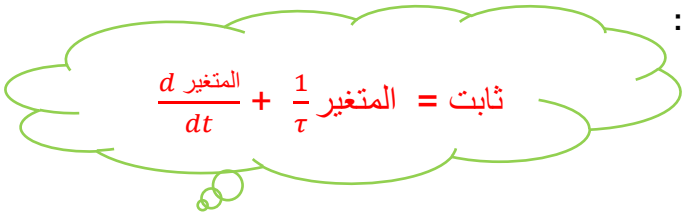
ملخص بسيط للوحدة RC :04 (الكهرباء) الدارة

أهم ما يجب أن تعرفه :

- ✓ التفريق بين الدارة RC و الدارة RL.
- ✓ التمييز بين دارة الشحن ودارة التفريغ .
- ✓ تحديد جهة مرور التيار الكهربائي و جهة التوترات (سواء في الشحن أو التفريغ)
- ✓ كيفية ربط جهاز راسم الاهتزاز المهبطي للحصول على مختلف البيانات .
- ✓ التمييز بين المقادير الثابتة والمقادير المتغيرة .
- ✓ التفسير المجهري على مستوى المكثفة في الشحن والتفريغ .
- ✓ التحليل البعدي لثابت الزمن τ (التجانس مع الزمن)
- ✓ تطبيق قانون جمع التوترات بصفة صحيحة .
- ✓ ايجاد المعادلات التفاضلية .
- ✓ التحقق من الحل المعطى للعبارة التفاضلية بأنه صحيح .
- ✓ حساب قيم المتغيرات في الحالتين : الابتدائية $t = 0$ والنهائية $t = 5\tau$.
- ✓ ايجاد العلاقة بين العبارة النظرية والعبارة البيانية (في حالة كان المنحى عبارة عن دالة تآلفية من الشكل $y = ax + b$)
- ✓ قراءة مختلف المنحنيات بصفة جيدة واستخراج مختلف الثوابت انطلاقا من المنحنيات (استخراج τ ، E ، I_0، الخ .....)
- ✓ حساب الطاقة المحولة إلى الناقل الأومي .
- ✓ حساب الطاقة المخزنة في المكثفة وحساب الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة .
- ✓ استنتاج علاقة $t_{1/2}$.
- ✓ إثبات أن تقاطع محور التراتيب مع الميل (عند الصفر) في بيان الطاقة لتفريغ مكثفة يوافق اللحظة $\frac{\tau}{2}$.
- ✓ التفريق بين مولد للتوتر الثابت ومولد للتيار الثابت .

المعادلة التفاضلية هي معادلة يكون فيها المتغير بالاضافة إلى مشتق المتغير .

تكتب المعادلات التفاضلية على الشكل التالي :



القوانين المستعملة :

قانون جمع التوترات : $E = u_R(t) + u_C(t)$

حساب الطاقة المخزنة في المكثفة : $E_C(t) = \frac{1}{2}C.{u_C}^2(t)$

حساب ثابت الزمن : $\tau = R_T \times C$ **حيث** R_T **هو مجموع المقاومات ،** C **هي سعة المكثفة)**

العلاقة بين شدة التيار الكهربائي والتوتر بين طرفي الناقل الأومي : $u_R(t) = R \times i(t)$

العلاقة بين الشحنة الكهربائية والتوتر بين طرفي المكثفة : $q(t) = C \times u_C(t)$

العلاقة بين شدة التيار الكهربائي والشحنة الكهربائية : $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \times \frac{du_C(t)}{dt}$

المقادير الثابتة :

الثابت	رمزه	وحدته
التوتر بين طرفي المولد	E	الفولط(V)
مقاومة الناقل الأومي	R	الأوم(Ω)
ثابت الزمن	τ	الثانية(s)
سعة المكثفة	C	الفاراد (F)

المقادير المتغيرة :

المتغير	رمزه	وحدته
التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة	$u_C(t)$	الفولط (V)
الشحنة الكهربائية	$q(t)$	الكولوم(C)
شدة التيار الكهربائي	$i(t)$	الأمبير (A)
التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي	$u_R(t)$	الفولط(V)
الطاقة المخزنة في المكثفة	$E_C(t)$	الجول(J)

نميز في الدارة RC فترتين (دارتين) : دارة الشحن ودارة التفريغ

لدينا 5 متغيرات وبالتالي لدينا 5 معادلات تفاضلية في كل دارة أي 5 للشحن و 5 للتفريغ (المجموع 10 معادلات تفاضلية) .

في السنة الحالية BAC 2021 تم الإكتفاء فقط بـ 6 معادلات تفاضلية وهي :

المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$ في الشحن والتفريغ .

المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة الكهربائية $q(t)$ في الشحن والتفريغ .

المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ في الشحن والتفريغ .

حلول المعادلات التفاضلية أو العبارة اللحظية :

في الشحن :

بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة	$u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$
بدلالة الشحنة الكهربائية	$q(t) = CE\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = Q_0(1 - e^{-t/\tau})$
بدلالة شدة التيار الكهربائي	$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$
بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي	$u_R(t) = RI_0 e^{-t/\tau}$
بدلالة الطاقة المخزنة في المكثفة	$E_C(t) = \frac{1}{2}CE^2\left(1 - e^{-t/\tau}\right)^2 = E_{c\,max}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)^2$

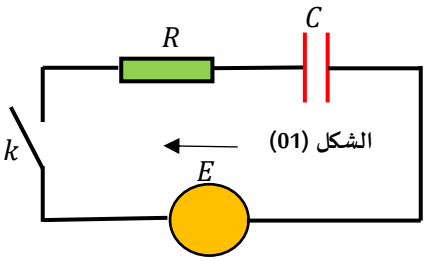
في التفريغ :

بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة	$u_C(t) = Ee^{-t/\tau}$
بدلالة الشحنة الكهربائية	$q(t) = CEe^{-t/\tau} = Q_0 e^{-t/\tau}$
بدلالة شدة التيار الكهربائي	$i(t) = -I_0 e^{-t/\tau}$
بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي	$u_R(t) = -RI_0 e^{-t/\tau}$
بدلالة الطاقة المخزنة في المكثفة	$E_C(t) = \frac{1}{2}CE^2 e^{-2t/\tau} = E_{c\,max}\, e^{-2t/\tau}$

الـــــظواهر الكـــهـــربـــائيـــة (01) : الدارة RC

التمرين 01 :

من أجل التحقق من سعة المكثفة C المكتوبة على غلاف مكثفة ، قام فوج من التلاميذ في حصة مخبرية بأخذ مكثفة غير مشحونة وقاموا بإحضار مولد كهربائي ذو توتر ثابت E مقاومته الداخلية مهملة ، وناقل أومي مقاومته $R = 1\ k\Omega$ ، وقاطعة k ، ثم قاموا بتركيب الدارة كما هو موضح في **(الشكل 1)**



الشكل (01)

عند غلق القاطعة ، شاهدوا على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنيين a و b في **(الشكل 02)**

1- أعد رسم الدارة ومثل عليها بسهم جهة مرور التيار الكهربائي والتوترين الكهربائيين u_C و u_R

2- بين كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي بين طرفي المكثفة والناقل الأومي .

3- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بين طرفي المكثفة .

4- إذا كانت العبارة $u_C = A(1 - e^{Bt})$ حلا للمعادلة التفاضلية ، إستنتج عبارتي الثابتين A و B وأحسبهما .

5- أعط عبارة التوتر بين طرفي الناقل الأومي u_R .

6- برهن أنّ المماس عند $t = 0$ للبيان u_C يقطع المستقيم الأفقي $y = E$ في اللحظة τ .

7- أوجد العلاقة بين المنحنى a و b ، والتوترين u_C و u_R مع التعليل .

8- عيّن إحداثيات النقطة M تقاطع المنحنيين a و b .

9- أحسب سعة المكثفة C ، ثم تحقق هل ما كتب على لاصقة المكثفة صحيح .

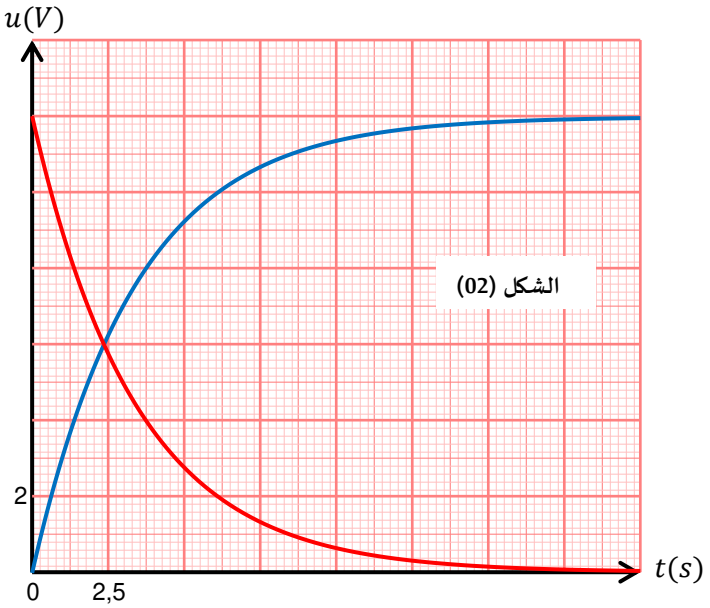
10- حدد المدة الزمنية التي تشحن فيها المكثفة كليا .

11- أحسب الطاقة المخزنة الأعظمية في المكثفة $E_{C\ max}$.

12- بين أن $\frac{E_{C\ max}}{E_C(\tau)} = (\frac{e}{e-1})^2$ ثم أحسب قيمة هذه النسبة .

13- بين أن اللحظة الموافقة لتخزين نصف الطاقة الأعظمية هي : $t = \tau \ln(\frac{2}{2-\sqrt{2}})$.

14- تأكد أنه في نفس اللحظة يكون التوتر بين طرفي المكثفة : $u_c = \frac{E}{\sqrt{2}}$



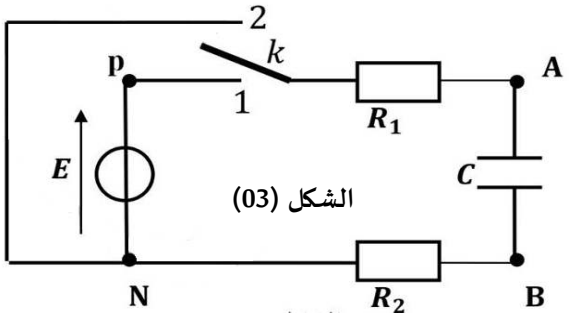
الشكل (02)

التمرين 02 :

دارة كهربائية تحتوي على العناصر التالية مربوطة على التسلسل :

مولد مثالي توتره E ، مكثفة سعتها C ، بادلة k ، ناقلان أوميان (R_1, R_2) حيث

$R_1 = 1\ k\Omega$ ، $R_2 = 4\ k\Omega$ **(أنظر الشكل 03)**



الشكل (03)

1- في اللحظة $t = 0$ نضع البادلة عند 1 .

أ. ماهي الظاهرة الفيزيائية التي تحدث عن وضع البادلة في الوضع (1) .

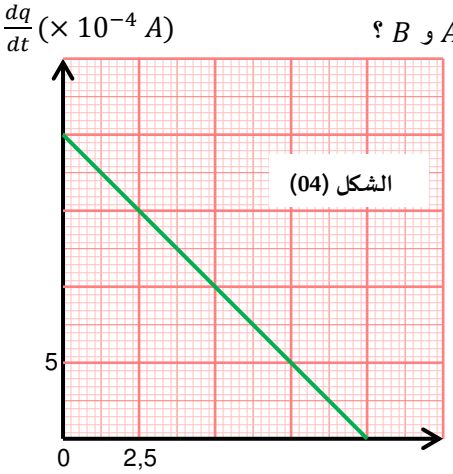
ب. أعط العبارات الحرفية للتوترات u_{PN} ، u_{PA} ، u_{AB} ، u_{BN} ؟

ت. بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن : $\frac{dq}{dt} + aq - b = 0$ ثم عيّن كلا من الثابتين a و b ؟

ث. إذا كانت العبارة $q(t) = A(1 - e^{-Bt})$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة ، عيّن كلا من A و B ؟

ج. بالإعتماد على البيان **(الشكل 04)** أحسب كلا من :

- ثابت الزمن τ
- سعة المكثفة C
- التوتر E



الشكل (04)

2- نضع الآن البادلة في الوضع 2 وعند لحظة نعتبرها مبدأ للزمن

أ. ماهي الظاهرة الفيزيائية التي تحدث عند وضع البادلة في الوضع (2) ؟

ب. مثّل كل من جهة التيار والتوترات في الدارة الكهربائية .

ت. أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$.

ث. أكتب عبارة $u_C(t)$ بدلالة الثوابت الفيزيائية للدارة ، وماهي اللحظة الزمنية الموافقة لـ $u_C = \frac{E}{5}$.

ج. أكتب العبارة الزمنية لطاقة المكثفة عند التفريغ ثم أحسب قيمتها الأعظمية .

ح. أوجد العلاقة الرياضية بين زمن تناقص الطاقة إلى النصف $t_{1/2}$ وثابت الزمن τ ؟ ثم أحسب $t_{1/2}$.

خ. أحسب الطاقة الضائعة (المبددة) في الناقل الأومي بفعل جول عند هذه اللحظة .

التمرين 03 :

لدراسة شحن مكثفة ننجز التركيب الممثل في **(الشكل 05)**

عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة k فتشحن مكثفة سعتها C عبر ناقل أومي مقاومته $R = 100\ \Omega$ بواسطة مولد مثالي قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$

1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i في الدارة .

2) يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل $i(t) = A.e^{-t/\tau}$ أوجد عبارتي A و τ .

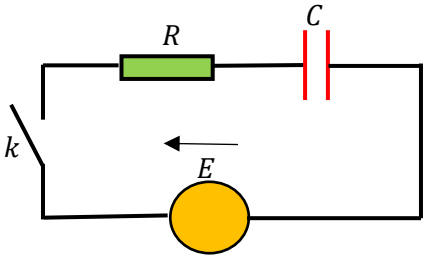
3) استنتج العبارة الحرفية للتوتر u_c بدلالة الزمن t .

4) يمكن نظام معلوماتي من تمثيل منحنى تغيرات $\frac{i}{I_0}$ بدلالة الزمن t حيث I_0 شدة التيار عند $t = 0$ **(الشكل 06)**

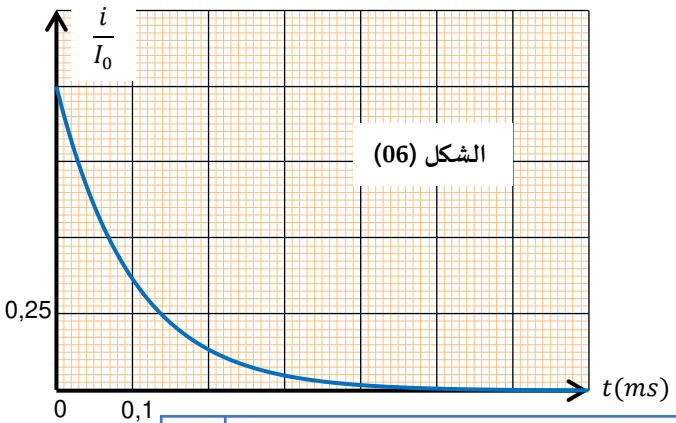
- حدد قيمة ثابت الزمن τ واستنتج سعة المكثفة C .

5) لتكن $E_{c\,max}$ الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن و $E_c(\tau)$ الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = \tau$.

- بين أن $\frac{E_c(\tau)}{E_{c\,max}} = (1 - e^{-1})^2$ ثم أحسب قيمة هذه النسبة .



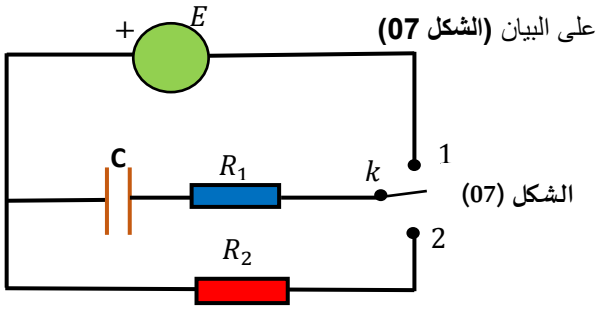
الشكل (05)



الشكل (06)

التمرين 04 :

نشكل دارة كهربائية (الشكل 07) تحتوي على مولد مثالي قوته المحركة الكهربائية E وبادلة k ومكثفة سعتها C غير مشحونة وناقلان أوميان R_1 ، R_2



الشكل (07)

1- نضع البادلة في الوضع 1 ثم نرسم بيان تغيرات التيار المار في الدارة بدلالة u_C فنحصل على البيان **(الشكل 07)**

أ- في رأيك ماذا يحدث للمكثفة مفسرا اجابتك بما يحدث على المستوى المجهري .

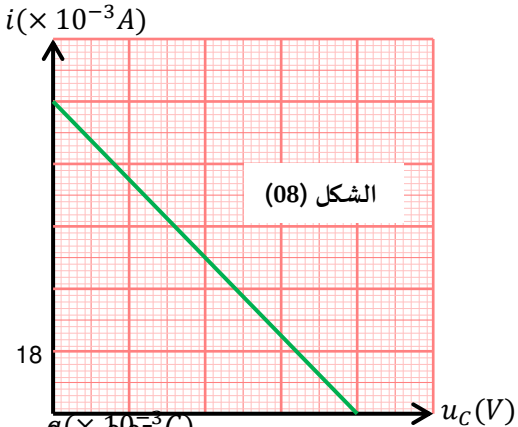
ب- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد عبارة i بدلالة كل من E ، u_C ، R_1

ت- أكتب العبارة الرياضية للبيان .

ث- أوجد قيمة كل من E ، R_1 .

ج- إذا كانت العبارة الزمنية للتيار هي $i(t) = 0.09e^{-5t}$.

- أوجد قيمة سعة المكثفة C .
- أوجد أعظم شحنة مخزنة في المكثفة q_{max} .



الشكل (08)

2- عندما تشحن المكثفة تماما نغير وضع البادلة إلى 2 .

أ- في رأيك ماذا يحدث للمكثفة مفسرا اجابتك بما يحدث على المستوى المجهري .

ب- بين على الدارة جهة التيار والتوترات .

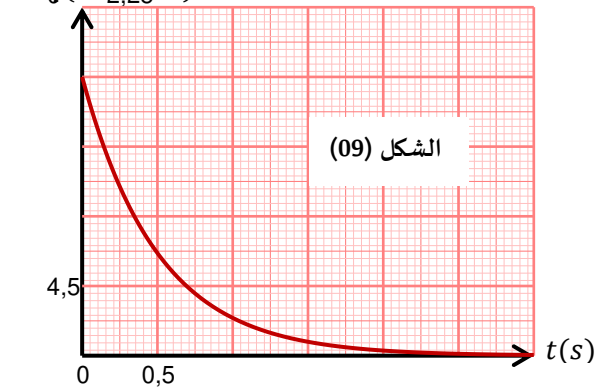
ت- باستخدام قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة شحنة المكثفة q

مستنتجا عبارة ثابت الزمن τ مبينا أنه متجانس مع الزمن .

ث- يمثل **(الشكل 09)** بيان تغيرات الشحنة بدلالة الزمن :

اعتمادا على البيان :

- تأكد من قيمة q_{max} .
- أوجد قيمة المقاومة R_2.
- قيمة التيار عند اللحظة $t = 0.5\ s$.
- قيمة التوتر بين طرفي المكثفة عند اللحظة $t = 0.75\ s$.

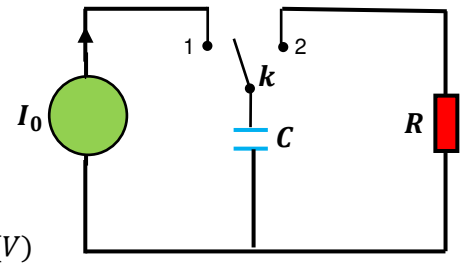


الشكل (09)

التمرين 05 :

نحقق دارة كهربائية كما في **(الشكل 10)** ، تتكون من :

- مولد تيار ثابت $I_0 = 4\ mA$
- مكثفة سعتها C وهي غير مشحونة .
- ناقل أومي R
- بادلة k .



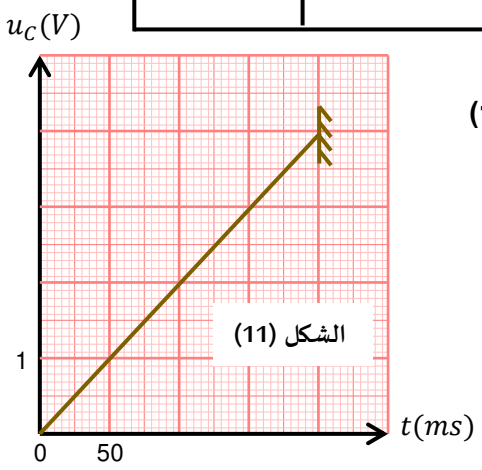
الشكل (10)

1- نضع البادلة في الوضع 1 عند لحظة نعتبرها مبدأ للزمن ، سمحت برمجية مناسبة برسم بيان تغيرات التوتر بين طرفي المكثفة u_C بدلالة الزمن فتحصلنا على البيان الموضح في **(الشكل 11)**

أ. أكتب عبارة u_C بدلالة الزمن .

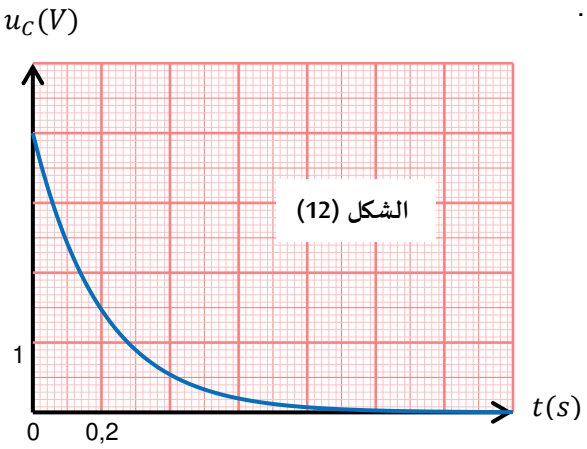
ب. اعتمادا على البيان والعبارة أوجد قيمة سعة المكثفة C .

ت. أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن .



الشكل (11)

-2 عند لحظة نعتبرها $t = 0$ نغير البادلة إلى الوضع 2 بواسطة برمجية مناسبة تحصلنا على البيان الموضح في **(الشكل 12)**



أ. باستخدام قانون جمع التوترات اوجد المعادلة التفاضلية بدلالة u_C .

ب. تأكد أن حل المعادلة التفاضلية هو $u_C = u_{C\,max} e^{-t/RC}$.

ت. عرف ثابت الزمن محددا قيمته من البيان .

ث. أحسب قيمة مقاومة الناقل الأومي .

ج. أحسب قيمة شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة $t = 0.4s$.

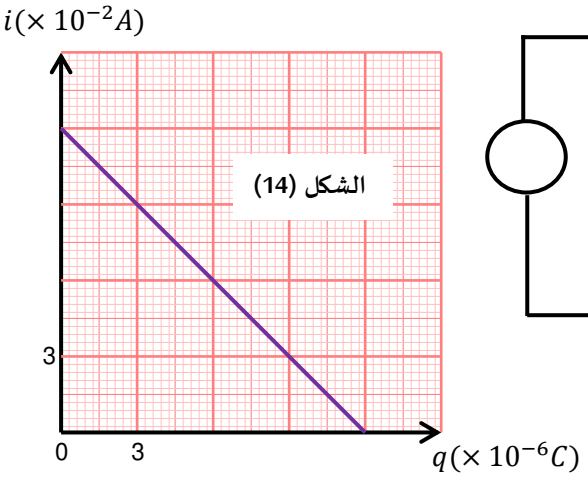
ح. أحسب أعظم طاقة مخزنة في المكثفة .

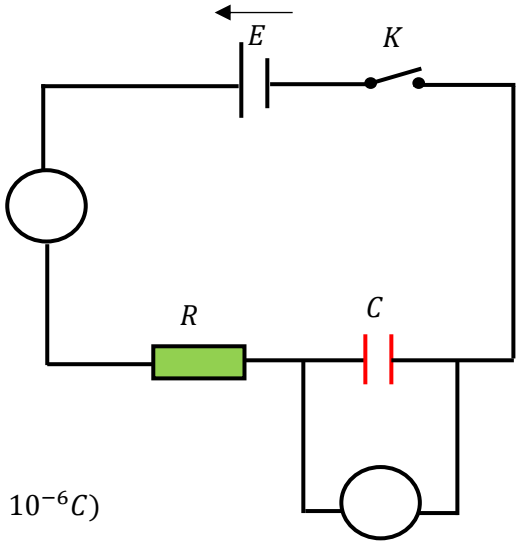
التمرين 06 :

نحقق التركيب التجريبي المبين في **(الشكل 13)** والمكون من الناقل الأومي R ، مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، مكثفة غير مشحونة سعتها $C = 1\mu F$ وقاطعة k ، جهاز فولطمتر وجهاز أمبيرمتر .

نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ ، الدراسة التجريبية مكنتنا من رسم البيان $i = f(q)$ المبين في **(الشكل 14)**

1. أتمم (الشكل 13) مبينا عليه موضع كل من جهاز الفولط متر والأمبيرمتر والتوترتين u_C و u_R .
2. بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار $i(t)$ هي : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC} i(t) = 0$
3. تقبل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل : $i(t) = A.e^{-\alpha t}$ حيث A و α ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما بدلالة ثوابت الدارة .
4. جد عبارة شدة التيار الكهربائي i بدلالة شحنة المكثفة q وثوابت الدارة الكهربائية .
5. باستغلال بيان (الشكل 14) ، جد قيمة كل من R و E .
6. استنتج القيمة التي يشير إليها جهاز الفولطمتر إذا كان جهاز الأمبيرمتر يشير إلى القيمة $i = 3 \times 10^{-2}\ A$.
7. أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة .





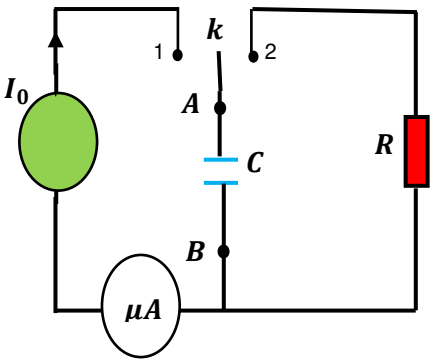
الشكل (13)

التمرين 07 :

تستعمل المكثفات في مجموعة من التراكيب الإلكترونية مثل وامض آلة التصوير وجهاز استقبال الراديو ...

ننجز الدارة الكهربائية الممثلة في **(الشكل 15)** والمكونة من :

- مولد للتيار شدته ثابتة I_0
- ناقل أومي مقاومته R
- ميكرو أمبيرمتر
- مكثفة سعتها C غير مشحونة
- بادلة k



الشكل (15)

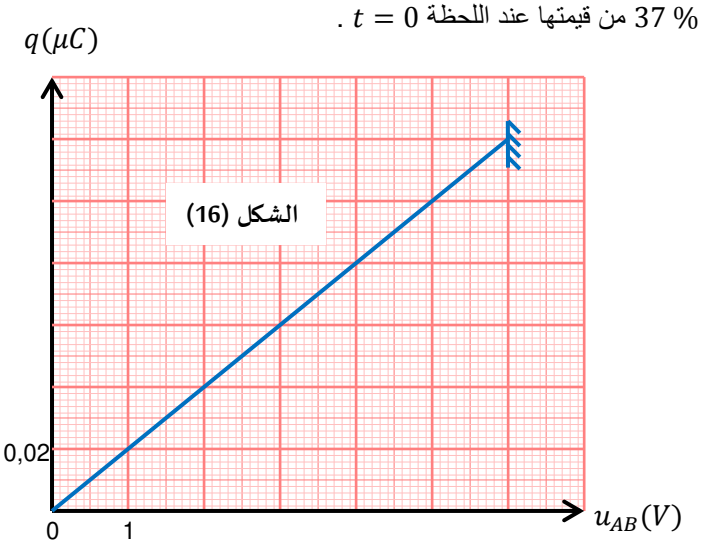
عند اللحظة $t = 0$ ، نضع البادلة k في الوضع (1) ، فيشير الميكرو أمبيرمتر إلى الشدة $I_0 = 0.1\mu A$. بواسطة برمجية خاصة تمكنا من الحصول على المنحنى الممثل لتغيرات الشحنة q للمكثفة بدلالة التوتر u_{AB} بين طرفيه **(الشكل 16)**

1. بين أن سعة المكثفة هي $C = 20\ nF$
2. أثبت العلاقة التالية : $t = \frac{C \times u_{AB}}{I_0}$
3. حدد المدة الزمنية اللازمة t لكي يصبح التوتر بين طرفي المكثفة يساوي $u_{AB} = 6V$.
4. عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة $u_{AB} = u_0$ ، نضع البادلة k في الوضع (2) . عند لحظة نختارها كمبدأ للأزمنة بواسطة برمجية خاصة تحصلنا على **(الشكل 17)** والذي يمثل تغيرات $\ln(u_{AB})$ بدلالة الزمن .

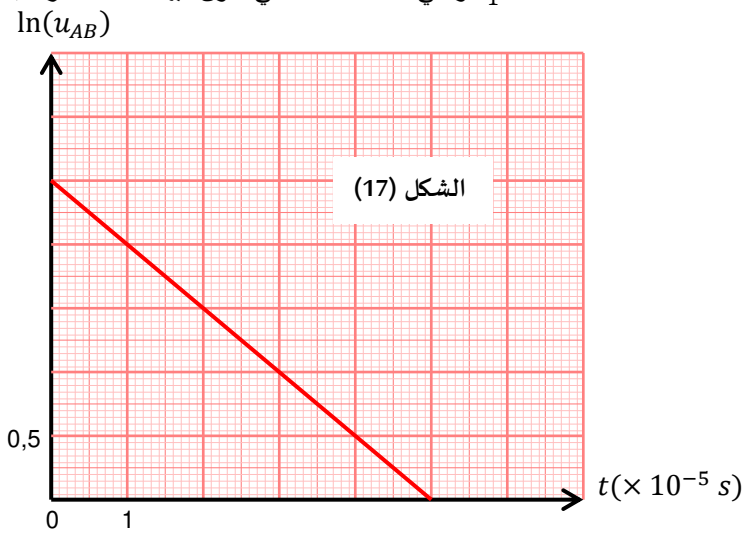
أ. بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي المكثفة $u_{AB}(t)$.

ب. حل المعادلة التفاضلية هو $u_{AB} = u_0 e^{-\alpha t}$ مع α مقدار ثابت يطلب تعيين عبارته . أوجد قيمة كل من u_0 و R .

ت. حدد اللحظة t_1 والتي تمثل اللحظة التي تكون فيها الطاقة مخزنة بنسبة 37 % من قيمتها عند اللحظة $t = 0$.



الشكل (16)

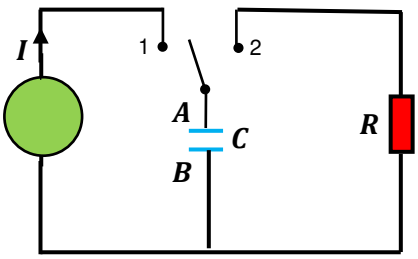


الشكل (17)

التمرين 08 :

نركب الدارة الكهربائية المقابلة **(الشكل 18)**

- مولد للتيار، يعطي تيارا ثابتا شدته $I = 10\ \mu A$
- مكثفة فارغة سعتها C.
- ناقل اومي مقاومته R .
- بادلة



الشكل (18)

1- نصل البادلة للوضع (1) في اللحظة $t = 0$ ، وبواسطة تجهيز مناسب تمكنا من تمثيل التوتر بين طرفي المكثفة(u_c) بدلالة شحنتها (q_A) **(الشكل 19)**

أ/ في أية لحظة ينتهي شحن المكثفة ؟

ب/ أحسب سعة المكثفة ؟

ج/ أحسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن ؟

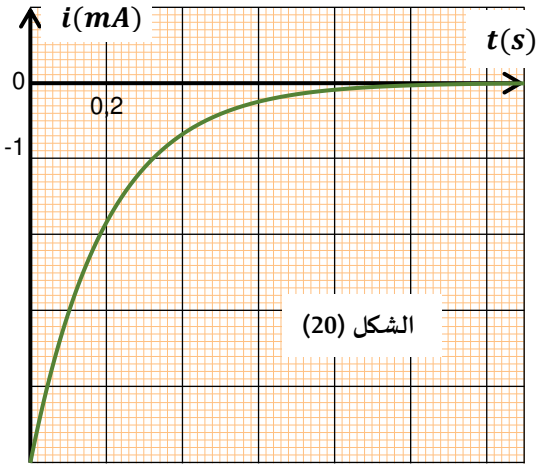
2- نعتبر $t = 0$ ، وننقل البادلة للوضع(2) ، ونتابع تطور شدة التيار المار في الدارة ، ونمثل بيانيا $i = f(t)$ **(الشكل 20)**

أ/ أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار ، ثم بين أن حلها هو $i(t) = -I_0 e^{-\frac{1}{RC}t}$ حيث I_0 هي أعظم شدة للتيار المار في الدارة .

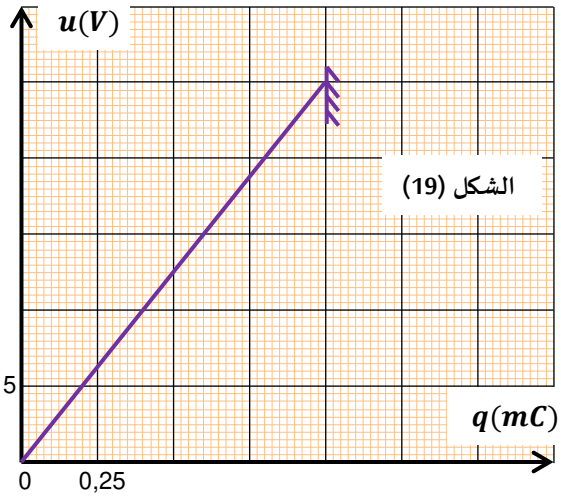
ب/ أحسب قيمة مقاومة الناقل الاومي بطريقتين مختلفتين .

ج/ أوجد العبارة الزمنية للتوتر بين طرفي المكثفة ، وأحسب قيمته عند اللحظة $t = \frac{\tau}{2} ln2$ ، ثم تأكد من النتيجة بيانيا.

د/ أحسب اللحظة الموافقة لتناقص الطاقة إلى النصف ، كم تكون قيمة الشحنة q_A للمكثفة آنذاك ؟



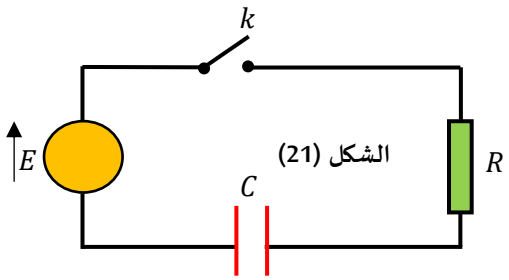
الشكل (20)



الشكل (19)

التمرين 09 :

نعتبر الدارة الكهربائية الممثلة في **(الشكل 21)** والمكونة من :

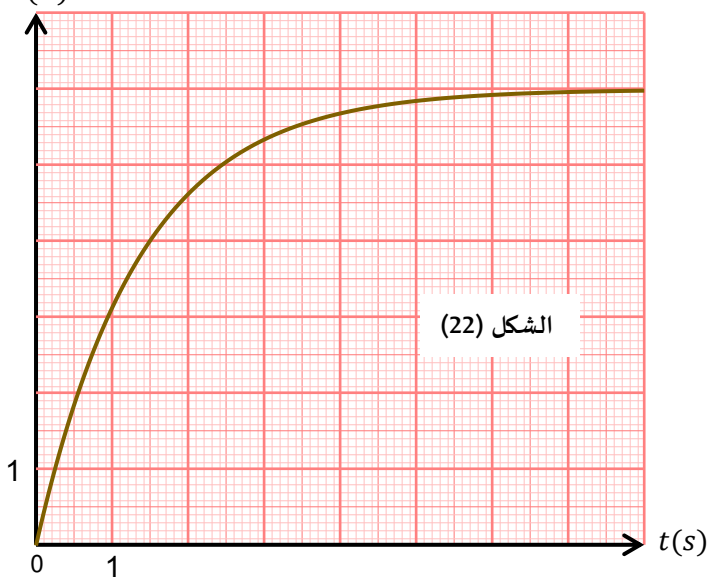


الشكل (21)

- مولد توتر قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$
- ناقل أومي مقاومته $R = 1\ k\Omega$
- مكثفة سعتها C وغير مشحونة
- قاطعة k

عند اللحظة $t = 0$ ، نغلق القاطعة k ونعاين بواسطة راسم الاهتزاز المهبطي التوتر بين طرفي المكثفة u_C ، فنحصل على المنحنى الممثل في **(الشكل 22)**

1. أعد نقل الدارة الكهربائية ، ومثل عليها جهة التيار الكهربائي ، جهة التوترات u_C و u_R
2. أكتب عبارة i بدلالة C و u_C .
3. بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C .
4. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $u_C = Ae^{-\alpha t} + B$. حدد عبارة كل من B ، α و A بدلالة عناصر الدارة .
5. لتكن t_1 و t_2 اللحظتين التي يصل فيها التوتر على التوالي إلى القيمتين u_1 و u_2 بحيث $t_1 < t_2$.



الشكل (22)

أ. أوجد عبارة u_1 بدلالة t_1, E, τ .

ب. استنتج عبارة u_2 بدلالة t_2, E, τ .

ت. نضع $\Delta t = t_2 - t_1$ ، أثبت أن : $\Delta t = \tau \ln\left(\frac{E-u_1}{E-u_2}\right)$

ث. اعتمادا على المنحنى $u_C = f(t)$ ، حدد :

- قيمة u_1 عند اللحظة $t_1 = 1\ ms$
- قيمة u_2 عند اللحظة $t_2 = 3\ ms$.

خ. أحسب قيمة τ ثم استنتج C سعة المكثفة .