الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

تنبيـه : يمنع استعمال القلم الأحمر والقلم المصحح

التمـــــرين الأول : (14 نقطة)

1) نعتبر كثير الحدود P حيث : $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

أ) أثبت أن (1-) جذر لـ P ثم عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$

ب) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ثم عين حلول المتراجحة $P(x) < 0$

2) نعتبر الدالة g حيث : $g(x) = \frac{1}{x-1}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) عين مجموعة تعريف الدالة g ثم أدرس إتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty;1[$

ج) أنشئ (C_g) و (C_k) (في الصفحة 2) حيث (C_k) التمثيل البياني للدالة k المعرفة بـ $k(x) = |g(x)|$

3) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) عين العددين α و β بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1}$

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;1[$

ج) عين دالتين u و v بحيث $f = u \circ v$

د) انطلاقا من إتجاه تغير u و v ، تأكد من إتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;1[$

" إرشاد: نضع $I =]-\infty;1[$ ومنه $v(I) =]-\infty;0[$ "

هـ) بين أن النقطة $\Omega(1;2)$ مركز تناظر لـ (C_f)

التمـــــرين الثاني : (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = \frac{x^2+2}{2x}$

1) بين أنه من أجل كل $a,b \in \mathbb{R}^*$: $f(a) - f(b) = \frac{(a-b)(ab-2)}{2ab}$

2) بين أن f متناقصة على المجال $]0;\sqrt{2}]$ ومتزايدة على المجال $[\sqrt{2};+\infty[$

" إرشاد: لاحظ أنه إذا كان $a,b \in]0;\sqrt{2}]$ فإن $ab \leq 2$ "

3) نعتبر الدالة h المعرفة بـ: $h(x) = \frac{x+2}{2\sqrt{x}}$

أ) بين أنه يمكن كتابة h على شكل تركيب دالتين إحداهما الدالة f (يطلب تعيين الدالة الأخرى) ثم عين مجموعة تعريف تركيب هاتين الدالتين.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة h على المجال $]0;2]$ ثم على المجال $[2;+\infty[$.