سلسلة المثابر في الدوال اللوغاريتمية - بكالوريا 2021 -

الشعب : عتج - ريا - تقر

من إعداد الأستاذ : مراد قطاري

التمرين الأول

f دالة معرفة على : $D =]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = \frac{1}{x-1} + ln(x+1)$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}\,; \vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتائج بيانيا

2. (ا) بين أنه من أجل كل x من D لدينا:

$$f'(x) = \frac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$$

استنتج إتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

(ب) عين معادلة للمماس (Δ) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

3. g دالة معرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالعبارة :

$$g(x) = \frac{1}{x-1} + ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

(ا) بين أن $1 \prec \frac{x+1}{x}$ من أجل كل x من $]1;+\infty[$

(ب) ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

4. (ا) نسمي (C_{ln}) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto lnx$، حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (C_{ln}) على المجال $]1;+\infty[$

(ب) أرسم (C_f) و (C_{ln}) و (Δ)

5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m الموجب تماما حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$\frac{1}{x-1} + ln\left(\frac{x+1}{m}\right) = 0$$

التمرين الثاني

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :
$g(x) = -x^2 - 2 + 2\ln x$.

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها

2. أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها

3. أحسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :
$f(x) = -x + 5 - 2\frac{\ln x}{x}$.
(C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. عيّن نهاية الدالة f عند 0 وَ عند $+\infty$.

2. أحسب $f'(x)$ وَ شكّل جدول تغيّرات الدالة f

3. (ا) برهن أنّ المستقيم (D) الذي معادلته $y = -x + 5$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$.

(ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

4. (ا) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ذات الفاصلة α حيث : $4.3 < \alpha < 4.4$

(ب) برّر أنّ : $\ln\alpha = \frac{-\alpha^2 + 5\alpha}{2}$.

5. بيّن أنّه يوجد مماس (T) للمنحني (C_f) يكون موازياً للمستقيم (D) ، ثمّ أكتـــب معادلته .

6. أنشئ كلا من المستقيم (D) ، المماس (T) وَ المنحني (C_f).

7. ناقش بيانياً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(5-m)x - 2\ln x = 0$

التمرين الثالث

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-2ln(x)$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)$
2. أدرس اتجاه تغير g وشكل جدول تغيراتها.
3. أثبت أن المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α : $1.2\prec\alpha\prec1.5$
4. استنتج إشارة $g(x)-2$ حسب قيم x

II) f دالة معرفة على $]0,+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x+2-\frac{2lnx}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الثانية هندسيا
2. بين أن من أجل x من $]0,+\infty[$:
$$f'(x)=\frac{g(x)-2}{x^2}$$
ثم أدرس اتجاه التغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها
3. بين أن (D) المستقيم ذو المعادلة $y-x-2=0$ مقارب عند $+\infty$.
4. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)
5. أثبت أن $f(\alpha)=2\alpha+2-\dfrac{2}{\alpha}$، ثم أوجد حصرا لـ $f(\alpha)$
6. بين أنه توجد نقطة وحيدة B من (C_f) يكون عندها المماس (T) موازيا لـ (D)
7. أنشـــئ المنحنى (C_f)

التمرين الرابع

I)– لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$g(x)=1-x^2(1-\ln x)$

1. أحسب نهايات gعند 0 وعند $+\infty$.
2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ أن :
$g'(x)=x(2\ln x-1)$
3. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما والاخر $2.2<\alpha<2.3$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II) نعتبر f المعرفة على المجال $\mathcal{D}=]0;e[\cup]e;+\infty[$ بـ :
$$f(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)}$$
وليكن (C_f)تمثيلها البياني في م.م.م $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $||\vec{i}||=1cm$

1. أدرس نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها
2. (ا) بين أنه من أجل كل xمن المجال $\mathcal{D}$ أن :
$$f'(x)=\frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$$
(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة fثم شكل جدول تغيراتها
3. (ا) تحقق أنه من أجل كل xمن $\mathcal{D}$:
$$f(x)-x=\frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$$
(ب) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$
4. أرسم (Δ) و (C_f) في المعلم السابق .
5. لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0;e[$ بـ :
$F(x)=-\ln(1-\ln x)$.

(ا) بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;e[$.

(ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و$x=\sqrt{e}$

التمرين الخامس

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ :
$g(x)=-x^2+1-\ln x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكّل جدول تغيّراتها
2. أحسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيّم x

II نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ :
$f(x)=-\frac{1}{2}x+3+\frac{\ln x}{2x}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\parallel \vec{i} \parallel = 2cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ؛ ثم فسّر النتائج هندسيا
2. (ا) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:
$$f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$$
(ب) أدرس إتّجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
3. (ا) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).
(ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D)
4. (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياها
(ب) أكتب معادلة للمماس (T).
5. أنشئ في المعلم السابق (T) , (D) و (C_f).
6. ناقش بيانيا حسب قيّم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $f(x)=-\frac{1}{2}x+m$.

التمرين السادس

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$بـ :
$g(x)=x^2-1-2ln(x)$.

1. أدرس تغيرات الدالة g
2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$بـ :
$$f(x)=x+\frac{1-(lnx)^2}{x}$$
(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا
2. برهن أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{(lnx)^2}{x}=0$ (يمكن وضع $t=\sqrt{x}$), ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
3. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي xمن $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)+(lnx)^2}{x^2}$.
(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
4. (ا) بين أن المستقيم (Δ)ذو المعادلة $y=x$ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$.
(ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).
5. (ا) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.3<\alpha<0.4$.
(ب) أرسم (Δ) و(C_f).
6. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ : $h(x)=f(-x)$ و(C_h) تمثيلها البياني
- اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h)انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه .

التمرين السابع

I)- لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$: بـ
$g(x)=e^x-ln(e^x-1)$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g.
2. استنتج أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ أن $g(x)>0$:

II)نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$بـ :
$$f(x)=\frac{e^x}{e^x-1}ln(e^x-1)$$
وليكن (C_f)تمثيلها البياني في م . م . م $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .
2. بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$:
$f'(x)=\frac{e^x}{(e^x-1)^2}.g(x)$.
3. استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
4. أثبت أنه من أجل كل xمن $]0;+\infty[$:
$f(x)=\frac{e^x}{e^x-1}\left[x+ln(1-e^{-x})\right]$.
5. بين أن : $\lim_{x\longrightarrow+\infty}\left[f(x)-x\right]=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
6. أحسب إحداثيات نقط تقاطع (C_f)مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f).
7. ليكن λعددا حقيقيا حيث : $0<\lambda<ln2$.

(ا) أحسب المساحة $A(\lambda)$للحيز المستوي المحدد بـ (C_f)ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=\lambda$ و$x=ln2$

(ب) أحسب $\lim_{\lambda\longrightarrow0}A(\lambda)$.

التمرين الثامن

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة 2cm

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$g(x)=-x+1+x\ln x$
و ليكن $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني. و جدول تغيراتها هو كما يلي:

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $\cdots$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\cdots$

1. أتمم جدول التغيرات بتعيين النهايات المنقوصة.
2. أدرس إشارة $g(x)$
3. ليكن $(\mathcal{C})$ التمثيل البياني للدالة $x\longrightarrow\ln x$ في المعلم السابق

(ا) بين أن $(\mathcal{C}_g)$ و $(\mathcal{C})$ يشتركان في نقطتين فاصلتيهما 1 و e

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;e]$ لدينا: $g(x)\leqslant\ln x$

II) لتكن f الدالة المعرفة على $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x}{x-1}$ و ليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني

1. بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;1[\cup]1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{-g(x)}{x(x-1)^2}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجالي تعريفها
2. أحسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$، ثم بين أنّ $\lim_{x\to1}f(x)=1$ و أنّ $\lim_{x\to+\infty}f(x)=0$ ، فسر النتيجة الأخيرة بيانيا.
3. شكل جدول تغيرات الدالة f
4. بين أن $(\mathcal{C}_f)$ يقطع المستقيم ذي المعادلة $2y-1=0$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $3.5\leqslant\alpha\leqslant3.6$
5. أرسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

III) لتكن h الدالة المعرفة على $]-a,0[\cup]0;+\infty[$ بالعبارة: $h(x)=\frac{\ln(x+a)}{x}+b$ حيث a و b عددان حقيقيان

1. عين العددين a و b إذا علمت أنَ منحنى الدالة h $(\mathcal{C}_h)$ يشمل النقطة $A(1;0)$ و يقبل مستقيم مقارب يوازي محور الفواصل معادلته $y=-\ln 2$ في جوار $+\infty$
2. أكتب عبارة $h(x)$ بدلالة $f(x)$، ثم بيّن أنّه يمكن رسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ انطلاقا من المنحنى $(\mathcal{C}_h)$
3. أرسم المنحنى $(\mathcal{C}_h)$ في المعلم السابق.

التمرين التاسع

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :
$g(x)=x^2+2x-1+ln(x+1)$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.31<\alpha<0.32$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :
$f(x)=(x+1)^2+(2-ln(x+1))^2$
و(C_f) تمثيلها البياني في م م م $(O;\vec{i},\vec{j})$ ($\|\vec{i}\|=2cm$).

1. بين أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ أن : $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x+1}$
2. عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ، ثم شكل جدول تغيراتها
3. بين أن $f(\alpha)=(\alpha+1)^2+(\alpha+1)^4$. ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
4. مثل المنحنى (C_f)
5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x)=m+1$.

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :
$h(x)=ln(x+1)$
وليكن (C_h) منحناها البياني في المعلم السابق و $A(-1;2)$ نقطة من المستوي .

1. أكتب عبارة المسافة AM بدلالة $f(x)$ حيث M نقطة من منحنى الدالة h فاصلتها x.
2. لتكن φ الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ $\varphi(x)=\sqrt{f(x)}$
3. (ا) بين أن للدالتين φ و f نفس اتجاه التغير على $]-1;+\infty[$.

(ب) عين إحداثيات النقطة B من (C_h) حتى تكون المسافة AM أصغر مايمكن .

(ج) بين أن : $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$.

(د) هل المستقيم (AB) عمودي على مماس المنحنى (C_h) في النقطة B ؟

التمرين العاشر

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$f(x)=\ln(e^x+2e^{-x})$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. (ا) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
$f(x)=x+\ln(1+2e^{-2x})$

(ب) أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)$ وبين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f).

(ج) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D)

2. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=-x+\ln(2+e^{2x})$.

(ب) أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow-\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (D') ذو المعادلة $y=-x+\ln 2$ مقارب مائل لـ (C_f)

(ج) أدرس الوصع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D')

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها
4. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
$f(\ln 2-x)=f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟
5. أرسم (D) ، (D') و (C_f).
6. ليكن (Δ_m) المستقيم ذو المعادلة
$y=mx+\dfrac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي .

(ا) بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\dfrac{\ln 2}{2};\dfrac{\ln 2}{2}\right)$.

(ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة :

$$\ln(2+e^{2x}) = (m+1)x+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$$

التمرين الحادي عشر

I)نعتبر الدالة gالمعرفة على $\mathbb{R}$بـ :
$g(x) = \ln(1+e^{-x}) - \frac{1}{1+e^{x}}$.

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g, ثم شكل جدول تغيراتها .
3. استنتج اشارة $g(x)$حسب قيم x.

II)لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$f(x) = e^{x}\ln(e^{-x}+1)$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في م . م. م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن وضع $t = e^{-x}$).
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
$f(x) = -xe^{x} + e^{x}.\ln(e^{x}+1)$
ثم استنتج $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
3. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
$f'(x) = e^{x}.g(x)$.
(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المعادلة $f(x) = \frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا αعلى $\mathbb{R}$
5. أرسم (C_f).
6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $\ln(e^{-x}+1) - me^{-x} = 0$

التمرين الثاني عشر

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:
$$g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2-\ln x}{x^2}$$

1. احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,71 < \alpha < 1,72$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :
$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1+\ln x}{x}$.
(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}|| = 1cm$.

1. (ا) احسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
2. (ا) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)
(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
3. " نقبل أن $f(\alpha) \simeq 0,87$ و $f(\gamma) = f(\beta) = 0$ حيث $0,76 < \beta < 0,78$ و $4,19 < \gamma < 4,22$ ".
- أنشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

التمرين الثالث عشر

I نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :
$$g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$$

1. أدرس تغيرات الدالة g
2. أحسب $g(1)$ و إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

3. لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x-1+x(\ln x)^2$

أ) أحسب $h'(x)$ وبيّن أن الدالة h متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. (حيث h' الدالة المشتقة للدالة h)

ب) بيّن أن العدد 1 هو الحل الوحيد للمعادلة $h(x)=0$ ، ثم إستنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-1$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O:\vec{i},\vec{j}\right)$

1. أثبت أن : $\lim_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم أحسب نهاية الدالة f عند أطراف مجال تعريفها

2. أ) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\frac{1}{x}\times g(x)$

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المادلة $y=x$ على المجال : $[1;+\infty[$

4. أحسب $f(4)$ ، $f(6)$ ، ثم أنشئ (C_f)

5. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x)=f(e^m)$

التمرين الرابع عشر

I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=\ln x^2+\frac{1}{x}+1 .$$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g

2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلين موجبين تماما أحدهما 1 والآخر α حيث : $0.25<\alpha<0.3$

3. شكّل جدول تغيّرات الدالة g وعيّن إشارتها على $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathcal{D}_f=[0,1[\cup]1,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x\ln(\sqrt{x}-1)^2$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}||=1cm$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند الصفر من اليمين، وفسّر النتيجة بيانيا

3. (ا) من أجل كل x من $\mathcal{D}_f$ أحسب $f'(x)$.

(ب) أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]0,1[$.

(ج) أثبت أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=g(\sqrt{x}-1)$

(د) حسب ما سبق، قدّم جدول تغيّرات الدالة f

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها أكبر تماما من 1 .

5. أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 4 .

6. أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) .

7. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=(m-2020)^2$.

التمرين الخامس عشر

$I)$– نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ : $g(x)=2x^3-1+2\ln x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكّل جدول تغيّراتها

2. بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.75<\alpha<1$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيّم x .

$(II$ – نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = 2x - 1 - \dfrac{\ln x}{x^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف
2. أ)- تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$

   ب)- استنتج إتّجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
3. أ)- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

   ب)- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D)
4. أ)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياها

   ب)- أكتب معادلة للمماس (T).
5. أنشئ في المعلم السابق (T) , (D) و (C_f)

   (نأخذ بالتقريب $\alpha = 0.8$ و $f(\alpha) = 0.9$)
6. ناقش بيانيا حسب قيّم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $-\ln x = mx^2$

التمرين السادس عشر

$(I$ نعتبر الدالة g والمعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = \dfrac{2x}{x+1} - \ln(x+1)$.

1. أدرس إتجاه تغير الدالة g, ثم شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $3.9 < \alpha < 4$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب x.

$(II$ لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-x}\ln(e^{2x}+1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$.

1. علما أن $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\ln(t+1)}{t} = 1$ أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.
2. بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \dfrac{2x}{e^x} + \dfrac{\ln(e^{-2x}+1)}{e^x}$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
3. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{-x}g(e^{2x})$.

   (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها
4. بين أن $f\left(\dfrac{\ln\alpha}{2}\right) = \dfrac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$, ثم أرسم (C_f) . (يعطى $\dfrac{\ln\alpha}{2} \approx 0.6$ و $f\left(\dfrac{\ln\alpha}{2}\right) \approx 0.8$)
5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $\ln(e^{-2x}+1) = me^x - 2x$.