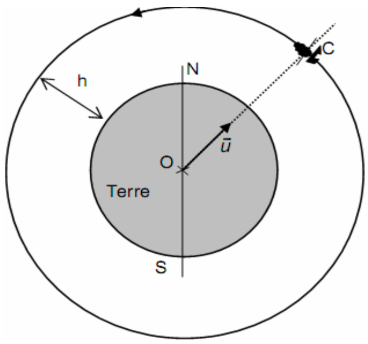
التمرين 01:



يدور قمر اصطناعي SPOT4 كتلته m في مدار قطبي بسرعة ثابتة. وعلى هذا على ارتفاع $h = 830km$ من سطح الأرض وفق مسار دائري مركزه O مركز الأرض كتلتها M_T وبدور $T = 101\min$.

نعتبر القمر الاصطناعي SPOT4 نقطيا، مركز عطالته C. تهمل جميع قوى الاحتكاك.

1- في أي مرجع تتم دراسة حركة هذا القمر الاصطناعي؟

2- أ- أعط العبارة الشعاعية للقوة المطبقة من طرف الأرض على SPOT4 بدلالة المقادير المعطاة وشعاع الوحدة $\vec{u}$

ب- مثل هذه القوة على الرسم.

3- ما هي الفرضية المتعلقة بمرجع الدراسة والتي تسمح بتطبيق القانون الثاني لنيوتن؟

-4

- بين أن عبارة تسارع حركة مركز هذا القمر الاصطناعي تعطى بالعبارة التالية: $a = \dfrac{G.M_T}{(R_T + h)^2}$
- مثل شعاع تسارع حركة مركز عطالة القمر بصورة كيفية على الرسم السابق.
- ما هي خصائص شعاع التسارع $\vec{a}$ في حالة الحركة الدائرية المنتظمة؟ بين أن هذه الخواص محقّقة هنا.

5- أعط عبارة سرعة مركز عطالة القمر الاصطناعي بدلالة المقادير التالية h, R_T, T.

6- عبر عن الدور T لحركة مركز عطالة القمر الاصطناعي بدلالة المقادير M_T, h, R_T, G ثم استنتج القانون الثالث لكبلر المطبق على هذه الحركة الدائرية.

7- أحسب كتلة الأرض M_T.

التمرين 02:

قمر اصطناعي $Spot4$ كتلته $m = 2800Kg$ يرسم مسارا دائريّا نصف قطره r بالنّسبة لمركز الأرض حيث: $(r = 832 + R_T)$.

1- أذكر عبارة قوّة الجذب العام التي تُطبّقها الأرض على القمر الصناعي.

2- بيّن أنّ حركة القمر الصّناعي دائريّة منتظمة، ولماذا لا يسقط على الأرض.

3- بتطبيق القانون الثّاني لنيوتن في المرجع المركزي الأرضي، أوجد العبارة الحرفيّة للسّرعة v للقمر الصناعي في مداره ثمّ أحسب قيمتها؟

4- هل سرعة القمر الصّناعي في مداره تتعلّق بكتلته أم بارتفاعه؟

5- أوجد عبارة دور هذا القمر الصناعي T بدلالة ثابت الجذب العام G وكذا كتلة الأرض M_T ونصف قطر مداره r، وهل يُمكن اعتباره قمرا جيومستقرا؟

6- ماهي مواصفات القمر الجيومستقرّ عند ئذ؟

7- ما هو القانون الذي يُمكن استنتاجه من عبارة الدّور السّابقة؟

المعطيات: $M_T = 6\times10^{24}Kg, R_T = 6400Km, G = 6.67\times10^{-11}N.m^2/Kg^2$

التمرين 03:

اثبت العالم الفلكي يوهان كبلر في 1609 أن النظام الذي وضعه كوبرنيكس عن مركزية الشمس هو الوحيد الذي يعكس الحقيقة بدقة وعن طريق عمليات حسابية معقدة ومتعددة، وضع كبلر القوانين الثلاث الهامة فيما يتعلق بحركة الكواكب.

1- ذكّر بالقوانين الثلاث لكبلر.

2- ثلاثة كواكب a، b، c، كتلها m_a، m_b، m_c، تدور حول نجم E كتلته M_E في مدارات نعتبرها دائرية مركزها هو مركز النجم بحيث تخضع لتأثيراته فقط وهذا لتسهيل الدراسة.

ندرس حركة الكواكب الثلاثة في معلم مبدؤه مركز النجم، ونعتبر أن هذه الكواكب لا تخضع إلا لتأثير هذا النجم.

يشمل الجدول أدوار وأنصاف أقطار الكواكب الثلاثة حول هذا النجم.

$T_c = 84,4$	$T_b = 12,93$	$T_a = 5,366$	الدور $T\,(jours)$
$r_c = 2,54\times10^{-1}$	$r_b = 7,27\times10^{-2}$	r_a	نصف قطر الدوران $r(UA)$

UAهي الوحدة الفلكية، حيث $1UA = 1,5\times10^{11}m$.

يعطى قانون الجذب العام بالعلاقة: $F = G.\dfrac{m_1.m_2}{r^2}$ حيث G ثابت الجذب العام.

أ-باستعمال التحليل البعدي أوجد وحدة قياس الثابت G.

ب-بين أن حركة هذه الكواكب دائرية منتظمة، ثم احسب v_c سرعة الكوكب c.

جـ-احسب قيمتي كل من r_a نصف قطر دوران الكوكب a و M_E كتلة النجم.

3-نعتبر حركة الأقمار الصناعية حول الأرض شبيهة بحركة الكواكب حول النجم، حيث نميز من بينها الأقمارالجيو مستقرة ولدراسة حركتها عادة ما نختار مرجعاً مناسباً.

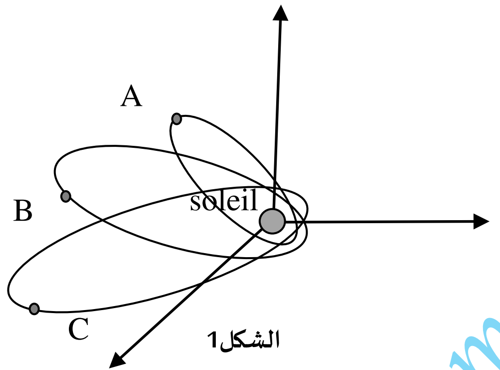
أ- حدّد هذا المرجع. عرفه .

ب- استنتج عبارة h ارتفاع هذا القمر الذي نعتبره نقطة مادية عن سطح الأرض واحسب قيمته.

يعطى: دور الأرض حول محورها $T = 24h$، $R_T = 6400\,km$، $G = 6,67\times10^{-11}SI$، $M_T = 6,0\times10^{24}kg$.

التمرين 04:

اثبت العالم الفلكي يوهان كبلر في 1609 أن النظام الذي وضعه كوبرنيكس عن مركزية الشمس هو الوحيد الذي يعكس الحقيقة بدقة وعن طريق عمليات حسابية معقدة ومتعددة، وضع كبلر القوانين الثلاث الهامة فيما يتعلق بحركة الكواكب.



الشكل1

1-الشكل (1) يعطي نموذجًا تقريبيًا لمدارات ثلاث كواكب $(A),(B),(C)$ من المجموعة الشمسية تدور حول الشمس في معلم هيليومركزي .

– هل القانون الأول لكبلر محقق حسب ما تعكسه الصورة ؟ علل.

2- الجدول التالي يحتوي على معلومات تخص الكواكب الثلاث بعضها مجهول حيث T دور الكوكب حول الشمس، a نصف طول المحور الكبير للاهليليج.

الكوكب	$T\ (10^7\,S)$	$a\,(10^8\,Km)$
A (الارض)	$3,16$	$1,50$
B(المريخ)	T_B	$2,28$
C(المشتري)	$37,4$	a_C

بالاعتماد على القانون الثالث لكبلر أوجد قيمتي كل من T_B ، a_C.

3 – نقبل من أجل تسهيل الدراسة أن حركة الكواكب الثلاث حول الشمس دائرية نصف قطرها r وأنها لا تخضع إلا لتأثيرها فقط. يعطى قانون الجذب العام لنيوتن بالعلاقة التالية: $F = G.\dfrac{m_1.m_2}{r^2}$

أ – مثل شعاع القوة التي تؤثر بها الشمس على أحد الكواكب وأعط عبارة شدتها بدلالة G و M_s (كتلة الشمس) و m_p (كتلة الكوكب) و r (البعد بين مركزي كل من الشمس والكوكب).

ب – إذا علمت أن شدة قوة جذب الشمس للأرض هي: $F_{S/T} = 3,56\cdot10^{22}\,N$.

- أوجد كتلة الشمس.

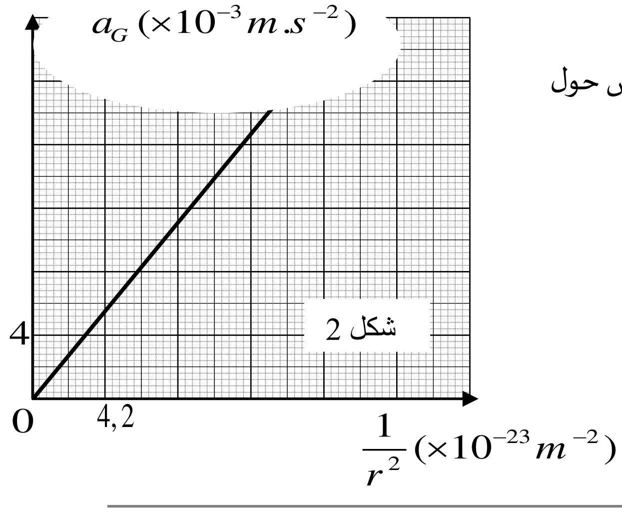
4 –أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن عبارة a_G تسارع مركز عطالة الأرض حول الشمس يعطى بالعلاقة: $a_G = \alpha\cdot\dfrac{1}{r^2}$. حيث α ثابت يطلب تعيين عبارته.

ب - البيان الموضح في الشكل- 2-يمثل تغيرات a_G بدلالة $\dfrac{1}{r^2}$.

- أعط العبارة التي يترجمها البيان.

جـ- بالاعتماد على العلاقتين النظرية والعملية استنتج كتلة الشمس.

د- هل تتوافق هذه القيمة مع القيمة المحسوبة سابقاً(3- ب).



تعطى: كتلة الأرض $M_T=6{,}0\cdot10^{24}\,Kg$ ، البعد بين مركزي الشمس والأرض $r=1{,}5\cdot10^{11}\,m$ ، $G=6{,}67\cdot10^{-11}(SI)$.

التمرين 05:

1- دأبت وكالة الفضاء الجزائرية على تطوير مشاريع الأقمار الاصطناعية لخدمة الاتصالات، آخرها إطلاق القمر AlcomSat1 **(الشكل-1)** والذي يعتبر جزائري الصنع 100% بعلماء جزائريين في الداخل والخارج، وذلك يوم 10 ديسمبر 2017 على الساعة 17 و40 دقيقة من قاعدة شيشانغ Xichang بمقاطعة سيشوان بالصين. يسلك القمر AlcomSat1 مسارا اهليلجيا بعد مدة زمنية من اطلاقه، بعدها دخل في مداره الجيو مستقر Géostationnaire حيث أخذ الموضع الفلكي $24{,}8^\circ$.


الشكل-1

AlcomSat1 تم تركيبه على مستوى مركز تطوير الأقمار الاصطناعية ببئر الجير – ولاية وهران – من شأنه توفير خدمة الاتصالات والأنترنت، بث القنوات الاذاعية و التلفزيونية بدقة عالية..

أ- اشرح المصطلحات الواردة في النص: جيومستقر، إهليلجي.

ب- ذكر بنص القانون الأول لكبلر.

ت- ارسم شكلا تخطيطيا للمسار الاهليلجي الذي اتخذه القمر موضحا عليه النقاط التالية: الأرض، نقطة الاوج، نقطة الحضيض، ومثل عليه كيفيا شعاع السرعة في النقطتين الأخيرتين.

2- نعتبر قمر صناعي (S) كتلته m يدور حول الأرض بحركة دائرية منتظمة ويرسم مسارا دائريا نصف قطره r حيث: $r=R_T+h$ ، h ارتفاعه عن سطح الأرض، R_T نصف قطر الأرض ومركزه O.

لدراسة هذا القمر الاصطناعي، نختار معلما مرتبطا بمعلم عطالي مناسب.

أ- اذكر المرجع المناسب لدراسة حركة القمر الاصطناعي، عرفه ولماذا نعتبره عطاليا؟

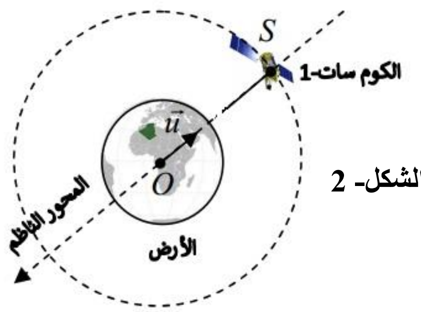
ب- مثل على **(الشكل-2)** كيفيا شعاع القوة $\vec{F}_{T/S}$ التي تطبقها الأرض (T) على القمر الصناعي (S).

ت- اكتب العبارة الشعاعية لشعاع القوة $\vec{F}_{T/S}$ بدلالة المقادير m ، G ، h ، R_T ، M_T وشعاع الوحدة $\vec{u}$.

حيث: M_T كتلة الأرض و G ثابت الجذب العام.

ث- باستخدام التحليل البعدي، حدد وحدة المقدار G.

ج- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المرجع المختار، جد عبارة سرعة مركز عطالة القمر الاصطناعي v بدلالة G ، r و M_T.



الشكل- 2

3- يمثل المنحنى البياني **(الشكل- 3)** المقابل تطور مربع السرعة المدارية للقمر الاصطناعي (S) بدلالة مقلوب البعد $v^2=f(\frac{1}{r})$.

أ- اكتب معادلة المنحنى البياني واستنتج قيمة كتلة الأرض M_T.

ب- جد عبارة الدور T للقمر الاصطناعي (S) بدلالة G ، r و M_T.

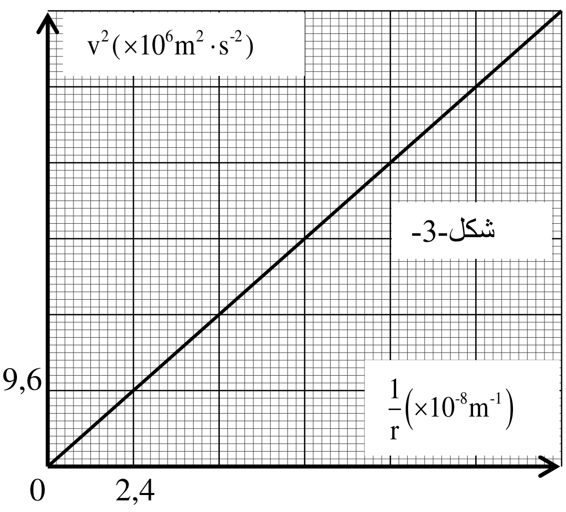
4- يدور القمر الاصطناعي AlcomSat1 في مسار دائري على ارتفاع h= 36000 km في مستوى خط الاستواء باتجاه دوران الأرض حول محورها.

أ- استنتج السرعة المدارية للقمر الاصطناعي AlcomSat1 اعتمادا على **(الشكل-3).**

ب- احسب دور القمر الاصطناعي AlcomSat1 .

ت- هل يمكن اعتباره جيو مستقر؟ علل.

ث- بين أن القانون الثالث لكبلر محقق.



شكل-3-

يعطى: $G=6{,}67\times10^{-11}SI\ ;\ R_T=6400\,km$

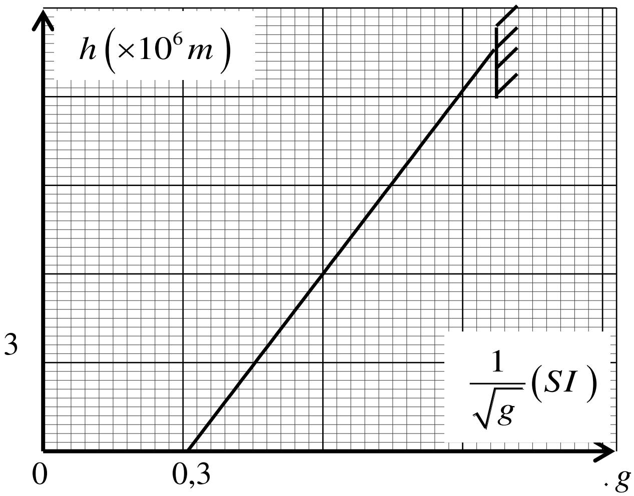
التمرين 06:

نعتبر الأرض كروية الشكل نصف قطرها R_T وكتلتها M_T ، حيث يدور قمر اصطناعي S كتلته m على ارتفاع h من سطحها ويتحرك بسرعة V.

1- أعط العبارة الحرفية لقوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي $F_{T/S}$ بدلالة: $G، m، M_T، h، R_T$

2- أوجد العبارة الحرفية للجاذبية g بدلالة : $G، M_T، h، R_T$.

3- انطلاقا من العبارة السابقة بين أن عبارة الارتفاع h يمكن أن تكتب على الشكل: $h = A \cdot \frac{1}{\sqrt{g}} + B$.حيث: $A، B$ ثابتين يطلب تحديد عبارتهما.



4- البيان المقابل يمثل: $h = f\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\right)$.

أ- أكتب العبارة البيانية .

ب- أحسب كتلة الأرض M_T .

ت- استنتج قيمة نصف قطر الأرض R_T .

ث- أوجد قيمة تسارع الجاذبية g_0 على سطح الأرض.

5- إذا علمت أن قيمة تسارع الجاذبية في مدار هذا القمر هي: $g = 0,25(SI)$.

أ- أوجد ارتفاع القمر الاصطناعي h عن سطح الأرض.

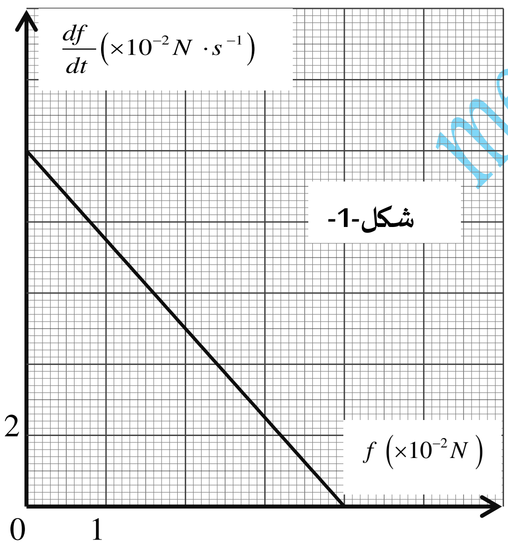
ب- احسب سرعته V في مداره .

يعطى: ثابت الجذب العام $G = 6,67\times 10^{-11}(SI)$.

التمرين 07:

نترك كريه كتلتها $m = 4g$ ونصف قطرها $r = 2cm$ ، تسقط شاقوليا في الهواء بدون سرعة ابتدائية $v_0 = 0$، تخضع الكريه إلى قوة احتكاك مع الهواء $f = kv$.

الدراسة التجريبية مكنت من رسم المنحنى البياني الموضح في **الشكل -1-**.



1- قارن بين قوة دافعة ارخميدس π وقوة ثقل الكريه P .ماذا تستنتج؟

2- بين أن المعادلة التفاضلية لتطور شدة قوة الاحتكاك المؤثرة على الكريه تكتب على الشكل: $\frac{df}{dt} = A \cdot f + B$.

حيث: A و B ثابتين يطلب تعيين عبارتيهما.

3- حدد قيم كلا من: الزمن المميز τ ، معامل الاحتكاك k والسرعة الحدية $v_{\lim}$.

4- جد المعادلة التفاضلية التفاضلية لتطور سرعة الكريه.

5- حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $v(t) = A\left(1 - e^{B \cdot t}\right)$

حيث: $A، B$ ثوابت يطلب إيجاد عبارة كل منهما،وما هو المدلول الفيزيائي للثابت A .

6- تأكد من قيمة السرعة الحدية $v_{\lim}$ المحسوبة سابقا في السؤال 3 .

يعطى : الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1,3kg/m^3$ ، الجاذبية الأرضية $g = 10m \cdot s^{-2}$ ، حجم الكرة $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

التمرين 08:

بواسطة برمجية خاصة تمت المتابعة الزمنية لتطور سرعة حركة سقوط مركز عطالة كرة مطاطية ، كتلتها $m = 2,5\ g$ و نصف قطرها $r = 1,9\ cm$ في الهواء فتم الحصول على المنحنى البياني الموضح في الشكل.

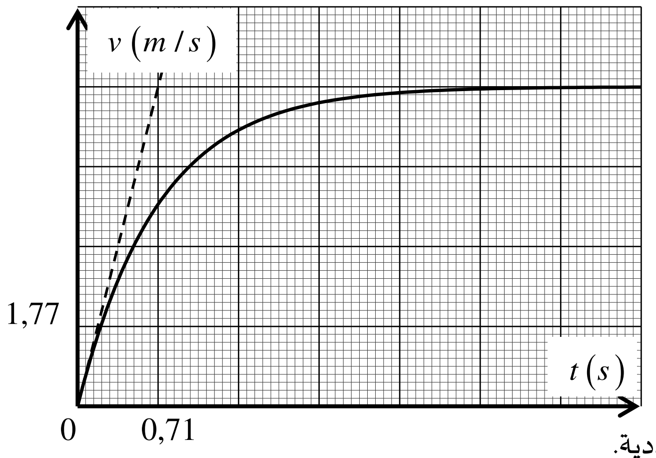
يعطى: حجم كرة $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ؛ $\rho_{air} = 1,3\ kg \cdot m^{-3}$ ؛ $g = 10\ m \cdot s^{-2}$

1- بيّن أن شدة دافعة أرخميدس $\overrightarrow{\Pi}$ المطبقة على الكرة مهملة أمام ثقلها.

-2 إذا علمت أن شدة محصلة قوى الاحتكاك المطبقة على الكرة من طرف الهواء هي: $f = k \cdot v^2$

أ- مثِّل القوى المطبقة على الكرة في لحظة t من بداية سقوطها.

ب- أوجد المعادلة التفاضلية لتطور سرعة حركة سقوط الكرة.



-3 عيّن السرعة الحدية للسقوط v_L.

-4 أ- أوجد عبارة الثابت k بدلالة: m ، g و v_L.

ب- باستعمال التحليل البعدي، حدّد وحدة k

ثم أحسب قيمته العددية.

ليكن τ هو الزمن المميز للحركة:

أ- ما هي قيمة ميل المماس للمنحنى $v = f(t)$

عند المبدأ $(t = 0)$. ماذا يمثل هذا الميل؟

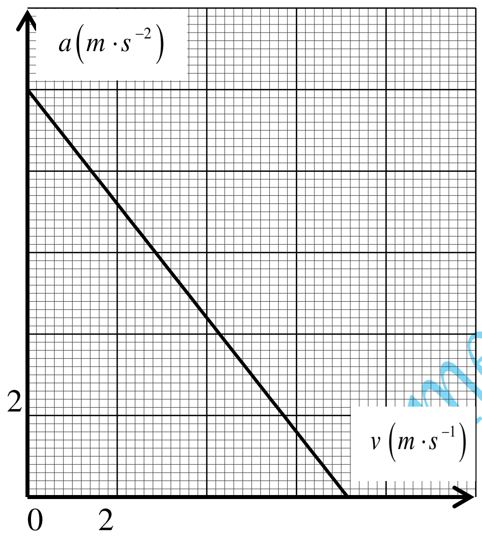
ب- أوجد عبارة الزمن المميز τ بدلالة v_L و g ثم أحسب قيمته العددية.

-5 بيَّن تسجيل الحركة أنه في اللحظة $t_1 = 0,500\ s$ ، تكون سرعة الكرة $v_1 = 4,25\ m \cdot s^{-1}$ أحسب التسارع a_1 للكرة في اللحظة t_1.

التمرين 09:

كرة تنس كتلتها $m = 2,5g$ وقطرها $d = 3,8cm$ تسقط في الهواء بدون سرعة ابتدائية .

يعطى :الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1,3kg \cdot m^3$ ، حجم الكرة $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$



-1 احسب كتلة الهواء الذي تزيحه الكرة .

-2 احسب النسبة بين π و P. ماذا تستنتج؟

-3 مقاومة الهواء التي تتعرض لها الكرة أثناء السقوط من الشكل: $f = k \cdot v$.

أ- مثل تأثير القوى المطبق على الكرة .

ب- اكتب المعادلة التفاضلية لتطور سرعة الكرة.

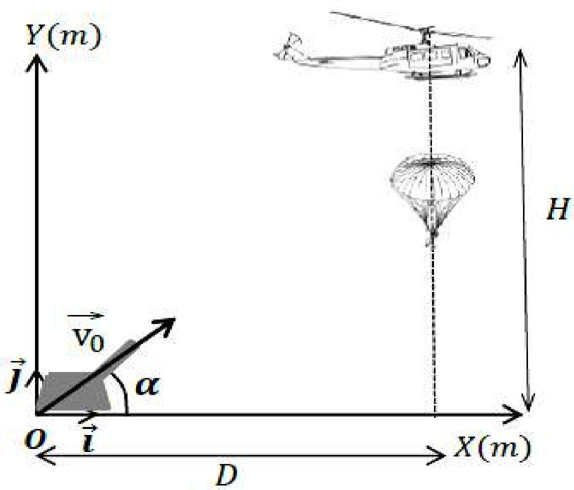
-4 يمثل البيان تغيرات التسارع بدلالة الزمن .

بالاعتماد على البيان استنتج:

أ- السرعة الحدية v_{lim}.

ب- الزمن المميز τ ومعامل الاحتكاك k.

ت- قيمة التسارع الابتدائي a_0.



الشكل (1)

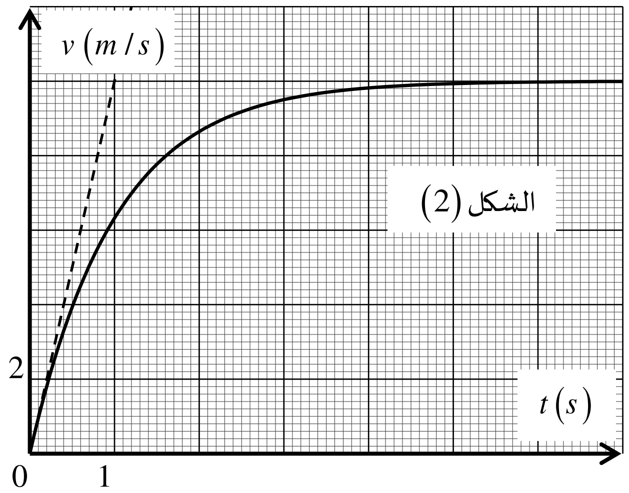
التمرين 10:

تستعمل الطائرات المروحية في بعض العمليات العسكرية الت تستدعي إنزالا للجنوديبالمظلات من أجل تنفيذ مهمات قتالية محددة، غير أنها تعتبر أهدافا سهلة المنال للدفاعات الأرضية المضادة. **الشكل** (1)

I- دراسة السقوط الشاقولي للجندي في الهواء:

أثناء عملية الإنزال تبقى تبقى الطائرة المروحية ثابتة على ارتفاع $H = 405m$ من سطح الأرض.يسقط الجندي بدون سرعة ابتدائية فتفتح مظلته بشكل آني ،ويسقط في اتجاه شاقولي نحو الأرض، فيخضع لقوة احتكاك عبارتها من الشكل : $\vec{f} = -k\vec{v}$ ، ندرس حركة مركز عطالة الجملة (الجندي+ مظلته) في المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$ مرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا.

يعطى:كتلة الجندي ولوازمه $m=100kg$ ، $g=10m\cdot s^{-2}$.



1- نهمل دافعة أرخميدس، وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

– أوجد المعادلة التفاضلية لتطور سرعة الجملة (الجندي+ مظلته).

2- يمثل المنحنى **الشكل** (2) تغيرات سرعة مركز عطالة الجملة المدروسة بدلالة الزمن ،حدد بيانيا:

أ- الزمن المميز τ .

ب- السرعة الحدية $v_{\lim}$ للجملة المدروسة.

ت- التسارع الابتدائي a_0 .

3- أوجد قيمة الثابت k .

II- قصف المروحية بقذيفة مضادة:

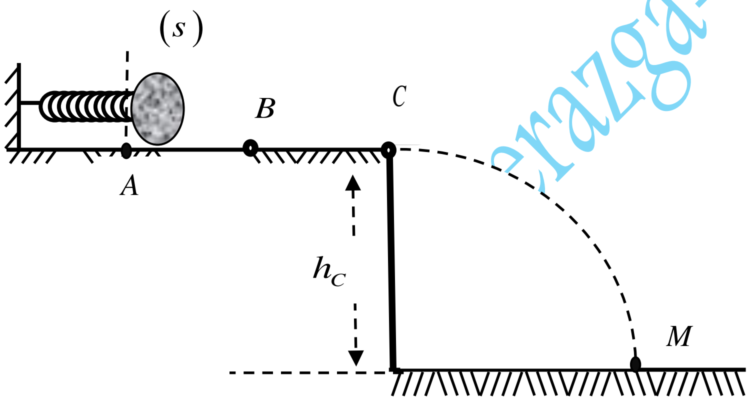
عند رصد المروحية من طرف أجهزة الدفاع الأرضية ،تم تصويب مدفع القذائف المضادة نحو الهدف بزاوية α مع المحور OX ،تنطلق القذيفة بسرعة ابتدائية $v_0=200m\cdot s^{-1}$ من الموضع O. نهمل جميع الاحتكاكات مع الهواء.

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن معادلة مسار القذيفة تعطى بالعبارة: $y=-\dfrac{g}{2v_0^{\,2}\cdot\cos^2\alpha}\cdot x^2+\tan\alpha\cdot x$.

2- بين أن هناك قيمتين مختلفتين للزاوية α تتيحان إصابة الهدف. **يعطى:** $D=1600m$ و $\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=1+\tan^2\alpha$.

3- احسب الزمن اللازم لإصابة الهدف من أجل كل زاوية.ثم استنتج زاوية القذف الملائمة .

التمرين 11:

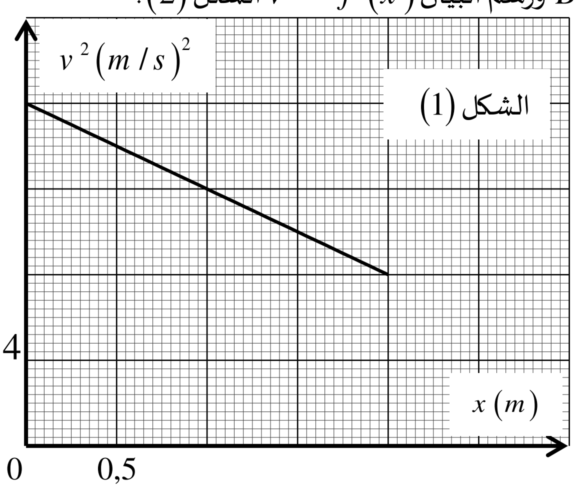


يضغط نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة ثابت مرونته K من B إلى A بالمقدار $\Delta l=AB=10cm$ بواسطة جسم صلب (S) كتلته $m=1Kg$ غير مثبت به. عند اللحظة $t=0s$ ينفصل الجسم (S) عن النابض عند الوضع B بسرعة V_B، ليواصل حركته على سطح خشن BC، ثم يغادر المستوى الأفقي عند النقطة C. شكل (1)

1- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم+نابض) بين الموضعين A و B .

2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، أوجد عبارة السرعة V_B بدلالة: Δl ، K و m.

3- يسمح تجهيز مناسب بقياس سرعة الجسم (S) في مواضع مختلفة على الجزء BC ورسم البيان $V^2=f\,(x)$ الشكل (2).



أ-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ،أوجد عبارة تسارع مركز عطالة الجسم (S).

ب- بين أن سرعة الجسم أثناء الانتقال على المسار BC تعطى بالعلاقة: $V^2=V_B^{\,2}+2a\cdot x$.

ب- باستغلال البيان والعلاقة السابقة ،احسب شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ وثابت مرونة النابض K .

4- بإهمال تأثير الهواء على الجسم (S) بعد مغادرته النقطة C:

بين أن معادلة مساره في المعلم $(\overrightarrow{Cx},\overrightarrow{Cy})$ تعطى بالعبارة: $y=\dfrac{g}{2\cdot V_C^2}\cdot x^2$.

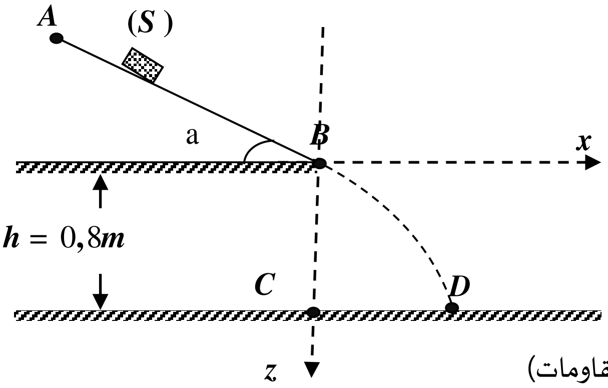
أ- احسب سرعة الجسم (S) لحظة اصطدامه بالأرض في النقطة

M بطريقتين، علما أنها ترتفع على المستوي الأفقي المار بالنقطة C بالمسافة $20cm$.

تعطى: $g = 9,80 m/s^2$.

التمرين 12:

يتحرك جسم صلب نقطي (S) كتلته $m = 100\ g$ انطلاقا من نقطة A أعلى مستوي مائل يميل عن الأفق بزاوية $\alpha = 30^0$ دون سرعة ابتدائية باتجاه نقطة B



يخضع الجسم (S) اثناء حركته على طول الجزء AB لقوة احتكاك لها نفس حامل شعاع السرعة وجهة معاكسة له ، شدتها $f = 0,3N$

1- أ/ حدد طبيعة حركة (S) على طول الجزء AB.

ب/ بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة أوجد عبارة سرعة حركة v_B (S) عند النقطة B ، احسب قيمتها العددية.

يعطى : $g = 10 m \times s^{-2}$ ، $AB = d = 1m$.

2- يغادر (S) المستوي المائل عند النقطة B في اللحظة $t = 0$. (تُهمل كل المقاومات)

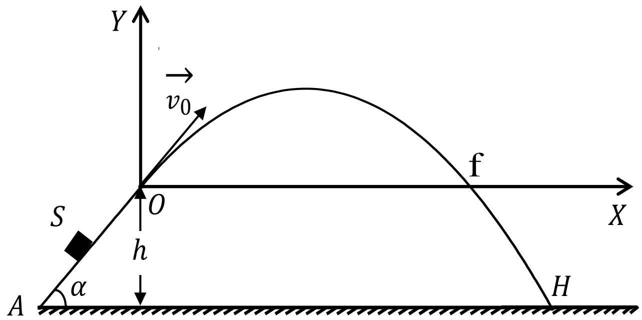
أ/ أدرس حركة (S) في المعلم المعطى ، أوجد معادلة مساره.

ب / يلامس الجسم (S) المستوي الأفقي المار بالنقطة C عند النقطة D.

- اوجد قيمتي كل من : المدى الأفقي CD ، سرعته عند النقطة D.

التمرين 13:

1- نقذف جسما (S) نعتبره نقطة مادية من نقطة A تقع أسفل مستوي أملس يميل عن الأفق بزاوية α وفق خط الميل الأعظمي بسرعة v_A فيصل إلى النقطة O بسرعة قدرها v_0 كما هو مبين الشكل:



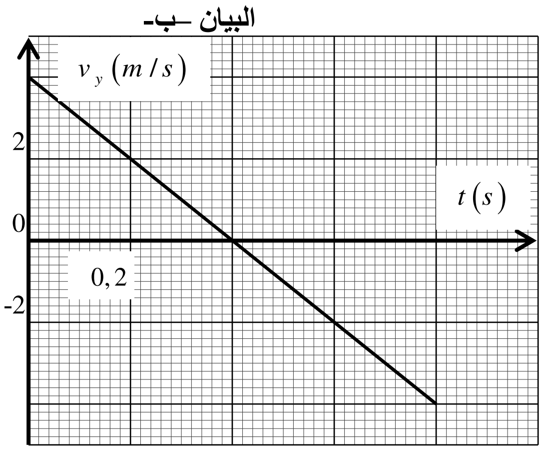
أ- مثل القوى المؤثرة على الجسم (S).

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) أوجدعبارة تسارع الحركة على المسار AO.

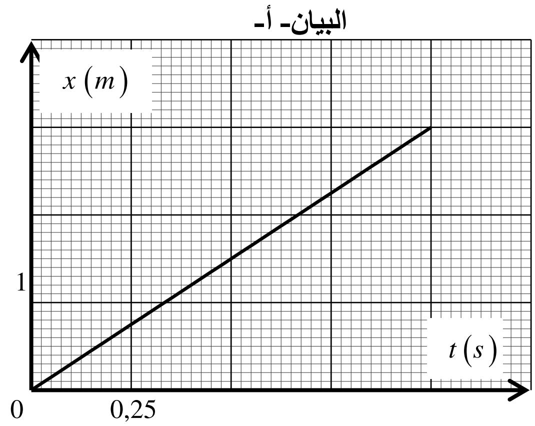
ت- ما طبيعة الحركة على المسار AO؟ علل إجابتك.

2- حركة الجسم بعد النقطة O : يمثل البيان (أ) تغيرات فاصلة القذيفة بدلالة الزمن, و يمثل البيان (ب) تغيرات المركبة v_y لسرعة القذيفة على المحور OY بدلالة الزمن:

البيان ـ ب-



البيان- أ-



أ- مستعينا بالبيانين(أ) و (ب) استنتج v_{0y} و v_{0x} مركبتي شعاع السرعة v_0 ، ثم أحسب طويلته.

ب- أحسب قيمة الزاوية α.

3- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم+أرض)،أحسب سرعة الجسم عند الموضع A علما أن $AO = 1,5m$.

4- باعتبار اللحظة التي يصل فيها الجسم (S) إلى الموضع O مبدأ للأزمنة $t = 0$, و بإهمال تأثير الهواء.

أ- أوجد معادلة مسار مركز عطالة الجسم (S).

ب- حدد بعد النقطة f عن النقطة O (المدى الأفقي للقذيفة).

ت - أوجد إحداثيي النقطة H نقطة اصطدام القذيفة بالأرض. **يعطى:** $g=10m\cdot s^{-2}$

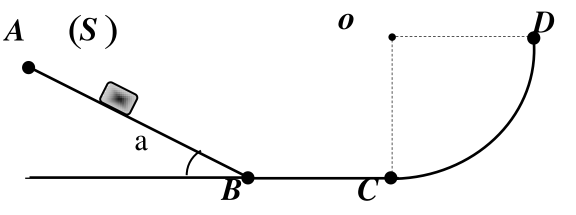
التمرين 14:

يتحرك جسم صلب نقطي (S) كتلته $m=10kg$ انطلاقا من النقطة A دون سرعة ابتدائية مروراً بالنقاط B, C, D والتي تقع في مستوي شاقولي كما في الشكل (1) حيث :

(AB) مستوي يميل عن الأفق بزاوية α.

(BC) مستوي أفقي.

(CD) ربع دائرة مركزها (O) ونصف قطرها $r=8,75m$.



الشكل (1)

1- نُنَمْذِج قوى الاحتكاك التي يخضع لها الجسم (S) أثناء حركته على طول المسار (AB) بقوة وحيدة $\vec{f}$ لها نفس حامل شعاع السرعة وجهة معاكسة له (تهمل بقية المقاومات).

خلال هذه المرحلة تكون عبارة تسارع حركة (S) من الشكل : $a=0,5\,g-2$.

أ- مَثِّل القوى المؤثرة على (S) في وضع كيفي بين A و B.

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن عَيِّن قيمتي كلا من: الزاوية α و شدة قوة الاحتكاك f.

2- يَصِل الجسم (S) إلى النقطة D بسرعة $V_D=15\,m\times s^{-1}$. نهمل كل المقاومات في المسارين المتبقيين.

أ- باعتبار الجملة (جسم – أرض) :

مَثِّل الحصيلة الطاقوية بين الموضعين A و B ثم بين B و C وأخيراً بين C و D.

ب- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة أوجد :

V_B ، V_C قيمتي السرعة عند الموضعين B و C وكذا طول المسار $(AB=\ell)$.

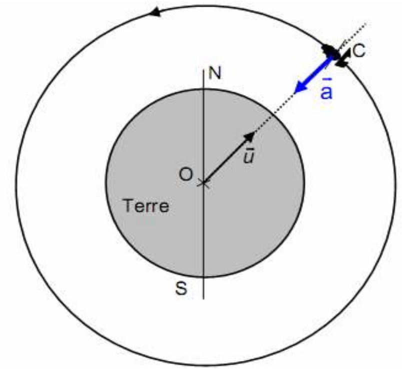
3- يُغَادِر (S) النقطة D التي نعتبرها مبدأ الفواصل في اللحظة $t=0$.

أ – أدْرُس طبيعة حركة (S) عند مغادرته النقطة D.

ب- أكتب المعادلة الزمنية لحركته ، بعد كم من الزمن يعود (S) إلى النقطة D.

التصحيح النموذجي

التمرين 01:



1- في مرجع تتم دراسة حركة هذا القمر الاصطناعي في المرجع الجيو مركزي

2- العبارة الشعاعية للقوة المطبقة $\vec{F}_{T/S} = -G.\frac{m_T x m_S}{r^2}.\vec{u}$

3- عبارة تسارع القمر الاصطناعي:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m.\vec{a} \Rightarrow F_{T/S} = m_S.a \Rightarrow a = \frac{G.m_T}{(R_T+h)^2}$$

4- تمثيل شعاع التسارع $\vec{a}$:

5- عبارة سرعة مركز عطالة القمر الاصطناعي

القمر الاصطناعي يقطع مسافة $2.\pi.r$ خلال دور T بسرعة v فان: $v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow v = \frac{2\pi(R_T+h)}{T}$

6- عبارة الدور T لحركة مركز عطالة القمر الاصطناعي

$$\begin{cases} T = \frac{2\pi(R_T+h)}{v} \\ a = \frac{G.m_T}{(R_T+h)^2} = \frac{v^2}{R_T+h} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G.m_T}{R_T+h}} \end{cases} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.m_T}}$$

استنتج القانون الثالث لكبلر المطبق على هذه الحركة الدائرية

$T^2 = 4\pi^2\frac{(R_T+h)^3}{G.m_T} \Rightarrow \frac{T^2}{(R_T+h)^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_T} = Cte$ و هو قانون كيبلر الثالث

7- كتلة الأرض $\frac{T^2}{(R_T+h)^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_T} \Rightarrow m_T = \frac{(R_T+h)^3 4\pi^2}{G.T^2} = \frac{((6400+830)10^3)^3 4\pi^2}{6,67.10^{-11}.(101.60)^2} \Rightarrow m_T = 6,1.10^{+24} kg$

التمرين 02:

1- عبارة قوّة الجذب العامّ التي تُطبّقها الأرض على القمر: $F_{T/S} = G \times \frac{M_T.m}{r^2}$........(1)

2- بما أنّ القمر الصّناعي يخضع الى قوّة وحيدة جاذبة مركزيّة موجّهة نحو مركز الأرض وهي قوّة الجذب العام التي تُطبّقها الأرض،فالتّسارع المكتسب يكون ناظميّا $(\vec{a}_n)$ ومنه الحركة دائريّة منتظمة.لا يسقط القمر على الأرض لأنّ لديه سرعة مداريّة ولو توقّف لسقط

3- العبارة الحرفيّة للسّرعة:الجملة المدروسة هي القمر الصّناعي (S) والمرجع مركزي أرضي نعتبره غاليلي،تكون القوّة المطبّقة هي قوّة جذب الأرض للقمر:بتطبيق القانون الثّاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m.\vec{a}$

بالإسقاط على النّاظم نجد أنّ: $G \times \frac{M_T.m}{r^2} = m.\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}} \rightarrow (2)$.

ت ع: $v = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \cdot 6 \times 10^{24}}{832 \times 10^3 + 6400 \times 10^3}} = 7,4 km/s$

4- حسب العلاقة (2) نلاحظ أنّ عبارة السّرعة لا تتعلّق بكتلة القمر بل بارتفاعه عن سطح الأرض لأنّ: $r = R + h$

5- عبارة دور القمر الصّناعي: (3) $T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_T}} \rightarrow$ وبالتطبيق العددي نجد: $T = 1.70h$، لا يُمكناعتبار هذا القمر جيو مستقرّا لأنّ الدّور المداري له لا يُساوي $T = 24h$

6- مواصفات القمر الجيومستقرّ:*دوره $T = 24h$،*نفس جهة دوران الأرض،*يكون فوق خطّ الاستواء

القانون الممكن استنتاجه من عبار الدور:يمكن كتابة العلاقة (3) على النّحو التّالي: $T^2=4\pi^2\times\frac{r^3}{G.M_T}\Rightarrow\frac{T^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{G.M_T}$ وهو قانون كبلر الثّالث

التمرين 03:

1-التذكير بالقوانين الثلاث لكبلر:

القانون الأول: قانون المسارات ....(تدور الكواكب حول الشمس في مدارات إهليليجية، بحيث توجد الشمس في أحد محارق هذه المدارات.

القانون الثاني: قانون المساحات.....(إن المحور الواصل بين مركزي الكوكب السيار والكوكب الجاذب يمسح مساحات متساوية في مدد زمنية متساوية.

القانون الثالث: قانون الأدوار.....(النسبة ثابتة بين مربع الأدوار ومكعب أنصاف الأقطار لأقمار تدور حول كوكب)

2-أ- التحليل البعدي: ايجاد وحدة قياس ثابت الجذب العام G: $L^3T^{-2}M^{-1}=\frac{MLT^{-2}L^2}{M^2}=\left[\frac{F.r^2}{m_1m_2}\right]=[G]$ ومنه وحدة قياس G هي: $(m^3s^{-2}kg^{-1})$

2-بيان ان حركة هذه الكواكب منتظمة: لدينا: $\vec{F}_{E/a}=-G.\frac{m_aM_E}{r_a^2}.\vec{i}$

ولدينا: $\sum\vec{F}_{ext}=m_a\vec{a}$ ومنه: $-G.\frac{m_aM_E}{r_a^2}.\vec{i}=m_a\vec{a}$ إذا: $\vec{a}=G.\frac{m_aM_E}{r_a^2}.\vec{i}$

بما أن: $\vec{a}$ و $\vec{i}$ متعاكسان مباشرة إذا $\vec{a}$ عبارة عن تسارع ناظمي فالحركة دائرية منتظمة

أو نقول: $a_T=\frac{dv}{dt}=0\Rightarrow v=C^{te}$ المسار دائري و $a=a_N=G.\frac{M_E}{r_a^2}$ التسارع ثابت فالحركة منتظمة.

نتيجة: حركة الكواكب دائرية منتظمة

حساب سرعة الكوكب c: $v_c=\frac{2\pi r_c}{T_c}=3,3\times10^4m/s$

ج-حساب قيمة r_a: من العبارة: $\frac{T_a^2}{r_a^3}=\frac{T_b^2}{r_b^3}=\frac{T_c^2}{r_c^3}$ ومنه: $r_a=r_b\sqrt[3]{\frac{T_a^2}{T_b^2}}=0,04UA$

-حساب كتلة النجم (M_E): $a=\frac{v_c^2}{r_c}=G\frac{M_E}{r_c^2}\Leftrightarrow M_E=\frac{v_c^2\times r_c}{G}\Rightarrow M_E=6,2\times10^{29}kg$

3-المرجع المختار للدراسة: مرجع جيومركزي.

تعريفه: مبدؤه مركز الأرض ومحاوره الثلاثة متجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة ثابتة.

ب-ارتفاع هذا القمر الصناعي عن سطح الأرض:

لدينا: $T=24h$ ولدينا: $T=2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{GM_T}}$ ومنه: $h=\sqrt[3]{\frac{T^2GM_T}{4\pi^2}}-R_T=36000km$

التمرين 04:

1 -أ- التذكير بقوانين كبلر الثلاث .

ب – نعم قانون كبلر محقق لان المسار اهليليج و الشمس تقع في أحد بؤرته.

2 –أ- حساب كل من : حسب قانون كبلر الثالث $\frac{T_c^2}{a_c^3}=\frac{T_b^2}{a_b^3}=\frac{T^2}{a^3}=\frac{4\pi^2}{GM_S}=K=C^{te}$

أي أن: $K=C^{te}=2,99\cdot10^{-19}$

ب – نحسب T_B : نجده $T_B=\frac{C^{te}}{a^3}=5,94\times10^7s$

$a_c=7,78\times10^8km$

3 – أ - تمثيل الشعاع $\vec{F}_{S/P}$:

ب- حساب كتلة الشمس: $M_s = \dfrac{F \cdot r^2}{G \cdot M_T} = 2 \cdot 10^{30} Kg$

4-أ- عبارة تسارع مركز العطالة: لدينا $\sum \vec{F}_{ext} = M_p \cdot \vec{a}_G$ أي أن : $Ms \cdot a_G = \dfrac{G \cdot M_s \cdot M_p}{r^2}$

و منه : $a = G \cdot M_s \cdot \dfrac{1}{r^2}$

معادلة البيان : $a = \alpha \cdot \dfrac{1}{r^2}$

ب- بمطابقة العبارة $a = G \cdot M_s \cdot \dfrac{1}{r^2}$ ومعادلة البيان $a = \alpha \cdot \dfrac{1}{r^2}$ نجد: $\alpha = G \cdot M_s$

حساب قيمة الميل : $\alpha = 1,33 \times 10^{20}$

ج- استنتاج كتلة الشمس من العلاقتين النظرية والعلمية نجد: $M_s = \dfrac{\alpha}{G}$

ومنه: $M_s = \dfrac{1,33 \times 10^{20}}{6,67 \times 10^{-11}} = 2 \times 10^{30} Kg$

د- نعم تتوافق مع القيمة السابقة.

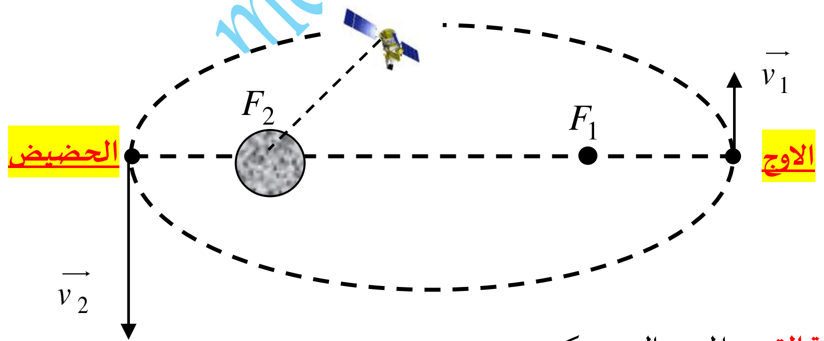
التمرين 05:

1-أ-شرح المصطلحات الواردة في النص:

جيومستقر: خاصية قمر اصطناعي يدور حول الارض في مستوي خط الاستواء في نفس جهة دورانها وله نفس دور الارض حول نفسها.

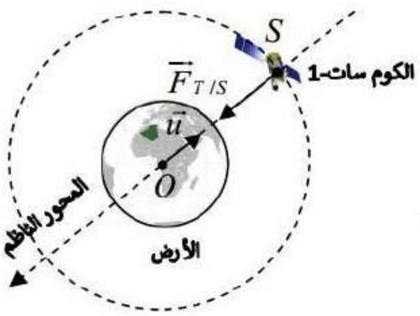
إهليجي: هو مدار بيضوي متناظر يحتوي أحد محرقيه الكوكب المركزي (الارض)

ب- القانون الاول لكبلر: تدور الكواكب حول الشمس في مدارات اهليجية حيث تكون الشمس في أحد محارق هذه المدارات.



2- أ-المرجع المناسب لدراسة حركة القمر: المرجع الجيومركزي

تعريفه: هو مرجع مركزه الارض وله ثلاث محاور متجهة نحو ثلاث نجوم نعتبرها ثابتة .نعتبره عطاليا إذاكانت مدة دراسة حركة القمر الصناعي لا تسمح لمركز الارض أن يرسم قوسا حول مركز الشمس(يرسم مستقيما)



ب- تمثيل قوة جذب الارض للقمر: $\vec{F}_{T/S}$

ت- العبارة الشعاعية لشعاع القوة $\vec{F}_{T/S}$: $\vec{F}_{T/S} = -G \times \dfrac{M_T . m}{(R_T + h)^2} \vec{u}$

ث- التحليل البعدي: ايجاد وحدة قياس ثابت الجذب العام G:

$[G] = \left[\dfrac{F.r^2}{m_1 m_2}\right] = \dfrac{MLT^{-2}L^2}{M^2} = L^3 T^{-2} M^{-1}$ ومنه وحدة قياس G هي: $(m^3 s^{-2} kg^{-1})$

ج- عبارة سرعة مركز عطالة القمر الاصطناعي v بدلالة G، r و M_T.

- الجملة المدروسة :قمر اصطناعي .
- مرجع الدراسة :جيومركزي نعتبره عطاليا:
- بتطبيق القانون الثّاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m.\vec{a}$

بالإسقاط على النّاظم نجد أنّ: $G \times \frac{M_T.m}{(R_T+h)^2} = m.\frac{v^2}{(R_T+h)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G.M_T}{(R_T+h)}}$.

3-أ- معادلة البيان:البيان خط مستقيم معادلته: $v^2 = 4\times10^{14}.\frac{1}{r}..........(1)$

ب- استنتاج كتلة الارض M_T: لدينا $v^2 = \frac{G.M_T}{(R_T+h)}........(2)$ علما أن: $r = R_T + h$

بمطابقة (1) و (2) نجد: $GM_T = 4\times10^{14} \Rightarrow M_T = \frac{4\times10^{14}}{G} = \frac{4\times10^{14}}{6,67\times10^{-11}} = 6\times10^{24}kg$

ت- عبارة الدور T للقمر الاصطناعي (S) بدلالة G، r و M_T: $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$

4-أ- استنتاج السرعة المدارية للقمر الاصطناعي : $r = R_T + h = 6400 + 36000 = 42400km \Rightarrow \frac{1}{r} = 2,4\times10^{-8}m^{-1}$

بالاسقاط على البيان نجد: $v^2 = 9,6\times10^6 (m/s)^2 \Rightarrow v = 3098,4m/s$

ب- حساب T دور القمر الاصطناعي: $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi\times424\times10^5}{3098,4} = 85982,14s \approx 24h$

نعم يمكن اعتباره جيومستقر

التعليل: يدور في مستوي خط الاستواء وفي نفس اتجاه دوران الأرض حول محورها ودوره يساوي $T = 24h$

ث- تبيان أن القانون الثالث لكبلر محقق: $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_T}} \Leftrightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{GM_T} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = C^{te}$

$\frac{T^2}{(R_T+h)^3} = K$ ومنه القانون الثالث لكبلر محقق.

التمرين 06:

1- العبارة الحرفية لقوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي $F_{T/S}$: $F_{T/S} = G\frac{m\cdot M_T}{(h+R_T)^2}$

2-العبارة الحرفية للجاذبية g بدلالة G،M_T،h،R_T: $P = F_{T/S} \Rightarrow mg = G\frac{m\cdot M_T}{(R_T+h)^2} \Rightarrow g = \frac{G\cdot M_T}{(R_T+h)^2}$

3- تبيان أن عبارة الارتفاع h تكتب على الشكل: $h = A\cdot\frac{1}{\sqrt{g}} + B$

لدينا: $g = \frac{G\cdot M_T}{(R_T+h)^2} \Rightarrow (R_T+h)^2 = \frac{G\cdot M_T}{g}$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{G\cdot M_T}{g}} - R_T \Rightarrow \left[h = \sqrt{G\cdot M_T}\cdot\frac{1}{\sqrt{g}} - R_T\right]$$

بالمطابقة نجد: $\begin{cases} A = \sqrt{GM_T} \\ B = -R_T \end{cases}$

4-أ- العبارة البيانية:معادلة البيان من الشكل: $h = a \cdot \frac{1}{\sqrt{g}} + b$ ايجاد الثابت a معامل توجيه

البيان: $a = \frac{\Delta h}{\Delta\left(\frac{1}{\sqrt{g}}\right)} = \frac{(13,6-0)\times 10^{6}}{1-0,32} = 2\times 10^{7}\ (SI)$

ايجاد الثابت b : $\frac{1}{\sqrt{g}} = 1 \Rightarrow h = 13,6\times 10^{6} m$

$$\Rightarrow 13,6\times 10^{6} = 2\times 10^{7}\cdot 1 + b \Rightarrow b = 2\times 10^{7} - 6\times 10^{6} \Rightarrow b = 6,4\times 10^{6}$$

تصبح العبارة البيانية: $\left[h = 2\times 10^{7}\cdot \frac{1}{\sqrt{g}} + 6,4\times 10^{6} \right]$

ب- أحسب كتلة الأرض M_T:

لدينا: $h = 2\times 10^{7}\cdot \frac{1}{\sqrt{g}} + 6,4\times 10^{6}..........(1)$

$$h = \sqrt{G\cdot M_T}\cdot \frac{1}{\sqrt{g}} - R_T........(2)$$

بمطابقة (1) و (2) نجد $\sqrt{GM_T} = 2\times 10^{6} \Rightarrow M_T = \frac{(2\times 10^{6})^{2}}{G}$

$$\Rightarrow M_T = \frac{(2\times 10^{7})^{2}}{6,67\times 10^{-11}} = 6\times 10^{24} Kg$$

ت- استنتاج قيمة نصف قطر الأرض R_T: $\left[R_T = 6,4\times 10^{6} m \right]$

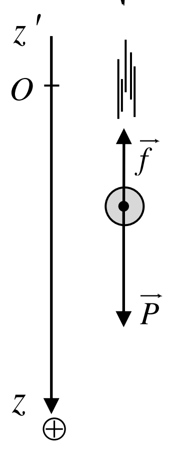
ث- قيمة تسارع الجاذبية g_0 على سطح الأرض: $h = 0 \Rightarrow g_0 = \frac{G\cdot M_T}{(R_T)^{2}} \Rightarrow g_0 = \frac{6,67\times 10^{-11}\cdot 6\times 10^{24}}{(6,4\times 10^{6})^{2}} = 9,77 N/Kg$

5-أ- حساب ارتفاع القمر الاصطناعي h عن سطح الأرض: $h = 2\times 10^{7}\cdot \frac{1}{\sqrt{g}} - 6,4\times 10^{6} \Rightarrow h = 2\times 10^{7}\cdot \frac{1}{\sqrt{0,25}} - 6,4\times 10^{6}$

$$\Rightarrow \left[h = 3,36\times 10^{7} m \right]$$

ب-حساب سرعة القمر الصناعي v في مداره: $v = \sqrt{\frac{GM_T}{h+R_T}} = \sqrt{\frac{6,67\times 10^{-11}\cdot 6\times 10^{24}}{3,36\times 10^{7} + 6,4\times 10^{6}}} = 3,16\times 10^{3} m/s$

التمرين 07:



1-المقارنة بين قوة دافعة ارخميدس π وقوة ثقل الكريه P:

$$\left.\begin{array}{l} \pi = \rho\cdot V\cdot g = \rho\cdot \frac{4}{3}\cdot \pi\cdot r^{3}\cdot g = 4,35\times 10^{-4} N \\ P = m\cdot g = 40\times 10^{-3} N \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P}{\pi} = 91,95$$

ومنه π مهملة أمام P.

2- تبيان أن المعادلة التفاضلية لتطور شدة قوة الاحتكاك تكتب على الشكل: $\frac{df}{dt} = A\cdot f + B$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \vec{F_{ex}} = m\cdot \vec{a}$

$\vec{P} + \vec{f} = m\cdot \vec{a}$ بالإسقاط على المحور oz نجد: $P - f = m\cdot a$ $\Rightarrow m\cdot g - f = m\cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow g - \frac{f}{m} = \frac{dv}{dt}$

بضرب طرفي المعادلة في k نجد : $\Rightarrow \frac{d(k\cdot v)}{dt} = k\cdot g - \frac{k}{m}\cdot f$

بالمطابقة نجد: $\dfrac{df}{dt}=k\cdot g-\dfrac{k}{m}\cdot f(t)...(1) \Rightarrow \begin{bmatrix} A=-\dfrac{k}{m} \\ B=kg \end{bmatrix}$

3- تحديد قيم: τ ، معامل الاحتكاك k والسرعة الحدية $v_{\lim}$.

الزمن المميز τ: البيان خط مستقيم من الشكل: $\dfrac{df}{dt}=a\cdot f+b...(2)$ حيث: a معامل توجيه المستقيم $a=\dfrac{\Delta\dfrac{df}{dt}}{\Delta f}=\dfrac{0-10}{4-0}=-2,5s$

بمطابقة المعادلتين (1) و (2) نجد: $a=-\dfrac{k}{m}=-\dfrac{1}{\tau}\Rightarrow\tau=-\dfrac{1}{a}=0,4s$

معامل الاحتكاك k: $\tau=\dfrac{m}{k}\Rightarrow k=\dfrac{m}{\tau}=\dfrac{4\times10^{-3}}{0,4}=10^{-2}\,{}^{kg}/_{s}$

السرعة الحدية $v_{\lim}$: في النظام الدائم: $\dfrac{df}{dt}=0\Rightarrow f_{\lim}=C^{te}$ ومنه: $f_{\lim}=k\cdot v_{\lim}\Rightarrow v_{\lim}=\dfrac{f_{\lim}}{k}=\dfrac{4\times10^{-2}}{10^{-2}}=4m/s$

4- المعادلة التفاضلية لتطور السرعة :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum\vec{F_{ex}}=m\cdot\vec{a}$

$\vec{P}+\vec{f}=m\cdot\vec{a}$ بالإسقاط على المحور oz نجد: $P-f=m\cdot a$

$$\Rightarrow m\cdot g-kv(t)=m\cdot\frac{dv}{dt}\Rightarrow\left[\frac{dv}{dt}+\frac{f}{m}v(t)=g\right]$$

5- حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $v(t)=A\left(1-e^{B\cdot t}\right)$

$\Rightarrow\dfrac{dv}{dt}=-AB\cdot e^{Bt}$ ونعوض في المعادلة التفاضلية نجد: $\Rightarrow -AB\cdot e^{Bt}+\dfrac{k}{m}\cdot A\left(1-e^{B\cdot t}\right)=g$

$$\Rightarrow -AB\cdot e^{Bt}+\frac{k}{m}\cdot A-A\cdot\frac{k}{m}\cdot e^{B\cdot t}=g\Rightarrow A\cdot e^{Bt}\left(-B-\frac{k}{m}\right)+A\cdot\frac{k}{m}=g$$

$$\left\langle\begin{matrix} -B-\dfrac{k}{m}=0\Rightarrow\left[B=-\dfrac{k}{m}\right] \\ A\cdot\dfrac{k}{m}-g=0\Rightarrow\left[A=\dfrac{m\cdot g}{k}\right]\end{matrix}\right.$$

المدلول الفيزيائي: $A=\dfrac{m\cdot g}{k}$ السرعة الحدية $v_{\lim}$ في النظام الدائم .

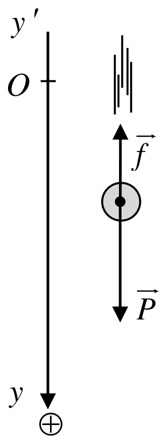
6- التأكد من قيمة السرعة الحدية $v_{\lim}$: $v_{\lim}=\dfrac{m\cdot g}{k}=\dfrac{4\times10^{-3}\cdot10}{10^{-2}}=4m/s$

التمرين 08:

1- مقارنة شدة دافعة أرخميدس Π بشدة قوة الثقل $\vec{P}$: بالتعريف: $P=m\cdot g\xrightarrow[g=10\,m\cdot s^{-2}]{m=2,5\times10^{-3}\,kg}P=2,5\times10^{-2}\,N$

$$\Pi=\rho_{air}\cdot V\cdot g=\frac{4}{3}\pi\cdot\rho_{air}\cdot g\cdot R^3\xrightarrow[R=1,9\times10^{-2}\,m]{\rho_{air}=1,3\,kg\cdot m^{-3}}\Pi=3,7\times10^{-4}\,N$$

بالتالي: $\dfrac{P}{\Pi}=\dfrac{2,5\times10^{-2}}{3,7\times10^{-4}}=67,6$ و منه: يمكن إهمال شدة $\vec{\Pi}$ أمام شدة $\vec{P}$.



2- أ/ تمثيل القوى المطبقة في مركز عطالة الكرة في لحظة t من بداية سقوطها (ن. انتقالي):

لاحظ الشكل جانبه (يهمل تأثير دافعة أرخميدس).

ب/ المعادلة التفاضلية لتطور سرعة حركة سقوط الكرة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum\vec{F_{ext}}=m\cdot\vec{a_G}$: $\vec{P}+\vec{f}=m\cdot\vec{a}$

بالإسقاط على منحى الحركة الموجب: $m\cdot g-k\cdot v^2=m\cdot\dfrac{dv}{dt}\Rightarrow\dfrac{dv}{dt}+\dfrac{k}{m}\cdot v^2=g$

3- السرعة الحدية v_L للسقوط:

بيانياً: $v_L = 7,12\ m\cdot s^{-1}$

4- أ/ عبارة k بدلالة m، g و v_L: عند بلوغ النظام الدائم: $v = v_L = C^{te}$ و $\frac{dv}{dt} = 0$

بالرجوع إلى المعادلة التفاضلية: $0 + \frac{k}{m}\cdot v_L^2 = g \Leftarrow k = \frac{m\cdot g}{v_L^2}$

ب/ وحدة k ثم أحسب قيمته العددية:

وحدته: $\frac{kg}{m} = \frac{kg\cdot \cancel{m}\cdot \cancel{s^{-2}}}{m^{\cancel{2}}\cdot \cancel{s^{-2}}} = \frac{[m]\cdot[g]}{[v]^2} = [k] \Leftarrow [k] = kg\cdot m^{-1}$

قيمته: $k = \frac{2,5\times10^{-3}\times10}{(7,12)^2} = 4,9\times10^{-4}\ SI \Leftarrow k \approx 5\times10^{-4}\ kg\cdot m^{-1}$

5- أ/ قيمة ميل المماس للمنحني $v = f(t)$ عند المبدأ $(t=0)$:

بيانياً: $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{7,12}{0,712} = 10\ m\cdot s^{-2}$ و لدينا: $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}\cdot v^2 = g \xrightarrow[v=0]{(t=0)} \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = g$

و منه: ميل المماس للمنحني $v = f(t)$ عند المبدأ $(t=0)$ يمثل تسارع الثقالة الأرضية.

ب/ عبارة الزمن المميز τ بدلالة v_L و g و حساب قيمته العددية: معادلة المستقيم المماس عند المبدأ: $y = g\cdot t$

معادلة المستقيم المقارب: $y = v_L$

بالتعريف، الزمن المميز τ هو فاصلة نقطة تقاطع المستقيم المماس مع المستقيم المقارب.

بالتالي: $g\cdot\tau = v_L \Leftarrow \tau = \frac{v_L}{g}$

ت.ع: $\tau = \frac{7,12}{10} = 0,712\ s \Leftarrow \tau = 0,712\ s$

6- التسارع a_1 للكرة في اللحظة t_1: $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}\cdot v^2 = g \Leftarrow a_1 + \frac{k}{m}\cdot v_1^2 = g$ و منه: $a_1 = g - \frac{k}{m}\cdot v_1^2$

ت.ع: $a_1 = 10 - \frac{5\times10^{-4}}{2,5\times10^{-3}}\times(4,25)^2 = 6,4\ m\cdot s^{-2}$

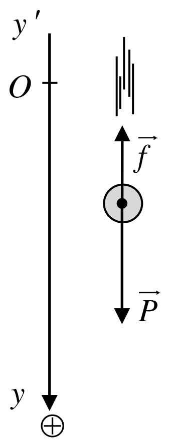
التمرين 09:

1- حساب كتلة الهواء الذي تزيحه الكرة: $m' = \rho_{air}.V = 1,3\times\frac{4}{3}\times3,14\times\left(\frac{3,8\times10^{-2}}{2}\right)^2 = 37,33\times10^{-6}kg$

2- حساب النسبة بين P و π: $\frac{P}{\pi} = \frac{m'.g}{m.g} = \frac{2,5\times10^{-3}}{37,33\times10^{-6}} = 66,96$

نلاحظ أن $P \succ \pi$ ومنه يمكن إهمال قوة دافعة أرخميدس؟

3- أ-تمثيل القوى المطبقة على الكرة:



ب- كتابة المعادلة التفاضلية:

-الجملة المدروسة كرة تنتس.

-مرجع الدراسة:سطحي لأرضي نعتبره غاليليا.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m\cdot\vec{a}_G$: $\vec{P} + \vec{f} = m\cdot\vec{a}$

بالإسقاط على منحى الحركة الموجب:

$m\cdot g - k\cdot v = m\cdot\frac{dv}{dt} \Leftarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}\cdot v = g \Leftarrow \left(\frac{dv}{dt}\right)_t + \frac{v}{\tau} = g$

4- أ- السرعة الحدية $v_{\lim}$: $v_{\lim} = 7m/s$

ب- الزمن المميز τ ومعامل الاحتكاك k: البيان مستقيم معادلته من الشكل: $a = \frac{dv}{dt} = -1,43t + 10$............(1)

ولدينا من المعادلة التفاضلية: $\left(\frac{dv}{dt}\right)_t = -\frac{1}{\tau}\cdot v + g$ ....(2)

بمطابقة (1) و (2) نجد: $\tau = \frac{1}{1,43} = 0,7s \Leftarrow \frac{1}{\tau} = 1,43$

ونعلم أن: $k = \frac{m}{\tau} = \frac{2,5\times10^{-3}}{0,7} = 3,57\times10^{-3}kg/s \Leftarrow \tau = \frac{m}{k}$

ت- قيمة التسارع الابتدائي a_0: $a_0 = 10m/s^2$

التمرين 09:

I-دراسة السقوط الشاقولي للجندي في الهواء:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد: $\sum \overrightarrow{Fex} = m\cdot\vec{a}$

$\vec{P}+\vec{f} = m\cdot\vec{a}$ بالإسقاط على المحور oz نجد: $P - f = m\cdot a$ $\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}\cdot v(t) = g \Leftarrow m\cdot g - kv(t) = m\cdot\frac{dv}{dt}$

2-أ- الزمن المميز τ: مماس المنحنى $\tau = 1s$.

ب- السرعة الحدية $v_{\lim}$: $v_{\lim} = 10m\cdot s^{-1}$.

ت- التسارع الابتدائي a_0: $a_0 = \frac{v_{\lim}-0}{\tau-0} = \frac{10}{1} = 10m\cdot s^{-2}$

ث- قيمة الثابت k: $\tau = \frac{m}{k} \Rightarrow k = \frac{m}{\tau} = \frac{100}{1} = 100kg\cdot s^{-1}$

II-قصف المروحية بقذيفة مضادة:

1- تبيان أن معادلة مسار القذيفة تعطى بالعبارة: $y = -\frac{g}{2v_0^2\cdot\cos^2\alpha}\cdot x^2 + \tan\alpha\cdot x$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum\vec{F}_{ext} = m\cdot\vec{a}_G$: $\vec{P} = m\cdot\vec{a}$

بالإسقاط في المعلم الغاليلي (Bxy):

$$\vec{v}\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow v_x(t) = v_B\cdot\cos\alpha \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} \Rightarrow v_y(t) = -g\cdot t + v_B\cdot\sin\alpha \end{cases} \qquad \vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x(t) = v_B\cdot\cos\alpha\cdot t \\ v_y = \frac{dy}{dt} \Rightarrow y(t) = -\frac{1}{2}g\cdot t^2 + v_B\cdot\sin\alpha\cdot t \end{cases}$$

معادلة المسار: من الاحداثيين $x(t)$ و $z(t)$ و بحذف وسيط الزمن، نجد: $y(x) = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}\cdot x^2 + x\cdot\tan\alpha$

2-إيجاد قيمتين مختلفتين للزاوية α تتيحان إصابة الهدف: احداثيات الهدف: $B(D = 1600m, H = 405m)$

من معادلة المسار: $y = -\frac{g}{2v_0^2\cdot\cos^2\alpha}\cdot x^2 + \tan\alpha\cdot x$ ونعوض كل من: $y = H, D = x$ نجد:

$$H = -\frac{g}{2v_0^2\cdot\cos^2\alpha}\cdot D^2 + \tan\alpha\cdot D \Leftarrow$$

$$405 = -\frac{10}{2\cdot(200)^2\cdot\cos^2\alpha}\cdot 1600^2 + \tan\alpha\cdot 1600 \Leftarrow$$

بالتبسيط نجد: $405 = -\frac{320}{\cos^2\alpha} + \tan\alpha\cdot 1600 \Leftarrow$ وباستخدام العلاقة $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1+\tan^2\alpha$ نجد:

$$320\tan^2\alpha - 1600\tan\alpha + 725 = 0 \Leftarrow$$

باستعمال المميز Δ نجد: $(\tan\alpha)_1 = 0,504 \Rightarrow \alpha = 26,8^\circ$

$$(\tan\alpha)_2 = 4,496 \Rightarrow \alpha = 77,5^\circ$$

3- حساب الزمن اللازم لإصابة الهدف من أجل كل زاوية:لدينا من المعادلة الزمنية: $x(t) = v_B \cdot \cos\alpha \cdot t$

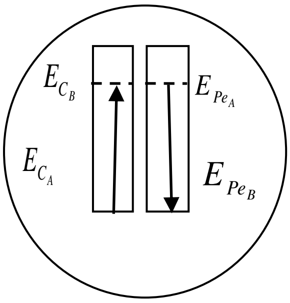
نضع: $D = x \Leftarrow t = \dfrac{D}{v_B \cdot \cos\alpha}$

$$\alpha = 26,8^\circ \Leftarrow t_1 = \frac{1600}{200 \cdot \cos 26,8^\circ} = 8,96s$$

$$\alpha = 77,5^\circ \Leftarrow t_1 = \frac{1600}{200 \cdot \cos 77,5^\circ} = 36,9s$$

زاوية القذف الملائمة هي الزاوية الموافقة الاصابة الهدف في زمن أقل أي: $\alpha = 26,8^\circ \Leftarrow t_1 = 8,96s$

التمرين 10:



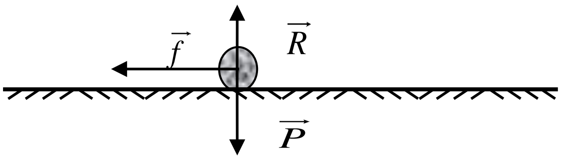
1-تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم+نابض) بين الموضعين A و B

2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، ايجاد عبارة السرعة V_B بدلالة: Δl، K و m.

$$Ec_A + Epe_A + W(\vec{R}) + W(\vec{P}) = Ec_B + Epe_B$$

$$Epe_A = Ec_B \Leftarrow 0 + Epe_A + 0 + 0 = Ec_B + 0 \Leftarrow$$

$$v_B = \sqrt{\frac{K\cdot(\Delta l)^2}{m}} \Leftarrow \frac{1}{2}\cdot K\cdot(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B{}^2 \Leftarrow$$



3-أ-ايجاد عبارة تسارع مركز عطالة الجسم (S):

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\cdot\vec{a} \Leftarrow \sum \vec{F}_{ex} = m\cdot\vec{a}$$

بالاسقاط على محور الحركة نجد: $a = -\dfrac{f}{m} \Leftarrow -f = m\cdot a \Leftarrow$

ب- تبيان أن سرعة الجسم أثناء الانتقال على المسار BC تعطى بالعلاقة: $V^2 = V_B{}^2 + 2a\cdot x$:

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة للجملة (جسم) بين الموضعين B و C:

$$Ec_B + W(\vec{f}) + W(\vec{R}) + W(\vec{P}) = Ec_C$$

$$Ec_B + W(\vec{f}) + 0 + 0 = Ec_C$$

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B{}^2 + f\cdot BC\cdot\cos\pi = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B{}^2 \Leftarrow$$

$$v^2 = v_B{}^2 - 2\frac{f}{m}\cdot BC \Leftarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B{}^2 - f\cdot BC = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B{}^2 \Leftarrow$$

ولدينا: $a = -\dfrac{f}{m}$ ونضع: $BC = x$ نجد: $v^2 = v_B{}^2 + 2a\cdot x$

ج-حساب شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ وثابت مرونة النابض K:البيان خط مستقيم معادلته من الشكل: $v^2 = a\cdot x + b$

حيث: a معامل توجيه البيان $a = \dfrac{\Delta v^2}{\Delta x} = \dfrac{8-16}{2-1} = -4m\cdot s^{-2}$ تصبح معادلة البيان: $v^2 = -4\cdot x + v_B$..........(1)

ولدينا: $v^2 = -2\cdot\dfrac{f}{m} + v_B{}^2$........(2) بمطابقة (1) و (2) نجد: $2\cdot\dfrac{f}{m} = 4 \Rightarrow f = \dfrac{4m}{2} \Rightarrow f = 2\times 1 = 2N$

ثابت مرونة النابض K:لدينا من السؤال 2: $v_B = \sqrt{\dfrac{K\cdot(\Delta l)^2}{m}}$

$K = \dfrac{v_B{}^2\cdot m}{(\Delta l)^2} \Leftarrow v_B{}^2 = \dfrac{K\cdot(\Delta l)^2}{m}$ ، بيانيا: $v_B{}^2 = 16$

ت.ع: $K=\frac{16\cdot 1}{\left(10\times 10^{-3}\right)^2}=1600N\cdot m^{-1}$

4-أ- تبيان أن معادلة مسار القذيفة تعطى بالعبارة: $y=\frac{g}{2\cdot v_C}\cdot x^2$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum\vec{F}_{ext}=m\cdot\vec{a}_G \Leftarrow \vec{P}=m\cdot\vec{a}$ بالإسقاط في المعلم الغاليلي (Bxy):

$$\vec{a}\begin{cases}a_x=\frac{dv_x}{dt}=0\\ a_y=\frac{dv_y}{dt}=g\end{cases}\Leftarrow \quad \vec{v}\begin{cases}a_x=\frac{dv_x}{dt}\Rightarrow v_x(t)=v_C=C^{te}\\ a_y=\frac{dv_y}{dt}\Rightarrow v_y(t)=g\cdot t\end{cases}$$

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases}v_x=\frac{dx}{dt}\Rightarrow x(t)=v_C\cdot t\\ v_y=\frac{dy}{dt}\Rightarrow y(t)=\frac{1}{2}g\cdot t^2\end{cases}$$

معادلة المسار: من الاحداثيين $x(t)$ و $z(t)$ و بحذف وسيط الزمن، نجد: $y=\frac{g}{2\cdot v_C}\cdot x^2$

ب- حساب سرعة الجسم (S) لحظة اصطدامه بالأرض في النقطة M بطريقتين:

طريقة 1: مبدأ انحفاظ الطاقة للجملة (جسم) بين الموضعين C وM:

$$Ec_C+W\left(\vec{P}\right)=Ec_M \Leftarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_C{}^2+m\cdot g\cdot h=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_M{}^2$$

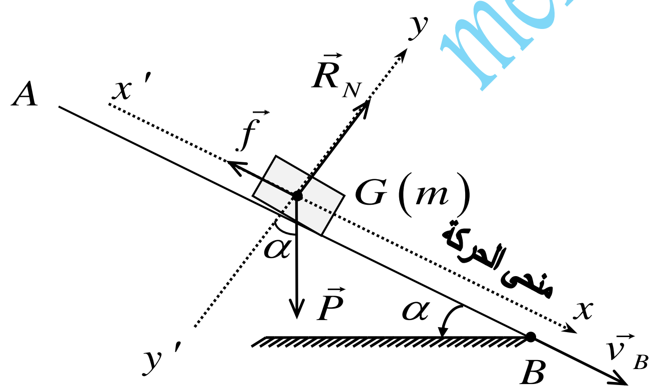
$$\Leftarrow v_M=\sqrt{v_C{}^2+2\cdot m\cdot g\cdot h} \Leftarrow v_M=\sqrt{8+2\times1\times9{,}8\times0{,}2}=3.44m\cdot s^{-1}$$

طريقة 2: ايجاد زمن السقوط t_M من المعادلة الزمنية: $\Leftarrow t_M=\sqrt{\frac{2y_M}{g}} \Leftarrow t_M=\sqrt{\frac{2\times0{,}2}{9{,}8}}=0{,}2s$ ، $y_M=\frac{1}{2}g\cdot t^2{}_M$

نعوض t_M في المعادلة الزمنية $v_y(t_M)=g\cdot t$ نجد: $\Leftarrow v_y(t_M)=9{,}8\times0{,}2\approx1{,}96m\cdot s^{-1}$

$$\Leftarrow v_M=\sqrt{v_C{}^2+v_y{}^2} \Leftarrow v_M=\sqrt{8+(1.96)^2}=3{,}44m\cdot s^{-1}$$

التمرين 11:



1- أ/ طبيعة حركة (S) على طول الجزء AB:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum\vec{F}_{ext}=m\cdot\vec{a}_G$:

$$\vec{P}+\vec{f}+\vec{R}_N=m\cdot\vec{a}$$

بالإسقاط على منحى الحركة (المحور: $x'x$):

$$m\cdot g\cdot\sin\alpha-f+0=m\cdot a \Leftarrow a=g\cdot\sin\alpha-\frac{f}{m}$$

$\therefore\ a=C^{te}>0 \Leftarrow$ " الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام متسارعة ".

ب/ عبارة v_B و قيمتها العددية و تمثيل $\vec{v}_B$:

بتطبيق معادلة انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم (S)) بين الموضعين A و B:

$$E_{c(A)}+W_m-W'_m=E_{c(B)}$$

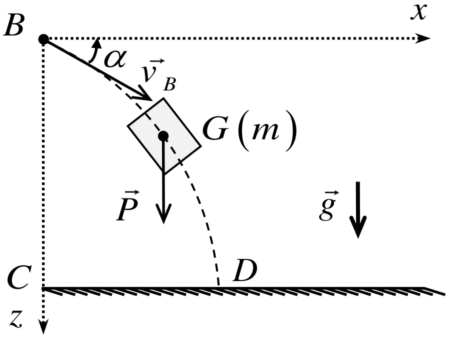
حيث: $E_{c(A)}=\frac{1}{2}m\cdot \cancel{v_A}_0=0$ ؛ $W_m=W\left(\vec{P}\right)=m\cdot g\cdot d\cdot\sin\alpha$

$W'_m=W\left(\vec{f}\right)=f\cdot d$ ؛ $E_{c(B)}=\frac{1}{2}m\cdot v_B^2$ بالتالي: $m\cdot g\cdot d\cdot\sin\alpha-f\cdot d=\frac{1}{2}m\cdot v_B^2$

$$\Leftarrow \quad v_B = \sqrt{2d\left(g\cdot\sin\alpha - \frac{f}{m}\right)} = \sqrt{2a\cdot d} \qquad \text{ت.ع:} \quad \begin{cases} d = 1m \\ g = 10\ m\cdot s^{-2} \\ \sin\alpha = 0,5 \\ f = 0,3\ N \\ m = 0,1\ kg \end{cases} \Leftarrow \quad v_B = 2\ m\cdot s^{-1}$$

تمثيل شعاع السرعة $\vec{v}_B$: (لاحظ الشكل أعلاه)

2- أ/ دراسة حركة مركز العطالة G للجسم (S) في المعلم الغاليلي (Bxz):



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m\cdot\vec{a}_G$: $\vec{P} = m\cdot\vec{a}$

بالإسقاط في المعلم الغاليلي (Bxz):

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_z = \frac{dv_y}{dt} = g \end{cases} \Leftarrow \quad \vec{v}\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_B\cdot\cos\alpha \\ v_z = \frac{dy}{dt} = g\cdot t + v_B\cdot\sin\alpha \end{cases}$$

بالتالي: $x(t) = v_B\cdot t\cdot\cos\alpha$ " مسقط الحركة على المحور Bx مستقيمة منتظمة."

$z(t) = \frac{1}{2}g\cdot t^2 + v_B\cdot t\cdot\sin\alpha$ " مسقط الحركة على المحور Bz مستقيمة م. بانتظام."

معادلة المسار: من الاحداثيين $x(t)$ و $z(t)$ و بحذف وسيط الزمن، نجد:

$z(x) = \frac{g}{2v_B^2\cos^2\alpha}\cdot x^2 + x\cdot tg\,\alpha$ (تمثل فرع من قطع مكافئ بنهاية حدية صغرى)

ب/ قيمتي: المدى $\overline{CD}$ و السرعة v_D

معادلة المسار: $z(x) = 1,67x^2 + 0,57x$

في الموضع D: $x_D = \overline{CD}$ و $z_D = \overline{BC} = h = 0,8m$ بالتعويض في معادلة المسار:

$$z_D = 1,67x_D^2 + 0,57x_D \Rightarrow 1,67x_D^2 + 0,57x_D - 0,8 = 0$$

بحل المعادلة نجد: $x_D = \overline{CD} = 0,62\ m$

بتطبيق معادلة انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم (S)) بين الموضعين B و D:

$$E_{c(B)} + W_m = E_{c(D)} \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_B^2 + \cancel{m}\cdot g\cdot h = \frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_D^2$$

$$\Leftarrow \quad v_D = \sqrt{2g\cdot h + v_B^2}$$

$$\text{ت.ع:} \quad \begin{cases} g = 10\ m\cdot s^{-2} \\ h = 0,8\ m \\ v_B = 2\ m\cdot s^{-1} \end{cases} \Rightarrow \quad v_D = \sqrt{20}\ m\cdot s^{-1} = 4,47\ m\cdot s^{-1}$$

التمرين 13:

1- أ- القوى المؤثر على الجسم : الثقل $\vec{P}$ ورد فعل السطح $\vec{R}$

ب - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الجسم (S) في مرجع غاليلي: $\sum \vec{F}_{ext} = m.\overrightarrow{a_G}$

$\vec{P} + \vec{R} = m.\overrightarrow{a_G}$ بالإسقاط على محور الحركة نجد : $a = -g.sin\alpha$

ت- طبيعة الحركة: فالحركة مستقيمة متباطئة بانتظام ، لأن: المسار مستقيم ، $av \prec 0$

2- أ- من البيان (1): $v_{0x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 3\ m/s$

من البيان (2): عند اللحظة $t = 0$ نجد $v_{0y} = 4\ \text{m/s}$

$$v = \sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2} = \mathbf{5}\ \boldsymbol{m.s^{-1}}$$

ب - قيمة الزاوية: $\sin\alpha = \frac{v_{0y}}{v} = 0,8$ و منه $\alpha \approx 53°$

3- بتطبيق معادلة انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم + أرض) بين الموضعين A و O:

نجد $E_{cA} - |W(P)| = E_{cO}$ ومنه $\frac{1}{2}mv_A^2 - gAOsin\,\alpha = \frac{1}{2}mv_O^2$

و بالتالي : $v_A^2 = 2\,gAO\sin\alpha + v_0^2$ بالتعويض نجد: $v_A = 7\,m.s^{-1}$

4- دراسة حركة القذيفة:

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = v_B \cdot \cos\alpha \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = -g\cdot t + v_B \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

بالتالي: $x(t) = v_B \cdot t \cdot \cos\alpha$ " مسقط الحركة على المحور Bx مستقيمة منتظمة."

$y(t) = -\dfrac{1}{2} g\cdot t^2 + v_B \cdot t \cdot \sin\alpha$ " مسقط الحركة على المحور By مستقيمة م. بانتظام."

معادلة المسار: من الاحداثيين $x(t)$ و $z(t)$ و بحذف وسيط الزمن، نجد: $y(x) = \dfrac{g}{2v_B^2\cos^2\alpha}\cdot x^2 + x\cdot tg\,\alpha$

ومنه: $y(x) = -0,55x^2 + 1,33x$

ب- مدى القذيفة of : $of = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = 2,4m$

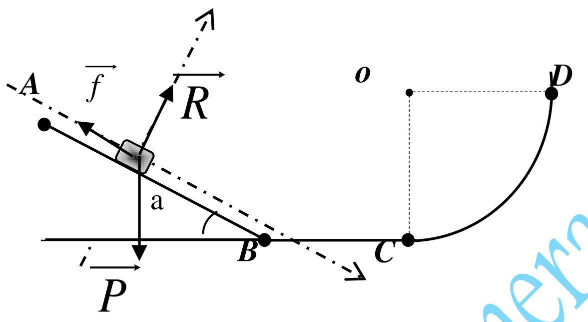
ت- إحداثيا النقطة H : $y_H = -h = -AO.\sin\alpha = -1,2\,m$

لإيجاد x_H نعوض y_H في معادلة المسار $-1,2 = -0,55x^2 + 1,33x$

بحل المعادلة من الدرجة الثانية نجد: $x_H = 3,1\,m$

التمرين 14:

1/ أ- تمثيل القوى المؤثرة على الجسم (S) بين الموضعين A و B :



ب- تعيين قيمة الزاوية α و شدة الاحتكاك f :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد:

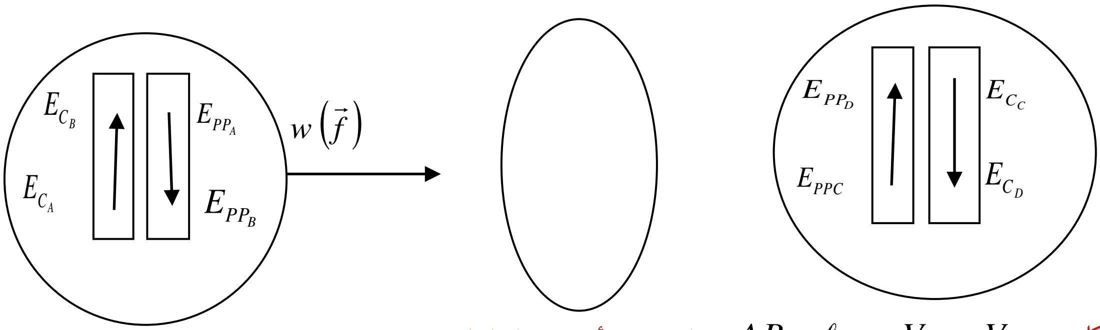
$$\sum \vec{F}_{ext} = m\cdot\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\cdot\vec{a}$$

بالإسقاط على محور الحركة نجد: $mg\sin\alpha - f = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}$

ولدينا: $a = 0,5g - 2$

بالمطابقة نجد: $\boxed{\sin\alpha = 0,5 \Rightarrow \alpha = 30^0}$ و $\boxed{\dfrac{f}{m} = 2 \Rightarrow f = 2m \Rightarrow f = 20N}$

2/ أ- تمثيل الحصيلة الطاقوية باعتبار الجملة (جسم – أرض) :



ب- تحديد قيم كل من V_C, V_B , $AB = \ell$:بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة:

بين الموضعين C و D :.....................

$$\left\langle \begin{array}{l} E_{C_C} + \cancel{E_{PP_C}} = E_{C_D} + E_{PP_D} \\ \dfrac{1}{2}mv_C^2 = \dfrac{1}{2}mv_D^2 + m\cdot g\cdot h \longrightarrow (h = r) \\ v_C = \sqrt{v_D^2 + 2g\times r} \Rightarrow v_C = 20m\times s^{-1} \end{array} \right\rangle$$

بين الموضعين B و C : ....
$$\begin{cases} E_{C_B} + \cancel{E_{PP_B}} = E_{C_C} + \cancel{E_{PP_C}} \\ \frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = v_C = 20m \times s^{-1} \end{cases}$$

بين الموضعين A و B: ....
$$\begin{cases} \cancel{E_{C_A}} + \cancel{E_{PP_A}} - \left|W_{AB}(\vec{f})\right| = E_{C_B} + E_{PP_B} \\ m \cdot g \cdot \ell \cdot \sin\alpha - f \cdot \ell = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 \\ \ell = \frac{m \cdot v_B^2}{2(m \cdot g \cdot \sin\alpha - f)} \Rightarrow \ell = AB = 67m \end{cases}$$

3- وصف حركة الجسم بعد مغادرته النقطة D:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : .... $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

- حامل شعاع السرعة $\vec{v}_D$ لحظة المغادرة هو الشاقول (المماس) ،
- جهة الحركة بنفس $\vec{v}_D$ نحو الاعلى ،فالحركة هي قذف شاقولي نحو الأعلى .
- $\vec{a} = \vec{g}$.

الحركة هي قذف شاقولي بسرعة ابتدائية v_D معادلة حركته $z = -\frac{1}{2}gt^2 + V_D \cdot t + \cancel{z_0}^{\,0}$

المدة المستغرقة حتى يعود الجسم إلى النقطة D.

عند عودة الجسم إلى النقطة D تكون فاصلته $z = 0$ (مبدأ المعلم).

$$-\frac{1}{2}gt^2 + V_D \cdot t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ \boxed{t = \frac{2V_D}{g} = 3s} \end{cases}$$