

القسمة الاقليدية و الموافقات في \mathbb{Z}

في الباكوريا 2008-2018

شعبة : آداب و فلسفة + لغات أجنبية

جمع و كتابة الأستاذ: شعبان أسامة

باكوريا 2008

الموضوع الأول: (06 نقط)

a و b عددان طبيعيين حيث $b = 2006$ ، $a = 1428$

أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

ب) بين أن : $9 \mid [b - 1]$

ج) هل العدان a و b متوافقان بترديد ؟ برر إجابتك.

د) ما هو باقي قسمة العدد $(a + b^2)$ على 9 ؟

ه) استنتج باقي قسمة $(a + b^2)$ على 3.

الموضوع الثاني: (04 نقط)

1- أحسب باقي قسمة كل من $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$ على 7.

2- عين باقي قسمة كل من 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.

3- بين أن العدد: $4 + 2 \times 3^{6n} - 3 \times 3^{6n+4}$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n .

باكوريا 2009

الموضوع الأول: (05 نقط)

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

أ) تحقق أن: $3 \mid [a - 1]$

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $4 + 2a^2$ على 3

ج- بين أن: $3 \mid [2a^{360} - 5]$

د) أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 5^n على 3

ه) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $3 \mid [5^n + a^2]$

الموضوع الثاني: (05 نقط)

1) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9.

2) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد: $(2008^{1430} + 1429^{2009})$ على 9.

3) بين أن العدد A حيث: $6 + 7^{3n+2} + 7^{3n+1} + 7^{3n} = A$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n .

باكوريا 2010

الموضوع الأول: (06 نقط)

a و b عددان طبيعيين حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7.

ج- تحقق أن: $7 \mid [a^3 + 1]$ و $7 \mid [b^3 + 6]$ واستنتج أن

$7 \mid [a^3 + b^3]$.

2. أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $7 \mid [n + 2010^3]$

ثم استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

الموضوع الثاني: (03 نقط)

في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.

1. باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو:

أ) -3 ب) 2 ج) 3

2. x عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو

5، فإن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x + 5$ على 7 هو:

أ) 0 ب) 1 ج) 2

باكوريا 2011

الموضوع الأول: (06 نقط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 619$ و $b = 2124$.

1. بين أن العددين a و b متوافقان بترديد 5.

أ) بين أن: $5 \mid [b - 1]$

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} و

619^{721} على 5.

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $5 \mid [2124^{2n} - 1]$.

د) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون:

$5 \mid [n + 619^{4n+1} + 2124^{4n}]$.

الموضوع الثاني:

(06نقط)

a و b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6.
1- عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين: $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

2- (أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1 [7]$.

(ب) تحقق أن $48 \equiv 6 [7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 48^{2010} و 48^{2011} على 7.

بكالوريا 2012

الموضوع الأول:

(03نقط)

اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل.

1. n و n' عددان طبيعيين حيث: $n = 3n' + 5$. باقي قسمة n على 3 هو 5.

2. باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4. (لاحظ أن: $2012 = 3 \times 670 + 2$).

3. n عدد صحيح حيث: $n \equiv 2 [11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10.

الموضوع الثاني:

(06نقط)

a و b عددان طبيعيين بحيث: $a + b \equiv 7 [11]$ و $a - b \equiv 5 [11]$.

1. (أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على العدد 11.

(ب) بين أن: $2a \equiv 1 [11]$ و $2b \equiv 2 [11]$ ثم استنتج أن: $a \equiv 6 [11]$ و $b \equiv 1 [11]$.

2. (أ) أثبت أن: $a^5 \equiv -1 [11]$.

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $a^{10k} \equiv 1 [11]$.

3. (أ) تحقق أن: $2012 = 10 \times 201 + 2$.

(ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11.

بكالوريا 2013

الموضوع الأول: (06نقط)

1- هل العددان 2013 و 718 متوافقان بتريديد؟

2- (أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7.

(ب) استنتج أنه، من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{6n} - 1 \equiv 0 [7]$.

3- (أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7.

(ب) بين أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $2013 + 3 \times 718^{6n}$ يقبل القسمة على 7.

4- (أ) تحقق أن: $1434 \equiv -1 [7]$.

(ب) عين الأعداد الطبيعية n ، الأصغر من 25 ، بحيث: $1434^{2n} + n \equiv 0 [7]$.

الموضوع الثاني: (06نقط)

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 2 [7]$ و $b \equiv 6 [7]$.

1- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7.

2- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7.

3- (أ) تحقق أن: $b \equiv -1 [7]$.

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.

4- عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a+b)^n + n \equiv 0 [7]$.

بكالوريا 2014

الموضوع الأول: (05نقط)

1) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $10^k \equiv 1 [9]$

3) استنتج أن: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1 [9]$

4) (أ) تحقق أن: $2^3 \equiv -1 [9]$

(ب) عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $2^{6n} + n - 1 \equiv 0 [9]$

الموضوع الثاني: (06نقط)

عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

| الاقتراح - ج | الاقتراح - ب | الاقتراح - أ | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---|
| 2 | 5 | 8 | 1 عدد قواسم العدد 1435 هو: |
| 6 | 7 | -1 | 2 إذا كان $a \equiv -1 [8]$ فإن باقي قسمة a على 8 هو: |
| 3 | 4 | 2 | 3 العددان 1435 و 2014 متوافقان بتريديد: |
| $x^9 + y^9 \equiv 4 [5]$ | $x^9 + y^9 \equiv 2 [5]$ | $x^9 + y^9 \equiv 3 [5]$ | 4 إذا كان $x \equiv 2 [5]$ و $y \equiv 2 [5]$ فإن: |
| $9 \equiv 7 [3]$ | $9 \equiv 7 [2]$ | $9 \equiv 7 [6]$ | 5 لدينا $27 \equiv 21 [6]$ إذن: |

الموضوع الأول: (06نقط)

نعتبر الأعداد الطبيعية a, b, c حيث:

$$c = 1954, \quad b = 1437, \quad a = 2016$$

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد a, b, c على 5.
2. استنتج باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $a+b+c$:
 $a \times b \times c$ و b^4 على 5.
3. أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1[5] \equiv 4^n$
 ب- استنتج أن العدد $1 - b^{2016}$ يقبل القسمة على 5.
4. أ- تحقق أن: $1[5] \equiv c$
 ب- بين أن: $0[5] \equiv c^{2017} + c^{1438}$

الموضوع الثاني: (06نقط)

a, b, c ثلاثة أعداد طبيعية حيث:

$$a = -5[7], \quad b = 1966, \quad c = 2017$$

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد a, b, c على 7.
2. تحقق أن: $1[7] \equiv b$
3. أثبت أن العدد: $2 - 3c^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 7.
4. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $1[7] = 2^{3k}$ ثم استنتج أن: $2[7] = 2^{3k+1}$ و $4[7] = 2^{3k+2}$
5. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $2^n + 3$ قابلا للقسمة على 7.

بكالوريا 2017 الدورة الاستثنائية

الموضوع الأول: (06نقط)

1. أ- عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $4, 4^2, 4^3$ على 9.
- ب- بين أن: من أجل كل عدد طبيعي n , $1[9] = 4^{3n}$.
- ج- استنتج أن: من أجل كل عدد طبيعي n , $4[9] = 4^{3n+1}$.
2. تحقق أن: $4[9] = 2020^{1438}$.
3. بين أن العدد $(2020^{1438} - 2017^2 + 1995)$ يقبل القسمة على 9.

الموضوع الثاني: (06نقط)

- a و b عددان صحيحان حيث: $13[14] \equiv a$ و $13[13] \equiv -1 \equiv b$
1. أ- بين أن باقي القسمة الاقليدية للعدد a و b على 13 هو 1 و 12 على الترتيب.
 - ب- استنتج باقي القسمة الاقليدية لكل من $a+b$ و $a-b$ و $2a+b^2$ على 13.
 2. بين أن العدد $a^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 13.
 3. عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $0[13] \equiv b^{2017} + n + 1438$

الموضوع الأول: (05نقط)

عين الاقتراح الوحيد الصحيح مع التعليل. من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربعة التالية:

1. إذا كان a عددا صحيحا حيث: $5[1] \equiv -1$ فإن:

$$أ- \quad 5[2] \equiv a \quad ب- \quad 5[6] \equiv a \quad ج- \quad 5[99] \equiv a$$

2. باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:

$$أ- \quad 1 \quad ب- \quad 6 \quad ج- \quad 1$$

3. من أجل كل عدد طبيعي n . العدد $1 - 10^n$ يقبل القسمة على:

$$أ- \quad 3 \quad ب- \quad 5 \quad ج- \quad 2$$

4. مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوما:

أ- عدد زوجي ب- مضاعف للعدد 3 ج- مضاعف للعدد 4

الموضوع الثاني: (06نقط)

a و b عددان صحيحان يحققان: $7[13] \equiv a$ و $7[7] \equiv -6 \equiv b$

1. عين باقي القسمة الاقليدية على 7 لكل من a و b
2. بين أن العددين $1 + a^3$ و $1 + b^3$ يقبلان القسمة على 7
3. أ- تحقق أن: $7[2015] \equiv a$ و $7[1436] \equiv a$
 ب- عين باقي القسمة الاقليدية على 7 للعدد: $2015^3 + 1436^3$.
 ج- استنتج أن: $0[7] \equiv 2015^3 + 1436^3 - 1962^2 + 1$

بكالوريا 2016

الموضوع الأول: (05نقط)

1. عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ على العدد 5.
2. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $1[5] \equiv 2^{4n}$
- ب- استنتج باقي القسمة الاقليدية لعدد 2^{2016} على العدد 5.
3. عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون: $0[5] \equiv 2^{2016} + 2 + n$

الموضوع الثاني: (06نقط)

1. أ- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد 4^3 على 9.
- ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $1[9] \equiv 4^{3k}$
- ج- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 9.
- د- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد 2015^{2016} على 9.
2. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1[9] \equiv 8^{2n}$
- ب- عين الأعداد الطبيعية بحيث يكون العدد مضاعفا للعدد 9.
 $8^{2n} + 4^n + 1$

(06نقط)

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5.
2. عين قيم العدد الطبيعي a حتى يكون: $2018 = 4a + 2$
3. بين أن العدد: $5 - 2017^8 + 2^{2018}$ يقبل القسمة على 5.
4. أ-تحقق بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $12^n \equiv 2^n [5]$ و $12^n \equiv 2^n [5]$.
- ب- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$.

(06نقط)

الموضوع الثاني:

- a و b عدنان طبيعيان غير معدومين حيث: $a = 4b + 6$
1. عين باقي القسمة الاقليدية للعدد a على 4.
 2. بين أن a و b متوافقان بترديد 3.
 3. نضع: $b = 489$
 - أ-تحقق أن: $a \equiv -1 [13]$
 - ب-استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13.
 - ج- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13.

بالتوفيق في بكالوريا 2019.

