التمرين رقم 01

عين المستقيمات المقاربة الموازية للمحورين -إن وجدت- في كل حالة مما يلي:

1) $f(x)=\dfrac{3x-1}{x}$; $D_f=\mathbb{R}^*$

2) $f(x)=-\dfrac{1}{x^2}$; $D_f=\mathbb{R}^*$

3) $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$; $D_f=\mathbb{R}-\{-2\}$

4) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4}$; $D_f=\mathbb{R}-\{-2\,;2\}$

5) $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-3x+2}$; $D_f=\mathbb{R}-\{1\,;2\}$

التمرين رقم 02

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x^3+2x+1}{x^2+1}$.

1) عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x^2+1}$.

2) عين جميع المستقيمات المقاربة -إن وجدت- للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ الممثل للدالة f.

التمرين رقم 03

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x^2+3x-1}{x+2}$.

1) عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$ و $x\neq -2$.

2) أدرس وجود مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ الممثل للدالة f بجوار $+\infty$.

التمرين رقم 04

بين أن المستقيم ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل بجوار $+\infty$ للمنحنى البياني $(\mathcal{C}_f)$ الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}$.

التمرين رقم 05

بين أن المستقيم ذو المعادلة $y=2x$ مقارب مائل بجوار $+\infty$ للمنحنى البياني $(\mathcal{C}_f)$ الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+\sqrt{x^2-1}$.

التمرين رقم 06

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty\,;1]$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}$.

وليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

1) أ- بين من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 1$ أن: $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\sqrt{\dfrac{x^2-1}{x^2}}$.

ب- استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

2) أ- بين أن المستقيم $(\Delta): y=\dfrac{1}{2}x-1$ مقارب مائل لـ $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$.

ب- بين من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 1$ أن: $\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}<1$.

جـ- استنتج وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (Δ).

التمرين رقم 07

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}-x$.

نسمي $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أدرس نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

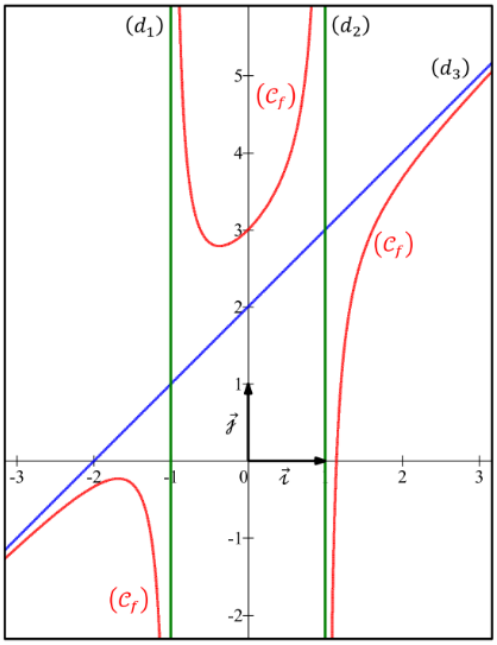
هل يقبل $(\mathcal{C}_f)$ مستقيمات مقاربة أفقية؟

2) بين أن المستقيم $(\Delta): y=-2x-\dfrac{1}{2}$ مقارب مائل لـ $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$.

التمرين رقم 08

الشكل المقابل هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\,;1\}$ في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

لتكن $(d_1): x=-1$، $(d_2): x=1$ و $(d_3): y=x+2$ المستقيمات المقاربة للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ الممثل للدالة f.



1) بقراءة بيانية، عين:

أ- $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

ب- $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to -\infty}[f(x)-x]$ و $\lim\limits_{x\to +\infty}[f(x)-x]$.

جـ- $\lim\limits_{x\to -\infty}[f(x)-(x+2)]$ و $\lim\limits_{x\to +\infty}[f(x)-(x+2)]$.

2) حدد إشارة $f(x)-(x+2)$.

التمرين رقم 09

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$f(x)=\sqrt{4x^2+x+1}+mx+1$$

حيث m وسيط حقيقي.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها حسب قيم m.

2) استنتج وجود مستقيمات مقاربة عمودية.

التمرين رقم 10

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$f(x)=\frac{x-\sin^2 x}{2+\sin x}$$

1) برهن أنه يوجد عددان حقيقيان a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

$$a\leq 2+\sin x\leq b$$

2) برهن على وجود دالتين g و h بحيث من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

$$g(x)\leq f(x)\leq h(x)$$

ناقش حالة $x>1$ وحالة $x<0$.

3) عين النهايتين التاليتين: $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

- حقوق النشر محفوظة -
الأستاذ عبد الحميد