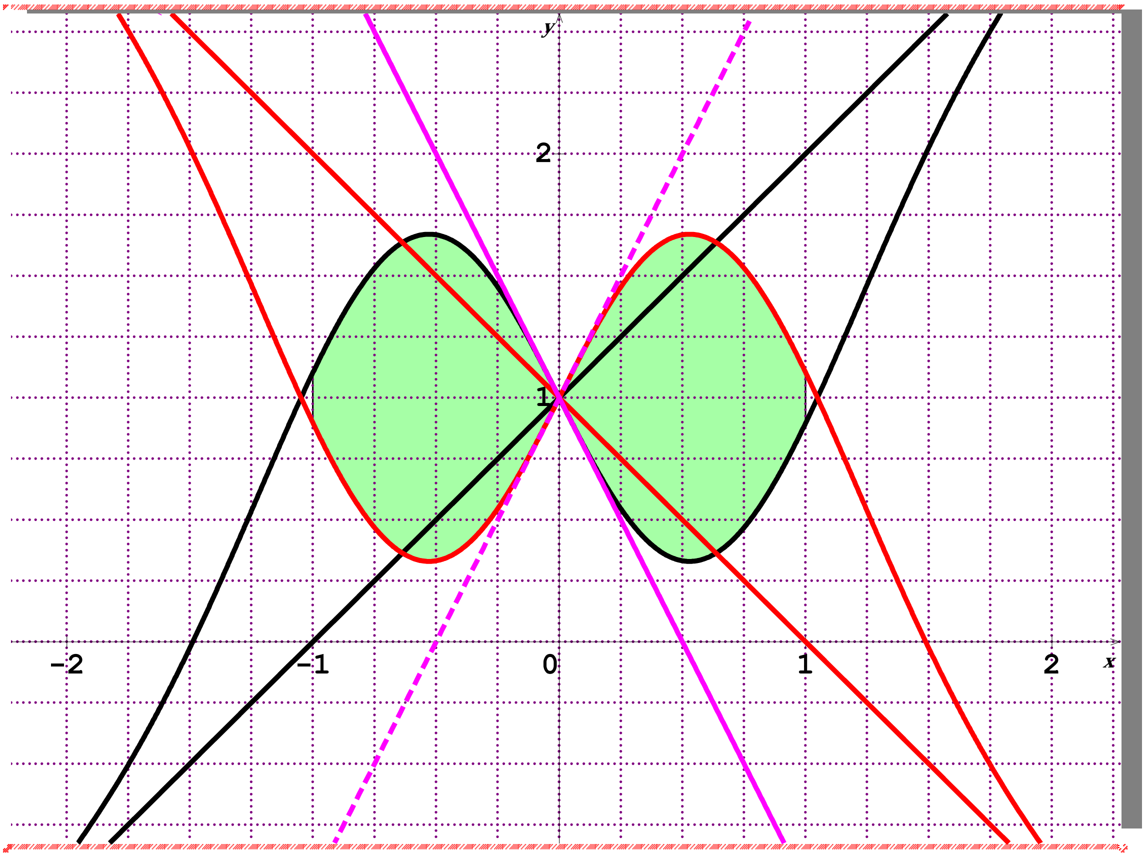
مجلة الرائد في الرياضيات

توقعات بكالوريا دورة2020
بين يديـــــــك

شعبة -علوم تجريبية

التحضير الجيّد لشهادة البكالوريا



BAC2020

إعداد الأساتذة:

بالعبيدي محمد العربي

بالهادي بالقاسم + يوسف يوسف

larbibelabidi@gmail.com أو العربي الجزائري Facebook

الاختـــــــبار الأول

المادة: رياضيات　　　　الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

I- عين العددين المركبين α و β بحيث: $\begin{cases}\alpha-2\beta=3+(2-\sqrt{3})i\\ \overline{\alpha}+4\overline{\beta}=-2(1+\sqrt{3})i\end{cases}$:

II- ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=2+2i$، $z_B=-\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ و $z_C=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. اكتب كل من z_A و z_B على شكل أسي، ثم استنتج أن A و B تنتميان إلى نفس الدائرة.

2. بين أن B هي صورة C بتحويل نقطي يطلب تعيينه. ثم علم على التوالي النقط A، C و B.

4. اكتب $\frac{z_B}{z_A}$ على شكل أسي ثم على الشكل الجبري. ثم استنتج قيمتي $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

5. نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) عين كلا z_D لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r.

z_E لاحقة النقطة E والتي صورتها C بالدوران r.

ب) استنتج أن (DC) و (EB) متعامدان ، ماذا تمثل النقطة C في المثلث BDE؟.

التمرين الثاني:(04 نقط)

(u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\sqrt{\frac{u_n^{\,2}}{2}+\frac{1}{2}}$.

1- أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1<u_n\leq 3$.

ب) قارن العددين u_n و u_{n+1}، ثم اِستنتج اِتجاه تغير المتتالية (u_n).

جـ) هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ علل إجابتك.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n=u_n^{\,2}-1$.

أ) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب u_n بدلالة n، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

جـ) أكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_n^2+u_{n+1}^2+......+u_{n+2020}^2$، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

يحتوي كيس على 9 كريات منها : ثلاث حمراء تحمل الأرقام 1 ، 0 ، 1-
و اربعة بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 0 ، 1- وكرتين خضراء تحمل الأرقام 1- ، 0 .
نسحب عشوائيا، وفي آن واحد، ثلاث كرات من الكيس .
1-نعتبر الحوادث : A :"سحب ثلاث كرات من نفس اللون " B : " سحب ثلاث كرات مجموعهم منعدم" C ": سحب ثلاث كرات جداؤهم عدد سالب "
أ)احسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A، B، $A\cap B$ ، هل الحادثتان A، B مستقلتان ؟
ب- علما ان الكرات المسحوبة جداؤها عدد سالب ما احتمال ان تكون من نفس اللون؟
2- ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد الاصغر من بين الاعداد المسحوبة
ا- أعط قانون احتمال المتغيّر العشوائي X
ب-احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X .
جـ-احسب $P(e^X-1\leq 0)$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{x}{x+1}+\ln(x+1)$
1.احسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
2. احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$
II- f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=|x|\ln(x+1)$.
(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
1. بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0.
2. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم $\lim\limits_{\substack{x\to -1 \\ >}} f(x)$. ماذا تستنتج؟
3. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 0$ ، $f'(x)=g(x)$ ثم عين عبارة $f'(x)$ على المجال $]-1;0[$
ب) عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. أ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 .
ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذي معادلة $y=x$.
5. ارسم (Δ)، (D) و (C_f).
6. نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $H(x)=x^2-2x-2(x^2-1)\ln(x+1)$.
أ) احسب مشتق الدالة H ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $[0;+\infty[$.
ب)احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y=x$ ، $x=0$ و $x=e-1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

عين الاقتراح الصحيح مع التعليل من بين الاقتراحات التالية :

1)المعادلة $z^3 - 2z^2 + 16 = 0$ للمتغيّر المركّب z حيث $z_0 = -2$ حلا لها تقبل ثلاث حلول هي: أ) $S = -2, 2+2i, 2-2i$ ، ب) $S = -2, 4+2i, 4-2i$ ، جـ) $S = 2, 4+2i, 4-2i$

2)نعتبر النقطتين A ,B ذات اللاحقتين $z_A = 2+2i$ و $z_B = 2-2i$ فإن المثلث OAB:

أ)قائم في O ، ب) قائم في O و متساوي الساقين ، جـ) متساوي الساقين .

3)نعتبر التحويل النقطي T المعرف بالعبارة المركبة : $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ، طبيعة هذا التحويل .

أ)تشابه مباشر ، ب) تحاكي ، جـ) دوران .

4)(T) مجموعة النقط M من المستوي و التي تحقق : $\arg(z - z_A) = \arg(iz - z_B)$ هي :

أ)المستقيم (AB)،ب)دائرة قطرها $[AB]$،جـ)نصف دائرة قطرها $[AB']$ باستثناء A, B' لاحقتها $-iz_B$

التمرين الثاني:(04 نقط)

I)يحتوي صندوق V_1 على 7كريات متجانسة منها اربع كريات تحمل الرقم 2 و كرتين تحملان الرقم 3 و كرية واحدة تحمل الرقم1.

-نسحب منه ثلاث كريات الواحدة تلوى الاخرى دون اعادة الكرية المسحوبة في كل مرة احسب احتمال الحدثين التاليين: A"الكريات تحمل نفس الرقم "B"كرية واحدة تحمل الرقم3"

II)نفرض الآن وجود صندوق أخر V_2 فيه5كريات متجانسة منها3 بيضاء و 2 حمراء

- نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق V_1 و نسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا n كرية في آن واحد من الصندوق V_2 حيث n يمثل الرقم المسجل على الكرية التي سحبت من الصندوق V_1

1) بين ان احتمال الحصول على ثلاث كريات بيضاء هو $\frac{1}{35}$

2) ما احتمال الحصول على كرتين حمراء علما اننا سحبنا كرية تحمل رقم 3 من الصندوق V_1

3) علما انه توجد كرتين حمراء ما احتمال اننا سحبنا الكرية التي تحمل رقم 3 ؟

4) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكريات الحمراء في السحب.

أ) عين قيم X و قانون احتماله ،

ب) احسب قيمة الاحتمال التالي : $P(|X| \leq 1)$

التمرين الثالث:(04 نقط)

الفضاء منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط: $A\ 1;1;0$ ، $B\ 2;-1;1$ ، $C\ -1;0;1$

1-أ)بيّن أن النقط A ، B و C تعيين المستوي ABC

ب)تحقق أن الشعاع $\vec{n}\ 1;3;5$ ناظمي للمستوي ABC ، ثم أكتب معادلة ديكارتية له.

2-أ) تحقق أن النقطة $D\ 1;-1;0$ لا تنتمي للمستوي ABC .

ب)أستنتج إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي ABC .

3)نعتبر النقطتان $E\ 1;0;1$ و $F\ 3;1;0$ واليكن P المستوي المحوري للقطعة المستقيمة EF

أ) تحقق أن معادلة المستوي P هي من الشكل: $-2x-y+z+4=0$

ب) بيّن أن المستويين P و ABC متعامدان.

جـ) استنتج تمثيلا وسيطيا للمستقيم Δ . مستقيم التقاطع للمستويين P و ABC .

4)احسب بعد النقطة D عن المستويين P و ABC ، استنتج بعد النقطة D عن المستقيم Δ .

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- gالدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+xe^{x}$.

ادرس تغيرات الدالة g ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{2x}+(x+1)e^{x}+x$ و تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-x\right)$. ماذا تستنتج ؟

2. أ) احسب $f'(x)$ مشتق الدالة f ثم بين أنه من أجل كل $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=2e^{x}(e^{x}+1)+g(x)$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم جدول تغيرات الدالة f .

3. أ)بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاوحيدا α حيث $-0.6\le\alpha\le-0.5$. ثم استنتج أن $e^{\alpha}=-\alpha$.

4. عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. أ) بين أن المعادلة $e^{x}+x+1=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-1.3\le\beta\le-1.0$.

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذي معادلة $y=x$.

6. ارسم كل من (D) ، (Δ) و (C_f).

7. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=(e^{x}+x)(e^{x}+1)$.

ب)احسب المساحة $\mathscr{A}$ للحيز تحت (C_f) بين المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=\alpha$ و $x=0$.

III-نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=f(\ln x)$. و (C_h) تمثيلها البياني دون حساب عبارة $h(x)$ اجب عن الأسئلة التالية:

1. ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ) عين فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_h) وحامل محور الفواصل.

ب) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1 .

جـ) احسب $h(-1-\beta)$ ثم ارسم المنحنى (C_h).

الاختـــــــــبار الثاني

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A، B، C صور الأعداد المركبة $z_A=-2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ ، $z_C=\sqrt{3}+i$

1. أ) اكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي

ب-استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (γ) التي تشمل النقط A، B، C

جـ) علم النقط A، B، C ثم أرسم الدائرة (γ)

2. أ)اكتب العدد $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ على الشكل الجبري ثم الأسي و استنتج طبيعة المثلث ABC

1-ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\dfrac{\pi}{3}$

أ-بين أن النقطة O' ذات اللاحقة $-\sqrt{3}-i$ صورة النقطة O بالدوران r

ب- بين أن $[O'C]$ قطرا للدائرة (γ). ثم انشئ (γ') صورة الدائرة (γ) بالدوران r.

جـ-تحقق أن الدائرتين (γ) و (γ') تشتركان في النقطتين A وB

التمرين الثاني:(04 نقط)

صندوق يحوي 8 كرات سوداء ثلاثة منها تحمل الرقم 1- ، ثلاثة منها تحمل الرقم 0 و اثنتان منها تحمل الرقم 1 و كرتين حمراوين تحملان الرقمين 1، 2 لا نميز بينهما عند اللمس

1) نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين في آن واحد

أ) احسب احتمال الحوادث التالية: A "سحب كرتين من نفس اللون "

B " سحب كرة سوداء على الاكثر" ، C " سحب كرة سوداء على الاقل "

ب)نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب جداء الرقمين المسجلين على الكرتين

- عين قيم X ثم عين قانون احتماله

- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X^2 ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X^2)$

2) نسحب عشوائيا من الصندوق n كرة في آن واحد حيث $1\le n\le 9$

أ) احسب $P(D)$ بدلالة n احتمال الحادثة: " سحب كرة واحدة حمراء ".

ب) عين قيم العدد الطبيعي n علما ان $P(D)=\frac{7}{15}$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0=0$ و$u_1=1$ و $u_{n+2}=\frac{2}{5}u_{n+1}-\frac{1}{25}u_n$

نضع لكل $n\in\mathbb{N}$: $v_n=u_{n+1}-\frac{1}{5}u_n$ و $w_n=5^n u_n$

1- بين أن المتتالية (v_n) هندسية ثم اكتب v_n بدلالة n

2- أ/ بين أن المتتالية (w_n) حسابية أساسها 5 .

ب/ اكتب w_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

3-أ) برهن أنه من أجل كل عدد $n\in\mathbb{N}^*$: $0\prec u_{n+1}\prec\frac{2}{5}u_n$.

ب) استنتج أن : $0\prec u_n\prec\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ لكل $n\in\mathbb{N}^*$ ، ثم استنتج نهاية (u_n)

4-أحسب المجموع بدلالة n المجموع $S_n=(w_0-v_0)+(w_1-v_1)+........+(w_n-v_n)$

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- لتكن g الدالة العدديّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-2x^3+x^2-1$.

1) ادرس تغيّرات الدالة g

2) برهن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً α في $\mathbb{R}$، ثم تحقق أنّ $-0,7\prec\alpha\prec-0,6$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- لتكن الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $f(x)=\left(1+x+x^2+x^3\right)e^{-2x+1}$.

يرمز (C_f) إلى منحناها في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$: (الوحدة: $\|\vec{i}\|=2cm$ ؛ $\|\vec{j}\|=1cm$).

2) ا- برهن أنه، من أجل أيّ عدد حقيقي $x\succ1$، فإنّ : $1\prec x\prec x^2\prec x^3$.

ب- استنتج أنه، من أجل أيّ عدد حقيقي $x\succ1$، فإنّ : $0\prec f(x)\prec 4x^3.e^{-2x+1}$.

جـ- باستخدام النهاية الشهيرة $\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{t}{e^t}=0$، برهن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3}{e^x}=0$.

د- استنتج، من2) جـ- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم فسّرها هندسيّا.

3) ا- برهن أنه، من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x).e^{-2x+1}$.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.، ثم شكّل جدول تغيّرات f.

4) احسب $f(-1,1)$ ، $f(-1)$ ، $f(0)$ ، ثم أنشئ (C_f)؛ (تعطى $f(\alpha)\simeq5$).

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

1. عين عددين مركبين a و b بحيث : $\begin{cases} a+b=2 \\ ab=4 \end{cases}$. ثم اكتب كل من a و b على الشكل الأسي.

2. نسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z}_A$، $z_C=z_A^2$ و $z_D=-2$.

أ) بين أن $(z_A)^{2019}=2^{2018}z_D$ ،

ب) احسب $\dfrac{z_C-z_D}{z_A-z_D}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD.

جـ) علم النقط A، B، C و D .

3. أ) S التشابه المباشر الذي مركزه O ويحول A إلى C.عين زاويته و نسبته.

ب) بين أن $S(I)=D$ ، حيث I منتصف قطعة المستقيم $[AD]$.

جـ) احسب z_C+z_B ثم استنتج طبيعة الرباعي $ACDB$.

4. نسمي $(\mathscr{C})$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي بحيث $2z=z_A+2e^{i\theta}$ مع θ يمسح $\mathbb{R}$

أ) عين وأنشئ المجموعة $(\mathscr{C})$. ب) عين وأنشئ المجموعة $(\mathscr{C}')$ صورة المجموعة $(\mathscr{C})$ بالتشابه المباشر S.

التمرين الثاني:(04 نقط)

ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. لتكن النقط $A(1;0;2)$، $B(1;1;4)$ و $C(-1;1;1)$

1) أ) بين أن النقاط: A ، B و C ليست في استقامية.

ب) بين أن $\vec{n}(3;4;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ، استنتج معادلة ديكارتية له.

2) ليكن المستويين (P_1) و (P_2) اللذين معادلتيهما على التوالي $2x+y+2z+1=0$ و $x-2y+6z=0$.

أ) بين أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان في مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيله الوسيطي.

ب) هل المستقيم (D) والمستوي (ABC) متقاطعان أم متوازيان ؟

3) ليكن t عدد حقيقي كيفي موجب . نعتبر G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;2),(C;t)\}$.

أ)برر وجود النقطة G من أجل كل عدد $t\in\mathbb{R}_+^*$.

ب)ليكن I مرجح الجملة $\{(A;1),(B;2)\}$.عين إحداثيات كلا من I و G،ثم بيّن أن $\overrightarrow{IG}=k\overrightarrow{IC}$ و $(k\in\mathbb{R}^*)$

جـ) بين أن مجموعة النقط G لما يتغير t على المجموعة $\mathbb{R}_+^*$ هي قطعة المستقيم $[IC]$ باستثناء C.

د) عين قيمة t التي ينطبق من أجلها G على J منتصف قطعة المستقيم $[IC]$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

نعرف المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين كما يلي: $\begin{cases} u_0=-2 \\ u_{n+1}=\dfrac{4u_n+v_n}{5} \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0=7 \\ v_{n+1}=\dfrac{2u_n+3v_n}{5} \end{cases}$

1. احسب u_1 و v_1 ثم u_2 و v_2 .
2. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = v_n - u_n$.
أ) بين أن المتتالية (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.
ب) عين عبارة بدلالة n ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$.
3. أ) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة وأن المتتالية (v_n) متناقصة .
ب) استنتج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) لهما نفس النهاية l.
4. نعتبر المتتالية العددية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $t_n = 4u_n + 5v_n$.
بين أن (t_n) متتالية ثابتة. ثم استنتج قيمة l

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ بـ: $g(x) = -\dfrac{1}{x+1} + \ln|x+1|$.
1. بين أن $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} g(x) = +\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$ ثم تحقق أن $0.7 < \alpha < 0.8$.
ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ بـ : $f(x) = x(-1+\ln|x+1|)$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.
1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = +\infty$. ماذا تستنتج؟
2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ، $f'(x) = g(x)$. (f' الدالة المشتقة لـ f)
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
جـ) استنتج أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.
3. عين معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند المبدأ O ، ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (T) .
4. أ) حل المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل .
ب) نقبل أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x+4$ مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $I(-2;2)$.
ما يمكن القول عن المستقيمين (T) و (D)؟ ((T) يسمى المستقيم الناظمي لـ (C_f) عند النقطة I)
جـ) ارسم (T) ، (D) و (C_f).
5. أ) بين أن الدالة F المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $F(x) = \left(\dfrac{x^2-1}{2}\right)\ln(x+1) - \left(\dfrac{x-1}{2}\right)^2$ هي دالة أصلية للدالة $x\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.
ب) λ عدد حقيقي حيث $-1 < \lambda < 0$. احسب المساحة $A(\lambda)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = \lambda$ و $x = 0$. ثم احسب $\lim\limits_{\lambda \overset{>}{\to} -1} A(\lambda)$.

الاختـــــــــبار الثالث

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

(u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_1=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_{n+1}=\frac{n+1}{2n}u_n$.

1)-أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_n \succ 0$.

ب-ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

جـ-هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ برر اجابتك

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نضع : $v_n=\frac{u_n}{n}$.

أ- بيّن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول v_1.

ب-استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n،: $u_n=\frac{n}{2^n}$. ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n=0$

التمرين الثاني:(04 نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-2z+4=0$ .... (1)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) . ثم استنتج حلا المعادلة : $\left(\bar{z}+2+2i\sqrt{3}\right)^2-2\bar{z}-4i\sqrt{3}=0$.

2)ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A، B، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$، $z_B=-1+3i\sqrt{3}$، $z_C=-1+i\sqrt{3}$ و $z_D=-1-i\sqrt{3}$

أ) احسب العددين المركبين $z_{\overrightarrow{AB}}$ و $z_{\overrightarrow{AD}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABD.

ب) عين العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه B ونسبته $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ وزاويته $-\frac{\pi}{6}$.

جـ) عين z_E لاحقة النقطة E صورة C بالتشابه S.

د) احسب العدد المركب $z=\frac{z_B-z_E}{z_A-z_E}$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABED$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

صندوق يحتوي على 6 قريصات حيث :

4 كرات حمراء وكرتين سوداوين ، الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا و في آن واحد من العلبة 3 كرات من الصندوق.

1-نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .
أ-عين قيم المتغير العشوائي X.
ب-عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.
2- نسحب عشوائيا و على التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق.
احسب احتمال كل من الحوادث التالية:
A_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، A_1"سحب كرة سوداءبالضبط"، A_2"سحب كرتين سوداوين "
3-بعد السحب الاول بقيت في الصندوق 4كرات ، نجري سحب أخر على التوالي ودون ارجاع
نعتبر الحوادث التالية:
B_0 "عدم سحب أي كرة سوداء"، B_1"سحب كرة سوداءبالضبط"، B_2"سحب كرتين سوداوين"
أ- احسب الإحتمالات التالية :
$P_{A_0}(B_0)$ ، $P_{A_1}(B_0)$ ، $P_{A_2}(B_0)$ ، ثم استنتج $P(B_0)$.
ب- احسب احتمال الحصول على كرة سوداء بالضبط عند السحب الاول ، علما اننا حصلنا على كرة سوداء بالضبط عند السحب الثاني.

التمرين الرابع:(07 نقط)

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$
الجزء الأول : g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln(x^2+x+1)-x$ و C_g تمثيلها البياني .
1-احسب نهايتي g عند : $+\infty$ و $-\infty$.
2-أثبت من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ أن : $g'(x)=\dfrac{x(1-x)}{x^2+x+1}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .
4-أثبت أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.7,1.9[$.
5-عين من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ إشارة $g(x)$.
الجزء الثاني: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln(x^2+x+1)$ و C_f تمثيلها البياني
1-احسب نهايتي f عند : $+\infty$ و $-\infty$.
أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
ب-اكتب معادلة المماس (T) عند مبدأ المعلم، حدد الوضعية النسبية لـ : C_f و (T) .
2-أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\ln(x^2+x+1)=0$ ، فسر النتيجة هندسيا.
ب) أثبت أن المنحنى C_f يقبل نقطتي انعطاف ، عين فاصلتيهما.
3-أثبت أن : $f(\alpha)=\alpha$. ثم ارسم المنحنى C_f و المماس (T) .
4-أ)احسب العدد الحقيقي $S(\alpha)=2\int_0^{\alpha}\dfrac{xdx}{x^2+x+1}+\int_0^{\alpha}\dfrac{dx}{x^2+x+1}$
ب)فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

لتكن النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ و $D(0;4;-1)$.

1. بين أن المثلث ABC مثلث قائم.

2. أ) عين معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يمر بالنقطة A و يعامد المستقيم (AB).

ب) استنتج تمثيلا وسيطيا لتقاطع المستويين(P) و (ABC) .

3. أ) بين أن النقطة A المسقط العمودي للنقطة Dعلى المستوي(ABC).

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

4. أ) بين أن قيس الزاوية الهندسية BDC هو $\frac{\pi}{4}$.

ب) احسب مساحة المثلث BDC .

جـ) استنتج المسافة بين النقطة A والمستوي (BDC).

التمرين الثاني:(04 نقط)

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة: $(z-2+2i)(z^2+4z+8)=0$.

النقط A ،B ،C لاحقاتها على الترتيب: $z_A=2-2i$ ،$z_B=-2+2i$ ،$z_C=-2-2i$.

2) ا- اكتب الصيغة المركّبة للدّوران الذي مركزهA و زاويته$\frac{\pi}{2}$.

ب-بيّن أنّ لاحقة النقطة D ، صورة النقطة C بهذا الدوران ، هي $z_D=2-6i$.

جـ- حدّد- مع التعليل- طبيعة الرباعي$ABCD$.

3) ا- عيّن إحداثيّيْ H_α مرجح الجملة $(A,1);(B,-1);(C,\alpha)$ ، حيث α وسيط من $\mathbb{R}^*$.

ب-بيّن أنّ مجموعة النقط H_α ، عندما يتغيّر α في $\mathbb{R}^*$ ، هي مستقيم باستثناء نقطة يطلب تعيينه

جـ- في هذا السؤال، نأخذ $\alpha=2$.عيّن Γ: مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$MA^2-MB^2+2MC^2=16$.

التمرين الثالث:(04 نقط)

1) لتكن الدالة f المعرفة على المجال كما يلي: $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

والمتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) كما يلي : $\begin{cases} u_0=-\frac{1}{2} \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0=\frac{9}{2} \\ v_{n+1}=f(v_n) \end{cases}$

1) أ- انشئ (C) والمستقيم الذي معادلته : $y=x$

ب- انشئ الحدود u_0، u_1، u_2 و v_0، v_1، v_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

2) أ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير كلا من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

ب- برهن بالترجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3<v_n$

3) أ-بيّن انه من اجل كل عدد طبيعي n يكون: $u_n=\frac{-7}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n+3$ و $v_n=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n+3$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و المتتالية (v_n)

جـ- احسب $\lim u_n$ و $\lim v_n$

4) هل ان (u_n) و (v_n) متجاورتان ؟ علّل جوابك

التمرين الرابع:(07 نقط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2\left(1-e^{-x}\right)-x$

1-ادرس تغيرات الدالة g .

2-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم و الأخر α حيث: $\ln 4\prec\alpha\prec\ln 6$

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\frac{1-e^x}{x^2}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2}=+\infty$ (يمكن وضع $x=2t$)، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ >}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ <}}f(x)$ ثم فسّر النتائج هندسيا

3) أ- تحقق أن : $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha(\alpha-2)}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب- بيّن أن f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ و أنه لكل $x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{e^x.g(x)}{x^3}$

جـ - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) أنشئ المنحني (C_f) في المجالين $]-\infty;0[\cup]0;5]$

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=1$ و $u_{n+1}=2\left(1-e^{-u_n}\right)$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $1\le u_n\le\alpha$

ب- بيّن أن أجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=g(u_n)$.

جـ- بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة ، ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها

الاختـــــــــــبار الرابع

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بـ : $u_0 = e$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{eu_n + 1}{u_n + e}$.

1) عيّن العددين الحقيقيّين a و b بحيث يكون $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + e}$.

2) برهن بالتراجع، انه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، أنّ: $1 \prec u_n \le e$.

3) ادرس رتابة المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة.

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على N بـ : $v_n = \left(\frac{e-1}{e+1}\right)^{n+1}$.

أ) أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعين أساسها و حدّها الأول.برر لماذا (v_n) متقاربة؟

ب) بين بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $u_n = \frac{v_n + 1}{1 - v_n}$ ثم احسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

جـ) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = \frac{1}{u_{1441} + 1} + \frac{1}{u_{1442} + 1} + \cdots + \frac{1}{u_{2020} + 1}$

التمرين الثاني:(05 نقط)

إناءان U_1 و U_2 حيث U_1 يحتوي على ثلاث كرات بيضاء و كرتان سودوان و U_2 يحتوي على كرتان بيضاوان و ثلاث كرات سوداء . نسحب كرتان دفعة واحدة من كل منهمـــا ، علما ان الكرات متجانسة في اللمس. فنتحصل بذلك على أربع كرات .

1) أ) احسب احتمال الحادثة A" سحب 4 كرات من نفس اللون "

ب) برهن ان احتمال الحادثة E"ضمن الكرات المسحوبة يوجد بالضبط كرتان بيضاوان"هو $\frac{23}{50}$

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المحصل عليهـــا

أ) حدد قانون الاحتمال لـ X .

ب) هل اللعبة مربحة للاعب إذ ادفع 25 DA قبل إجراء السحب ويكسب 10 DA لكل كرة بيضاء 3) جد احتمال الحصول على كرة بيضاء فقط من الإناء U_2 علما انه حصل على كرتين بيضاوين

التمرين الثالث:(04 نقط)

I- حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $z\bar{z}-4z+\bar{z}+(z-\bar{z})i-3+5i=0$. ($\bar{z}$ مرافق العدد المركب z)

II- المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A ، B ، C ، D و E التي لواحقها على الترتيب $z_A=1$ ، $z_B=4+i$ ، $z_C=3i$ ، $z_D=-1+i$ و $z_E=-2i$

1. بين أن $\dfrac{z_E-z_A}{z_D-z_A}=\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ماذا تستنتج ؟
2. عين لاحقة صورة النقطة C بالتشابه المباشر s الذي مركزه A وزاويته $\dfrac{\pi}{4}$ ونسبته $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
3. لتكن I_1، I_2 ، I_3 و I_4 على الترتيب منتصفات القطع المستقيمة $[BC]$ ، $[CD]$، $[DE]$ و $[EB]$.

أ) بين أنه يوجد تحويل نقطي r مركزه I_1 ويحول النقطة I_4 إلى I_2.

ب) احسب $z_{I_1}+z_{I_3}$ و $z_{I_2}+z_{I_4}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $I_1I_2I_3I_4$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-1+(x+1)^2e^x$.

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
2. احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x^2+1)e^x$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ماذا تستنتج؟ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أ) عين $f'(x)$ عبارة الدالة المشتقة للدالة f .

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$. ماذا تستنتج ؟ . شكل جدول تغيراتها الدالة f .

جـ) استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ثانية يطلب تعيين إحداثييها.

د) بين أن (C_f) يقبل مماس (Δ) معامل توجيهه 1 يطلب تعيين معادلة له.

3. ارسم (Δ) و (C_f).
4. أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=2f'(x)-f''(x)+2e^x$، استنتج دالة أصلية F للدالة f على $\mathbb{R}$. ثم عين القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[-1;1]$.

III- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\dfrac{x^2+1}{e^x}$. نسمي (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $h(x)=f(-x)$. ما ذا تستنتج؟
2. ارسم المنحنى (C_h) في المعلم السابق.
3. أ) احسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المحدد بالمنحنى (C_h) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=\lambda$. مع λ عدد حقيقي موجب تماما ، ب) احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

في مطعم مدرسي،يمكن للتلاميذ أن يختاروا إما لحما وإما بيضا30%من التلاميذ يختارون البيض 60%من التلاميذ الذي اختاروا البيض يأخذون تحليه و45%فقط من الذين اختاروا اللحم.

نسمي:" V " التلميذ اختار اللحم:"E" التلميذ اختار البيض: "D" التلميذ أخذ تحليه "

1. عين الاحتمالات المعرفة في النص .
2. عرف الوضعية بشجرة الاحتمالات .
3. أ) نختار تلميذا عشوائيا من المطعم ما احتمال أنه لم يأخذ تحليه ؟

ب) إذا علمت أن تلميذ أخذ تحليه ، ما احتمال أنه اختار البيض ؟

التمرين الثاني:(04 نقط)

1) عين العددين المركبين z_1 و z_2 حيث : $\begin{cases} 2z_1+iz_2=1+i\sqrt{3} \\ \left(\sqrt{3}+2i\right)z_1-z_2=\left(1-\sqrt{3}\right)i \end{cases}$

2) في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A=1-i$ و $z_B=2+\sqrt{3}+i$

أ) أكتب z_Aعلى الشكل الأسي ثم بين ان: $z_B=z_A\left(1+\sqrt{3}\right)e^{i\frac{\pi}{3}}$، ثم إستنتج الشكل الأسي لـ z_B .

3)أ)جد لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O و زاويته $-\frac{\pi}{6}$

ب) احسب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها $[BD]$ مقدرة بوحدة المساحة .

جـ) عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $\arg\left[\left(z-z_B\right)^2\right]=\arg\left(z_B\right)-\arg\left(z_D\right)$

4) لتكن النقطة C ذات اللاحقة $z_C=1+i$.

- عين طبيعة المثلث ABC ثم استنتج بدقة طبيعة الرباعي $ACBD$.

5)ليكن التحويل النقطي S المعرف كما يلي: $S=r\circ h$ مع h تحاكي مركزه O و نسبته -2

أ) عين طبيعة التحويل S مع تعيين خصائصه المميزة

ب)نعرف من اجل كل $n\in\mathbb{N}$ حيث $n\geq 2$،التحويل النقطي H_n كما يلي: $H_n=\underbrace{S\circ S\circ\ldots\circ S}_{n \text{ مرة}}$

- عين قيم n حتى يكون H_n تحاكي يطلب تعيين خصائصه.

التمرين الثالث:(04 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر المستقيم (D) الذي يمر بالنقطة $A(0;2;1)$ وشعاع توجيه له $\vec{u}(1;-1;1)$.

ونعتبر المستقيم (D') المعرّف بالعلاقة الشعاعية : $\overrightarrow{BM}=t\vec{v}$ حيث $\vec{v}(2;1;-1)$ و $B(-1;0;1)$
1 M نقطة من المستقيم (D) ، بين أن إحداثياتها هي $M(k;2-k;1+k)$ حيث k عدد حقيقي .
2. بين أن (D) و (D') ليسا من نفس المستوي.
3. • عين معادلة المستوي (P) الذي يمر بالنقطة M ويعامد المستقيم (D') .
• بين أن النقطة $H'\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع المستقيم (D') والمستوي (P) .
4. بين أنه توجد نقطة وحيدة H من (D) بحيث $\overrightarrow{HH'}$ يعامد (D) ، يطلب تعيين إحداثياتها.
5. احسب المسافة بين المستقيمين (D) و (D') .

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{3x}+e^{2x}-5e^{x}-1$
1. أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.
ب) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا α من المجال $]0,6;0,7[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II- لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{e^{2x}-3e^{x}}{e^{x}+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني
1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=\dfrac{e^{x}-3}{1+e^{-x}}$ ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
2. أ) بين : من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{e^{x}(e^{x}-1)(e^{x}+3)}{(1+e^{x})^{2}}$
ب) عين حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. أ)عين معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة التي ترتيبها 0 ، ثم عين تقريبا تآلفيا للعدد $f(1)$.
4. أ) احسب $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-e^{x}+4\right)$. ماذا تستنتج؟
ب) نسمي (C) منحنى الدالة $x\mapsto e^{x}-4$. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمنحنى (C) .
جـ) كيف ننشئ المنحنى (C) انطلاقا من منحنى الدالة $x\mapsto e^{x}$ ؟ ثم ارسم (C) ، (T) و (C_f) .
5. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=e^{x}-4+\dfrac{4e^{-x}}{1+e^{-x}}$.
ب)بين أن المساحة تحت (C_f) والمحدودة بالمستقيمين: $x=0$ و $x=\ln 3$ تساوي $A=2(-1+\ln 4)u.a$

III-نعتبر (E) المعادلة التالية: $e^{2x}-(x+m+3)e^{x}=x+m$ حيث m وسيط حقيقي.
1. احسب $f'(\alpha)$. ثم بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا يوازي المستقيم ذي معادلة $y=x$.
2. نقبل أن معادلة المماس للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة α هي $y=x-1.4$.
• ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة (E) .

الاختـــــــــــبار الخامس

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

I) ليكن $P(z)$ كثير حدود للمتغيّر المركب z حيث : $P(z)=z^3+z^2-4z+6$.

1) بيّن أنه ، من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)}=P(\overline{z})$.

2) تحقق أن $1+i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم استنتج جذرا آخر له .

3) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$.

II) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها : $z_A=-1$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب .

1) التحويل النقطي S، يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=(1+i)z+i$

أ - ما طبيعة التحويل S ؟ عيّن عناصره المميّزة .

ب- لتكن M نقطة تختلف عن A . ما طبيعة المثلث AMM' ؟

2) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن A ، لاحقتها العدد المركب z_n .

نضع: $M_0=O$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1}=S(M_n)$.

أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n=(1+i)^n-1$.

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقط O ، A و M_n في استقامية .

التمرين الثاني:(05 نقط)

I) f الدالة العددية المعرفة على المجال $\left]-\frac{3}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\sqrt{2x+3}$ و (C) تمثيلها البياني

1) ادرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) عيّن احداثيي نقطة تقاطع (C) والمستقيم (Δ) الذي $y=x$ معادلة له، ثم ارسم (C) و (Δ).

II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=\frac{1}{2} \\ u_{n+1}=\sqrt{2u_n+3} \end{cases}$

1 أ) مثل على محور الفواصل الحدود، u_0، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ما تخمنك حول اتجاه و تقارب المتتالية (u_n) ؟

جـ)برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $2\le u_n<3$

د) برهن أن (u_n) متتالية متزايدة.ثم استنتج أنها متقاربة ، ثم جد نهاية المتتالية (u_n).

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 3 - u_n$

أ) بين أن $v_{n+1} = \dfrac{2v_n}{3+\sqrt{9-2v_n}}$. ثم استنتج أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$، $0 \le v_n \le \left(\dfrac{2}{3}\right)^n \times \dfrac{5}{2}$.

ج) استنتج من جديد نهاية المتتالية (u_n) بطريقة أخرى .

التمرين الثالث:(10 نقط)

I- نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = x(1-2\ln x) + 2\left(x - \sqrt{e}\right)$.

1. ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

2. استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(0)=0$ و من أجل كل $x > 0$، $f(x) = 2x(1-2\ln x)$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ) بين أن f مستمرة عند 0 عن اليمين.

ب) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \dfrac{f(x)}{x}$. ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f) ؟

جـ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. أ) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و أن $f'(x) = -2(1+2\ln x)$.

ب) ادرس على المجال $]0;+\infty[$ إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3.أ)عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) عند النقطة التي ترتيبها 0 وتختلف عن O.

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

4. ارسم كل من (Δ) و (C_f).

5.أ)جداحسب مشتق الدالة $x \mapsto x^2(1-\ln x)$ ثم استنتج الدوال الأصلية للدالة f على $]0;+\infty[$.

ب) λ عدد حقيقي حيث $0 < \lambda < \sqrt{e}$. عين القيمة المتوسطة μ_λ للدالة على المجال $[\lambda;\sqrt{e}]$.

جـ) احسب $\lim\limits_{\lambda\to 0} \mu_\lambda$.

6. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(e^{-x})$ و (C_g) تمثيلها البياني.

دون حساب عبارة $g(x)$ أجب عن الأسئلة التالية:

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ماذا تستنتج ؟

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ)عين نقطة تقاطع (C_g) وحامل محور الفواصل.

د) ارسم المنحنى (C_g).

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $\left(\bar{z}+\sqrt{3}+i\right)\left(z^{2}-2\sqrt{3}z+4\right)=0$.

2.نعتبر النقط A ، B وC التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ ، $z_C=\overline{z_B}-2z_A$

أ) اكتب كل من z_A و z_B على شكل أسي.

ب) احسب الأطوال OA ، OB و AB . استنتج طبيعة المثلث OAB.

3.عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

4.أ)جد لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(O;-1),(D;1),(B;1)\}$ ، ثم بين أن: $\frac{z_G}{2\sqrt{3}}=\left(\frac{z_G}{2\sqrt{3}}\right)^{1945}$.

ب) علم النقط A ، B ، C ، D و G ثم بين أن النقط C ، D و G في استقامية.

ج) عين طبيعة كل من الرباعي $OBGD$ و المثلث AGC .

التمرين الثاني : :(04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=1$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1. أ) أدرس تغيرات الدالة f والمعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1+\frac{4}{x+1}$

ب)ارسم في معلم متعامد ومتجانس التمثيل البياني (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$

ج)مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على المحور $(O;\vec{i})$.

ب) ما هو تخمينك حول نهاية المتتالية (u_n) ؟

2. أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\le u_n<3$.

ب) عين اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3. أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2(3-u_{n+1})\le\frac{3}{2}(3-u_n)$

ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{3-u_n}{2}\le\left(\frac{3}{4}\right)^n$

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة نحو 3 .

التمرين الثالث: :(04نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1.بين أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث: $(x+2y-z+2)^2+(3x+y+2z-1)^2=0$

هي مستقيم (D) يطلب تعيين شعاع توجيه له.

2.أ)بين أن مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاءحيث: $(x+2y-z+2)^2+(3x+y+2z-1)^2=0$
هي اتحاد مستويين (P) و (Q) يطلب إعطاء معادلتين ديكارتيتين لهما.
ب) تحقق من أن $(P)\cap(Q)=(D)$
3. نرفق بكل عدد حقيقي m المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة الديكارتية:
$(1+3m)x+(2+m)y+(2m-1)z+2-m=0$.
أ) بين أن (P_m) يحوي (D) .
ب) هل أن كل مستوي يحوي (D) هو المستوي (P_m) ؟ برر.

التمرين الرابع : (07 نقطة):

I- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$
و (C_f) المنحني الممثل لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
1- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $1-\frac{1}{e^x+1}=\frac{1}{1+e^{-x}}$.ثم بين أن f دالة فردية .
2- احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
3.أ)بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ثم استنتج جدول تغيرات f على $\mathbb{R}^+$
ب) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x، $\frac{1}{2}x\leq 1-\frac{2}{e^x+1}$.
4. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .
5. ارسم المستقيم (Δ) الذي معادلة له $y=-\frac{1}{2}x+1$ والمنحنى (C_f).
6. أ) بين أن الدالة $x\mapsto \ln(e^{-x}+1)$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto -\frac{1}{e^x+1}$ على $\mathbb{R}$.
ب)جد مساحة الحيز المحدد بـ(C_f) والمستقيمات التي معادلتها على الترتيب: y=0، $x=-1$ و $x=0$.

II- (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$.
1. إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>0$ بين أن $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$.
2. استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$.
3. أ)بين أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $2^n.u_n\leq 1$
ب)احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

الاختــــــــــبار السادس

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

الفضاء مزودالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ جدالإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة

1. A و B نقطتين متمايزتين من الفضاء. مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ هي:
أ) المجموعة الخالية. ب) سطح كرة. جـ) المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$.

2. A و B نقطتين متمايزتين من الفضاء.مجموعة النقط M من الفضاء حيث $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}).\overrightarrow{AB}=0$ هي:أ) المستوي المحوري لقطعة المستقيم$[AB]$.
ب) المستوي العمودي على (AB) وليس محوري لقطعة المستقيم $[AB]$. جـ) سطح كرة.

3. نعتبر النقطتين $E(0;1;-2)$ و $F(2;1;0)$. إحداثيات المرجح G للجملة $\{(E;1),(F;3)\}$ هي:
أ) $(6;4;-2)$ ، ب) $(1.5;1;-0.5)$، جـ) $(0.5;1;1.5)$

4. المستقيم الذي شعاع توجيهه $\vec{u}(-4;3;2)$ والمستوي الذي معادلته $x-2y+5z-1=0$:
أ) متعامدان ؛ ب) متوازيان ؛ جـ) غير متوازيين وغير متعامدين.

5. نعتبر المستوي (P) ذوالمعادلة $5x-y-3z-3=0$ والنقط $A(-3;2;5)$، $B(1;-1;1)$ و $C(2;1;2)$.
المستوي (P) والمستوي (ABC) : أ) متوازيان ؛ ب) متعامدان ؛ جـ) متقاطعان وغير متعامدين.

التمرين الثاني:(04 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=2u_n+3n-5$.

1. أ)احسب u_1 ، u_2 ، u_3. ثم برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 3$، $u_n\geq 1$

ب)استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$، $u_n\geq 3n-6$. هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ علل

2. نعرف المتتالية (v_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي، $v_n=u_n+3n-2$.
أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 .
ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=2^n+3n+2$.

3. نعتبرالمتتالية (w_n) المعرفة بـ : $w_0=2$ و من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$، $(n+1)w_{n+1}=(n+2)w_n+1$
أ) احسب w_1 ، w_2 و w_3. ما تخمينك حول طبيعة هذه المتتالية ؟
ب) برهن على صحة تخمينك. ثم عبر عن w_n بدلالة n.
جـ) احسب بدلالة n. المجموع S_n المعرف من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ بـ: $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

التمرين الثالث:(05 نقط)

في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و Cو D التي لواحقها على الترتيب:

$z_A=1$ ، $z_B=3+4i$ ، $z_C=2\sqrt{3}+i\left(-2-\sqrt{3}\right)$ و $z_D=-2\sqrt{3}+i\left(-2+\sqrt{3}\right)$

1) أ) بين ان صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزهA و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ هي النقطة D

ب)استنتج أن النقطتين B وDتنتميان الى نفس الدائرة (Γ)يطلب تعيين عناصرها المميزة

2) لتكن النقطة F صورة النقطة A بالتحاكي h الذي مركزه النقطة B ونسبته $\frac{3}{2}$

أ) بين ان لاحقة النقطة F هي $z_F=-2i$.

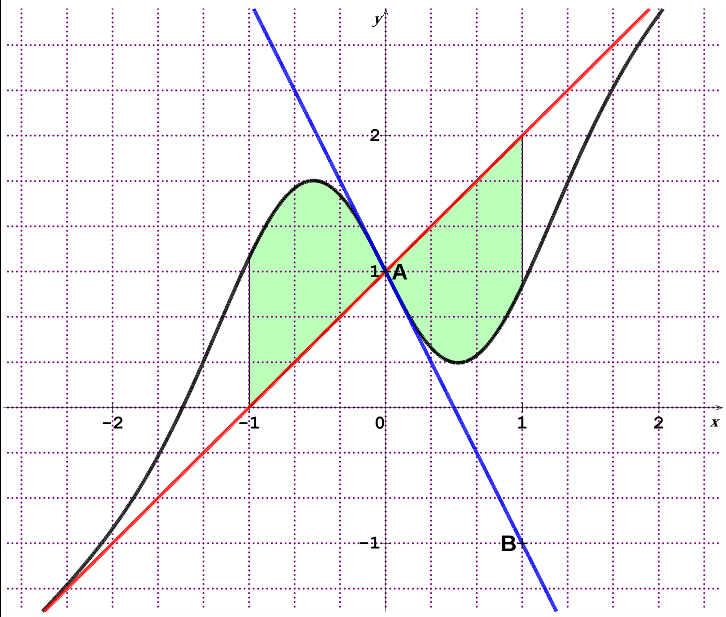
ب) بين ان F هي منتصف القطعة $[CD]$.

ج) بين ان $\frac{z_C-z_F}{z_A-z_F}=-i\sqrt{3}$ ثم اكتبه على الشكل الأســـي .

د) استنتج أن المستقيم (AF) هو محور القطعة المستقيمة$[CD]$أنشئ النقطA ، B ،C ،D وF

التمرين الرابع:(07 نقط)

في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$نعتبر النقطتين $A(0;1)$ و $B(-1;3)$ و المنحنى (C)المقابل هو التمثيل البياني للدالة f القابلة للإشتقاق والمعرفة على$\mathbb{R}$بـ: $f(x)=x+1+axe^{-x^2}$ حيث $a\in\mathbb{R}$



I- 1)بين أن المنحنى (C)يشمل النقطة A .

2) عين معامل توجيه المستقيم(AB) .

3)بين أنه من أجل كل عدد حقيقيx:

$f'(x)=1-a(2x^2-1)e^{-x^2}$

4)عين a بحيث يكون (AB)مماسا لـ(C)في A

II-في كل ما سيأتي نفرض أن : $a=-3$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

2)بين أن$\lim_{|x|\to+\infty}[f(x)-x]=-1$ ثم فسر النتيجة بيانيا

3)بين أنه من أجل كل: $x\in\mathbb{R}$ فإن:

$f(-x)+f(x)=2$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا.

4)تحقق حسابيا أن A نقطة إنعطاف لـ(C)

5)بين ان f متناقصة على المجال $\left]0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right[$ ومتزايدةعلى المجال $\left]\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$ ثم شكل جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$.

6)بين أن المعادلة $3xe^{-x^2}=x+1$تقبل حلا وحيدا αحيث: $-2<\alpha<-1$ ثم جد حصرا لـ α سعته $0,25$

7)جد مساحة الحيز المستوي المحدد بـ(C)والمستقيم$(\Delta):y=x+1$و$x=-1$و$x=1$ (الجزء المظلل)

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

يحتوي كيس على 10 كريات بحيث 5 كريات حمراء تحمل الأرقام :0 ، 1، -1 ، 2 و -2 و3كريات خضراء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، -1 والبقية كريات بيضاء تحمل الارقام 1 و 3

نسحب عشوائيا كرتين من هذا الصندوق على التوالي دون إرجاع .

1-احسب احتمالات الحوادث التالية : A : " الكرتين المسحوبتين تحملان نفس الرقم "

B : الكرتين المسحوبتين تحملان من لونين مختلفين . C : " مجموع الأرقام المسحوبة معدوم "

2- ما احتمال الحصول على كريتين مجموعهما رقميهما معدوم علما ان جداءهما رقميهما سالب .

2- X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحبة من هذا الكيس بعدد الالوان المحصل عليها

أ- عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

ب-أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

التمرين الثاني : :(05 نقط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-2z+2=0$.

2.لتكن النقط K ، L و M التي لواحقها على الترتيب $z_K=1+i$ ، $z_L=1-i$ و $z_M=-i\sqrt{3}$.

ارسم هذه النقط في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ الوحدة 4cm.

3. أ) تحقق أن z_N لاحقة النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة L هي $2+i(\sqrt{3}-2)$.

ب) نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث $r(M)=A$ و $r(N)=C$

عين اللاحقتين z_A و z_C للنقطتين A و C على الترتيب.

جـ) نعتبر الانسحاب t الذي لاحقة شعاعه $2i$ حيث $t(M)=D$ و $t(N)=B$

عين اللاحقتين z_D و z_B للنقطتين D و B على الترتيب.

4. أ) بين أن النقطة K متصف قطعة المستقيم $[DB]$ هي منتصف قطعة المستقيم $[AC]$.

ب) بين أن $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث: :(04 نقط)

(u_n)متتالية معرفة بـحدّها الأول u_0 ووبالعلاقة التراجعية: $u_{n+1}=\frac{7u_n+2}{u_n+8}$ ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$

1-عين قيم u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2-نفرض أن : $u_0=0$. أ-احسب u_1 ، u_2.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$ فإن: $0\le u_n\le 1$ ، ثم أدرس أتجاه تغير المتتالية (u_n).

3-لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كمايلي: من أجل $n\in\mathbb{N}$: $v_n=\dfrac{u_n+2}{u_n-1}$.

أ- أثبت أن (V_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب-عبّر عن u_nبدلالة n ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) لما يؤول n إلى $+\infty$.

جـ-أحسب كلا من S_n و π_n حيث: $S=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ و $\pi_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$.

التمرين الرابع: (07 نقط)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث: $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$. وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة 2cm .

I-1)بيّن أن مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f=]0;e[\cup]e;+\infty[$.

2-أ)احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}e}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}e}f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.

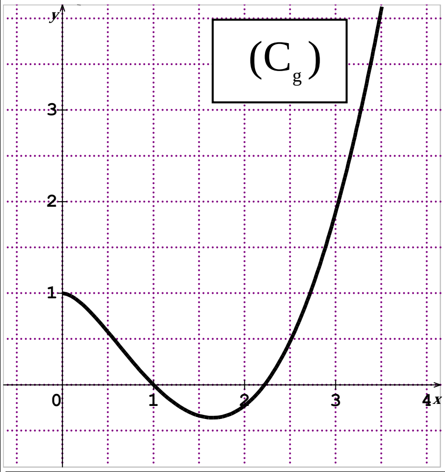
ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده.

جـ) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.(لاحظ: $x(1-\ln x)=x-x\ln x$)

3-أ)بيّن أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$.

ب) بيّن أن الدالة f متناقصة على المجال $]0;1]$ ومتزايدة على كلا من المجالين $[1;e[$ و $]e;+\infty[$

جـ)شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f.



II) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$ و (C_g) المنحنى الممثل لها (أنظر الشكل)

1)أ-حدد بيانيا عدد حلول المعادلة $g(x)=0$.

ب-نعطي جدول القيم التالية:بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا α بحيث $2,2<\alpha<2,3$

x	2,1	2,2	2,3	2,4
g(x)	–0,14	–0,02	0,12	0,28

2-أ)تحقق من أنه من أجل كل x من D_f: $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

ب) بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتاهما 1 و α

جـ) حدد إشارة $g(x)$ انطلاقا من المنحنى (C_g) على المجال $[1;\alpha]$

بيّن $f(x)-x\le0$ من أجل كل x من $[1;\alpha]$.

3) إنشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

4)جد مساحة الحيز المستوي والمحدد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=3$ و $x=5$

الاختـــــــــبار السابع

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04.5 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=\frac{1}{12}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+\frac{1}{6}$.

أ) $u_n=-\frac{7}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^n+\frac{2}{3}$ ، ب)المتتالية (u_n)متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ، ج) (u_n) متباعدة

2)في المستوي المركب المستوي المركّب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

أ-التحويل T الذي كتابته المركبة $z'=-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)z$ دوران زاوية $-\frac{\pi}{4}$ ومركزه O.

ب-مجموعة النقط $M(z)$ حيث $\arg(z-i)=-\frac{\pi}{4}$ هي المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$

3) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

أ-المستوي (P) الذي معادلته: $x+y-z+1=0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-1;1)$ شعاع توجيه له لايشتركان في أية نقطة.

ب-معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (P) هي: $x-y+z=0$.

التمرين الثاني:(05 نقط)

1- حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $(z-1+\sqrt{3})(z^2-2z+4)=0...(E)$

2-ليكن z_1، z_2 و z_3 حلول المعادلة (E) حيث : $z_1\in\mathbb{R}$ ، $\text{Im}(z_2)\succ 0$ و z_2 الحل الآخر.

أ-اكتب كلا من z_2 وz_3 على الشكل المثلثي ، ثم بين العدد $z_2^{2020}+z_3^{2020}$ حقيقي

ب-عيّن قيم العدد الطبيعي n تحقق : $\arg(z_2^n+z_3^n)=(2k+1)\pi$

3- في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B وC ذات الواحق :

$z_A=1-\sqrt{3}$ ، $z_B=1+\sqrt{3}i$ و $z_C=1-\sqrt{3}i$.

أ-احسب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_A-z_B}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

ب-عيّن احداثيي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,-1)\}$.

جـ-عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $2MA^2+MB^2-MC^2=-3$

التمرين الثالث:(04 نقط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$، $u_1 = 1$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$، $u_{n+2} = \frac{2}{3}u_{n+1} - \frac{1}{9}u_n$.

1. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n}{2n+1}$.

أ) احسب u_2 و u_3. ثم احسب v_0، v_1 و v_2.

ب) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

جـ) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = (2n+1)e^{-n\ln 3}$.

2. أ) اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 0$.

ب) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n). استنتج أنها متقاربة ثم احسب نهايتها.

3. احسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

لتكن الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 + (x+3)e^{-\frac{x}{2}}$. و ليكن $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني

1) أ) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. ثم بيّن أنّ $\lim_{x\to+\infty} f(x) - 1 = 0$ ثم فسر هذه النتيجة هندسيا

ب) أدرس وضعية $(\mathscr{C}_f)$ المنحنى بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 1$.

2) بيّن أنه من أجل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = -\frac{1}{2}(x+1)e^{-\frac{x}{2}}$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) أ) بين ان المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ يقبل نقطة إنعطاف يطلب إحداثياها.

ب) تحقق ان معادلة المماس (T) للمنحني $(\mathscr{C}_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 هي $y = 1 - (x-5)e^{-\frac{1}{2}}$.

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا واحداً α حيث: $-3{,}21 < \alpha < -3{,}19$ فسر هندسيا النتيجة

5) أرسم كلا من (T)، (Δ) و $(\mathscr{C}_f)$ على المجال $[-4; +\infty[$.

6) ناقش بيانيّا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = f(m)$.

7) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيَن أن: $\int_{\alpha}^{0} (x+3)e^{-\frac{x}{2}}dx = (2\alpha+10)e^{-\frac{\alpha}{2}} - 10$.

ب) إستنتج، بدلالة α، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني $(\mathscr{C}_f)$، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = \alpha$ و $x = 0$.

جـ) بيّن أن: $A(\alpha) = -4\left(\frac{3\alpha+10}{\alpha+3}\right)$ u.a .

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

2). B،A نقطتان من المستوي لاحقتاهما $z_A = 4\sqrt{3}-4i$ و $z_B = 4\sqrt{3}+4i$ على الترتيب.

أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسي.ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ب-النقطة C ذات اللاحقة $z_C = -\sqrt{3}+i$ و D صورتها بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$

عين z_D لاحقة النقطة D.

3). لتكن G مرجح الجملة $\{(O;-1),(D;1),(B;1)\}$

أ-) تحقق أن G موجودة و احسب لاحقتها z_G

ب-)أنشئ النقط B،A ، C، D و G .

جـ)عين المجموعة للنقط M من المستوي حيث : $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MO}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MG}\right\|$

د) أحسب العدد المركب $\frac{z_G - z_C}{z_D - z_C}$ ثم استنتج أن النقط C،D و G في إستقامية.

و أن G صورة النقطة D بتحويل نقطي H يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .

د) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z_G - z}{z_D - z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما .

هـ) عيّن النقطة F حتى يكون الرباعي ACGF معين و احسب مساحته

التمرين الثاني : :(04 نقط)

يحوي كيس كرات متماثلة . أربعة منها بيضاء تحمل الأرقام (1 ، 1 ، 1 ، 2) و n كرة خضراء تحمل الأرقام (2) حيث $n > 1$.نسحب عشوائيا كراتين على التوالي و بدون ارجاع .

1) ما احتمال سحب كرتين بيضاوين ؟

2) ما احتمال سحب كرتين من لونين مختلفين ؟

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل تجربة مجموع العددين المسجلين على الكرات المسحوبة

أ/ أعط القيم الممكنة لـلمتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X.

ب/ بين أن الامل الرياضي يحقق $E(X) = \frac{4n^2+22n+30}{(n+3)(n+4)}$،

جـ) عين قيمة n بحيث $E(X) = \frac{1347}{337}$

التمرين الثالث: (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(0;-1;1)$ ، $B(1;1;4)$ و $C(1;-1;2)$.

1. أ) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ ثم استنتج قيسا للزاوية ACB .

ب) بين أن مساحة المثلث ABC تساوي $\sqrt{3}\,u.a$.

2. أ) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون $\vec{n}(1;a;b)$ شعاعا ناظميا للمستوي (ABC) .

ب) عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3. أ) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة A و يعامد (ABC).

ب) احسب مركبات الشعاع $\overrightarrow{\Omega A}$ حيث $\Omega(-1;-2;2)$. ماذا تستنتج؟

جـ) احسب حجم رباعي الوجوه ΩABC.

4. عين العناصر المميزة للمجموعة $(ABC)\cap(S)$ حيث (S) سطح كرة مركزه Ω نصف قطره 2.

التمرين الرابع: (07 نقط)

I- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1-2\ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة g .

2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+\dfrac{1}{x}(1+2\ln x)$.

نسمي (C_f) منحنى الدالة f في مستو منسوب إلى المعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) احسب : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أن f' مشتقة الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

جـ) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

جـ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.5<\alpha<0.6$.

3. أ) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(x;2)$ مع $x\geq 1$.

ب) حل المعادلة $x^2g'(x)-2xg(x)=0$ ثم بين أن $B(e;e+\dfrac{3}{e})$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

هـ) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

4. أ) احسب مشتقة الدالة $x\mapsto(\ln x)^2$ ثم استنتج دالة أصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) عين مساحة الحيز تحت المنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x=\alpha$ ، $x=1$ و $y=0$

الاختـــــــــــبار الثامن

المادة: رياضيات | الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

I-نرمي زهر نرد A متوازن له وجها لونه أخضر V، ووجهين لونهما أسود N، و ثلاثة أوجه لونها أحمر R مرتين ونسجل لون الوجه في كل مرة.

1-ماهو احتمال الحصول على وجهين أسودين

2-بيّن أن احتمال الحصول على وجهين من نفس اللون هو $\frac{7}{18}$

II-نرمي زهر نرد B متوازن له أربعة أوجه لونها أخضر V، ووجهين لونهما أسود N.

أ)إذا تحصلنا على وجه أخضر نرمي مرة أخرى زهر النرد B ونسجل لون الوجه المتحصل عليه

ب)إذا تحصلنا على وجه أسود نرمي زهر نرد A ونسجل لون الوجه المتحصل عليه

1-شكل شجرة الاحتمالات المتوازنة التي تترجم هذه الوضعية .

2-بيّن ان احتمال الحصول على وجهين أخضرين هو : $\frac{4}{9}$

3-مااحتمال الحصول على وجه أخضر في الرمية الثانية

4-نعتبر X المتغير العشوائي المعرف كما يلي: أ)خسارة 5 نقط عند ظهور الوجه الأسود .

ب) ربح نقطة عند ظهور الوجه الاحمر ، ج) ربح α نقطة عند ظهور الوجه الأخضر.

عين قيمة العدد α حتى تكون اللعبة عادلة.

التمرين الثاني:(04 نقط)

1.(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0=0$، $u_1=1$ ومن أجل كل عدد $n\in\mathbb{N}$، $3u_{n+2}=5u_{n+1}-2u_n$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_{n+1}-u_n$.

أ) احسب u_2 و u_3. ثم احسب الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (v_n) .

ب) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$.

جـ) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3. اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le 3$. ثم ستنتج أن (u_n) متقاربة.

4. أ) احسب بدلالة n . المجموع S_n التالي: $S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_{n-1}$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $3^{n-1}(3-u_n)=2^n$. ثم جد نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث:(04 نقط)

1)في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C، D و F

حيث : $2z_A=-1+\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2$ ، $z_D=-2+2\sqrt{3}i$ و $z_F=\overline{z_D}$.

أ)أكتب z_A و z_B على الشكل المثلثي، ثم علّم النقط A، B، C، D و F .ب) ما نوع المثلث ABC؟

2) $\Re$ الدوران الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'+2=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z+2)$

أ)عين مركز و زاوية الدوران $\Re$. ثم بين أن $z_E=1+\sqrt{3}i$ حيث $\Re(D)=E$.

ج)أكتب العدد $\frac{z_F-z_E}{z_D-z_E}$ على الشكل الجبري، ثم استنتج أن المستقيمين (ED) و (EF) متعامدان

3) لكل عدد مركب z يختلف عن E، نرفق العدد المركب z' حيث: $z'=\frac{z-z_C}{z-z_E}$ و لتكن

(Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللواحق z بحيث يكون z' عددا تخيليا صرفا - عين و أنشئ (Γ_1).

4) أ) لتكن G مرجح الجملة $\{(A,|z_A|);(B,|z_B|);(C,|z_C|)\}$، حدد z_G لاحقة النقطة G.

(Γ_2) مجموعة النقط M من المستوى حيث: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\|$

ب) تحقق أن C تنتمي إلى (Γ_2)، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ_2).

التمرين الرابع:(07 نقط)

نعتبر الدالة f والمعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كمايلي: $f(x)=\frac{x}{x-1}-\ln|x-1|$.

وليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-أ)جد $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ،

ب)جد $\lim_{x\overset{<}{\to}1}f(x)$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}1}f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2-أ- بيّن أن الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها ، ثم بيّن أن : $f'(x)=\frac{-x}{(x-1)^2}$.

ب-ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أ) تحقق أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]4;5[$

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثيتيها.

ج)أثبت أن (C_f) يقبل مماسين (Δ) و (Δ') معامل توجيه كل منهما (-2) وأكتب معادلتيهما.

د) أحسب $f(6)$، $f(10)$، $f(-1)$ ، $f(-4)$ و $f(-8)$ ثم ارسم المماسين (Δ) و (Δ') و (C_f)

هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة:

$$m(x-1)=2x^2-x-(x-1)\ln|x-1|$$

4- نعتبر الدالة g والمعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=e^{-x}\ln(e^x-1)$

أ) بيّن أنه من كل عدد حقيقي x موجب تماما فإن: $g'(x)=e^{-x}f(e^x)$، ثم استنتج اتجاه تغير g .

ب) احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0}g(x)$ وبيّن أن $\lim_{x\to+\infty}g(x)=0$ ثم ارسم جدول تغيرات الدالة g.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A\left(1;2;3\right)$، $B\left(2;1;3\right)$ و $C\left(2;-2;0\right)$

1) بين ان النقط A، B و C تحدد مستويا.

2) بين ان : $x+y-z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$.

3) لتكن $D\left(2;0;2\right)$ و $E\left(-4;6;2\right)$ نقطتين من الفضاء . أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(DE\right)$.

4) لتكن $\left(S\right)$ مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ من الفضاء حيث: $x\left(x-2\right)-y\left(2-y\right)+z\left(z-8\right)+14=0$

ا) بين ان $\left(S\right)$ هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها R

ب) بين ان المستقيم $\left(DE\right)$ هو مماس لسطح الكرة $\left(S\right)$ في نقطة H يطلب تعيين احداثياتها .

جـ) بين ان المستوي $\left(ABC\right)$ يقطع $\left(S\right)$ وفق دائرة يطلب تعيين نصف قطرها و مركزها .

التمرين الثاني :(04 نقط)

I- حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة: $(z+2)(z^2+2-2\sqrt{3}i)=0$

II-في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C التي لواحقها: $z_A=-2$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=-z_B$.

1. بين أن $\left|z_A-z_B\right|^2+\left|z_A-z_C\right|^2=\left|z_B-z_C\right|^2$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC
2. أثبت ان النقط A، B و C تنتمي الى نفس الدائرة ، يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها
3. أ- عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالتناظر المركزي الذي مركزه O

ب- ما طبيعة الرباعي $ABDC$

4. بين ان C صورة B بتحويل نقطي مركزه A يطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة
5. نرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي $(z\neq-2)$ النقطة $M'(z')$ حيث : $z'=\dfrac{iz-\sqrt{3}+i}{z+2}$

أ) اثبت أن $\arg(z')=\dfrac{\pi}{2}+\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BM}\right)$.

ب) عين مجموعة النقط M بحيث يكون z' تخيلي صرف .

التمرين الثالث :(04 نقط)

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث: $U_0=1$ و $\ln U_1+\ln U_2=-3\pi$

أ)عين أساس هذه المتتالية ، وأحسب U_n بدلالة n .

ب) أحسب P_{n+1} بدلالة n حيث : $P_{n+1}=U_0+U_1+......+U_n$. ثم جد $\lim\limits_{n\to+\infty}(P_{n+1})$

2) $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كمايلي: $V_n=\ln(U_n)$

أ) بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعين أساسها .

ب) أحسب S_{n+1} بدلالة n حيث : $S_{n+1}=V_0+V_1+......+V_n$. ثم بين أن $\sin(S_{n+1})=0$

3- أ) أحسب π_{n+1} بدلالة n حيث $\pi_{n+1}=U_0\times U_1\times......\times U_n$.

ب) عين الحد U_p بحيث يكون : $\pi_{p+1}=e^{-6\pi}$

التمرين الرابع: (07نقط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln(x+1)$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

2) عين إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$.

II) f دالةالمعرفة على $]-1;+\infty[$ حيث: $f(0)=1$ و $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x}$ من اجل $x\in]-1;0[\cup]0;+\infty[$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)أ) احسب النهايتين: $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب)أدرس اتجاه تغير f على $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها (نقبل ان f قابلة للإشتقاق عند0)

جـ) أكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) عند المبدأ.　　　　تعطى : $f'(0)=-\dfrac{1}{2}$

2)نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $h(x)=f(x)+\dfrac{1}{2}x-1$

أ)بين ان إشارة $h'(x)$ على $]-1;+\infty[$ من نفس إشارة $k(x)$ حيث : $k(x)=x^2(f'(x)+\dfrac{1}{2})$

ب)بين انه من اجل كل $x\in]-1;+\infty[$ ، $k'(x)=\dfrac{x^2(x+2)}{(x+1)^2}$ ثم عين اتجاه تغير الدالة k

جـ) استنتج إشارة $h'(x)$ ثم إشارة $h(x)$ ثم عين الوضع النسبي بين (C_f) و (T).

4) أرسم (C_f) و (T) .

5)نعتبر m وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي x مع $x>-1$: $f(x)=(\ln m)(x-2)$

- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة (E) .

الاختـــــــــــبار التاسع

المادة: رياضيات — الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

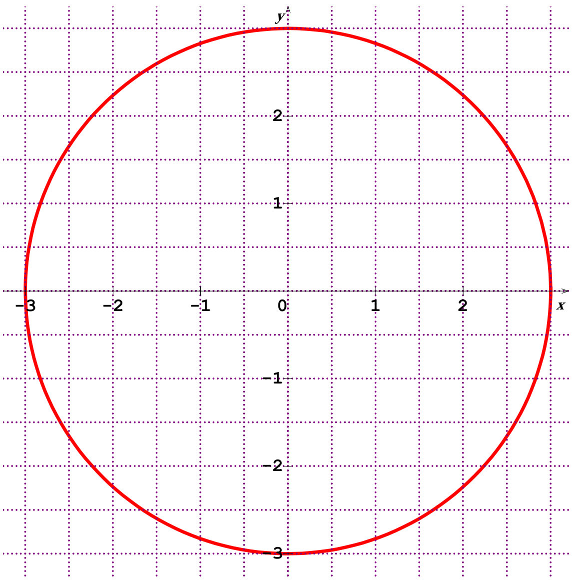
التمرين الأول:(05 نقط)

1) نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-(\sqrt{5}+2i)z+1+4i\sqrt{5}=0...(E)$

أ) احسب $(\sqrt{5}+2i)^2$ ، ثم بيّن أن مميز المعادلة (E) هو: $\Delta=-3(\sqrt{5}+2i)^2$

ب) استنتج أن حلّي المعادلة (E) هما: $a=(\sqrt{5}+2i)(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})$ و $b=(\sqrt{5}+2i)(\frac{1-i\sqrt{3}}{2})$

2) في الشكل المقابل $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد والمتجانس في المستوي.



(C) دائرة مركزها O ونصف قطرها 3.

بيّن أن النقطة Q ذات اللاحقة $\sqrt{5}+2i$ تنتمي إلى (C) ثم أنشئ النقطة Q (اشرح طريقة الانشاء)

3) A و B نقطتان لاحقتاهما a و b على الترتيب

أ) بيّن أن النقطتين A و B تنتميان للدائرة (C)

ب) تحقق أن : $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OQ}$.

استنتج أن الرباعي OAQB معين.

جـ) إنشئ النقطتين A و B في المعلم السابق.

التمرين الثاني:(05 نقط)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، 1- وخمس كرات سوداء مرقمة بـ : 1، 1 ، 0 ، 0 ، 1- لانميز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3كرات من الصندوق I-نعتبر الأحداث التالية :

A: "الكرات الثلاث لها نفس اللون" ، B: "مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 0"

C: "الحصول على اللونين الأبيض و الأسود"

1-بين أن : $P(A)$ ، $P(B)=\frac{31}{120}$ و $P(A\cap B)=\frac{31}{120}$ واستنتج $P(\overline{A\cup B})$

2-ما إحتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون علما أن مجموع أرقامها معدوم

II-نعتبر المتغير العشوائيXالذي يرفق بكل مخرج جداء أرقام الكرات الثلاث المسحوبة

1- عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي

2-احسب $P(X^2-1=0)$

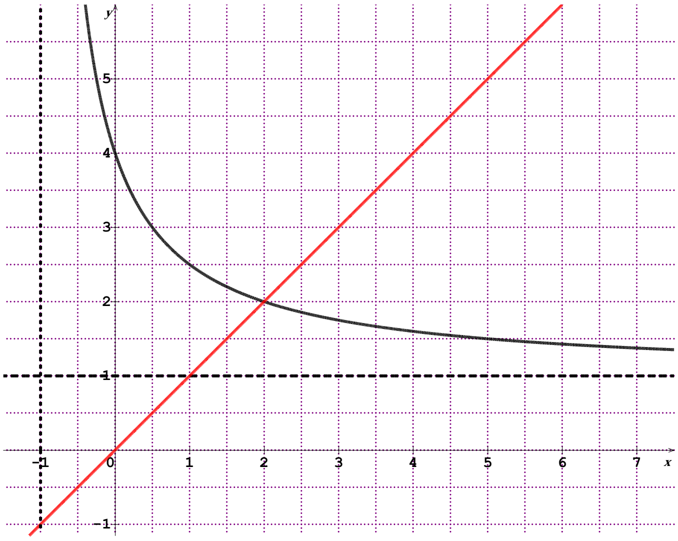
التمرين الثالث:(04 نقط)

fدالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x+4}{x+1}$، نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

1)الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على $[0;+\infty[$ والمستقيم الذي (D) معادلته $y=x$.

أ)أنقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0، u_1 وu_2 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

ب) ما تخمينك حول تقارب المتتالية (u_n) ؟



جـ)برهن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $1\le u_n\le \dfrac{5}{2}$

2)(v_n) متتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{6-3u_n}{u_n+2}$

أ) احسب $6-3u_{n+1}$ و $u_{n+1}+2$ ثم بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $-\dfrac{1}{3}$، عين نهايتها.

ب)عبر عن u_n بدلالة v_n، ثم استنتج نهاية (u_n)

التمرين الرابع:(07 نقط)

f الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني

I. عيّن الأعداد الحقيقية a، b، c علما ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها 1

وان (C_f) يشمل النقطة $A(2;-e^2)$ ويقبل في النقطة A مماسا موازيا لمحور الفواصل

II. نعتبر فيما يلي ان : $f(x)=(2x^2-7x+5)e^x$ المعرفة على $\mathbb{R}$

1) أ – اثبت ان $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ ماذا تستنتج ؟

ب- احسب $f'(x)$ ثم ادرس اتجاه تغيرات f و شكّل جدول تغيراتها

جـ- اكتب معادلة المماس (d) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

2) انشئ (C_f) والمماس (d)

3)بيّن انه من اجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=4e^x+2f'(x)-f''(x)$ استنتج دالة اصلية لـ f على $\mathbb{R}$

4)احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات : $x=0$ و $x=1$ و $y=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ، $(2\bar{z}-1+9i)(z^2-8z+32)=0$

2) نعتبر النقاط A ، B ، C و Ω ذات اللواحق $z_A=4+4i$ ، $z_B=\bar{z}_A$ ، $z_C=\frac{1}{2}+\frac{9}{2}i$ و $z_\Omega=i$

عين و مثل المجموعة (Γ) للنقاط $M(z)$ من المستوي حيث، $\arg(\bar{z}-4+4i)^2=\frac{\pi}{2}+2\pi k \quad / \ k\in\mathbb{Z}$

3) S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=\frac{1}{2}(1+i)z+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$

أ) بين ان S تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة ثم تحقق ان $S(A)=C$

ب) عين و مثل المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتشابه المباشر S

4) نسمي z_n لاحقة A_n ونعتبر النقط A_0 ، A_1 ، ... ، A_n حيث $A=A_0$ ولكل $n\in\mathbb{N}$ ، $A_{n+1}=S(A_n)$

أ) برهن بالتراجع ان من اجل كل عدد طبيعي n ، $z_n-i=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i\frac{n\pi}{4}}(z_0-i)$

ب) برهن أن المثلث ΩA_nA_{n+1} قائم في A_{n+1} و متساوي الساقين ثم استنتج طريقة لإنشاء A_2

التمرين الثاني : :(04نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j};\vec{k})$،

نعتبر النقط $A(2;1;3)$ ، $B(3;2;5)$ ، $C(-1;7;6)$ و $E(0;4;4)$.

1. أ) بين أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا.

ب) بين أنه يوجد عددين حقيقيين α و β بحيث: $\overrightarrow{AE}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$. ماذا تستنتج؟

جـ) استنتج أن E مرجح للنقط A ، B و C مرفقة بمعاملات يطلب تعيينها.

2. أ) احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج $\cos(BAC)$ استنتج أن مساحة المثلث ABC تساوي $\frac{9\sqrt{3}}{2}ua$.

3. أ) بين أن النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة $D(-1;3;5)$ على المستوي (ABC) .

ب) احسب حجم رباعي الوجوه ABCD .

4. أ)بين أن 'E منتصف قطعة المستقيم [AC] هي المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم (AC)

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (DEE') هي: $x-2y-z+12=0$.

التمرين الثالث : (05 نقط)

1) حلّ ، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$.

2) يُنسب المستوي المركّب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C التي

لواحقها على الترتيب $z_A = 3+i\sqrt{3}$ ، $z_B = 3-i\sqrt{3}$ ، $z_C = -\sqrt{3}+3i$.

ا- اكتب كلاّ من z_A و z_C و $\frac{z_C}{z_A}$ على الشّكل الأسّي ثمّ استنتج طبيعة المثلّث OAC.

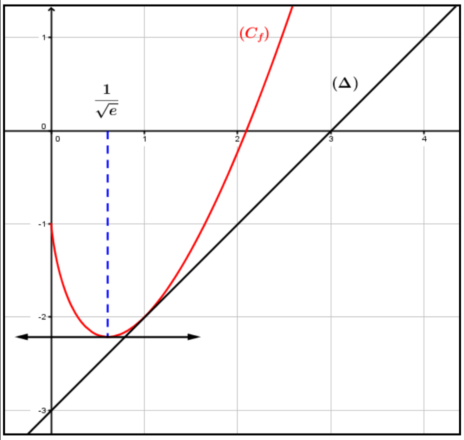
ب- احسب $\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2020} + \left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1441}$ (تعطى النّتيجة النهائيّة على الشّكل الجبري).

3) لتكن النّقطة D نظيرة C بالنّسبة إلى محور الفواصل. بيّن أنّ المستقيمين (AD) و (BC) متعامدان

4) عيّن نسبة و زاوية التّشابه المباشر S الذي مركزه $E(3-\sqrt{3},0)$ و يحوّل النّقطة A إلى النّقطة C

5) بيّن أنّ النّقط A ، E ، O ، C تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

التمرين الرابع: (07 نقط)



المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I: g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2x\ln x - x - 1$

و (C) تمثيلها البياني في الشكل المقابل

- (C) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها $\frac{1}{\sqrt{e}}$ و (Δ) هو المماس لـ (C) في النقطة التي فاصلتها 1

1) بقراءة بيانية:

أ) حدد $g'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ ، $g(1)$ و $g'(1)$ ، ثم عين معادلة للمماس (Δ)، ب) شكل جدول تغيرات g .

2) علل وجود عدد حقيقي α حيث: $2 < \alpha < 2,1$ و $g(\alpha) = 0$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

II: f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x) = x^2(\ln x - 1) - x \ ; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x)}{x} = -1$ ، إستنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق من اليمين، ثم أكتب معادلة نصف المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O من اليمين .

2-أ) بين أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$. ب) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f

3) بين أن $2f(\alpha) = -(\alpha^2 + \alpha)$ ، ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4) أ) أدرس الوضعية النسبية لـ (Δ') للمستقيم (Δ') الذي معادلته $y = -x$ و (C_f) .

ب) أنشئ (Δ') و (C_f) .   نأخذ: $f(3,55) \simeq 0$

الاختـــــــــبار العاشر

المادة: رياضيات الشعبة: علوم التجريبية

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية:

1. T التحويل النقطي الذي يحوّل $M(z)$ إلى $M'(z')$ حيث $z' = 2iz + 4 + 2i$.

أ) T هو تشابه مباشر نسبته $k = 2$ وزاويته $\theta = \frac{\pi}{2}$ ومركزه A: $A(0;2)$، ب) المثلث AMM' قائم في M

2. نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من كيس يحوي 4 كريات سوداء، وكريتين حمراوين و 3 كريات بيضاء. كل الكريات لا نفرق بينها عند للمس.

احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون هو: أ) $\frac{11}{81}$ ب) $\frac{2}{7}$ جـ) $\frac{5}{84}$ د) $\frac{4}{63}$

3. (u_n) متتالية عدديّة معرّفة بـ: $u_0 = 7$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{6}{5}$.

ا) $u_n = 2\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} + 1\right]$. ب) (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

التمرين الثاني:(05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$؛ نعتبر النقط: $A(-2;-1;3)$، $B(1;3;5)$، $C(2;-0,5;-4)$ و $D(2;-2;-3)$ والمستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2t \\ z = 3-6t \end{cases}$، و $t \in \mathbb{R}$

1) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB). ثم بين أن (Δ) و (AB) ليسا من نفس المستوي.

2) (P) مستوي يوازي (Δ) و يشمل (AB).

أ- بين أن الشعاع $\vec{n}(2;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)، ثم استنتج معادلة ديكارتية له

ب- بين أن المسافة بين نقطة كيفية M من (Δ) و المستوي (P) مستقلة عن موضع M.

3-أ) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P).

ب) بين أن المثلث ABC قائم في A، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه ABCD.

التمرين الثالث:(04 نقط)

1)(U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث : $\ln U_1 + \ln U_5 = -12$ و $\ln U_2 - \ln U_4 = 4$

أ) عين أساسها وحدها الأول U_0، ثم أكتب U_n بدلالة n

ب) نضع $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$.

أحسب S_n بدلالة n ثم نهاية S_n لما تؤول n إلى $+\infty$

2)(V_n)المتتالية العددية المعرفة كمايلي: مهما يكن العدد الطبيعي n فإن : $V_n = \ln U_n + \ln U_{n-1}$

أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

ب)نضع $T_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$.

عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $T_n^2 = 2^{2020}$

التمرين الرابع:(07.5 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $2cm$.

I -نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = \dfrac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ والبيكن (C_g)

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2)بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $g(x) + g(-x) = 2$ ، ماهو تفسيرذلك هندسيا.

3) احسب$g(-\ln 3)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$.

4) بيّن أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

5)بيّن أنه توجد قيمة وحيدة لـ α يكون من أجلها المستقيم ذو المعادلة $y = x + \alpha$ مماسا لـ(C_g)

6) أرسم المنحنى (C_g).

7) عين العدد ين الحقيقيين a وb بحيث يكون: $g(x) = a + \dfrac{be^{-x}}{e^{-x} + 1}$

8) احسب مساحة الحيز المحدد بـ:(C_g) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 0$، $x = -3$ و $x = 0$

II - نعتبر الدالةf المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x + 4\ln(e^x + 1)$.نسمي(C_f) تمثيلها البياني

1) أ) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، ثم بيّن أن$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

ب)بيّن أن $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) + x) = 0$

جـ) $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 3x) = 0$، استنتج أن$(C_f)$يقبل مستقيمين مقاربين، محددا وضعيةكل منهما مع (C_f)

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ارسم كل من المستقيمين المقاربين (C_f) في معلم جديد.

4)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة التالية ذات المجهولx

$$4\ln(e^x + 1) = x + m$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[1;3]$ حيث $f(x)=\dfrac{-3}{x-4}$

1-ادرس اتجاه تغير الدالة f واثبت انه إذا كان $x\in[1;3]$ فإن $f(x)\in[1;3]$

2-نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $\begin{cases}u_0=2\\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$ من اجل كل عدد طبيعي n

أ-برهن بالتراجع ان : $1<u_n<3$ من اجل كل عدد طبيعي n

ب-اثبت ان المتتالية (u_n) متناقصة تماما على N ثم استنتج ان (u_n) متقاربة واحسب نهايتها

3-لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي : $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n-3}$

أ-اثبت ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد اساسها وحدّها الأول

ب-اكتب v_n بدلالة n وأحسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$

جـ- احسب العدد الطبيعي n الذي يحقق : $3+2S_n=\dfrac{1}{27}$

التمرين الثاني : (04نقط)

لدينا 3 أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3 فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متمثلة ولانميز بينها في اللمس) .

نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية .

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث

2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.

3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.

نقترح اللعبة التالية:للمشاركة يدفع اللاعب α(αعدد طبيعي معطى) .فإذا سحب كرتين حمراوين يتحصل على $10DA$ و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يحصل على $5DA$ ، وإذا سحب كرتين سودواين يربح ما دفعه . واليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α.

عرّف قانون المتغير العشوائي X ، ثم عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين الثالث :(05 نقط)

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(z-1+i)\left[z^2-2(2+\sqrt{3})z+8+4\sqrt{3}\right]=0$.

2.ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A ، B و C

التي لواحقها على الترتيب $z_A = 1 - i$ ، $z_B = 2 + \sqrt{3} + i$ و $z_C = 2 + \sqrt{3} - i$.

أ) بين أن $z_B - 2 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$. استنتج إنشاء النقطة B ثم ارسم النقاط A ، B و C.

ب) عين اللاحقة $z_{B'}$ للنقطة B' صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{6}$.

جـ) اكتب $\frac{z_B}{z_{B'}}$ على الشكل الجبري ثم على شكل الأسي ، استنتج عمدة العدد المركب z_B.

3.لتكن نقطة M متمايزة عن لاحقتها $z = ae^{i\theta}$ حيث $a \in \mathbb{R}_+^*$ و $\theta \in \mathbb{R}$.

M_1 صورة النقطة M بالدوران r و M' نظيرة النقطة M_1 بالنسبة لحامل محور الفواصل.

أ) بين أن z' لاحقة النقطة M' تساوي $ae^{i(\frac{\pi}{6}-\theta)}$

ب)عين مجموعة قيم θ التي تحقق $z' = z$ ثم استنتج مجموعة النقاط M من المستوي حيث $M = M'$

التمرين الرابع: (07 نقط)

الجزءأ: لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي: $g(x) = -2\ln(x+1) + \frac{x}{x+1}$

1-أ)احسب نهايتي g ، على طرفي مجال تعريفها.

ب)احسب $g'(x)$ ، وادرس إشارته ، ثم شكل جدول تغيرات g.

2-أ)بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حليّن أحدهما 0 والآخر α ينتمي إلى المجال $]-0,72;-0,71[$

ب)حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

الجزءب:لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2}{\ln(x+1)}; x > -1; x \neq 0 \\ f(x) = (1+x)e^{-x-1}; x \leq -1 \end{cases}$ و $f(0) = 0$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب نهايتي f، على طرفي مجال تعريفها.

2-) ادرس اشتقاقية f عند 1-، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

3-أ) بيّن أنه ، من أجل كل x من $]-1;+\infty[-\{0\}$: $f'(x) = \frac{-x.g(x)}{\ln^2(x+1)}$

ب) احسب $f'(x)$ على المجال $]-\infty;-1[$.

جـ) أدرس اتجاه تغيّر الدالة f، وشكل جدول تغيراتها.

4-أ)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ب)أنشئ المماس (T) وكذا نصفي المماسين عند النقطة ذات الفاصلة 1- .

جـ) أنشئ المنحنى (C_f) تعطى: $f(\alpha) \simeq -0;41$ و $f(3) \simeq 6;5$ و $f(-2;5) \simeq -6;7$