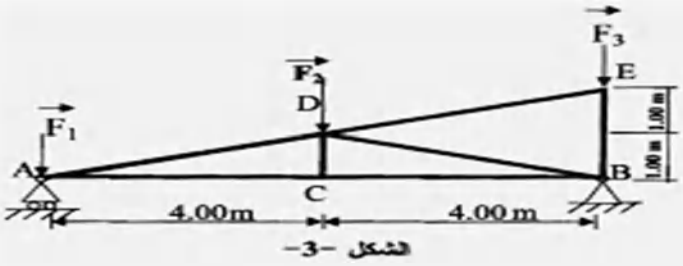
	الأستاذ :	السنة الدراسية : 2016-2017
المادة : أعمال مؤطرة	***المحور :*** الأنظمة المثلثية	

سلسلة تمارين حول الأنظمة المثلثية

التمرين 01 : BAC 2009.....(07 نقاط)

يمثل الشكل –3– أحد الأنظمة المثلثية للسقف نعتبر :
– المسند A بسيط.
– المسند B مزدوج (مضاعف) .

$F_1=F_3=16KN$
$F_2=32KN$



الشكل –3–

العمل المطلوب :

1 – تأكد من أن النظام محدد سكونيا.
2 – أحسب ردود الأفعال في المسندين (A) و (B).
3 – حدد الجهود الداخلية و طبيعتها في القضبان EB-ED-AD-AC ثم لخص نتائج الحساب وفق الجدول التالي :

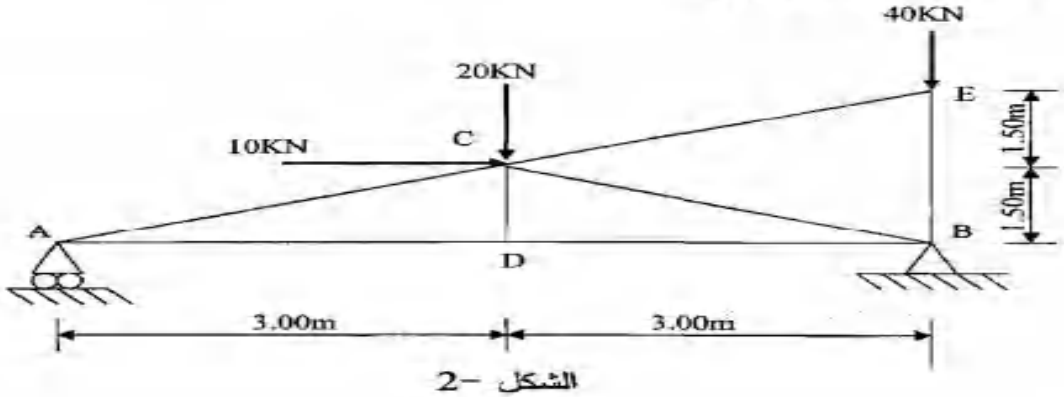
القضبان	الجهد (KN)	الطبيعة
AC		
AD		
ED		
EB		

4 –استخرج المجنب المناسب من الجدول للقضيب (AD) علما أنه متأثر بجهد ناظمي قدره : 66KN .
– يعطى الإجهاد المسموح به للفولاذ $\overline{\sigma_a}=1600daN/cm^2$

المجنب	المساحة (cm^2)
3×30×30	3.48
4×40×40	6.16
5×50×50	9.60
6×60×60	13.82

التمرين 02: BAC 2010 .....(06 نقاط)

يعطى الشكل الميكانيكي للجملة المثلثية في الشكل(2) حيث يرتكز على مسندين :
A مسند بسيط و B مسند مزدوج.



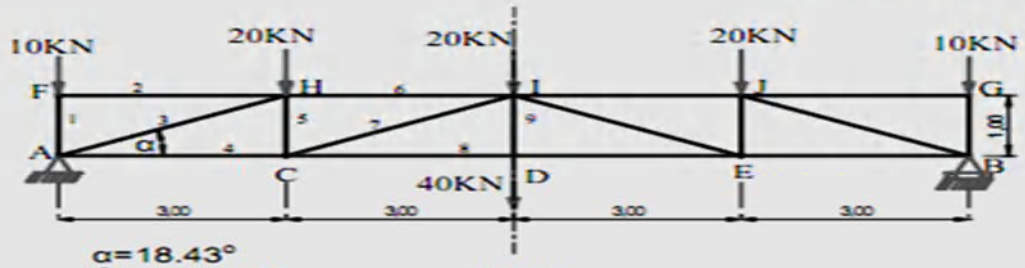
الشكل –2

المطلوب:

1– برهن أن النظام محدد سكونيا.
2– احسب ردود الأفعال عند المسندين A و B.
3– احسب الجهود الداخلية في القضبان و بين نوعها.
4– دون النتائج في جدول.

التمرين 03 : BAC 2011 .....(06 نقاط)

رافدة معدنية على شكل جملة مثلثية متناظرة تخضع لمجموعة من القوى المركّزة المتناظرة كذلك كما هو موضح في (الشكل4):

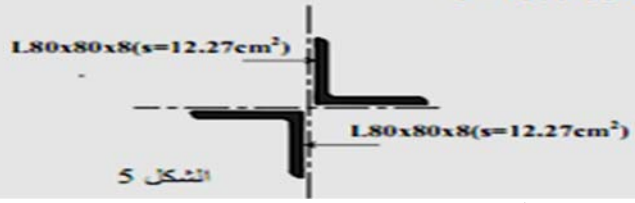


$\alpha = 18.43°$
$\cos \alpha = 0.95$
$\sin \alpha = 0.32$

الشكل 4

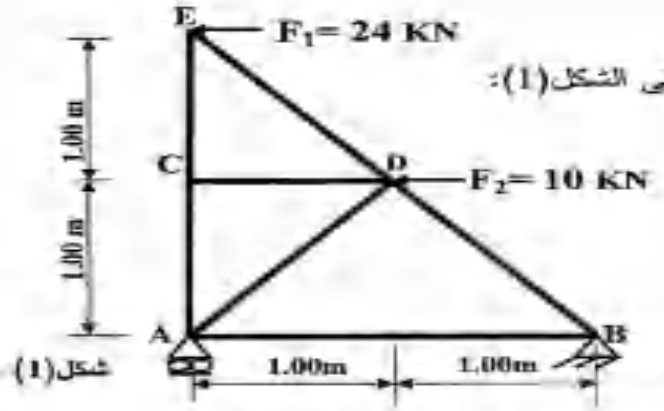
العمل المطلوب:

1. تأكد من أن النظام محدد سكونيا.
2. احسب ردود الأفعال في المسندين A و B (لاحظ التناظر).
3. احسب الجهود الداخلية المؤثرة في القضبان: (1);(2);(3);(4);(5);(6);(7) و (8)
وحدد طبيعتها ثم دوّن النتائج في الجدول المرفق بالصفحة 4 من 8.
4. تأكد من مقاومة القضيب "ID" علما أن الجهد الداخلي المؤثر فيه N_{ID}=40 KN و مقطعه العرضي عبارة عن مجنب زاوي مضاعف 2(L80x80x8) كما هو موضح في (الشكل5):
تعطى: $\bar{\sigma} = 1600\ daN/cm^2$



الشكل 5

التمرين 04 : BAC 2012 .....(07 نقاط)

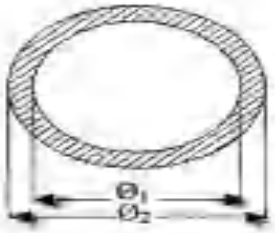


شكل(1)

ليكن النظام المثلثي المبين في الرسم الميكانيكي على الشكل(1):
A مسند بسيط، B مسند مزدوج.

العمل المطلوب:

1- تأكد أن النظام محدد سكونيا.
2- احسب ردود الأفعال في المسندين A و B.
3- احسب الجهود الداخلية في جميع القضبان محددا طبيعتها معتمدا على الطريقة التحليلية مع تدوين النتائج في جدول.
4- إذا كانت جميع القضبان متشابهة المقطع دائرية مفرغة كما يبينه الشكل (2).
تحقق من مقاومة القضيب BD علما أن: N_{BD}=41KN ، $\bar{\sigma}_s = 1600\ daN/cm^2$



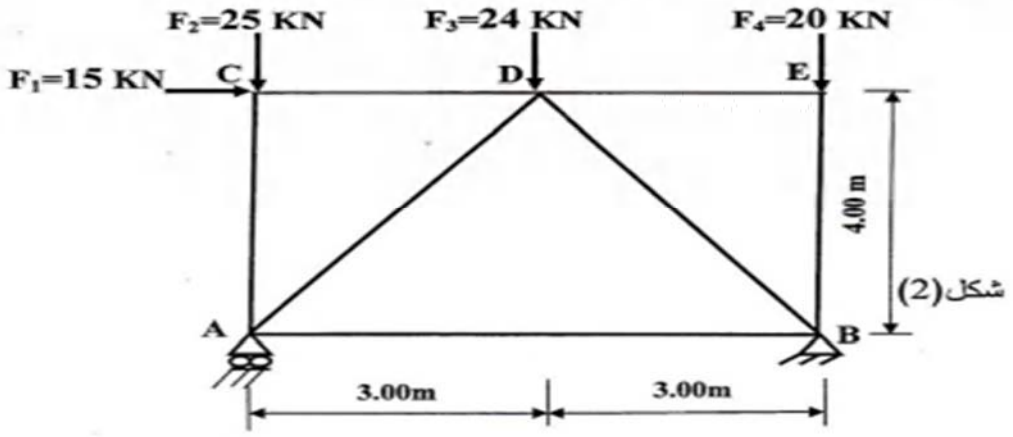
شكل(2)

$Ø_2$= 13cm ، $Ø_1$= 12cm

5- احسب الاستطالة ΔL لنفس القضيب إذا كان طوله L=141cm
و معامل المرونة الطولي: $E=2\times10^6\ daN/cm^2$.

التمرين 05 : BAC 2013 .....(06 نقاط)

نعتبر النظام المثلثي المبين في الرسم الميكانيكي على الشكل(2):



شكل(2)

المسند A بسيط.
المسند B مزدوج.

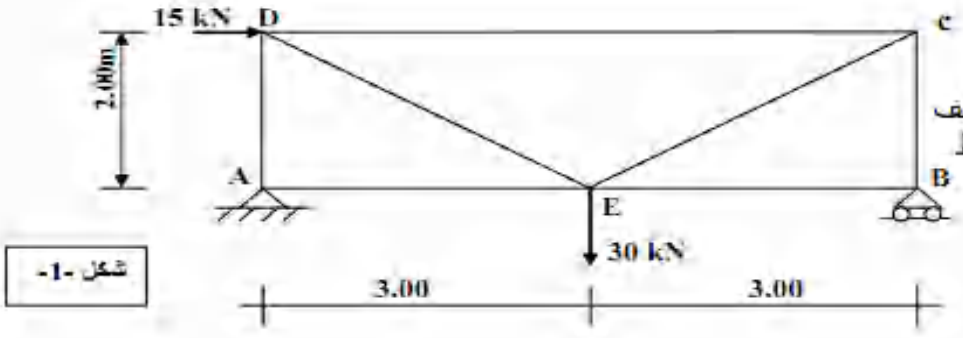
العمل المطلوب:

1 – تأكد أن النظام محدد سكونيا .
2– احسب ردود الأفعال في المسندين A و B.
3– احسب الجهود الداخلية في جميع القضبان محددا طبيعتها معتمدا على الطريقة التحليلية مع تدوين النتائج في جدول .
4 – تحقق من مقاومة القضيب"DB" ؛ علما أنه متأثر بجهد داخلي N_{DB}= 27.5KN، ومقطعه العرضي يتكون من مجنب (L50×50×5) مساحته 4.80 cm^2، والإجهاد المسموح به : $\overline{\sigma}$ =1000daN/cm^2

5– احسب قيمة التقلص ΔL للقضيب " DB"؛ إذا كان طوله L=5.00m و معامل المرونة الطولي: E=2.1×10^6daN/ cm^2

التمرين 06 :

عند انجاز الورشة الصناعية أستعملت هياكل معدنية مثلثية .
لدينا النظام المثلثي و الذي يتعرض للتحميل المبين في الشكل الميكانيكي التالي :



شكل -1-

A : مسند مضاعف
B : مسند بسيط

المطلوب :

1- تحقق من طبيعة النظام المثلثي (تحقق من أن النظام المثلثي محدد سكونيا)
2- أحسب ردود الأفعال عند المسندين A و B .
3- أحسب الجهود الداخلية في القضبان: DE,AE,AD و DC (بطلب عزل العقد A,D فقط).
4- تحقق من مقاومة القضيب DE إذا كانت مساحة مقطعه العرضي $S=10\ cm^2$.

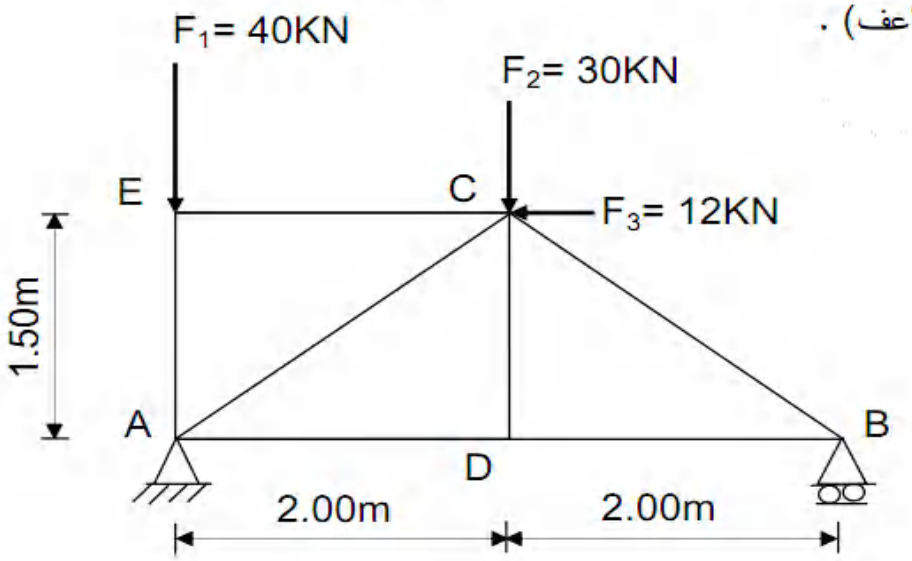
ملاحظة: يعطى:

$$\overline{\sigma} = 400\ daN\ /\ cm^2$$

التمرين 07 : BAC 2014 .....(5.5 نقاط)

يعطى الشكل الميكانيكي للجملة المثلثية في الشكل (3) حيث يرتكز على مسندين :

- المسند A مزدوج (مضاعف) .
- المسند B بسيط .



الشكل (3)

الشكل (3)

العمل المطلوب:

1-تأكد من أن النظام محدد سكونيا .

2-احسب ردود الأفعال في المسندين A و B

3-احسب الجهود الداخلية في القضبان وحدد طبيعتها معتمدا على الطريقة التحليلية مع تدوين النتائج في جدول.

4-إذا علمت أن قضبان الجملة المثلثية عبارة عن دعامة مزدوجة : استخرج من الجدول المرفق المجنب المناسب.

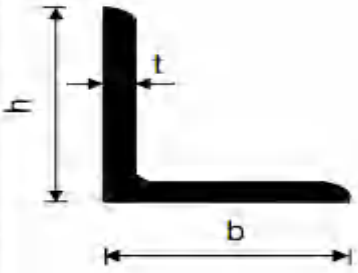
إذا كان القضيب الأكثر تحميلا يتأثر بجهد داخلي يقدر بـــــ : 40 KN والإجهاد المسموح به

$$\overline{\sigma} = 1600 \ daN / cm^2$$

5-احسب قيمة ΔL للقضيب AE إذا علمت أن معامل المرونة الطولي $E= 2.1x10^6$ daN/cm^2

الجـدول المرفــق

رقم المجنب	المقطع cm^2	الكتلة kg/cm^2	الأبعاد (mm)		
			b = h	t	Ys = zs
25x3	1.42	1.11	25	3	7.21
30x3	1.74	1.36	30	3	8.35
30x4	2.27	1.78	30	4	8.78
35x4	2.67	2.09	35	4	10.00
40x4	3.08	2.42	40	4	11.20
40x5	3.79	2.97	40	5	11.60

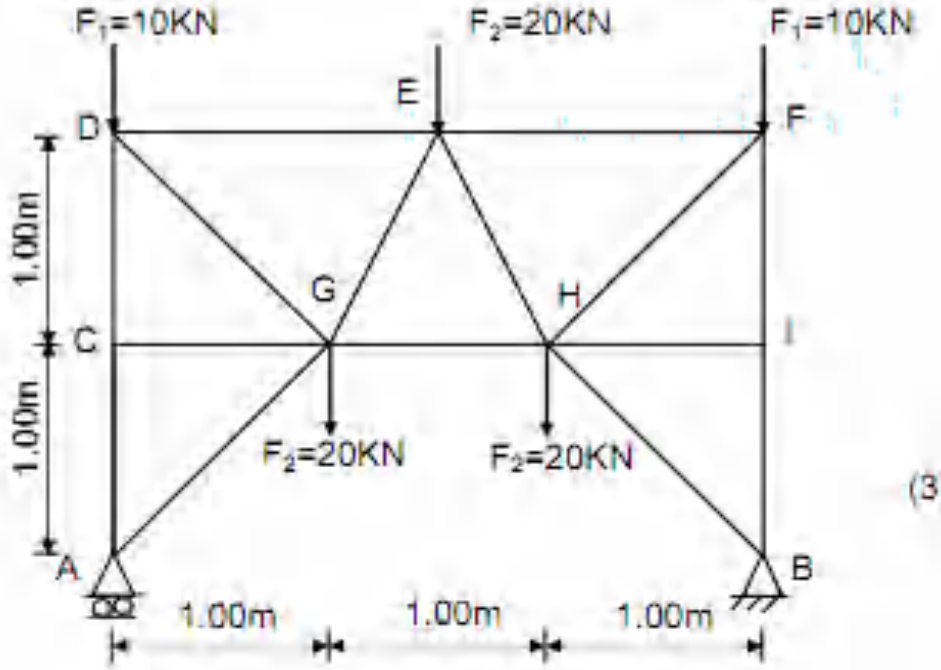


التمرين 08 : BAC 2014 .....(5.5 نقاط)

غرض دراسة النظام المثلثي الممثل في الشكل الميكانيكي التالي (أنظر الشكل (3)).

المسند A بسيط.

المسند B مزدوج (مضاعف).



الشكل(3)

العمل المطلوب:

1- تأكد من أن النظام محدد سكونيا.

2- احسب ردود الأفعال في المسندين A و B مستعينا بتناظر الشكل.

3- احسب الجهود الداخلية في القضبان وحدد طبيعتها معتمدا على الطريقة التحليلية مع تدوين النتائج في جدول.

4- احسب مساحة المقطع العرضي للقضيب(DG) علما أنه معرض لجهد داخلي يقدر بـ: 42.43 KN

والإجهاد المسموح به $\overline{\sigma}=1600\ daN/cm^2$

5- إذا كان القضيب (DG) عبارة عن ذعامة مزدوجة ⊥L (25×3) مقطعه العرضي $S=2.84cm^2$

احسب قيمة التشوه النسبي لهذا القضيب علما أن معامل المرونة الطولي $E=2.1\times10^6\ daN/cm^2$

الأستاذ :	السنة الدراسية : 2016-2017
المادة : أعمال مؤطرة	***المحور :*** الأنظمة المثلثية

حل تمارين حول الأنظمة المثلثية

التمرين 01 : BAC 2009.....(07 نقاط)

1 – التأكد من أن النظام محدد سكونيا :

$b = 2n - 3$

$7 = 2\times 5 - 3 \Rightarrow 7 = 7$

اذن الشرط محقق :

– حساب ردود الأفعال :

$\Sigma M/A = 0 \Rightarrow 32\times 4 + 16\times 8 - V_B \times 8 = 0$

$V_A = 32KN$

$V_B = 32KN$

القضيب	الجهد (KN)	الطبيعة
AC	63 ,93	شد
AD	65,84	انضغاط
ED	0	–
EB	16	انضغاط

– حساب مقطع المجنب :

$\overline{\sigma_a} \geq \sigma \Rightarrow \overline{\sigma_a} \geq \frac{N_{AD}}{S}$

$S \geq \frac{N_{AD}}{\overline{\sigma_a}}$; $S \geq \frac{66}{1600}\times 10^2$; $S \geq 4{,}12cm^2$

من الجدول المجنب المناسب : 4×40×40

التمرين 02: BAC 2010 .....(06 نقاط)

1– البرهان على أن الجملة محددة سكونيا:

$2n = b + 3 \Rightarrow 2(5) = 7 + 3 \Rightarrow 10 = 10$ الجملة محددة سكونيا

2– إيجاد ردود الأفعال:

$\Sigma F/_x = 0 \Rightarrow R_{BX} = 10KN$

$\Sigma F/_y = 0 \Rightarrow R_{AY} + R_{BY} = 60\ KN.....1$

$\Sigma M/_B = 0 \Rightarrow R_{AY}\ x6 + 10x1.50 - 20\ x3 = 0$

$R_{AY} = 7.50\ KN$

$\Sigma M/_A = 0 \Rightarrow - R_{BY}\ x6 + 10x1.50 + 20x3 + 40x6 = 0$

$R_{BY} = 52.50\ KN$

التحقيق :

$R_{AY} + R_{BY} = 60$

$7{,}50 + 52{,}50 = 60$ محققة

3– جدول النتائج:

القضيب	الجهد (KN)	الطبيعة
AC	16.77	أنضغاط
AD	15.00	شد
DB	15.00	شد
DC	0.00	تركيبي
CE	0.00	تركيبي
CB	27.92	أنضغاط
EB	40.00	أنضغاط

التمرين 03 : BAC 2011 .....(06 نقاط)

1- $b=2n-3=20-3=17$ الجملة محددة سكونيا.

2- حساب ردود الأفعال :

1-$\sum F/x=0$ $H_A=0$

2- $\sum F/y=0 \rightarrow V_A=V_B=\sum\frac{F}{2}=\frac{120}{2}=60kN$

4- المقاومة محققة في العنصر ID:

$\sigma<\bar{\sigma}\Leftrightarrow\frac{N_9}{2S}\leq\bar{\sigma}$

$\frac{40x10^2}{2x12{,}27}=163\leq 1600$

القضبان	AF	FH	AH	AC	CH	HI	CI	CD	ID
الجهد الداخلي	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9
الشدة(KN)	10	0	156,25	148,44	30	148,44	93,75	237,50	40
الطبيعة	ضغط	/	ضغط	شد	شد	ضغط	ضغط	شد	شد

التمرين 04 : BAC 2012 .....(07 نقاط)

العقد	الجهد	قيمة الجهد (KN)	الطبيعة
B	N_{BD}	41.02	شد
	N_{BA}	5	شد
A	N_{AD}	7.07	انضغاط
	N_{AC}	24	انضغاط
C	N_{CD}	0	/
	N_{CE}	24	انضغاط
E	N_{ED}	33.94	شد

1. التأكد من النظام : نظام محدد سكونيا $b=2n-3$ $b=7$, $n=5$ $7=2.(5)-3$

2. حساب ردود الأفعال :

$\sum F/x=0$, $\sum F/y=0$, $\sum Mf/=0$

$H_B=34KN, V_B=-29KN, V_A=29KN$

التمرين 05 : BAC 2013 .....(06 نقاط)

القضيب	الجهد (KN)	الطبيعة
AB	1.5	شد
AC	25	إنضغاط
AD	2.5	إنضغاط
BD	27.5	إنضغاط
BE	20	إنضغاط
CD	15	إنضغاط
DE	0	تركيبي

1) النظام محدد سكونيا لأن : $n = 5$ ، $b = 7$

$2n - 3 = 10 - 3 = 7 = b$

2) ردود الأفعال : **أنظر الشكل**.

$V_B = 42$ KN ، $V_A = 27$ KN ، $H_B = -15$ KN

4) مقاومة القضيب BD محققة لأن :

$$\sigma_{BD} = \frac{N_{BD}}{S} = \frac{27.5 \times 10^2}{4.8} = 572.92 daN/cm^2 < \overline{\sigma} = 1000 daN/cm^2$$

5) مقدار التقلص ΔL للقضيب(BD) :

$$\Delta L = \frac{\sigma . L}{E} = \frac{572.92 \times 5}{2.1 \times 10^6} = 1.36 \times 10^{-3} m \Rightarrow \Delta L = 1.36 mm$$

التمرين 06 :

- التحقق من طبيعة النظام : النظام محدد سكونيا

$2n - b = 2 \times 5 - 7 = 3$

- حساب ردود الأفعال في المسندين :

$\sum F_{xx} = 0 \Leftrightarrow R_{Ax} = -15kN$

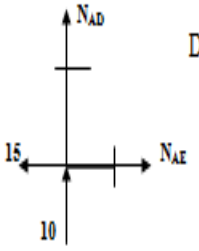
$\sum F_{yy} = 0 \Leftrightarrow R_{Ay} + R_{By} = 30kN$

$\sum M_A = 0 \Leftrightarrow -R_{By}.6 + 30 \times 3 + 15 \times 2 = 0$

$\Leftrightarrow R_{By} = 20kN$

$\sum M_B = 0 \Leftrightarrow R_{Ay}.6 + 15 \times 2 - 30 \times 3 = 0$

$\Leftrightarrow R_{Ay} = 10kN$



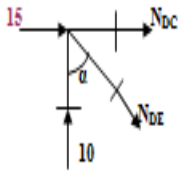
- حساب الجهود الداخلية في القضبان : DE,AE,AD و DC

العقدة : A

$\sum F/_y = 0 \leftrightarrow N_{AD} = -10$ kN

$\sum F/_x = 0 \leftrightarrow N_{AE} = +15$ kN

العقدة : D



$tg\alpha = 3/2 \rightarrow \alpha = 56.31^0$.

$\sum F/_y = 0 \leftrightarrow -N_{DE} \cos\alpha + 10 = 0$

$\leftrightarrow N_{DE} = 18.18$ kN

$\sum F/_x = 0 \leftrightarrow N_{DE} \sin\alpha + N_{DC} + 15 = 0$

$\leftrightarrow N_{DC} = -30.09$ kN

- التحقق من مقاومة القضيب : DE

$\sigma = N_{DE}/S = 1818/10 = 181.8$ daN/cm² < 400 daN/cm²

اذن المقاومة محققة