تؤخذ بعين الاعتبار، فقط لا غير، الإجابات الدقيقة و الواضحة .

يمنع منعًا باتًّا استعمال القلم الماحي "l'effaceur" و القلم الأحمر

← التمرين الأول (12 نقطة)

✍ a و b عددان حقيقيان يحققان : $1 \leqslant -2a+7 \leqslant -5$ و $|2b-3| \leqslant 5$

❶ أ- بيّن أنّ : $3 \leqslant a \leqslant 6$ و $-1 \leqslant b \leqslant 4$

ب- عيّن حصرًا للعدد : $\sqrt{\dfrac{b^2}{4a-2b}}$

❷ أ- أكمل الجدول الآتي مع توضيح خطوات الحساب

الصيغة	الحصر	المجال	المسافة	القيمة المطلقة	نصف قطر المجال	مركز المجال
-1	$\ldots \leqslant x \leqslant 4$	$I = [-1;\ldots]$	.....	.....	$r =$	$c =$ .....
-2	$3 < x < \ldots$	$J =$	$d(x;\ldots) < \dfrac{3}{2}$	.....	$r =$	$c =$ .....

ب- مثّل بلونين مختلفين I و J على المستقيم العددي ثم استنتج $I \cap J$ و $I \cup J$

❸ بيّن أنّ : $0 \leqslant \dfrac{a}{3}-1 \leqslant 1$ ثم استنتج مقارنة بين العددين $\left(\dfrac{a}{3}-1\right)^{2024}$ و $\left(\dfrac{a}{3}-1\right)^{1446}$

← التمرين الثاني (08 نقاط)

✍ لتكن العبارة $P(x)$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $P(x) = \sqrt{(1-x)^2} - 2x + 8$

❶ بيّن أنّ : $P(x) = \begin{cases} -3x+9 & ; \quad x \in]-\infty;1] \\ -x+7 & ; \quad x \in [1;+\infty[\end{cases}$

❷ احسب $P(-1)$ و $P(2)$ باستعمال السؤال ❶

❸ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$

❹ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $P(x) \geqslant 0$

ملاحظة هامة ! تقبل جميع الإجابات الصحيحة – رياضيا –.

التمرين الأول (12 نقطة)

❶ أ _ تبيان أنّ : $6 \leqslant a \leqslant 3$ و $4 \leqslant b \leqslant -1$; 2 × 0.75 ن

$$-5 \leqslant -2a + 7 \leqslant 1$$
$$-5 - 7 \leqslant -2a \leqslant 1 - 7$$
$$-12 \leqslant -2a \leqslant -6$$
$$\frac{-6}{-2} \leqslant a \leqslant \frac{-12}{-2}$$
$$\boxed{3 \leqslant a \leqslant 6}$$

$$|2b - 3| \leqslant 5$$
$$-5 \leqslant 2b - 3 \leqslant 5$$
$$3 - 5 \leqslant 2b \leqslant 5 + 3$$
$$\frac{-2}{2} \leqslant b \leqslant \frac{8}{2}$$
$$\boxed{-1 \leqslant b \leqslant 4}$$

ب _ تعيين حصرا للعدد : $\sqrt{\dfrac{b^2}{4a-2b}}$

• b^2 3 × 0.25 ن

لدينا: $-1 \leqslant b \leqslant 4$ تكافئ: $\begin{cases} -1 \leqslant b \leqslant 0 \\ \text{أو} \\ 0 \leqslant b \leqslant 4 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 0 \leqslant b^2 \leqslant 1 \\ \text{أو} \\ 0 \leqslant b^2 \leqslant 16 \end{cases}$ إذن: $\boxed{0 \leqslant b^2 \leqslant 16}$ .. (1)

• $\dfrac{1}{4a-2b}$ 4 × 0.25 ن

لدينا: $\begin{cases} 3 \leqslant a \leqslant 6 \\ -1 \leqslant b \leqslant 4 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 12 \leqslant 4a \leqslant 24 \\ -8 \leqslant -2b \leqslant 2 \end{cases}$ ومنه: $4 \leqslant 4a - 2b \leqslant 26$ إذن: $\boxed{\frac{1}{26} \leqslant \frac{1}{4a-2b} \leqslant \frac{1}{4}}$ .. (2)

• بالضرب (1) في (2) نجد: $0 \times \frac{1}{26} \leqslant \frac{b^2}{4a-2b} \leqslant 16 \times \frac{1}{4}$ ومنه: $\boxed{0 \leqslant \frac{b^2}{4a-2b} \leqslant 4}$ 0.25 ن

ومنه: $\sqrt{0} \leqslant \sqrt{\frac{b^2}{4a-2b}} \leqslant \sqrt{4}$ إذن: $\boxed{0 \leqslant \sqrt{\frac{b^2}{4a-2b}} \leqslant 2}$ 0.5 ن

❷ أ _ إكمال الجدول الآتي : 12 × 0.5 ن

الصيغة	الحصر	المجال	المسافة	القيمة المطلقة	نصف قطر المجال	مركز المجال
-1	$-1 \leqslant x \leqslant 4$	$I = [-1;4]$	$d\left(x;\frac{3}{2}\right) \leqslant \frac{5}{2}$	$\left\|x - \frac{3}{2}\right\| \leqslant \frac{5}{2}$	$r = \frac{5}{2}$	$c = \frac{3}{2}$
-2	$3 < x < 6$	$J =]3;6[$	$d\left(x;\frac{9}{2}\right) < \frac{3}{2}$	$\left\|x - \frac{9}{2}\right\| < \frac{3}{2}$	$r = \frac{3}{2}$	$c = \frac{9}{2}$

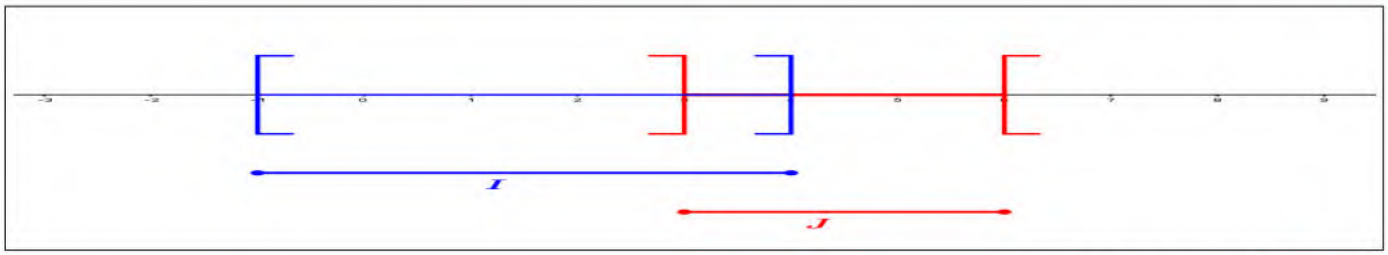
-1

$$\boxed{a = -1} \quad ; \quad \boxed{b = 4}$$
$$c = \frac{a+b}{2} = \frac{-1+4}{2} = \boxed{\frac{3}{2}}$$
$$r = \frac{b-a}{2} = \frac{4+1}{2} = \boxed{\frac{5}{2}}$$

-2

$$\boxed{a = 3} \quad ; \quad \boxed{r = \frac{3}{2}}$$
$$c = a + r = 3 + \frac{3}{2} = \boxed{\frac{9}{2}}$$
$$b = c + r = \frac{9}{2} + \frac{3}{2} = \boxed{6}$$

ب ـ • تمثيل بلونين مختلفين I و J على المستقيم العددي : 2 × 0.25 ن



• استنتاج $I \cap J$ و $I \cup J$:

$I \cap J = [-1;4] \cap]3;6[= \boxed{]3;4]}$ 0.25 ن

$I \cup J = [-1;4] \cup]3;6[= \boxed{[-1;6[}$ 0.25 ن

❸ • تبيان أنّ : $0 \leqslant \left(\frac{a}{3}-1\right) \leqslant 1$: 0.5 ن

$3 \leqslant a \leqslant 6$

$1 \leqslant \frac{a}{3} \leqslant 2$

$\boxed{0 \leqslant \frac{a}{3}-1 \leqslant 1}$

• استنتاج مقارنة بين العددين : $\left(\frac{a}{3}-1\right)^{2024}$ و $\left(\frac{a}{3}-1\right)^{1446}$

بما أنّ $0 \leqslant \frac{a}{3}-1 \leqslant 1$ فإنّ القوى الطبيعية لهذا العدد تتناقص ومنه: $\boxed{\left(\frac{a}{3}-1\right)^{2024} < \left(\frac{a}{3}-1\right)^{1446}}$ 0.5 ن

← التمرين الثاني (08 نقاط)

❶ تبيان أن : $P(x) = \begin{cases} -3x+9 \ ; \ x \in]-\infty;1] \\ -x+7 \ ; \ x \in [1;+\infty[\end{cases}$ 1.5 ن

$P(x) = \sqrt{(1-x)^2} - 2x + 8 = \boxed{|1-x| - 2x + 8}$ 0.5 ن

المعادلة: $1-x=0$ ومنه: $x=1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
إشارة العبارة $(1-x)$		$+$	0	$-$	
$\lvert 1-x \rvert$		$1-x$	0	$-1+x$	
$-2x+8$		$-2x+8$		$-2x+8$	
$P(x)$		$-3x+9$		$-x+7$	

❷ حساب $P(-1)$ و $P(2)$ باستعمال السؤال ❶

• بما أن $-1 \in]-\infty;1]$ فإن: $P(-1) = -3(-1)+9 = 3+9 = \boxed{12}$ 0.5 ن

• بما أن $2 \in [1;+\infty[$ فإن: $P(2) = -(2)+7 = -2+7 = \boxed{5}$ 0.5 ن

❸ حل المعادلة $P(x)=0$ في $\mathbb{R}$:

• على المجال $]-\infty;1]$: 01 ن

المعادلة: $P(x)=0$ تكافئ: $-3x+9=0$ ومنه: $3x=9$

ومنه: $x=3$ مرفوض لأن $3 \notin]-\infty;1]$

• على المجال $[1;+\infty[$: 01 ن

المعادلة: $P(x)=0$ تكافئ: $-x+7=0$ ومنه: $x=7$

مقبول لأن $7 \in [1;+\infty[$

إذن : $S=\{7\}$ 0.5 ن

❹ حل المتراجحة $P(x) \geqslant 0$ في $\mathbb{R}$:

• على المجال $]-\infty;1]$: 01 ن

المتراجحة: $P(x) \geqslant 0$ تكافئ: $-3x+9 \geqslant 0$

ومنه: $-3x \geqslant -9$ ومنه: $x \leqslant 3$ ومنه: $x \in]-\infty;3]$

ومنه: $x \in]-\infty;3] \cap]-\infty;1]$ إذن: $S_1=]-\infty;1]$

• على المجال $[1;+\infty[$: 01 ن

المتراجحة: $P(x) \geqslant 0$ تكافئ: $-x+7 \geqslant 0$

ومنه: $-x \geqslant -7$ ومنه: $x \leqslant 7$ ومنه: $x \in]-\infty;7]$

ومنه: $x \in]-\infty;7] \cap [1;+\infty[$ إذن: $S_2=[1;7]$

ومنه: $S=S_1 \cup S_2=]-\infty;1] \cup [1;7]$ إذن : $S=]-\infty;7]$ 0.5 ن