=3)=\frac{C_3^1\times C_1^1}{C_8^2}=\frac{3}{28}$.

التمرين68: المغرب 2003 ع ت الاستراكية

يحتوي كيس على 6كرات وتحمل الأعداد 2- و1- و 0و 1 و 1و2

أ) حساب إحتمال الحادث A.

عدد الحالات الكلية هو $C_6^3=20$ سحب ثلاث كرات من بين ستة كرات

A: الحادثة " من بين الكرات المسحوبة ، توجد كرة على الأقل تحمل العدد 1 ".

سحب كرة على الأقل تحمل العدد 1 "معناه سحب كرة واحدة من بين كرتين تحملان الرقم 1 مع كرتين لا تحملان الرقم 1 أو سحب كرتين تحملان الرقم 1 مع كرة لا تحمل الرقم 1

وعليه عدد الحالات الملائمة هو $C_2^1\times C_4^2+C_2^2\times C_4^1=2.6+1.4=16$

ومنه إحتمال الحادثة A هو: $P(A)=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$.

طريقة2: $P(A)=1-P(\overline{A})=\frac{4}{5}$ حيث $\overline{A}$ الحادث العكسي للحادث A

أي $\overline{A}$: الحادثة " لا توجد من بين الكرات المسحوبة تحمل العدد 1 ".

لدينا:عدد الحالات الملائمة هو $C_4^3 = 4$ أي $P(\overline{A}) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

ب) تبيّان أن إحتمال الحدث S يساوي $\frac{1}{5}$

الحادثة Sهي "مجموع الأعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة منعدم".

مجموع الكرات المسحوبة منعدم معناه توجد ثلاث حالات هي:

الحالة الأولى: (1-) + (0)+(1) أو الحالة الثانية : (2-) + (0)+(2) أو الحالة الثالثة: (2-) + (1)+(1)

ومنه عدد الحالات الملائمة هو : $C_1^1 \times C_2^1 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1 + C_2^2 = 4$

ومنه إحتمال الحادثة S هو : $P(S) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

التمرين69: المغرب 2004 ع ت

1) حساب إحتمال الأحداث التالية:

يحتوي كيس على 9 بيادق (لا يمكن التمييز بينها باللمس).

بيدقان بيضاوين يحملان الرقم 1 وثلاثة بيادق حمراء تحمل الأرقام 1 و 1 و2 و أربع بيادق سوداء تحمل الأرقام 1 و 1 و2 و 2.

عدد الحالات الكلية هو $C_9^3 = 84$ سحب ثلاث بيادق من بين 9 بيادق.

أ)لدينا: A:الحادثة " البيادق الثلاث المسحوبة مختلفة الألوان (بيدق من كل لون)"

أي: بيدقة حمراء وبيدقة بيضاء وبيدقة سوداء

عدد الحالات الملائمة هو: $C_2^1 \times C_3^1 \times C_4^1 = 2 \times 3 \times 4 = 24$وعليه إحتمالAهو: $P(A) = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$

ب) لدينا:الحادثة B:" البيادق الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم".

ثلاثة تحمل الرقم1 والتي عدد 5 أو ثلاثة بيادق تحمل الرقم 2 والتي عدد 3

ومنه: عدد الحالات الملائمة هو: $C_6^3 + C_3^3 = 20 + 1 = 21$ومنه احتمال B هو $P(B) = \frac{21}{84} = \frac{1}{4}$.

ج) لدينا الحادثة:C: " من بين البيادق المسحوبة يوجد على الأقل بيدق واحد أحمر "

$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = \frac{16}{21}$ حيث $\overline{A}$ الحادث العكسي للحادث C

أي $\overline{C}$: الحادثة " لا توجد من بين الكرات المسحوبة بيدق واحد أحمر ".

لدينا:عدد الحالات الملائمة هو $C_6^3 = 20$ أي $P(\overline{C}) = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$

2) حساب إحتمال الحادث: $A \cap B$.

الحادث : $A\cap B$ تعني سحب ثلاث بيادق مختلفة الألوان و كلها تحمل نفس الرقم.

أي سحب ثلاث بيادق مختلفة الألوان وتحمل الرقم 1

عدد الحالات الملائمة هو: $C_2^1\times C_2^1\times C_2^1=2\times2\times2=8$ وعليه احتمال $A\cap B$ هو: $P(A\cap B)=\frac{8}{84}=\frac{2}{21}$

التمرين70: المغرب 2006 ع ت

1) تحديد قانون إحتمال المتغير العشوائي X.

$P2$ الحادثة " السحب من الكيس U_1 بيدق يحمل الرقم 2 و منه : $P(P2)=\frac{3}{5}$

$P3$ الحادثة " السحب من الكيس U_1 بيدق يحمل الرقم 3 و منه: $P(P3)=\frac{2}{5}$

$0R$ هي الحادثة " سحب 0 بيدق أحمر " و إحتمالها : $P(0R)=\frac{C_2^0\times C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$

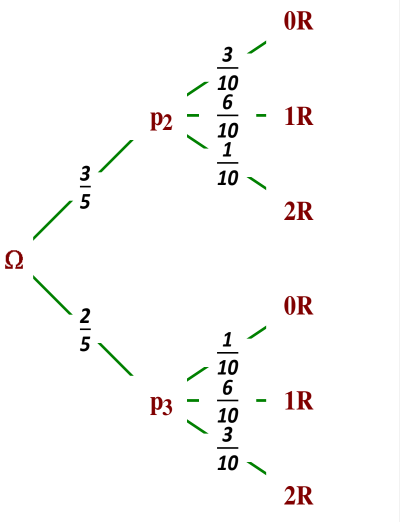
و تعني سحب 3 بيادق بيضاء عندما $n=3$ و إحتمالها : $P(0R)=\frac{C_2^0\times C_3^3}{C_5^2}=\frac{1}{10}$

$1R$ هي الحادثة " سحب 1 بيدق أحمر و البقية بيضاء" و هي تعني سحب بيدق أبيض و بيدق أحمر عندما $n=2$ و احتمالها : $P(1R)=\frac{C_2^1\times C_3^1}{C_5^2}=\frac{2\times3}{10}=\frac{6}{10}$

و تعني سحب بيدقين أبيضين وواحد أحمر عندما $n=3$ و احتمالها : $P(1R)=\frac{C_2^1\times C_3^2}{C_5^2}=\frac{2\times3}{10}=\frac{6}{10}$

$2R$ هي الحادثة " سحب 2 بيدق أحمر و البقية بيضاء إن وجدت" و هي تعني سحب بيدقين أحمرين عندما $n=2$ و إحتمالها : $P(2R)=\frac{C_2^2\times C_3^0}{C_5^2}=\frac{1}{10}$

و تعني سحب بيدقين احمرين وواحد ابيض عندما $n=3$ وإحتمالها : $P(2R)=\frac{C_2^2\times C_3^1}{C_5^2}=\frac{1\times3}{10}=\frac{3}{10}$



و منه: حسب شجرة الإحتمالات نجد :

إحتمال سحب 0 بيدق أحمر: $P(0R)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{10}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{11}{50}$

إحتمال سحب 1 بيدق أحمر: $P(1R)=\frac{3}{5}\times\frac{6}{10}+\frac{2}{5}\times\frac{6}{10}=\frac{30}{50}$

إحتمال سحب 2 بيدق أحمر: $P(1R)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{10}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{10}=\frac{9}{50}$

x_i	0	1	2
P_i	$\frac{11}{50}$	$\frac{30}{50}$	$\frac{9}{50}$

2) حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

$$E(X)=0\times\frac{11}{50}+1\times\frac{30}{50}+2\times\frac{9}{50}=\frac{48}{50}$$

التمرين71: المغرب 2007 ع ت

1) حساب $P(A)$ و $P(B)$.

*الحادثة A:عدم وجود كرة تحمل الرقم 0 إذن الحادثة $\overline{A}$ " كل الكرات المسحوبة تحمل الرقم 0

الإحتمال $P(A)$هو: $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{C_3^3}{C_7^3}=1-\frac{1}{35}=\frac{34}{35}$

*الحادثة B :"سحب 3 بيادق تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى .

الإحتمال $P(B)$هو: $P(B)=\frac{C_3^1\times C_3^1\times C_1^1}{C_7^3}=\frac{3\times3}{35}=\frac{9}{35}$

2) تبيّان أن $P(C)=\frac{2}{7}$.

*الحادثة C :"مجموع الأرقام المسجلة على البيادق المسحوبة معدوم.

أي:سحب (3 كرات تحمل الرقم 0)أو(كرة تحمل الرقم 0 وكرة تمل الرقم1 وكرة تحمل الرقم -1)

ومنه عدد الحالات الملائمة للحادث C هو: $C_3^3+C_1^1\times C_3^1\times C_3^1=1+1\times3\times3=10$

وعليه الإحتمال $P(C)$هو: $P(C)=\frac{C_3^3+C_3^1\times C_3^1\times C_1^1}{C_7^3}=\frac{10}{35}=\frac{2}{7}$

التمرين72: تونس 2007 ش ر

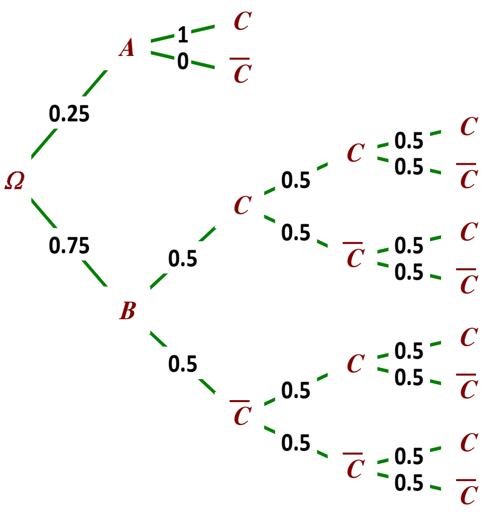
1) حساب إحتمال الحادثتين A و B:

$P(A)=\frac{1}{4}$ ، $P(B)=\frac{3}{4}$

2)تبيان أن :أ- $P(C/A)=1$ و $P(C/B)=\frac{1}{8}$.

C أرقام زوجية و $\overline{C}$أرقام فردية

إستنتاج $P(C)$.



$$P(C)=P(C\cap A)+P(C\cap B)=P(C/A)\times P(A)+P(C/B)\times P(B)=1\times0.25+0.125\times0.75=0.34375$$

3)أ- تعيين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

x_i	0	1	2	3
P_i	0.125	3×0.125	3×0.125	0.125

ب- حساب الأمل الرياضي المغير العشوائي X.

$$E(x)=0\times0.125+1\times3\times0.125+2\times3\times0.125+3\times0.125=1.5$$