إعداد: الأستاذ إبراهيم الخليل

المدة: ساعة

مستوى: 1 ثانوي ج.م.ع.ت ☻ فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات ☻ السنة الدراسية: 2024/2025

التمرين الاول

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل :

1) العدد 223 هو عدد غير أولي

2) العدد $\dfrac{3\sqrt{2}+15}{7\sqrt{2}+35}$ هو عدد عشري .

3) تحليل العدد : $4^m \times 6^n \times \left(7^{n+1}-7^n\right)$ إلى جداء عوامل أولية هو : $2^{m+n} \times 3^{m+n} \times 7^{2n-1}$ حيث m و n عددان طبيعيان .

4) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}=4$

5) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

6) $\sqrt{\dfrac{8^4+4^{11}}{8^{10}+4^{10}}}=\left(\left(3-\sqrt{5}\right)^2+6\sqrt{5}\right)^{-2}$

التمرين الثاني

لتكن الأعداد A, B, C, D, E, F و G حيث :

$A=\dfrac{17}{10}-\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{2}$, $B=\sqrt{\dfrac{3\times 2^{15}+2^{30}}{2^{22}+3\times 2^{11}}}$, $C=\dfrac{(\sqrt{18}-3)}{\sqrt{2}-1}$, $D=\dfrac{5\pi=15}{\pi^2-9}$, $E=\sqrt{\sqrt{(0.64)^2}}$,

$F=\dfrac{12^3\times 35^{-2}}{\left(\frac{3}{7}\right)^4}$ و $G=-5.38$

1)- بين أن الأعداد A, B, C أعداد طبيعية .

2)- بسط كل من D, E, F .

3)- أي من الأعداد D, E, F, G عشرية ؟ ناطقة غير عشرية ؟ غير ناطقة ؟ برر .

4)- بكتابة العدد G كتابة كسرية, عين قيمة العدد الطبيعي b حتى يكون العدد $G\times b$ عددا صحيحا.

5)- ما طبيعة العدد $\dfrac{\frac{10}{7}\sqrt{7}-\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$ ؟ أنشئه في مستقيم مزود بمعلم (O,I) .

التمرين الثالث

- لتعتبر الأعداد الحقيقية $a=\sqrt{\left(9+4\sqrt{5}\right)\left(9-4\sqrt{5}\right)}$, $b=\dfrac{1}{3-\sqrt{5}}+\dfrac{1}{3+\sqrt{5}}$, $c=4,2\underline{06}$

1) بين أن العدد a هو عدد طبيعي و العدد b هو عدد عشري .

2) اكتب c على شكل كسر غير قابل للإختزال .

- ليكن العددان الطبيعيان $d=612$ و $e=1530$.

1) حلل كل من العددان d و e إلى جداء عوامل أولية . ثم إستنتج تحليلا لكل من $d\times e$ و $d+e$.

2) احسب $pgcd(d;e)$ و $ppcm(d;e)$

3) اكتب العدد $\dfrac{d}{e}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال ثم حدد أصغر مجموعة بلتمي إليها العدد $\dfrac{d}{e}+\dfrac{e}{d}$.

التمرين الرابع

a و b عددان حقيقيان حيث: $a = \sqrt{7+4\sqrt{3}}$; $b = \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

1- أحسب a^2+b^2 و $a \times b$.

2- استنتج كل من: $(a+b)^2$ و $(a-b)^2$

- برهن صحة مايلي:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}=1$$

الأستاذ ابراهيم الخليل

حل التمرين الأول :

(1 العدد 223 هو عدد غير أولي **خطأ**

$\sqrt{223} = 14,93\ldots$

13	11	7	5	3	2
17,15...	20,2...	31,8...	44,6	74,3...	111,5
✗	✗	✗	✗	✗	✗

223 عدد أولي

(2 العدد $\frac{3\sqrt{2}+15}{7\sqrt{2}+35}$ هو عدد كسري **خطأ**

$$\frac{(3\sqrt{2}+15)(7\sqrt{2}-35)}{(7\sqrt{2}+35)(7\sqrt{2}-35)}$$

$$= \frac{42-105\sqrt{2}+105\sqrt{2}-525}{(7\sqrt{2})^2-(35^2)}$$

$$= \frac{-483}{-1137} \notin \mathbb{Z}$$

(3 **خطأ**

$4^m \times 6^n \times (7^{n+1} - 7^n)$

$(2^2)^m \times (3\times 2)^n \times (7^n \times 7^1 - 7^n)$

$2^{2m} \times 3^n \times 2^n (7-1) 7^n$

$2^{2m} \times 3^n \times 2^n \times (6) \times 7^n$

$2^{2m+n+1} \times 3^{n+1} \times 7^n \neq 2^{m+n} \times 3^{m+n} \times 7^{2n-1}$

(4

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}} = 4$$

صحيح

$$\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^2 \overset{?}{=} (4)^2$$

$$7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}+2\sqrt{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})}$$

$$\overset{?}{=} 16$$

$$14+2\sqrt{7^2-(4\sqrt{3})^2} \overset{?}{=} 16$$

$$14+2(\sqrt{1}) = 16 \Leftrightarrow \underline{16=16}$$

(5

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \sqrt{5-2\sqrt{6}}$$

صحيح

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \cdot \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3}$$

$$= \sqrt{3}-\sqrt{2} \overset{?}{=} \sqrt{5-2\sqrt{6}}$$

بعد تربيع الطرفين نجد

$$5-2\sqrt{6} = 5-2\sqrt{6}$$

(6 **خطأ**

$$\sqrt{\frac{2^{12}+2^{22}}{2^{30}+2^{20}}} \overset{?}{=} \frac{1}{\left((3-\sqrt{5})^2+6\sqrt{5}\right)^2}$$

$$\sqrt{\frac{(2^{-8}+2^2)2^{20}}{(2^{10}+1)2^{20}}} \overset{?}{=} \frac{1}{(14-6\sqrt{5}+6\sqrt{5})^2}$$

$$\sqrt{\frac{2^{-8}+4}{1024+1}} \overset{?}{=} \frac{1}{(14)^2}$$

$0{,}0625 \neq 0{,}00051$ ...

حل التمرين الثاني :

1) تبيان أن الأعداد A ; B ; C أعداد طبيعية

$$A = \frac{17}{10} - \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{17}{10} - \frac{1\times 2}{5\times 2} + \frac{1\times 5}{2\times 5}$$

$$A = \frac{20}{10} = \boxed{2 \in \mathbb{N}}$$

$$B = \sqrt{\frac{3\times 2^{15} + 2^{30}}{2^{29} + 3\times 2^{11}}}$$

$$B = \sqrt{\frac{3\times 2^{15} + 2^{15}\times 2^{15}}{2^{11}\times 2^{11} + 3\times 2^{11}}}$$

$$B = \sqrt{\frac{(3 + 2^{15})\,2^{15}}{(2^{11}+3)\,2^{11}}}$$

$$B = \sqrt{\frac{(3+2^{15})\,2^{4}}{2^{11}+3}} \Longleftrightarrow \sqrt{\frac{(3+32768)16}{2051}} = \sqrt{256} = \boxed{16} \in \mathbb{N}$$

$$C = \frac{(\sqrt{18}-3)}{\sqrt{2}-1}$$

$$C = \frac{(\sqrt{18}-3)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$$

$$\frac{\sqrt{36}+\sqrt{18}-3\sqrt{2}-3}{\sqrt{2}^2 - 1^2}$$

$$\frac{6+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}-3}{1}$$

$$= \boxed{3 \in \mathbb{N}}$$

2) تبسيط D ; E ; F

$$D = \frac{5x - 15}{x^2 - 9}$$

$$D = \frac{5x-15}{(x-3)(x+3)}$$

$$D = \frac{\cancel{(x-3)}\,5}{\cancel{(x-3)}(x+3)}$$

$$D = \boxed{\frac{5}{x+3}}$$

$$E = \sqrt{\sqrt{(0{,}64)^2}}$$

$$E = \sqrt{0{,}64}$$

$$E = 0{,}8$$

$$\boxed{E = \frac{8}{10}}$$

$$F = \frac{12^{3}\times 35^{-2}}{\left(\frac{3}{7}\right)^{4}}$$

نجد تحليل الأعداد إلى جداء عوامل أولية

$$F = \frac{2^{6}\times 3^{3}\times 5^{-2}\times 7^{-2}}{\frac{3^4}{7^4}}$$

$$F = \frac{2^{6}\times 3^{3}\times 5^{-2}\times 7^{-2}}{3^{4}\times 7^{-4}}$$

$$F = \frac{2^{6}\times 5^{-2}}{3\times 7^{-2}}$$

$$F = \frac{2^{6}\times 7^{2}}{3\times 5^{2}}$$

$$\boxed{F = \frac{3136}{75}}$$

3) G و F أعداد ناطقة لأن G مكتوبة بفاصلة تحتوي على دور
و F مكتوبة على شكل كسر غير قابل للإختزال

* E عدد عشري لأنه يمكن كتابته على الشكل $\frac{5}{10^1}$ حيث $E = \frac{8}{10^1}$

* D عدد غير ناطق لأن مكتوب على شكل $\frac{5}{\sqrt{3}+3}$ و $\sqrt{3}+3 \notin \mathbb{Z}$

4) كتابة G على شكل كتابة كسرية وتعيين قيمة b

$G = 5 + \frac{38}{99}$

$G = \frac{495+38}{99}$

$G = \boxed{\frac{533}{99}}$

$G = -5,38---$

نترك الناقص إلى آخر مرحلة

$G = 5 + 0,3838---$

$G = 5 + x$

$x = 0,3838-----$

$100x = 38,3838---$

$100x = 38 + x$

$99x = 38$

$x = \frac{38}{99}$

تعيين العدد b

العدد b هو أي من مضاعفات العدد 99
مثل (99، 198، 297، 396...)

$-\frac{533}{99} \times 99 = -533$

$-\frac{533}{99} \times 198 = -1066$

5) طبيعة العدد $\frac{\frac{10}{7}\sqrt{7} - \sqrt{7}}{\sqrt{7}}$ هو عدد ناطق $\in \mathbb{Q}$

$$\frac{\left(\frac{10}{7}\sqrt{7} - \sqrt{7}\right)\sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\frac{10}{7}\sqrt{7\times7} - \sqrt{7\times7}}{7} = \frac{10}{7} - \frac{7}{7} = \boxed{\frac{3}{7}}$$

الأستاذ ابراهيم الخليل

طريقة الإنشاء تجدونها على قناة اليوتيوب :

الأستاذ ابراهيم الخليل YouTube

حل التمرين الثالث

1) تبيان أن العدد a هو عدد طبيعي و b عدد عشري

$$a=\sqrt{(9+4\sqrt{5})(9-4\sqrt{5})}$$

$$a=\sqrt{9^2-(4\sqrt{5})^2}$$

$$a=\sqrt{81-16\times 5}$$

$$a=\sqrt{1}=1 \in \mathbb{N}$$

$$b=\frac{1}{3-\sqrt{5}}+\frac{1}{3+\sqrt{5}}$$

لعد توحيد المقامات

$$b=\frac{3-\sqrt{5}+3+\sqrt{5}}{3^2-\sqrt{5}^2}$$

$$b=\frac{6}{4} \Leftrightarrow \frac{6}{2^2\times 5^0} \in \mathbb{D}$$

2) كتابة c على شكل كسر غير قابل للإختزال

$$c=4,2\overline{06}$$ (الدور)

$$c=42,0606\ldots\times 10^{-1}$$

$$c=42+0,606\ldots$$

$$c=42+x$$

$$x=0,0606\ldots$$

$$100x=6,0606\ldots$$

$$100x=6+x$$

$$x=\frac{6}{99}$$

نشرك لآخر مرحلة

$$c=42+\frac{6}{99}$$

$$c=\frac{42\times 99+6}{99}$$

$$c=\frac{4164}{99}\times 10^{-1}$$

$$c=\frac{1388}{330}$$

الأستاذ ابراهيم الخليل YouTube

1-2 تحليل العددين e و d إلى جداء عوامل أولية

$d = 612$ $\quad e = 1530$

612	2
306	2
153	3
51	3
17	17
1	

$d = 2^2 \times 3^2 \times 17$

1530	2
765	3
255	3
85	5
17	17
1	

$e = 2 \times 3^2 \times 5 \times 17$

$d \times e = 2^2 \times 3^2 \times 17 \times 2 \times 3^2 \times 5 \times 17$

$d \times e = 2^3 \times 3^4 \times 5 \times 17^2$

$d + e = 2^2 \times 3^2 \times 17 + 2 \times 3^2 \times 5 \times 17$

$d + e = 2142$

$d + e = 2 \times 3^2 \times 7 \times 7$

2-2 حساب $PGCD(d;e)$ و $PPCM(d;e)$

$PGCD(d;e) = 2 \times 3^2 \times 17 = \boxed{306}$

$PPCM(d;e) = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 17 = \boxed{3060}$

3)

$$\frac{612 \div PGCD}{1530 \div PGCD} = \frac{612 \div 306}{1530 \div 306} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

👇 حل التمرين 4 تجدونه على قناة اليوتيوب

$$\frac{d}{e} + \frac{e}{d} = \frac{612}{1530} + \frac{1530}{612} \Leftrightarrow \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{4}{10} + \frac{25}{10} = \boxed{\frac{29}{10} \in ID}$$