المستوى:الثانية رياضيات	نوفمبر 2024
فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات	المدة :2 سا

التمرين1

I) لتكن الدالة f المعرفة $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x}{x-1}$

1) تحقق أن من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $(f\circ f)(x)=x$ ثم استنتج $(f\circ f\circ f)(2)$

II) ليكن (C_f)التمثيل البياني للدالة fفي المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x)=a+\frac{b}{x-1}$
2) فكك الدالة f الى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما.
3) بإستعمال اتجاه تغير مركب دالتين، بين ان الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]1\,;+\infty[$ و $]-\infty;1[$.
   ثم شكل جدول تغيراتها.
4) من اجل $(2-x)$ من $\mathbb{R}-\{1\}$ تحقق ان : $f(2-x)+f(x)=2$. فسر النتيجة هندسيا.
5) استنتج انه يمكن انشاء (C_f)انطلاقا من منحنى الدالة مقلوب، ثم انشئه.
6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $h(x)=|f(x)|$.(C_h) منحناها البياني في المعلم السابق.
   أ) اكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
   ب) اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f)، ثم أنشئه في المعلم السابق.

التمرين 2

ليكن $P(x)$ كثير حدود معرف بـ : $P(x)=(\alpha+5)x^4+(\alpha+1)x^2+3\alpha+5$

1) عين العدد α حتى يكون $P(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية.
2) عين العدد α حتى يكون العدد $\sqrt{2}$ جذرا لـ $P(x)$.
3) هل توجد قيمة للعدد α حتى يكون $P(x)$ كثير حدود معدوم ؟ برر
4) نضع $\alpha=-3$

ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$ ثم ادرس إشارة $P(x)$

ب) استنتج حلول المتراجحة : $-2+\frac{2}{x^2}>-\frac{4}{x^4}$ و اشارة العدد $P(\frac{2024}{1446})$

بالتوفيق.

تصحيح

التمرين الأول:

f دالة معرفة على $R-\{1\}$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}$

أ- التحقق أن من أجل $x \in R-\{1\}$

$$(f \circ f)(x) = x$$

$$(f \circ f)(x) = x \quad = f[f(x)] = \frac{f(x)}{f(x)-1}$$

$$= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-1} = \frac{x}{x-1} \times \frac{x-1}{1}$$

$$= x$$

استنتاج $(f \circ f \circ f)(2)$:

$$(f \circ f \circ f)(2) = ((f \circ f)[f(2)]$$

$$= (f \circ f)(2) = 2$$

II) – 1 –1 تعين العددين الحقيقين a و b :

a=1 ، b= 1 ومنه من أجل كل x من $R-\{1\}$: $f(x) = 1+\frac{1}{x-1}$

2- تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين u و v :

نضع : $f(x) = (uov)(x)$

حيث : $\begin{cases} U(x) = 1+\frac{1}{x} \; ; Du = R* \\ V(x) = x-1 \; ; Dv = R \end{cases}$

$$Df = R - \{1\}$$

3- تبيين أن الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]1 \; ; \; +\infty[$ و $]-\infty \; ; 1[$:

جدول تغيرات الدالة V :

x	1	$+\infty$ $-\infty$
V(x)	↗ 0 ↗	

جدول التغيرات الدالة U :

x	0	$+\infty$ $-\infty$
U(x)	↘ ‖	↘

الدالة U متزايدة تماما على $]-\infty\ ;\ +1[$

الدالة V متناقصة تماما على $]-\infty\ ;\ 0[$

إذا الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty\ ;\ +1[$

الدالة V متزايدة تماما على المجال $]1\ ;\ +\infty[$ و الدالة U متناقصة تماما على $]0\ ;\ +\infty[$ و منه f متناقصة تماما على $]1\ ;\ +\infty[$

جدول تغيرات الدالة f :

x	1		+∞
			−∞
f(x)	↘	‖	↘

4− لدينا

$R-\{1\}$:

$(2-x) \in$

$$f(2-x) + f(x) = 2$$

إذن : $\omega\ (1,1)$ مركز تناظر ل (Cf)

5− استنتج أنه يمكن رسم (Cf) إنطلاقا من منحنى الدالة مقلوب نضع : $K(x)= \frac{1}{x}$

لدينا :

$$f(x) = 1+ \frac{1}{x-1}$$

$$f(x) = K(x-1) +1$$

إذن (Cf) هو صورة منحنى الدالة المقلوب بإنسحاب شعاعه $V\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

6− $h(x) = |f(x)|$

$$H(x) = \begin{cases} f(x); x \in]-\infty, 0\ ]\ \cup]\ 1\ , +\infty[\\ -f(x); x \in]0; 1[\end{cases}$$

7- المنحنى (Ch) ينطبق على (Cf) في المجال $]-\infty, 0\,] \cup]1\,, +\infty[$

المنحنى (Ch) يناظر (Cf) في $]0\,;1\,]$ بالنسبة إلى محور الفواصل .

التمرين الثاني :

$$P(x) = (\alpha+5)x^4 + (\alpha+1)x^2 + 3\alpha + 5$$

1- P(x) كثير حدود من الدرجة الثانية إ.ف إ كان : $\begin{cases} \alpha+5=0 \\ \text{و} \\ \alpha+1\neq 0 \end{cases}$

منه : $\alpha = -5$

-2

$\sqrt{2}$ جذرا لـ P(x) معناه: $P(\sqrt{2}\,)=0$

أي :

$$(\alpha+5)(\sqrt{2})^4 + (\alpha+1)(\sqrt{2})^2 + 3\alpha + 5 = 0$$

أي : $4(\alpha+5) + 2(\alpha+1) + 3\alpha + 5 = 0$

$$9\alpha + 27 = 0$$

و منه $\alpha = -3$

3- P(x) كثير الحدود معدوم معناه كل معاملاته معدومة أي :

$$\begin{cases} \alpha + 5 = 0 \\ \text{و} \\ \alpha + 1 = 0 \\ \text{و} \\ 3\alpha + 5 = 0 \end{cases}$$ منه $$\begin{cases} \alpha = -5 \\ \text{و} \\ \alpha = -1 \\ \text{و} \\ \alpha = -5/3 \end{cases}$$ و هذا مستحيل

أي : لا توجد قيمة للعدد α حتى يكون P(x) كثير حدود معدوم

4- نضع : $\alpha = -3$

أ- $P(x) = 0$ معناه $2x^4 - 2x^2 - 4 = 0$

$x^4 - x^2 - 2 = 0$

يعني : $$\begin{cases} t^2 - t - 2 = 0 \\ \text{و} \\ t = x \end{cases}$$

$\Delta = 9$ إذن $$\begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

لما $t_1 = 2$ فإن $x^2 = 2$ منه $$\begin{cases} x = \sqrt{2} \\ \text{أو} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

لما $t_2 = -1$ فإن $x^2 = -1$ (مستحيلة)

إذن : $S = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$

$P(x) = (x^2 - 2)(x^2 + 1)$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$		$+\sqrt{2}$	$+\infty$
$x^2 - 2$	+	0	-	0	+
$x^2 + 1$	+		+		+
P(x)	+	0	-	0	+

ب- $-\frac{4}{x^4} > -2 + \frac{2}{x^2}$ تكافئ بـ $x^4 - x^2 - 2 > 0$

أي : $x \in]-\infty ; -\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2} ; +\infty[$

$P\left(\frac{2024}{1446}\right) < 0$ لأن :

$$\frac{2024}{1446} \in]-\sqrt{2} ; \sqrt{2}[$$