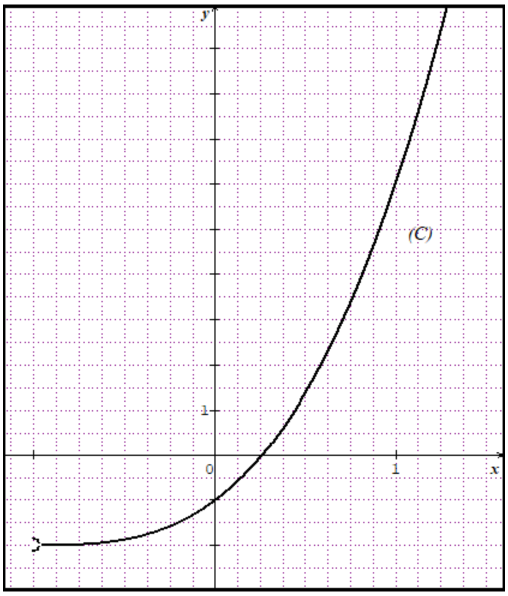
تمرين 1



المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي: $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$

1) أ)- بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g و حدد $g(0)$ و إشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يحقق: $g(\alpha)=0$.

ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2) f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يأتي: $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$.

أ) تحقق أنه من أجل كل عددحقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f.

ب) عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسّر النتيجة بيانيا.

ج)أحسب : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]$ و فسّر النتيجتين بيانيا.

د)شكل جدول تغيرات f .

3) - نأخذ $\alpha\simeq 0,26$

أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2}. ب) أرسم المنحنى (Γ) .

باكالوريا علوم تجريبية 2008

تمرين 2

I) f دالة معرفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ ب: $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس كما هو مبين في الشكل. (اِقلب الصّفحة)

أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I.

ب) بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغيرات f شكل جدول تغيراتها.

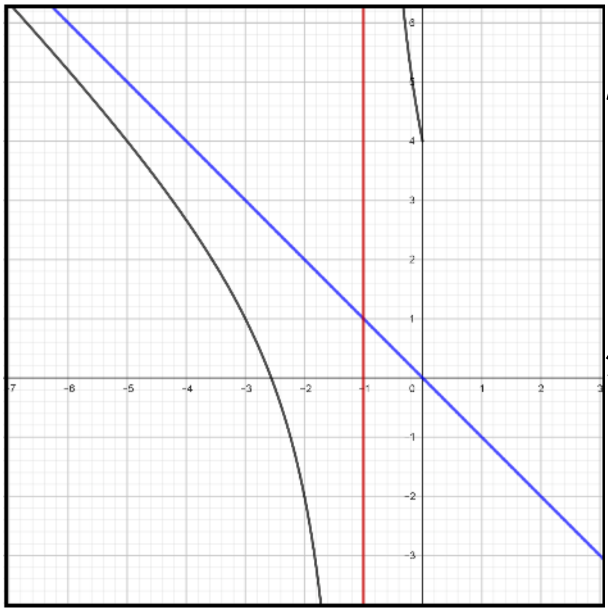
II) g دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$. (C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس.

1) أ)أحسب نهاية g عند $+\infty$.

باكالوريا علوم تجريبية 2009

ب) تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

ج) أدرس تغيرات g.



III) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $k(x)=|x|+\frac{4}{x+1}$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{k(h)-k(0)}{h}$ و $\lim\limits_{h \overset{<}{\to} 0} \frac{k(h)-k(0)}{h}$ ، ماذا تستنتج؟

ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1) و (Δ_2) و (C_k) .

4) أُحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى و المستقيمات التي معادلاتها: (C_k) ، $y=0$ ، $x=\frac{1}{2}$ ، $x=-\frac{1}{2}$

تمرين 3

I) لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة g على $\mathbb{R}$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,8$

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) - نعتبر الدّالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيينه.

ج) ادرس الوضع النّسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{x\cdot g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدّالة f.
ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالة f .
(نأخذ $f(\alpha)=-0,1$)
4) أحسب $f(1)$ ثمّ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.
5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).
6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\frac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$
و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

باكالوريا علوم تجريبية 2014

أ) تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.
ب) استنتج أنّ (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يُطلب تعيينه،ثمّ أنشئ (C_h).

تمرين 4

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي: $f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$
(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f .
2) أ- بين المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته $y=x$.
ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D) .
3) أ- بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1,3<x_0<1,4$.
ب- عين معادلة (Δ) مماس المنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب.
ج- أرسم (C_f) و (Δ) في نفس المعلم.

باكالوريا رياضيات 2009

4) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=|f(x)|$.
(C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق.
بين كيف يمكن إنشاء (C_g) إنطلاقا من (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.
5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x)=m^2$.

تمرين 5

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ - أثبت أنّ الدالة f فردية.
ب- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

جـ- ادرس تغيرات الدالة f .

2) أ- اكتب معادلة المماس (T) للمنحى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

جـ- بيّن أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$ ، ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الآخر.

د- ارسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق.

باكالوريا تقني رياضي 2010

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = |x|\left(1 + \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

أ- بيّن أن الدالة g زوجية.

ب- انطلاقا من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

تمرين 6

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 + 6x + 12$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]-1,48; -1,47[$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{x^3-6}{x^2+2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

بكالوريا تقني رياضي 2017

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \dfrac{x \cdot g(x)}{(x^2+2)^2}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسب إلى المستقيم (Δ) .

3) بيّن أنّ $f(\alpha) = \dfrac{3}{2}\alpha$.

4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

5) نرمز بـ S الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x = \alpha$ ، $x = 0$ و $y = 0$.

أثبت أنّ: من أجل كل $x \in [\alpha; 0]$ ، $-3 \le f(x) \le f(\alpha)$ ثم بيّن أنّ : $\dfrac{3}{2}\alpha^2 \le S \le -3\alpha$.