سلسلة المثابر للبكالوريا رقم (01)

المستوى ثالثة ثانوي

السنة الدراسية: **2019/2018**

الشعبـــــة علوم تجريبية + تقني رياضي ورياضيات

إعداد الاساتذة مزوزي يونس – نايل كنان

{ المحور: النهايات والاستمرارية + الاشتقاقية+ التدريب على دراسة الدوال }

تطبيقات مباشرة على درس النهايات والسلوك التقاربي

التمرين (01)

في كل حالة من الحالات التالية عين مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب النهايات عند أطراف مجموعة تعريفها:

1) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$ ، 2) $f(x)=\dfrac{3x}{(x+1)^2}$ ، 3) $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x^2+x-2}$ ، 4) $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$

5) $f(x)=\dfrac{2}{x-1}-\dfrac{1}{x^2-4}$ ، 6) $f(x)=\dfrac{(x+2)^3-8}{x}$

التمرين (02)

f هي الدالة المعرفة على $D=\mathbb{R}-\{-1;4\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x^2+2x}{x^2-3x-4}$

1) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية a، b و c حيث من أجل كل x من D: $f(x)=a+\dfrac{b}{x+1}+\dfrac{c}{x-4}$

2) ادرس نهايات الدالة f عند حدود مجالات مجموعة التعريف.

التمرين (03)

باستعمال المرافق احسب النهايات التالية:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2-\sqrt{x+2}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+x+1}+x$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}x+\sqrt{x^2+3}$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+a^2}-a}{\sqrt{x^2+b^2}-b}$ حيث $a>0$ و $b>0$

التمرين (04)

باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية:

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2}}{x-1}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{x-\dfrac{\pi}{2}}$

التمرين (05)

1) بين انه من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 1$: $\frac{1}{2}\leq \frac{x}{x+1}\leq 1$

2) استنتج النهايتين التاليتين: أ) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x+1}$ ، ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{x}{\sqrt{x}(x+1)}$

التمرين(06)

لتكن الدالة f حيث: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+d}$ و (C) تمثيلها البياني.

– عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c و d بحيث : (C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x=1$ و مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y=2x+3$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ويشمل النقطة $A(0;4)$

التمرين (07)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $f(x)=\frac{x^3+3x^2+6x+3}{(x+1)^2}$

1) عين a ، b ، c و d بحيث من أجل كل عدد حقيقي x يكون $f(x)=ax+b+\frac{cx+d}{(x+1)^2}$

2) استنتج أن المنحنى (C) الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا Δ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له

3) حدّد وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى Δ .

التمرين (08)

f هي الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم .

1) بين أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x+3$ مقارب للمنحنى (C) عند $+\infty$

2) ادرس الوضعية النسبية لـ (C) و Δ.

التمرين (09)

f هي الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^3+2x^2+1}{x+2}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم .

1) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

2)أ) احسب $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[f(x)-x^2\right]$; ماذا تستنتج ؟

الاستمرارية

التمرين (10)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$$\begin{cases} f(x)=\frac{1-\sqrt{x+1}}{x} & ; x>0 \\ f(x)=\frac{1-x^2}{x-2} & ; x\leq 0 \end{cases}$$

بين ان الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$

التمرين (11)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$$\begin{cases} f(x)=\frac{x+2-\sqrt{4+x^2}}{x} & ; x\neq 0 \\ f(0)=\alpha \end{cases}.$$

عين قيمة العدد α حتى تكون الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$.

التمرين (12)

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=3x^3-2x-\frac{1}{4}$

1) احسب $f(1)$ ، $f(0)$ ، $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ، $f(-1)$

2) استنتج أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل على الأقل ثلاثة حلول في المجال $[-1;1]$

التمرين (13)

إليك جدول تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+1$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{13}{6}$	$\searrow$	$-\frac{7}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

لماذا المعادلة $f(x)+2=0$ تقبل ثلاثة حلول فقط في $\mathbb{R}$ ؟

الاشتقاقية

التمرين (14)

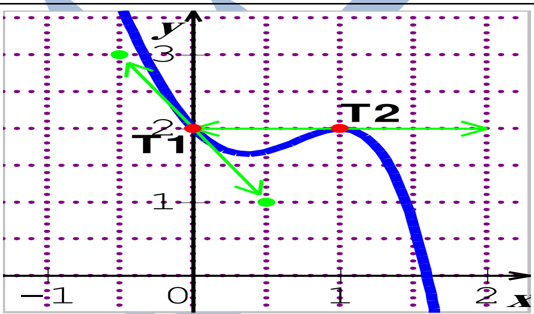
f الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^2+4|x-1|}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. اكتب عبارة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

2. ادرس استمرارية الدالة f عند القيمة 1

3. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 1 . فسر النتيجة بيانيا .

التمرين (15)



إليك التمثيل البياني لدالة f ، T_1 و T_2 مماسان له .

1) حدد القيم التالية: $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f'(0)$ ، $f'(1)$.

2) أكتب معادلة لكل من المستقيمين T_1 و T_2 .

التمرين (16)

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة عـلى المجموعة $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x)=|x-2|+\frac{1}{x-1}$.

(Γ) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

2) ادرس استمرارية الدالة f عند العدد 2 .

3) - احسب كلا من : $\lim\limits_{\substack{h\to0\\<}}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ و $\lim\limits_{\substack{h\to0\\>}}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$. - ماذا تستنتج ؟ - فسر النتيجة هندسيا .

4) اكتب معادلة لكل من (Δ_1) ، (Δ_2) المماسين للمنحنى (Γ) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

5) ادرس تغيرات الدالة f .

6) بين أن (Γ) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α . تحقق من أن $\alpha \in \left]0\,;\,\frac{1}{2}\right[$.

7) بين أن (Γ) يقبل ثلاثة مستقيمات مقاربة يطلب كتابة معادلة لكل منها .

8) أرسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) و (Γ) .

9) ناقش ؛ بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد و إشارة حلول المعادلة الآتية حيث x هو المجهول :

$$-2+\frac{1-m(x-1)}{x-1}=0 \; .$$

التمرين (17)

f الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ يعطى جدول تغيراتها كمايلي :

x	$-\infty$		-4		-3		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$			0				0				||				0		
$f(x)$	2	↗	3	↘	0	↘	-5	↗	0	↗	$+\infty$ || $+\infty$	↘	0	↘	-4	↗	0

1- اعتمادا على تغيرات الدالة f ادرس تغيرات الدوال g ، h ، K ، S ، L و T المعرفة كمايلي بـ :

$$g(x)=[f(x)]^2;h(x)=[f(x)]^3,g(x)=\sqrt{f(x)},S(x)=f(x^2),L(x)=f\left(\frac{1}{x}\right),T(x)=\frac{1}{f(x)}$$

ثم شكل جدول تغيرات لكل منهما .

التمرين (18)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+8x-4}{(x-1)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I,J)$.

1) أ) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

ب) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2) أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 1$: $f(x)=ax+b+\dfrac{cx+d}{(x-1)^2}$

ب) ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) و المستقيم (d) الذي معادلته $y=x-2$ ؟ برر.

ج) حدّد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (d)، لتكن A نقطة تقاطع (C_f) و (d).

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-\infty;1[$. استنتج قيمة مقربة إلى 10^{-2} للعدد α.

4) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (d) يطلب تعين معادلة ديكارتية له .

5) ارسم (C_f) ، (T) و (d). (تؤخذ الوحدة $2cm$ على (Ox) و $1cm$ على (Oy)).

6) استنتج بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$ حيث m وسيط حقيقي.

7) لتكن دالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\dfrac{-|x|x^2-4x^2-8|x|-4}{(-|x|-1)^2}$

- بين أن الدالة g زوجية
- ادرس قابلية الاشتقاق عند 0 .
- اكتب g دون رمز القيمة المطلقة ثم استنتج كيفية انشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم .

التمرين (19)

تكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$.نسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f . استنتج أن المنحنى $\mathscr{C}_f$ يقبل مستقيما مقاربا عموديا .
2) بين أن المستقيم ذي المعادلة $y=x$ هو مقارب مائل للمنحني (C_f) .
3) أدرس وضعية المنحنى $\mathscr{C}_f$ بالنسبة إلى المستقيم المقارب له المائل .
4) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل.
5) أكتب معادلة للمماس Δ عند النقطة ذات الفاصلة 1 .
6) أنشئ Δ ثم المنحنى (C_f) .

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=\dfrac{x^2|x|+2x^2}{(|x|+1)^2}$

- بين أن الدالة g زوجية
- ادرس قابلية الاشتقاق عند 0 وفسر النتيجة بيانيا .
- انشئ المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f).
- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.
- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $g(x)=m$.

التمرين (20)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x(x+1)}{x-2}$. (C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم .

1) أدرس تغيرات الدالة f .
2) أ ـ برّر أن المستقيم d ذي المعادلة $y=x+3$ ، هو مقارب مائل للمنحني (C_f) . أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل .
ب ـ أرسم d ثمّ (C_f) .
3) ـ استعمل (C_f) ، عيّن حسب قيّم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $x^2+(1-m)x+2m=0$.

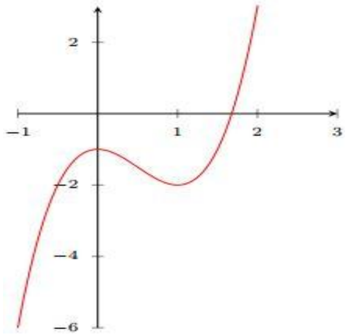
لتكن g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ $g(x)=\dfrac{(x+3)(x+4)}{x+1}-2$ و (C_g) المنحني الممثل للدالة g في معلم

- بين ان (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب شعاعه $\vec{v}$ يطلب تعينه .

التمرين (21)

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=2x^3-3x^2-1$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم.

1) لاحظ (C_g) على شاشة الحاسبة البيانية ثم ضع تخمينا حول عدد جذورها و حول إشارتها.
2) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.



3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين $1,6$ و $1,7$.

4) استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{1-x}{x^3+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$ (الوحدة: $4cm$).

1) بين أن $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)=+\infty$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. أعط تفسيرا بيانيا للنتيجتين.

2) بين أنه من كل x من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x^3+1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين معادلة لـ (Δ) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

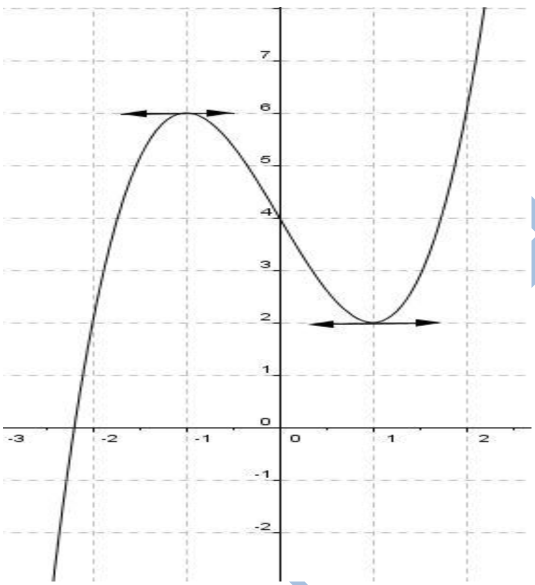
5) تحقق أنه من أجل كل x من $]-1;+1[$ ، $f(x)-(-x+1)=\dfrac{x^3(x-1)}{x^3+1}$.

6) بعد دراسة إشارة $f(x)-(-x+1)$ استنتج وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمماس (Δ). ماذا تلاحظ ؟

7) ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f).

التمرين (22)

المنحني (C) المقابل هو التمثيل البياني لدالة العددية **g المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بـ :** $g(x)=x^3-3x+4$



1 – أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد $g(-2)$ واشارة $g(-2,5)$

ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $]-2,5;-2[$ يحقق $g(\alpha)=0$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

2- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=x+2+\dfrac{3x-2}{x^2}$ وليكن تمثيلها البياني (Γ) في معلم متعامد ومتجانس .

أ) تحقق انه من أجل كل عدد حقيقي من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب) احسب النهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعرفيها .

ج) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+2$ مقارب للمنحنى (Γ) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ ثم ادرس وضعية (Γ) بالنسبة إلى (Δ) .

ه) شكل جدول تغيرات الدالة f

3- أ) بين ان (Γ) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $0,4<\beta<0,5$.

ب) ناخذ $\alpha\simeq-2,2$ عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

ج) ارسم المنحنى (Γ) .

التمرين (23)

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $g(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$ حيث a ، b و c اعداد حقيقية . (C_g) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

– عين الاعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يشمل (C_g) المبدا O ويقبل عند النقطة $A(-2,-4)$ مماسا يوازي محور الفواصل .

الجزء2 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2- تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x\neq-1$ فان : $f(x)=x-1+\frac{1}{x+1}$ ثم استنتج ان المنحني (C_f) يقبل مستقيم (Δ) يطلب تعين معادلة ديكارتية له

3- حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4- بين ان النقطة $B(-1,-2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5- ارسم (Δ) و (C_f) .

الجزء 3 :

لتكن h الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $h(x)=\frac{x|x|}{x+1}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .

1- ادرس قابلية الاشتقاق الدلة h عند 0

2- اكتب h بدون رمز القيمة المطلقة ثم استنتج تغيرات الدالة h .

3- ارسم المنحنى (C_h) .

4- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد واشارة حلول المعادلة $x|x|-mx-m=0$.

التمرين (24)

الجزء1 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=2x^3+x-1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2- بين ان المعادلة $f(x)=2x^3+x-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0<\alpha<1$.

الجزء 2:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-\infty;0[$ كما يلي : $g(x)=\frac{x^2+1}{x-1}$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2- أ) تحقق انه من اجل كل $x<0$ لدينا : $g(x)=x+1+\frac{2}{x-1}$.

ب) استنتج ان المنحني (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعين معادلة له .

ج) ادرس الوضع النسبي لـ (C_g) و (Δ) .

الجزء 3 :

h الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=\begin{cases}2x^3+x-1 & :x\geq0\\ \frac{x^2+1}{x-1} & :x<0\end{cases}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني .

1- ادرس استمرارية الدالة h عند 0 .

2- ادرس قابلية الاشتقاق الدالة h عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا .

3- شكل جدول تغيرات الدالة h .

4- عين نقطة تقاطع المنحني (C_h) مع المستقيم (Δ) .

5- ارسم (C_h) و (Δ) .

التمرين (25)

الجزء1 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R}-\{-1;2\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{3x^2-x-2}{x^2-x-2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- أ) احسب نهايات الدالة f عند حدود مجالات مجموعة التعريف مبينا المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم المقارب الافقي

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أ) حدد نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الاحداثيات .

ب) انشئ المنحنى (C_f)

ج) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $(3-m)x^2+(m-1)x+2(m-1)=0$

الجزء 2:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ كما يلي : $g(x)=\dfrac{3x^2-|x|-2}{x^2-|x|-2}$

1- بين ان g دالة زوجية .

2- ادرس قابلية اشتقاق دالة g عند 0 وفسر النتيجة هندسيا .

3- حدد اتجاه تغير الدالة g .

4- انشئ (C_g) المنحنى الممثل لدالة g .

التمرين (26) تقني رياضي

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=1-x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

1- احسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .

2- برهن أنه مهما يكن x ينتمي إلى $\Re$: $1-(1+x^2)\sqrt{x^2+1}\le 0$.

3- ادرس تغيرات الدالة f.

4- برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\frac{7}{4}<\alpha<2$.

5- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=-x+2$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و (D') مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

6- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (D).

7- احسب $f(-x)+f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

8- ارسم (D) و (D') و (C_f).

9- g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-|x|\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

- بين أن الدالة g زوجية .
- اشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق و بلون مغاير .

التمرين (27) تقني رياضي

نعتبرالدالة العددية f المعرفة على IR بـ : $f(x)=1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ و (γ) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم

متعامد ومتجانس $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1 / أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم ضع جدول التغيرات

2 / أثبت أن النقطة $A(0,1)$ نقطة انعطاف للمنحني (γ)

3 / أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (γ)

4 / لتكن h الدالة المعرفة بـ : $h(x)=f(x)-x$

أ) بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد ينتمي الى المجال $[1,2]$ يحقق أن : $h(\alpha)=0$

ب)استنتج مما سبق عدد نقط تقاطع المنحني (γ) ومنصف الربع الأول

5 / أرسم المنحني (γ) و المماس (Δ)

6 / لتكن الدالة g المعرفة بـ : $g(x)=f(|x|)$ ، بين أن g دالة زوجية

* بين كيف يمكن رسم المنحني (C_g) انطلاقا من (γ) ، ثم أرسمه في نفس المعلم

التمرين (28)

I)الجدول أدناه هو للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=ax^3+bx+c$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

1)أوجد الأعداد a , b , c.

2)بين أن المعادلة $x^3-3x-3=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $\left]2;\frac{5}{2}\right[$.

3)استنتج ، حسب قيم x، إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II)نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $D=R-\{-1;1\}$ بـ

$f(x)=\dfrac{2x^3+3}{x^2-1}+1$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;I,J)$

1) تحقق أنه من كل عدد حقيقي x من $R-\{-1;1\}$، $f'(x)=\dfrac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$.

2) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا.

3) أحسب النهايات عند حدود D.

4) أنجز جدول تغيرات الدالة f.

5) بين أن : $f(\alpha)=3\alpha+1$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

6) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).أنشئ (C_f).

7) ـ باستعمال (C_f) ، ناقش حسب قيّم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $2x^3+(1-m)x^2+m+2=0$.

التمرين (29) تقني رياضي

f هي الدالة المعرّفة على المجموعة $\mathcal{D}_f$ بـ : $f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$.مع $[0;+\infty[$ ؛ و $\mathcal{C}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب النهايتين للدالة f عند $(-\infty)$ و $(+\infty)$.

2) بيّن أنّ المستقيم ذي المعادلة $y=2x+3$ ، هو مستقيم مقارب للمنحني $\mathcal{C}$ بجوار $(+\infty)$.

3) هل الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ؟ عند -4 ؟

4) أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in \mathcal{D}_f - \{-4;0\}$.
5) أنشئ جدول التّغيّرات للدالة f .
6) أرسم المستقيم المقاربة ثمّ المنحني $\mathcal{C}$.

الدوال الاسية واللوغارتمية

التمرين (30)

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $e^{2x}=1$ ، 2) $e^{-5x}=e$ ، 3) $e^{x}=e^{-2x}$ 4) $e^{-x^2}=2$ 5) $e^{x+3}=\frac{1}{2}$

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

1) $e^{3x}\leq 1$ ، 2) $e^{x}>e^{2}$ ، 3) $e^{x}<e^{-2x}$ 4) $e^{2x^2}\leq\frac{1}{2}$ 5) $e^{x+1}>3$ ،

التمرين (31)

ادرس في كل حالة من الحالات التالية نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

1) $f(x)=e^{-x}$ 2) $f(x)=2e^{2x}$ 5) $f(x)=1+e^{x}+e^{2x}$

3) $f(x)=e^{x}+e^{-x}$ 4) $f(x)=x+e^{2x}$ 6) $f(x)=e^{2x}-e^{x}$

التمرين (32)

ادرس في كل حالة من الحالات التالية نهاية الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف:

1) $f(x)=\dfrac{e^{4x}-3}{e^{4x}+1}$ 2) $f(x)=\dfrac{e^{x}}{1+e^{x}}$ 3) $f(x)=\dfrac{-3e^{x}}{2e^{x}-4}$ 4) $f(x)=\dfrac{e^{x}-4}{e^{2x}-3e^{x}+2}$ 5) $f(x)=\dfrac{e^{x}-1}{2x}$

التمرين (33)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ $f(x)=e^{\frac{1}{x}}$

- ادرس نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها
- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
- انشئ المنحنى الدالة f في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس .

التمرين (34)

ادرس اتجاه تغير الدوال التالية وانشئ جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات)

1) $f(x)=xe^{x}$ $I=\mathbb{R}$ 2) $f(x)=(x^2+x+1)e^{x}$ ، $I=\mathbb{R}$ 3) $f(x)=\dfrac{e^{x}-1}{x}$ ، $I=\mathbb{R}^*$

4) $f(x)=\dfrac{3e^{x}-2}{e^{x}+1}$ ، $I=\mathbb{R}$ 5) $f(x)=\dfrac{e^{x}}{e^{x}-x}$ ، $I=\mathbb{R}$ 6) $f(x)=(e^{x}-1)(e^{x}+2)$ ، $I=\mathbb{R}$

التمرين (35)

$\boldsymbol{g}$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $\boldsymbol{g(x)=x+e^{2(x-1)}}$

- أدرس تغيرات الدالة $\boldsymbol{g}$
- بين ان $\boldsymbol{g(x)=0}$ تقبل حلا وحيدا $\boldsymbol{\alpha}$ حيث $\boldsymbol{-\frac{1}{5}<\alpha<-\frac{1}{10}}$ ، ثم عين إشارة $\boldsymbol{g(x)}$

$\boldsymbol{f}$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\boldsymbol{f(x)=x^2+e^{2(x-1)}}$ ، $\boldsymbol{(C_f)}$ تمثيلها البياني الوحدة 5cm

- تحقق أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $f'(x) = 2g(x)$، ثم أدرس تغيرات الدالة f
- بين ان $f(\alpha) = \alpha^2 - \alpha$، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$
- أحسب : $f(-1)$، $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ، $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ، $f(1)$
- أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 :
- أرسم (Δ) و(C_f)

التمرين (36)

f دالة عددية معرفة على $D_f = \mathbb{R}^*$ حيث: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

- أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$
- أحسب النهايات للدالة f عند 0 وفسر النتيجة هندسيا
- أدرس إتجاه تغير الدالة f ، واعط جدول تغيراتها
- بين أن المستقيمين(Δ) و$(\acute{\Delta})$ ذوي المعادلتين $y = x$ و $y = 1 + x$ مقاربين مائلين لـ (C_f)
- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى كل من (Δ) و$(\acute{\Delta})$
- بين أن النقطة بين أن $A\left(0, \frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر لـ (C_f)
- بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين $\propto$ و β حيث : $ln2 < \propto < 1$ و $-1.4 < \beta < -1.3$
- هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي (Δ)
- ناقش جبريا حسب قيم الوسيط m حيث $m \in \mathbb{R}$ عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + m$
- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $g(x) = |x| - \frac{e^{-x}}{|1 - e^{-x}|}$

أكتب g دون رمز القيمة المطلقة ثم استنتج رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم انشئه في نفس المعلم .

التمرين (37)

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2e^x + 2x - 7$

- احسب نهايات الدالة عند $+\infty$ و $-\infty$.
- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول التغيرات.
- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيد α حيث $0.94 \le \alpha \le 0.941$
- استنتج إشارة $g(x)$ علي $\mathbb{R}$.

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (2x - 5)(1 - e^{-x})$. (C_f) بيان الدالة عي م م م $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث الوحدة $2cm$.

- ادرس إشارة f علي $\mathbb{R}$
- احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.
- احسب $f'(x)$ ثم شكل جدول التغيرات .
- اثبت أن : $f(\alpha) = \frac{(2\alpha - 5)^2}{2\alpha - 7}$
- ادرس تغيرات الدالة $h : x \to \frac{(2x - 5)^2}{2x - 7}$ علي المجال $\left]-\infty; \frac{5}{2}\right[$. استنتج انطلاقا من حصر α المحصل عليه في الفرع I) حصرا بتقريب إلي 10^{-2} للعدد $f(\alpha)$

7) بين أن المستقيم $(D): y = 2x - 5$ مستقيما مقاربا للمنحني (C_f)
8) ادرس الوضعية بين (C_f) و (D).
9) أنشئ (C_f) و (D).
10) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = 2x + m$.

التمرين (38)

I) نعتبر الدّالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(2-x)e^{x}-2$.

1. أدرس تغيّرات الدالة g .

2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث : $1,59 \langle \alpha \langle 1,60$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدّالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^{2}}{e^{x}-1} \ , \ x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. بيّن أنّ الدالة f مستمرة عند القيمة $x_0=0$.

2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0=0$ ، ثمّ فسّر النتيجة .

3. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

4. أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم فإنّ : $f'(x)=\dfrac{x\,g(x)}{(e^{x}-1)^{2}}$.

ب. أستنتج اتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها .

5. أ) بيّن أنّ $f(\alpha)=\alpha(2-\alpha)$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة K المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ : $K(x)=-x^{2}$

- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-K(x)]$ ، ماذا تستنتج ؟

- أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة لـ (Γ) على المجال $]-\infty;0]$.

ج) أرسم (Γ) و (C_f) .

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد

وإشارة حلول المعادلة التالية : $x^{2}-me^{x}+m=0$

التمرين (39)

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-\infty;2]$ كما يلي : $g(x)=x+1+e^{x}$

1. أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$

2. ادرس اتجاه تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها على $]-\infty;2]$.

3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $-1,28<\alpha<-1,27$

4. استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty;2]$.

الجزء2 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;2]$ كما يلي : $f(x)=x-1+\dfrac{1+e^{x}}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $-\infty$.

2. بين أن $f'(x)=\dfrac{(x-1)g(x)}{x^{2}}$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $]-\infty;0[\cup]0;2]$

3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول التغيرات .

4. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x-1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5. بين أن $f(\alpha)=\alpha-2$ ثم استنتج حصر للعدد $f(\alpha)$.

6. ارسم (C_f) و المستقيمات المقاربة ($\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$)

7. ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $x^2-(1+m)x+1+e^x=0$

الجزء 3 :

لتكن h الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ كما يلي : $h(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$

1. بين أن $f'\left(\frac{1}{x}\right)>0$ على المجال $\left]\frac{1}{\alpha};0\right[$ و $f'\left(\frac{1}{x}\right)<0$ على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{\alpha}\right[$.

2. باستعمال مشتقة دالة مركبة أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$.

3. أحسب $h'\left(\frac{1}{\alpha}\right)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$ على المجال $]-\infty;0[$ و شكل جدول تغيراتها .

التمرين (40)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ $g(x)=e^{\frac{x}{2}}-e^x+2$. (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. عين نقاط تقاطع المنحني (C_g) مع محوري الاحداثيات.
3. عين الوضع النسبي لـ (C_g) بالنسبة إلى المستقيم المقارب الافقي .
4. أنشئ المنحنى (C_g).
5. استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ $f(x)=[g(x)]^2$.

1. أكتب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .
2. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها .

III. نعتبر الدالة h المعرفة على IR بـ $h(x)=g\left(-x^2\right)$.

1. باستعمال نهاية ومشتقة الدالة المركبة ادرس تغيرات الدالة h وشكل جدول تغيراتها
2. أنشئ (C_h) في نفس المعلم
3. ناقش بيانيا عدد واشارة حلول المعادلة $h(x)=m$.

التمرين (41)

الجزء 1:

نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ $g(x)=ax+b-\frac{4e^x}{e^x+2}$ حيث a b عددان حقيقيان. (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

- عين قيمة a b بحيث (C_g) يشمل النقطة $A(\ln 2,\ln 2)$ ويقبل عند النقطة A مماسا يوازي محور الفواصل

الجزء 2:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ $f(x)=x+2-\frac{4e^x}{e^x+2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x-2-\frac{8}{e^x+2}$.
2. أ) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائيلين (Δ) و (Δ') يطلب تعين معادلة لكل منهما

ب) حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة (Δ) و (Δ').

3. ادرس تغيرات الدالة f ثم انشئ جدول تغيراتها .

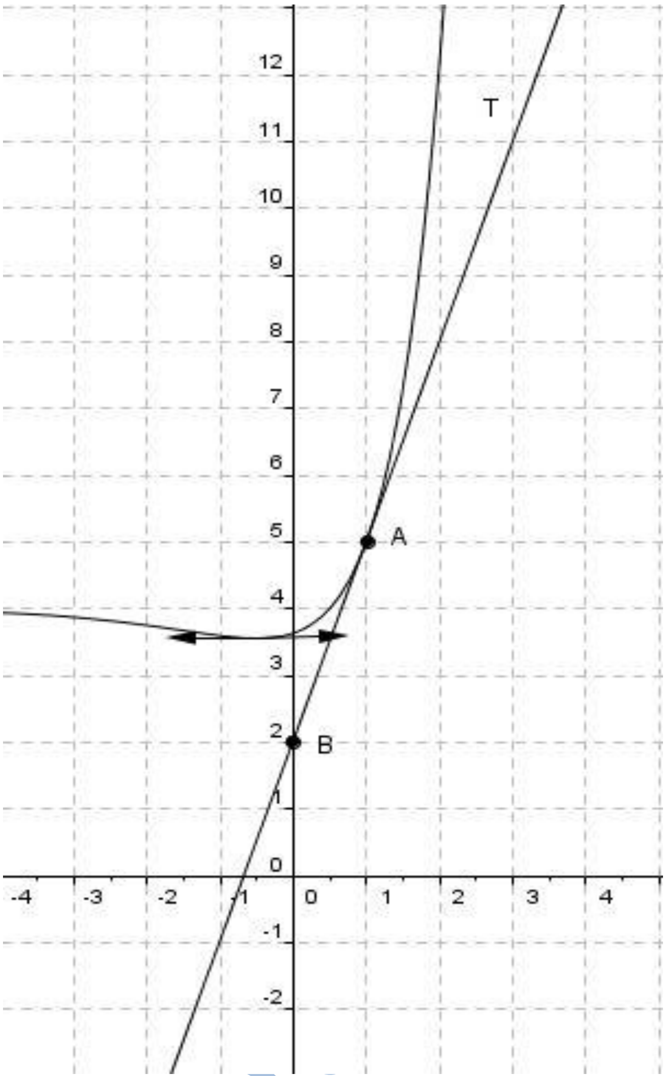
4. بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين احداثييها .

5 أ) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2<\alpha<-1,5$.

ب) ارسم (Δ) و (Δ') و (C_f) .

6- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد واشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

التمرين (42)



المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني لدالة العددية f المعرفة على IR بـ $f(x)=(ax+b)e^{x-1}+c$ حيث a , b , c اعداد حقيقية . المنحي (C) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{2}$ ويقبل مماسا (T) في النقطة $A(1,5)$ ويشمل النقطة $B(0,2)$.

الجزء 1:

1. حدد $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ و $f(1)$ و $f'(1)$.

2 . احسب $f'(x)$.

3. عين الاعداد الحقيقية a , b , c .

الجزء 2

نقبل ان $f(x)=(2x-1)e^{x-1}+4$.

1. أ) بين ان المستقيم (d) الذي معادلته $y=4$ مقارب للمحنى (C) عند $-\infty$.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (d) .

ج) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين احداثييها .

4. بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=6$ ويقطع المنحنى (C) في نقطة وحيدة فاصلتها α من المجال $[1;2]$.

الدوال اللوغارتمية

التمرين (43)

بسط ما يلي :

- $A=\ln e^3-\ln e^2$ • $B=\ln\left(e\sqrt{e}\right)$ • $C=\ln 2+\ln(8e)-\ln\left(4e^2\right)$ • $D=\ln\left(\frac{1}{e}\right)^2-\ln^2\left(\frac{1}{e}\right)$
- $A=3\ln 2-\ln 5+\frac{1}{2}\ln 8$ • $B=2\ln(0,1)-3\ln(0,01)+\ln 2$ • $C=2\ln(100)-\ln\left(\frac{1}{10}\right)$
- $e^{\ln 5}+e^{-\ln 3}$ ؛ * $e^{1+\ln 2}$ ؛ * $e^{-2\ln 3}$.

التمرين (44)

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

أ) $\ln x=2$ ، ب) $\ln x=-3$ ، ج) $7\ln x=2$ ، د) $\ln x+\ln 3=0$

1) $\ln(2x-3)=\ln(x+4)$ ؛ 2) $\ln(x^2+x)=1$ 3) $\ln|1-x|=\ln 3$ ؛ 4) $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=-1$.

التمرين (45)

نعتبر كثير الحدود P للمتغير الحقيقي x حيث:

$$P(x)=-2x^3+3x^2+11x-6$$

1) تحقق من أن $P(x)=(2x-1)(x+2)(3-x)$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

3) استنتج مجموعة حلول المعادلة : $-2(\ln x)^3+3(\ln x)^2+11\ln x-6=0$

4) $-2e^{3x}+3e^{2x}+11e^x-6=0$

التمرين (46)

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

1) $\ln x<1$ 2) $\ln 2x>-1$ 3) $\ln(2x+3)<5$ 4) $\ln(1-x)\leq 2$ 5) $\ln x>\ln(2x-1)$

6) $x\ln x-\ln x\geq 0$

التمرين (47)

ادرس إشارة العبارات الجبرية التالية على مجموعة تعريفها :

1) $\ln x-\ln 3$ 2) $(\ln x+1)(\ln x-1)$ 3) $\ln x(\ln x-1)$ 4) $2x\ln(1-x)$ 5) $-x^2\ln(x+1)$

التمرين (48)

f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\frac{1}{x}-\ln x$

1- ادرس نهايات الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين (49)

f دالة معرفة على $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$

1- ادرس نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف (علما ان $\lim\limits_{x\to 0} x\ln x=0$)

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- انشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ومتجانس .

التمرين (50)

f دالة معرفة على $]0;1[\cup]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{\ln x}$

1- ادرس نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف .

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- انشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ومتجانس .

التمرين (51)

f دالة معرفة على $]0;e[\cup]e;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1+\ln x}{1-\ln x}$

1- ادرس نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف .

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- انشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ومتجانس .

التمرين (52)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{x-1}{x}\times\ln x$ (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم م م .

1.أ- ادرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=x-1+\ln x$

ب- تحقق أن $g(1)=0$. استنتج حسب قيم x، إشارة $g(x)$.

2.أ- بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج تغيرات f .

ج- ادرس نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

د- شكل جدول تغيرات f.

3.ارسم المنحنى (C) .

التمرين (53)

الهدف من هذه المسألة هو دراسة تغيرات الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$

الجزء1:

1 .نعتبر الدالة g المعرفة على $]1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=2x-(x-1)\ln(x-1)$

أ) نقبل أن $\lim_{x\to0}x\ln x=0$. استنتج نهاية $g(x)$ لما x يؤول إلى 1.

ب) احسب $g'(x)$ من أجل x ينتمي إلى المجال $]1;+\infty[$.

ج) حل في المجال $]1;+\infty[$ المتراجحة: $1-\ln(x-1)>0$

د) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $]1;+\infty[$.

هـ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا α في المجال $[e+1;e^3+1]$ و ادرس إشارة $g(x)$ على كل من المجالين $]1;\alpha[$ و $]\alpha;+\infty[$.

2. φ هي الدالة المعرفة على $]1;+\infty[$ كما يلي $\varphi(x)=\frac{\ln(x^2-1)}{x}$

أ) ادرس نهاية الدالة φ عند 1.نقبل أن $\lim_{x\to+\infty}\varphi(x)=0$

ب) احسب $\varphi'(x)$ و بين أن إشارة $\varphi'(x)$ هي نفس إشارة $g(x^2)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ج) بين أن φ متزايدة على المجال $]1;\sqrt{\alpha}[$ و متناقصة على المجال $]\sqrt{\alpha};+\infty[$.

الجزء2:

1.تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f(x)=\varphi(e^x)$

2.استنتج: أ) نهاية $f(x)$ لما x يؤول إلى 0.

ب) نهاية $f(x)$ لما x يؤول إلى $+\infty$.

ج) اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و أن f تقبل قيمة حدية عظمى عند $\ln(\sqrt{\alpha})$.

3.بين من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f(x)\le\frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$

4. مثل بيانيا الدالة f في معلم متعامد حيث وحدة الأطوال $5cm$

التمرين (54)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

* لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كمايلي : $h(x)=1+x^2-2x^2\ln x$

1/ أحسب نهايات h عند طرفي مجال تعريفها

2/ أدرس تغيرات الدالة h

3/ بين ان المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{3}{2},2\right[$ ثم إستنتج إشارة $h(x)$

** لتكن الدالة f المرفة على المجال $]0,+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\frac{\ln x}{x^2+1}$

1- أحسب نهايات f عند طرفي مجال تعريفها

2- عبر عن $f'(x)$ بدلالة $h(x)$.

3- إستنتج تغيرات الدالة f وشكل جدول التغيرات

4- بين أن : $f(\alpha)=\frac{1}{2\alpha^2}$

5- عين معادلة المماس (Δ) للمنحني (c_f) الممثل للدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$

6- أرسم (c_f) و (Δ)

- نعتبر الدالة K المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالعبارة : $k(x)=\frac{|\ln x|}{x^2+1}$

- إشرح كيف يمكن رسم (c_k) بالاعتماد على (c_f)، ثم أرسمه.

التمرين (55)

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=2x^2-\ln x$

1/ ادرس اتجاه تغيرات الدالة g .

2/ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء2 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=2x-1+\frac{1+\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $+\infty$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول التغيرات.

3. أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

4. تحقق أن المستقيم (Δ) يقطع المنحنى (C_f) في نقطة A يطلب تعيين إحداثيتيها .

5/ حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) في المجال $]0;+\infty[$.

6/ أثبت أنه توجد نقطة وحيدة B للمنحنى (C_f) يكون المماس (T) عندها موازي للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة (T)

7/ برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,39<\alpha<0,40$.

ارسم (C_f) و (Δ) و (T) $\left(\|\vec{i}\|=2cm\ ;\ \|\vec{j}\|=1cm\right)$

ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(m+1)x-1-\ln x=0$

التمرين (56)

. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0\ ;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2+3x-2(\ln x)^2$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$.

1. احسب نهاية الدالة f عند 0 ، $+\infty$.

2. أحسب $f'(x)$ ، $f''(x)$.

II . نعتبر الدالة g المعرفة على $]0\ ;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-1+\ln x$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات)

2. بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد من $[1;2]$ بحيث $g(\alpha)=0$

3. تحقق أن $1,2<\alpha<1,3$.

4. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0\,;+\infty[$.

5. بين أن $f''(\alpha)=0$ وأن $f''(x)>0$ يكافئ $g(x)>0$.

6. استنتج إشارة $f''(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f'

7. بين أن $f'(\alpha)=\frac{4\alpha^2+3\alpha-4}{\alpha}$ ثم استنتج أن $f'(\alpha)>0$.(إرشاد: الدالة $x\mapsto\frac{4x^2+3x-4}{x}$ متزايدة تماما على المجال $]0\,;+\infty[$)

8. استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $]0\,;+\infty[$.

9. احسب $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$ ، فسر النتيجة بيانيا .

10. باستخدام حصر α في السؤال (3) واتجاه تغير الدالة f أعط حصر لـ: $f(\alpha)$

11. ارسم (C_f) علما أن $f(0,43)\approx 0$ و النقطة $(\alpha\,;f(\alpha))$ نقطة انعطاف.

(سلم الرسم : $\|\vec{i}\|=2cm$ ، $\|\vec{j}\|=1cm$)

التمرين (57) (بكلوريا شعبة رياضيات)

الجزء الأول: g هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كمايلي : $g(x)=2\ln(x-1)-\frac{x}{x+1}$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والأخر α يحقق: $-0.8\prec\alpha\prec-0.7$.

3) عين حسب قيم x، إشارة $g(x)=0$.

4) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ بـ: $h(x)=[g(x)]^2$.

أ) أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$.

ب) عين إشارة $h'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

<u>الجزء الثاني</u>: f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;3]$ كمايلي : $\begin{cases} f(x)=\frac{x^2}{\ln(x+1)};x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر ، ثم أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

2) أ- بين أنه من أجل كل x من $]-1;0[\cup]0;3]$ ، $f'(x)=\frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- بين أن $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

ج- احسب $f(3)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ- بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1;3]$ فإن : $x-\ln(x+1)\geq 0$.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (T).

4) عين معادلة للمستقيم (T) الموازية للمماس (T) والذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3 .

5) ارسم (T) ، (T) و (C_f) .

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط m ،عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

التمرين (58)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $f(x)=1-\frac{\ln x^2}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس وحدة الرسم $1cm$.

1- أ) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ، ثم فسر النتائج بيانيا .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 1$.

2- أدرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^*$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}^*$ ثم تحقق أن $\alpha \in \left]-1; \frac{-1}{2}\right[$.

4- ارسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم .

5- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m + 1$.

6- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $g(x) = 1 + \frac{\ln x^2}{|x|}$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بين أن g دالة زوجية .

ب) اعتمادا على المنحنى (C_f) أرسم (C_g)

التمرين (59)

الجزء1:

1. ادرس تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(t) = e^t - t - 1$

ما هي القيمة الحدية الصغرى للدالة g على $\mathbb{R}$؟

2. استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي t ، $e^t \geq t + 1$ و $e^t > t$

الجزء2: f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 - 2\ln(e^x - x)$

1. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x^2 - 2x - 2\ln(1 - xe^{-x})$

ب- نقبل أن $\lim\limits_{x \to +\infty} xe^{-x} = 0$ ، احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2. أ- اشرح لماذا f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2(x-1)(e^x - x - 1)}{e^x - x}$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f . (نقبل أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$)

3. في معلم متعامد ومتجانس (الوحدة: $3cm$)، نعتبر القطع المكافئ P الذي معادلته $y = x^2 - 2x$ وَ (C) المنحنى الممثل للدالة f.

أ- بين أن $f(x) - (x^2 - 2x)$ تؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى $+\infty$.

• **عندما يكون** $\lim\limits_{x \to +\infty} f_1(x) - f_2(x) = 0$ ، **نقول أن المنحنيين الممثلين للدالتين** f_1 **و** f_2 **متقاربان عند** $+\infty$**.**

ب- ادرس الوضعية النسبية لمنحنيين P و (C).

4. عين معادلة لكل من المماسين D و D' على الترتيب للمنحيين P و (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. ارسم في نفس المعلم ، المنحنيين P و (C) و المماسين D و D' .

التمرين (60)

الجزء1:

نعتبر الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $u(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln|x|$

1. ادرس تغيرات الدالة u على $\mathbb{R}^*$.

2. ادرس نهايات الدالة u عند 0 و $+\infty$.

3. نعتبر المعادلة $u(x) = 0$

أ- بين أن هذه المعادلة تقبل حلا واحدا α حيث $\alpha \in \left]\frac{1}{2}; 1\right[$

ب- أعط حصرا بعددين كسريين للعدد α من الشكل $\frac{n}{10}$ و $\frac{n+1}{10}$ حيث n عدد طبيعي.

4.استنتج إشارة $u(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

الجزء2:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=2x-\frac{\ln|x|}{x^2}$ نرمز بـ(C) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.ادرس نهايات الدالة f عند 0 ، $-\infty$ و $+\infty$. (نقبل أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$ و $\lim_{x\to-\infty}\frac{\ln(-x)}{x^2}=0$)

2.احسب $f'(x)$.

3.ادرس اتجاه تغير لدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4.أ- بين أن $f(\alpha)=3\alpha-\frac{1}{2\alpha^2}$.

ب- باستعمال حصر α في الجزء1 -3) بين أن : $1{,}6<f(\alpha)<2{,}1$ (لا يطلب رسم المنحنى (C))

الجزء3:

لتكن النقطة $M(x;y)$ و $M'(x';y')$ حيث M' هي نظير M بالنسبة لمحور التراتيب.

1.عين x' و y' بدلالة x و y .

2. أ- بين أنه إذا كانت M تتغير على المنحنى (C) فإن النقطة M' تتغير على المنحنى (Γ) الذي معادلته $y=-2x-\frac{\ln|x|}{x^2}$

ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (Γ).

التمرين (61)

من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما k ، نعتبر الدالة f_k المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $f_k(x)=\ln(e^x+kx)-x$

نرمز بـ $\mathscr{C}_k$ إلى منحنى الدالة f_k في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. نعتبر الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\ln(x+1)-x$

أ- ادرس تغيرات الدالة g (لا يطلب حساب النهايات).

ب-استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب a، $\ln(a+1)\le a$

2. أ- احسب $f_1'(x)$ ، ثم استنتج تغيرات الدالة f_1.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$: $f_1(x)=\ln\left(1+\frac{x}{e^x}\right)$

جـ- نقبل أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=0$. عين $\lim_{x\to+\infty}f_1(x)$.

د- شكل جدول تغيرات الدالة f_1.

3. أ- احسب $f_k'(x)$ ، ثم استنتج تغيرات الدالة f_k.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$: $f_k(x)=\ln\left(1+k\frac{x}{e^x}\right)$

جـ-استنتج $\lim_{x\to+\infty}f_k(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f_k.

د- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$: $f_k(x)\le\frac{k}{e}$

4. حدّد معادلة المماس T_k للمنحنى $\mathscr{C}_k$ عند النقطة التي فاصلتها 0.

5.ليكن p و m عددان حقيقيان موجبان تماما حيث $p<m$ ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين $\mathscr{C}_p$ و $\mathscr{C}_m$.

التمرين (62)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$ إذا كان $x>0$ وَ $f(0)=0$ نرمز بـ$(\mathscr{C})$ إلى

المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$ حيث وحدة الأطوال هي $5cm$.

الجزء1:

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)-\frac{2}{1+x^2}$

1.احسب g' مشتقة الدالة g، بين أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$، $g'(x)=\frac{2(x^2-1)}{x(1+x^2)^2}$

2.ادرس إشارة $g'(x)$ حسب قيم x. عين نهايات g عند $+\infty$ و عند 0.

3.شكل جدول تغيرات g.

4.استنتج انه يوجد عدد حقيقي وحيد α يحقق $g(\alpha)=0$. تحقق أن: $0,5<\alpha<0,6$.

استنتج من الأسئلة السابقة إشارة $g(x)$ حسب قيم x. (لا يطلب إنشاء منحنى الدالة g).

الجزء2:

1.أ-احسب نهاية $xf(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$. (يمكن وضع $X=\frac{1}{x^2}$).

ب-استنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

جـ- بين أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$، $f'(x)=g(x)$.

د- شكل جدول تغيرات f على المجال $]0;+\infty[$.

2. بين أن نهاية $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=0$. ماذا تستنتج؟

ب-ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 .

جـ- عين معادلة المماس للمنحنى $(\mathcal{C})$ عند النقطة O.

3.ارسم $(\mathcal{C})$.

التمرين (63)

I . نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{\frac{x}{2}}-e^x$ و $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1.ادرس تغيرات f،حدّد النهايات عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2.عين إشارة $f(x)$ حسب قيم x.

3.ارسم المنحني $(\mathcal{C})$.

II . نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=\ln|e^{\frac{x}{2}}-e^x|$ نرمز بـ(Γ) إلى تمثيلها البياني.

1.حدد نهايات الدالة g عند $-\infty$، عند $+\infty$ و عند 0.

2.احسب $g'(x)$، و عين إشارتها باستعمال إشارة $f(x)$ و إشارة $f'(x)$. شكل جدول تغيرات f.

3.بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x، $g(x)-x=\ln\left(1-e^{-\frac{x}{2}}\right)$

- بين أن المستقيم D الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحني (Γ).

- ادرس وضعية (Γ) بالنسبة إلى D من أجل كل عدد حقيقي $x>0$.

4. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي سالب تماما x ، $g(x)-\frac{x}{2}=\ln\left(1-e^{\frac{x}{2}}\right)$

- بين أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=\frac{x}{2}$ مقارب للمنحني (Γ)

- ادرس وضعية (Γ) بالنسبة إلى Δ من أجل كل عدد حقيقي $x<0$.

5.ارسم (Γ) ،D و Δ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

بكالوريات الجزائر

1- شعبة علوم تجريبية

التمرين (64) (بكالوريا 2008 الموضوع الاول)

I- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[-2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$. (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $1\,cm$.

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[-2;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$. (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم .

أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسر النتيجة بيانيا .

ب) ادرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها .

ج) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثييها .

د) اكتب معادلة المماس للمنحى (C_g) عند النقطة I . هـ) ارسم (C_g) .

و) H الدالة العددية المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كما يلي : $H(x)=(\alpha x+\beta)e^{-x}$ حيث α و β عددان حقيقيان

- عين α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة : $x\mapsto g(x)-1$.

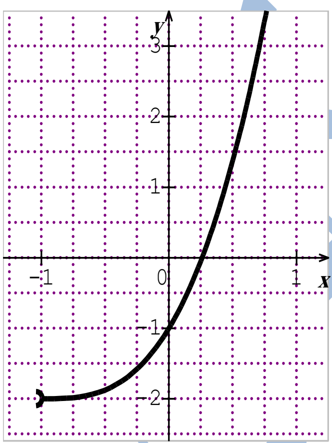
- استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تنعدم عند القيمة 0 .

III- لتكن k الدالة المعرفة على $[-2;+\infty[$ كما يأتي : $k(x)=g(x^2)$

. باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

التمرين (65)(بكالوريا 2008 الموضوع الثاني)

المنحى (C_g) المقابل هوالتمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$



1. أ) بقراءة بيانية أعطي تخمينا لجدول تغيرات الدالة g .

ب) عين $g(0)$ و إشارة $g(0.5)$.

ج) علل وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $]0;0.5[$ حل للمعادلة $g(x)=0$.

د) إذا علمت أن g متزايدة تماما على مجال $]-1;+\infty[$ إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2. f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يلي :

$f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

ب) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا

ج) أحسب $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ و فسر النتيجتين هندسيا .

د) شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) نأخذ $\alpha\approx 0.26$ أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

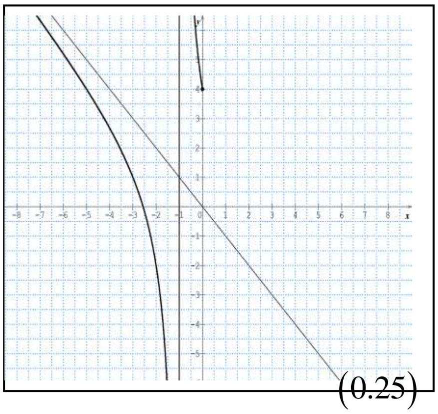
ب) أرسم المنحنى (C_f) .

4) أ) أكتب $f(x)$ على الشكل : $\boldsymbol{f(x)=x+a+\dfrac{b}{(x+1)^2}}$ حيث a و b عددان حقيقيان .

ب) عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ و التي تحقق : $F(1)=2$.

التمرين (66) (بكالوريا 2009 الموضوع الاول)

I) f دالة عددية معرّفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـِ : $f(x)=-x+\frac{4}{x+1}$ (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس كما هو مبين الشكل .


(0.25)

1. أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I .

ب) بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغيرات f شكل جدول تغيراتها.

2 . g دالة معرّفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x+\frac{4}{x+1}$

(C_g) تمثيلها البياني معلم متعامد و متجانس.

أ) احسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلاً عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له .

جـ) أُدرس تغيرات g .

II) k دالة معرّفة على IR-{-1} كما يلي : $k(x)=|x|+\frac{4}{x+1}$

أ) أُحسب $\lim_{h\to 0}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ و ماذا تستنتج ؟

ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

1- أُكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$

2- أُرسم (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_k) التمثيل البياني للدالة k .

3- أُحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحى (C_k) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=\frac{1}{2}$ و $x=-\frac{1}{2}$

التمرين (67) (بكالوريا 2009 الموضوع الثاني)

<u>الجزء الأول :</u> h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$.

1) أحسب $\lim_{x\to+\infty}h(x)$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}-1}h(x)$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x)=\frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم انجز جدول تغيراتها .

3) أحسب $h(0)$ و استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

<u>الجزء الثاني :</u> لتكن f دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-1-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$ و نسمي (C_f) منحنيها البياني في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim_{x\overset{>}{\to}-1}f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا .

ب) باستخدام النتيجة $\lim_{t\to+\infty}\frac{e^t}{t}=+\infty$ برهن أن $\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$. جـ) استنتج $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

د) أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحى (C_f) .

هـ) أدرس وضعية المنحى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بين أن المنحى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3.3 و 3.4

4) أرسم (C_f) .

5) أحسب مساحة الحيز المحدود بالمنحى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=x-1$ ؛ $x=0$ و $x=1$

التمرين (68) (بكالوريا 2010 الموضوع الاول)

I) ليكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=]0.5;+\infty[$ بـ : $f(x)=1+\ln(2x-1)$ و ليكن $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس .

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0.5} f(x)$.

2) بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها .

3) عيّن فاصلة النقطة من $(\mathscr{C}_f)$ التي تكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$.

4) أ) أثبت أنه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث a ، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

ب) استنتج أنه يمكن رسم $(\mathscr{C}_f)$ انطلاقا من $(\mathscr{C})$ منحى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية $\ln$ ثم ارسم $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}_f)$.

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـِ : $g(x)=f(x)-x$

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} \frac{1}{2}} g(x)$ ، ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]1.5;+\infty[$ حلا وحيدا α تحقق أن $2<\alpha<3$.

ب) ارسم $(\mathscr{C}_g)$ منحنى الدالة g على المجال $]0.5;5[$ في المعلم السابق .

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّد وضعية المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى (d) .

5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي من المجال $]1;\alpha[$ فإن : $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$.

III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي : $u_n=f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$.

1) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $u_n=1+2\ln 3-3\ln 2$.

2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_1+u_2+\dots+u_n$.

التمرين (69) (بكالوريا 2010 الموضوع الثاني)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=x-\frac{1}{e^x-1}$ ونرمز بـ(C_f) لتمثيلها البياني المعلم المتعامد المتجانس .

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ و فسر هندسيا النتيجة .

2) أدرس إتجاه تعير الدالة f على $\mathbb{R}^*$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+1$.

ب)أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

4) أثبت أن النقطة $\omega(0;0.5)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

5) أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $\ln 2<\alpha<1$ و $-1.4<\beta<-1.3$.

ب) هل توجد مماسات لـ(C_f) توازي المستقيم (Δ)؟

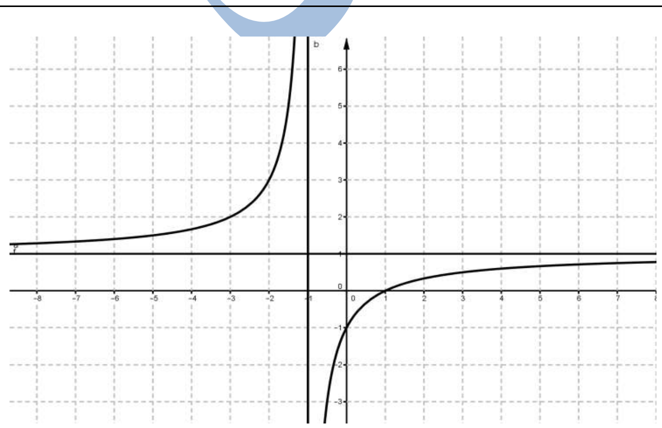
ج) أرسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$

التمرين (70) (بكالوريا 2011 الموضوع الاول)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـِ :

$g(x)=\frac{x-1}{x+1}$ و $(\mathscr{C}_g)$ تمثيلها البياني المعلم المتعامد والمتجانس



(الشكل المقابل) ، بقراءة بيانية :

أ ـ شكل جدول تغيرات الدالة g .

ب ـ حل بيانيا ، المتراجحة $g(x)>0$.

جـ ـ عيّن بيانيا قيم x التي يكون من أجلها $0<g(x)<1$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس.

1. احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا.

2. أ ـ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}$.

ب ـ احسب $f'(x)$ وادرس إشارتها ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ ـ باستعمال الجزء **I)** السؤال جـ ـ ، عيّن إشارة العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب ـ α عدد حقيقي . بيّن أنّ الدالة $x\mapsto(x-\alpha)\ln(x-\alpha)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$

جـ ـ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g(x)=1-\frac{2}{x+1}$ ثم عيّن دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$.

التمرين (71) (بكالوريا 2011 الموضوع الثاني)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـِ : $f(x)=e^x-ex-1$. $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ ـ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب ـ احسب $f'(x)$ ثمّ ادرس إشارتها.

جـ ـ شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2. أ ـ بيّن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $(-\infty)$.

ب ـ اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

جـ ـ بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$، تقبل في المجال $]1,75;1,76[$ حلا وحيدا α.

د ـ ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحني $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty;2]$.

3. أ ـ احسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيّز المستوي المحدّد بالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ ، حامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتيهما: $x=0$ ؛ $x=\alpha$.

ب ـ أثبت أنّ : $A(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)ua$ (ua هي وحدة المساحة)

التمرين (72) (بكالوريا 2012 الموضوع الاول)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ كما يلي : $f(x)=x+5+6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ – احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

ب – احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0[$ ، $f'(x)=\frac{x^2-x-6}{x(x-1)}$.استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3) أ – بيّن المستقيم (Δ) الذي معادلة له : $y=x+5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$.

ب – ادرس وضع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ) .

4) بين أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين α و β حيث $-3.5<\alpha<-3.4$ و $-1.1<\beta<-1$.

5) أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ) .

6) أ – نعتبر النقطتين $A\left(-1;3+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و$B\left(-2;\frac{5}{2}+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ بيّن أن $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}+6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB)

ب – بيّن أنّ المستقيم (AB) يمس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في نقطة M_0 يطلب تعيين إحداثيتيها .

7) لتكن g الدالة المعرّفة على $]-\infty;0[$ كما يلي : $g(x)=\frac{x^2}{2}+5x+6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$.

بين أنّ g دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

التمرين (73) (بكالوريا 2012 الموضوع الثاني)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $g(x)=1-xe^x$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها .

3) أ ـ بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$، تقبل في حلا وحيدا α على $]-1;+\infty[$

ب ـ تحقق أنّ $0.5<\alpha<0.6$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي : $f(x)=(x-1)e^x-x-1$. $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$..

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f . بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإن : $f'(x)=-g(x)$ ، استنتج إشارتها. $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) بينّ أنّ $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ ،

ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوير النتائج إلى 10^{-2})

4) أ ـ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$

ب ـ أدرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (Δ) .

5) أ ـ بيّن أنّ $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1.6<x_1<-1.5$ و $1.5<x_2<1.6$.

ب ـ أنشئ (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.

6) لتكن h الدالة المعرفة على المجال IR كما يلي : $h(x)=(ax+b)e^x$

أ ـ عين العددين الحقيقين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x\mapsto xe^x$ على IR .

ب ـ استنتج دالة أصلية للدالة g على IR .

التمرين (74) (بكالوريا 2013 الموضوع الاول)

I f الدالة المعرّفة على $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ ،

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim_{x\overset{<}{\to}1} f(x)$ ،

ثمّ استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C).

2) احسب $f'(x)$.

بيّن أنّ الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;1[$ ، ثمّ شكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا α. باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد α.

x	$f(x)$
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

4) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)، ثمّ ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$

5) عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرّفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$ (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة).

1) ادرس تغيّرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

2- أ) تحقق أنّ $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثمّ بيّن أنّ : $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

ج) تحقّق من أنّ : $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T).

التمرين (75) (بكالوريا 2013 الموضوع الثاني)

I) g الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$.

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

2) استنتج أنّه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) f الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$. و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) أ - احسب $\lim\limits_{x \to -1^{>}} f(x)$. فسّر النتيجة بيانيا.

ب - احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

جـ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبلا حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ ، ثمّ تحقق أنّ $0<\alpha<0{,}5$.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

4- نقبل أنّ المستقيم (T) ذا المعادلة $y=x+\frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0.

أ) احسب x_0.

ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثمّ المنحنى (C_f).

ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلّين متمايزين.

التمرين (76) (بكالوريا 2014 الموضوع الاول)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+\frac{2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x \to 0^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، فسر النتيجتين هندسيا.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=1$.

ب) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

ج) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا α، حيث $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$.

3) أنشئ (T) و (C_f).

4) لتكن الدالة h المعرفة على $IR-\{0\}$ كما يلي: $h(x)=1+\frac{2\ln|x|}{|x|}$. و ليكن (C_h) تمثيلها البياني .

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x)-h(-x)=0$ ، ماذا تستنتج؟

ب) أنشئ المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f).

ت) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2=(m-1)|x|$.

التمرين (77) (بكالوريا 2014 الموضوع الثاني)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g على IR ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0{,}7<\alpha<0{,}8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل x من IR: $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ).

3) أ) بين أنه من أجل كل x من IR: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{\left(2x^2-2x+1\right)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f. (نأخذ $f(\alpha)\approx-0{,}1$)

4) أحسب $f(1)$ ثم حل في IR المعادلة $f(x)=0$.

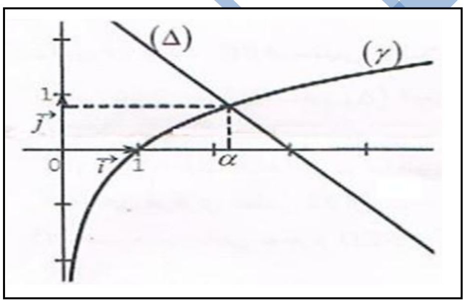
5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرفة على IR كما يلي: $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$. و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنه من أجل كل x من IR: $h(x)=f(x)-2$.

ب) استنتج أنّ (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h).

التمرين (78) (بكالوريا 2015 الموضوع الاول)



المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I. (γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-x+3$ ؛ α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ).

1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $]0;+\infty[$.

2) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب: $g(x)=x-3+\ln x$. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

3) تحقق أن: $2{,}2<\alpha<2{,}3$.

II. f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب: $f(x)=\left(1-\dfrac{1}{x}\right)(\ln x-2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ؛ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

– بيّن أنّ: $f(\alpha)=\dfrac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ؛ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل؛ ثم أنشئ (C_f) على المجال $\left]0;e^2\right]$.

التمرين (79) (بكالوريا 2015 الموضوع الثاني)

A. g الدالة المعرفة على IR ب: $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على IR .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في IR ، ثمّ تحقّق أنّ: $0,36<\alpha<0,37$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

B. f الدالة المعرفة على IR ب: $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$.

و تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من IR : $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$.

ب) استنتج أنّ الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.

2) أحسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$.

5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha)\approx 0,1$.

6) أ) تحقق أنّه من أجل كل x من IR : $2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3e^{2x2}$.

ب)استنتج دالة أصلية للدالة f على IR .