التحضير لبكالوريا 2021

.2

الدالة الأسية

شعبة: علوم تجريبية +تقني رياضي

من اعداد الأستاذ:
شعبان أسامة

.1

أكتب كل عبارة من العبارات الآتية على أبسط شكل ممكن :
(x عدد حقيقي)

$A=e^{-3}\times\left(e^{2}\right)^{4}$	$B=\left(e^{-x}\right)\times\left(e^{x}\right)^{3}$	$C=e^{2x}\times e^{-2x}$
$D=\left(e^{2}\right)^{3}\times\left(e^{-5}\times e^{-1}\right)\times e^{-5}\times e^{4}$	$E=(e^{x})^{3}\times(e^{-5x})$	$F=\dfrac{e^{2x+3}}{e^{-2x}}$
$G=\dfrac{e^{-x}}{e^{x}+1}-\dfrac{e^{-2x}}{1+e^{-x}}$	$H=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{e^{2x}}$	$I=\left(e^{x}+e^{-x}\right)^{2}-\left(e^{x}-e^{-x}\right)^{2}$

.2

f دالة معرفة على R كما يلي : $f(x)=x-\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}+1}$.

تحقق أنه من أجل كل x من R فإن :

$f(x)=x+1-\dfrac{2e^{x}}{e^{x}+1}$ و $f(x)=x-1+\dfrac{2}{e^{x}+1}$.

.3

حل في المجموعة $\boldsymbol{R}$ كلا من المعادلات و المتراجحات الآتية :

$\left(e^{x}\right)^{3}-e^{2x+1}=0$	$e^{x^{2}}-e=0$
$e^{x-x^{2}}\geq 1$	$2xe^{-2x}-e^{-2x}\succ 0$
$e^{5+4x}\leq e^{x^{2}}$	$e^{2x-5}\leq -1$
$\left(e^{2x}-e\right)\left(e^{-2x}-1\right)=0$	$\dfrac{2e^{2x}}{e^{x}+1}=\dfrac{1}{e^{-x}}$
$e^{-x}+e^{x}\leq 2$	$\left(2e^{x}-4\right)\left(e^{x}-1\right)<0$ (إلى درس الدالة اللوغاريتمية)

.4

1) حل في $\boldsymbol{R}$ المعادلة ذات المجهول t : $2t^{2}-5t+2=0$

2) حل في المجموعة R^{2} الجملة الآتية حيث $(x;y)$ هو المجهول : $\begin{cases}2e^{2x}-5e^{x}+2=0\\ e^{x}\times e^{y}=2\end{cases}$.

.5

أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to-\infty}(x+e^{x})$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^{x}}{x+2}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^{x}-1}{2e^{x}+4}$
$\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{2x}-e^{x})$	$\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}0}\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}$	$\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0}\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}$

.6

f دالة عددية للمتغير الحقيقي x .

1) احسب نهاية الدالة f عند كل من $-\infty$ ، $+\infty$ في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $f(x)=x-e^{x}$. ب- $f(x)=xe^{x}-e$.

ج- $f(x)=(x-1)e^{-x}$.

2) احسب نهاية الدالة f عند كل من $-\infty$ ، $+\infty$ و 0 في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $f(x)=1-\dfrac{3e^{x}}{e^{x}-1}$. ب- $f(x)=\dfrac{xe^{x}}{e^{x}-1}$.

ج- $f(x)=\dfrac{x^{3}}{e^{x}-1}$. د- $f(x)=\dfrac{xe^{x}+1}{e^{x}-1}$.

.7

أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to-\infty}e^{2x+1}$	$\lim\limits_{x\to-\infty}e^{\frac{1}{x}}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}e^{x^{2}+2x-1}$
$\lim\limits_{x\to+\infty}e^{\frac{3x+1}{x-5}}$	$\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}1}e^{\frac{1}{x-1}}$	$\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}1}e^{\frac{1}{x-1}}$

8

أدرس شفعية كلا من الدالتين f و g المعرفتين على R حيث

i

$f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ ، $g(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$.

9

عين مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

1) الدالة f معرفة على R كما يلي: $f(x)=e^{2x}-2e^x$.

2) الدالة f معرفة على R^* كما يلي: $f(x)=\frac{3e^x+1}{e^x-1}$.

3) الدالة f معرفة على R كما يلي: $f(x)=\left(x^2-3x\right)e^{-x}$

10

أدرس اتجاه تغير الدالة f في كل حالة :

$f(x)=\frac{e^x+2}{e^x-1}$	$f(x)=(x^2-3)e^x$	$f(x)=\frac{e^x}{x-1}$

11

لتكن الدالة f المعرفة على R بـ $f(x)=\frac{e^x}{1+e^x}$.

(C) منحنى الدالة .

بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=1$.

فسر بيانيا النتيجة .i

12

نعتبر الدالة f المعرفة على R حيث : $f(x)=-1+e^{-x+2}$.

أجب بصح أو خطأ ، مع التبرير :

1. الدالة f متناقصة تماما على R .
2. $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.
3. منحنى الدالة f يقبل المستقيم الذي معادلته $y=-1$ كمستقيم مقارب عند $+\infty$.
4. الدالة f سالبة تماما على $]2;+\infty[$ و موجبة تماما على $]-\infty;2[$.
5. الدالة $x\mapsto e^{f(x)}$ متزايدة تماما على R .

13

إختر الجواب الصحيح لكل سؤال معللا اختيارك :

1) المعادلة $e^{2x}-e^x=0$ في R :

2) ج1) ليس لها حلول . ج2) تقبل حلا وحيدا ج3) تقبل حلين مختلفين .

3) العبارة $-e^{-x}$:

ج1) سالبة إذا كان x موجب . ج2) سالبة دوما . ج3) سالبة إذا كان x سالب .

4) $\lim_{x\to+\infty}\frac{2e^x-1}{e^x+2}=$:

ج1) $-\frac{1}{2}$. ج2) $+\infty$. ج3) 2 .

5) $\lim_{x\to-\infty}\frac{2e^x-1}{e^x+2}=$:

ج1) $-\frac{1}{2}$. ج2) $-\infty$. ج3) 2 .

14

f دالة معرفة على R حيث $f(x)=x-1+e^x$. و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2) أدرس نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

3) أحسب $f(0)$ ، ثم استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x .

4) شكل جدول تغيرات الدالة f .

5) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-1$ مقارب لـ (C) عند $-\infty$ ، ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ).

6) أكتب معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة O .

7) أنشئ (Δ) ، (T) و (C) في نفس المعلم .

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=2x+m$.

15

f دالة معرفة على R حيث $f(x)=x-\frac{e^x-1}{e^x+1}$ ، و (C) تمثيلها البياني في معم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن الدالة f فردية .

2) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، و استنتج $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

3) 1. أثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x :

$f(x)=x-1+\frac{2}{e^x+1}$ و $f(x)=x+1-\frac{2e^x}{e^x+1}$

2. إستنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-1$ مقارب لـ (C) عند $+\infty$، ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ).

3. إستنتج أن المستقيم (Δ') الذي معادلته $y=x+1$ مقارب لـ (C) عند $-\infty$، ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ').

4) أدرس تغيرات الدالة f، و شكل جدول تغيراتها .

5) أنشئ (Δ) ، (Δ') و (C) في نفس المعلم .

16

الجزء 1 :

g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على المجموعة R كما يلي : $g(x)=e^x-x-1$.

1. احسب كلا من : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3. - حدد إشارة $g(x)$. - استنتج أنه ؛ من أجل كل عدد حقيقي x ؛ يكون : $e^x-x>0$.

الجزء 2 :

h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=(2-x)e^x-1$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها .

3. - بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد من المجال $[0;+\infty[$ حيث $h(\alpha)=0$. - تحقق من أن: $1,84<\alpha<1,85$.

- استنتج إشارة $h(x)$.

الجزء 3 :

f الدالة العددية للمتغيرالحقيقي x و المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$.

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. ($\|\vec{i}\|=2cm$)

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا .

2. - بين أنه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ ؛ يكون : $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(e^x-x)^2}$.

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. - بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$. - استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4. - بين أنه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ ؛ يكون : $f(x)-x=\dfrac{(1-x).g(x)}{e^x-x}$.

- استنتج وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي $y=x$ معادلة له .

5. اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

6. أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C) .

17

f الدالة العددية المعرفة على R بالعبارة :

$f(x)=\dfrac{x}{2}+1+e^{-|x|}$.

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. [وحدة الطول $2cm$]

1. أ) احسب نهايتي f عند حدي مجال تعريفها .

ب) احسب $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left(f(x)-\dfrac{x}{2}\right)$. ماذا تستنتج ؟

2. أ) اكتب عبارة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

ب) احسب كلا من : $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$ و $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.

ماذا تستنتج ؟ . فسر النتيجة هندسيا .

ج) اكتب معادلة لكل من (Δ_1) ، (Δ_2) نصفي المماسين للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

د) ادرس تغيرات الدالة f .

3) أ) بين أن (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α من المجال $]-2,3;-2,2[$.

ب) أنشئ كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) و (C) .

ج) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد و إشارة حلول المعادلة الآتية حيث x مجهول حقيقي :

$me^{|x|}-e^{|x|}-1=0$.