الطريق الى البكالوريا

عدد التمارين : 66

الشعب العلمية

الأستاذ مرنيز وليد

Tu me dis, j’oublie. Tu m’enseignes, je me souviens. Tu m’impliques, j’apprends.

اخر تحديث : 22 جانفي 2020

السنة الدراسية

2020 - 2019

المحتويات

...

القسم I

تمارين تدريبية

...

1

النهايات و الاستمرارية

تمرين رقم 1:

احسب النهايات التالية:

1. $\lim_{x\to 2}(x^2-x+2)$
2. $\lim_{x\to -\infty}(-2x+\sqrt{3})$
3. $\lim_{x\to +\infty}(-2x+\sqrt{3})$
4. $\lim_{x\to -\infty}\sqrt{5}$
5. $\lim_{x\to -\infty}2(x+4)^2$

تمرين رقم 2:

أدرس في كل حالة من الحالات التالية نهاية الدالة f المعرفة على D_f عند $+\infty$ وعند $-\infty$

- $f(x)=-x^3+2x-2$ ، $D_f=\mathbb{R}$
- $f(x)=3x^2+x-3$ ، $D_f=\mathbb{R}$

- $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{2-x}$ ، $D_f=\mathbb{R}-\{2\}$

تمرين رقم 3:

(إزالة حالة عدم التعيين)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2;1\}$ بـ:

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2+x+2}{x^2+x-2}$$

احسب نهاية الدالة f عند -2.

تمرين رقم 4:

احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها D في كل حالة:

1. $f(x)=3x^2-x+5$
2. $f(x)=-2x^2+x-4$
3. $f(x)=2x^3+x+1$
4. $f(x)=-3x^3-4x+5$
5. $f(x)=\frac{2x-1}{x-3}$
6. $f(x)=\frac{3x+1}{-x+2}$
7. $f(x)=\frac{x^3-3x+1}{x-1}$
8. $f(x)=\frac{3x^2+1}{x^2+1}$
9. $f(x)=2x+3+\frac{1}{x}$
10. $f(x)=\frac{x+3}{x^2-x}$

تمرين رقم 5:

(إزالة حالة عدم التعيين)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$.

احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

تمرين رقم 6:

(إزالة حالة عدم التعيين)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1;+\infty[$ بـ: $f(x)=2x+1-\sqrt{x^2+x-2}$. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

تمرين رقم 7:

احسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها D (يطلب تعيينها) في كل حالة:

1. $f(x)=2+\sqrt{x}$
2. $f(x)=(1-x)(1+\sqrt{x})$
3. $f(x)=\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$
4. $f(x)=\sqrt{2x^2-x+3}$
5. $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$
6. $f(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x}-2}$

تمرين رقم 8:

(إزالة حالة عدم التعيين) | ★★★ |

لتكن الدالة f معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x^2+2x}-x$.

احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

تمرين رقم 9:

(إزالة حالة عدم التعيين)

باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايتين:

1. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$
2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

تمرين رقم 10:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\dfrac{\cos x-1}{x}$

احسب نهاية الدالة f عند 0.

تمرين رقم 11:

احسب النهايتين التاليتين:

1. $\lim_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+x+1}$.
2. $\lim_{x\to+\infty} \sin\frac{\pi x}{2x+1}$.

تمرين رقم 12:

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$

$$\begin{cases} f(x)=\frac{2|x|}{x} & ; x\neq 0 \\ f(0)=2 \end{cases}$$

ادرس نهاية الدالة f عند 0.

تمرين رقم 13:

احسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها D في كل حالة.

1. $f(x)=\frac{|x-1|}{x^2-1}$
2. $f(x)=\frac{x^2+3}{|x-1|}$
3. $f(x)=|\frac{x-1}{x+1}|$

تمرين رقم 14:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+\sin x$

احسب النهايتين: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

تمرين رقم 15:

احسب النهاية التالية: $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} \sqrt{x}\sin(\frac{1}{x})$

تمرين رقم 16:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x^2+3x-1}{(x-1)^2}$
ادرس نهاية الدالة f عند حدود مجموعة التعريف. مبينا المستقيمات المقاربةلـ (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم .

تمرين رقم 17:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=2x+3+\dfrac{3}{x^2}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. بين ان المستقيم $(D): y=2x+3$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$.
2. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (D).

تمرين رقم 18:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=-x+2+\dfrac{3}{x^2}$. وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+2$ مستقيم مقارب للمنحني (C) عند $+\infty$ وعند $-\infty$.
2. ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة الى المستقيم المقارب المائل (Δ).

تمرين رقم 19:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{x^3+x+1}{x-2}$
احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

تمرين رقم 20:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\dfrac{\sin(3x)}{x}$
احسب نهاية الدالة f عند 0.

تمرين رقم 21:

اجب بصح او خطأ مع التبرير في كل حالة مماياي:
نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{-2x^2+7x-11}{x-2}$ و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. عبارة اخرى لـ $f(x)$ هي: $f(x)=-2x+3-\dfrac{5}{x-2}$.
2. يقبل المنحنى (C) مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب معادلته: $x=2$.
3. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

4. المستقيم ذو المعادلة $y=-2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C) عند $+\infty$.

تمرين رقم 22:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x+1}}$

1. بين انه اذا كان $x>1$ فان: $\frac{1}{\sqrt{2x}}>\frac{1}{\sqrt{x+1}}$
2. استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

تمرين رقم 23:

1. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x\geq 1$ فان: $\frac{1}{2}\leq\frac{x}{x+1}\leq 1$
2. استنتج النهايتين التاليتين:
$\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{x}}{x+1}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{\sqrt{x}(x+1)}$.

تمرين رقم 24:

لتكن الدالة f حيث: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+d}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم.
عين الاعداد الحقيقية a ، b ، c و d بحيث: (C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x=1$ و مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y=2x+3$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ و يشمل النقطة $A(0;4)$

تمرين رقم 25:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=\frac{2x+3}{x+2}$

1. عين العددين الحقيقين a و b بحيث من اجل كل عدد حقيقي $x\neq -2$ يكون $f(x)=a+\frac{b}{x+2}$
2. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها D
3. استنتج المستقيمات المقاربة لـ(C) المنحنى الممثل للدالة f
4. عين مركز تناظر المنحنى (C)

تمرين رقم 26:

لتكن f الدالة المعرفة من اجل كل عدد حقيقي $x\neq 4$ كمايلي: $f(x)=\frac{x^2-x-10}{x-4}$

1. بين انه يوجد ثلاثة اعداد حقيقية a,b,c بحيث من اجل كل عدد حقيقي $x\neq 4$: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-4}$

2. بين ان المستقيم (D) الذي معادلته $y = ax + b$ هو مستقيم مقارب مائل لـ (C) المنحني الممثل للدالة f في معلم للمستوى $(O;\vec{i};\vec{j})$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$
3. ادرس الوضع النسبي لـ (C) بالنسبة الى (D).

تمرين رقم 27:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^3+3x^2+6x+3}{(x+1)^2}$ ليكن (C) المنحني الممثل للدالة f في معلم.

1. احسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها مبينا المستقيم المقارب لـ (C).
2. (ا) عين الاعداد الحقيقية a, b, c و d بحيث من اجل كل عدد حقيقي $x \neq -1$ يكون $f(x) = ax + b + \dfrac{cx+d}{(x+1)^2}$
   (ب) استنتج ان المنحنى (C) الممثل للدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $-\infty$ و عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.
   (ج) ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ).

تمرين رقم 28:

ادرس استمرارية الدالة f عند القيمة a في كل ماياتي:

1. $f(x) = \dfrac{1}{x}$ ، $a = 0$
2. $f(x) = x^2$ ، $a = 2$
3. $f(x) = \sqrt{x}$ ، $a = 0$
4. $$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \in [-1;2[\\ x-1 & ; x \in [2;5[\end{cases}$$
   ، $a = 2$

تمرين رقم 29:

نعتبرالدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+1)\sin(x)$

بين الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$.

تمرين رقم 30:

برهن ان المعادلة $x^3 - x = -3$ تقبل على الاقل حلا في المجال $[-2;-1]$

تمرين رقم 31:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 4$

1. احسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
2. بين المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1;2]$

تمرين رقم 32:

نعتبر الدالة f المعرفةعلى $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$\begin{cases} f(x) = -x+2 & ; x \in]-\infty; 1] \\ f(x) = \sqrt{x} & ; x \in]1; +\infty] \end{cases}$$

1. ارسم المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس للمستوي.
2. هل الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$ ؟ لماذا؟

تمرين رقم 33:

f دالة معرفة كمايلي: $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x - 1}$ اذا كان $x \neq 1$ و $f(1) = 3$

1. ادرس استمرارية f عند 1.
2. هل الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$ ؟

تمرين رقم 34:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:

$$f(x) = \begin{cases} f(x) = 3x + m & ; x \in]-\infty; 1] \\ f(x) = x^2 + 1 & ; x \in]1; +\infty] \end{cases}$$

1. هل الدالة f مستمرة على $]1; +\infty]$ ؟ على $]-\infty; 1]$؟
2. كيف نختار العدد m بحيث تكون الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$
3. ارسم (C) المنحنى الممثل للدالة f.

تمرين رقم 35:

f دالة معرفة على $[0;\pi]$ بـ: $f(x) = 2 + \frac{1}{2}\sin x$.
بين انه يوجد عدد حقيقي وحيد α من $[0;\pi]$ بحيث $f(\alpha) = \alpha$.

تمرين رقم 36:

نعتبر الدالتين $f(x)=\frac{1}{x}$ و $g(x)=x^2-x+2$ بين ان (C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g على الترتيب يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها α محصورة بين 0 و 1.

تمرين رقم 37:

f هي الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\sqrt{x}$

1. برر لماذا الدالة f مستمرة على $[0;+\infty[$؟
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
3. احسب $f(3)$ و $f(4)$.
استنتج ان المعادلة $f(x)=5$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[3;4]$

تمرين رقم 38:

لتكن f دالة مستمرة على $[0;1]$ و تأخذ قيمتها في $[0;1]$.
بين ان المعادلة $f(x)=x$ تقبل على الاقل حلا وحيدا في المجال $[0;1]$.

تمرين رقم 39:

f دالة مستمرة على المجال $[0;1]$ بحيث $f(0)=0$ و $f(1)=1$. بين انه يوجد عدد حقيقي c من $]0;1[$ بحيث $f(c)=\frac{1-c}{1+c}$

طبق مبرهنة القيم المتوسطة على الدالة $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$

تمرين رقم 40:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x^3+3x+3$

1. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$
2. شكل جدول تغيرات الدالة f
3. اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1;+\infty[$
4. تحقق ان $2<\alpha<3$ ثم عين حصرا لـ α سعته 0.1.

تمرين رقم 41:

لتكن g الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بمايلي: $g(x)=f(x)-xf(x)+1$

f هي الدالة الموجبة تماما على المجال $[0;+\infty[$ و التي تحقق $f(x)=f'(x)$ ، $f(0)=1$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$.

1. عين نهاية الدالة g عند $+\infty$
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيرات الدالة g
3. اثبت ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0;+\infty[$
4. استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$
5. اثبت المساواة: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$.

...

2

الإشتقاقية

تمرين رقم 42:

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 4$

اثبت ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند العدد $a = 3$. معينا عددها المشتق عنده.

تمرين رقم 43:

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 3x^2$

1. اثبت ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند كل عدد حقيقي a .
2. استنتج الدالة المشتقة للدالة f .
3. اكتب معادلة (T) مماس (C) منحنى الدالة f في معلم عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

تمرين رقم 44:

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x|x-2|$

1. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند العدد 2 .

2. فسر بيانيا النتائج المحصل عليها.

تمرين رقم 45:

لتكن f الدالة المعرفة على $[1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x-1}$

1. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند العدد 1 .
2. فسر بيانيا، النتيجة المحصل عليها.

تمرين رقم 46:

f دالة قابلة للاشتقاق عند -1 حيث $f'(-1)=2$ علما ان المنحني الممثل في معلم، للدالة f ، يمر بالنقطة $A(-1;-3)$
اكتب معادلة لمماس هذا المنحني عند النقطة A .

تمرين رقم 47:

عين مشتقة كل دالة من الدوال لآتية المعرفة على المجال $I=]0;+\infty[$

- $f(x)=2x^3-x^2+4x-1$
- $g(x)=(x-1)\sin x$
- $h(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x}}$

تمرين رقم 48:

في كل حالة، اكتب معادلة المماس للدالة f عند النقطة التي فاصلتها a .

$a=0 \qquad f(x)=-3x^2+x-4$

$a=-2 \qquad f(x)=\dfrac{4x-3}{x+1}$

$a=3 \qquad f(x)=\dfrac{1}{2}x+2-\dfrac{1}{x-1}$

$a=1 \qquad f(x)=x^2\sqrt{x}$

$a=\dfrac{\pi}{4} \qquad f(x)=x\cos x$

تمرين رقم 49:

احسب الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة:

1) $f(x)=2x^2-5x+3$
2) $f(x)=\frac{-3x^3+2x+1}{3}$
3) $f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{x}$
4) $f(x)=x^2-\frac{1}{x}+\sqrt{x}$
5) $f(x)=x(x^2+2)-1$
6) $f(x)=(x+1)(x^3-1)$
7) $f(x)=\frac{1}{x-1}(1+\sqrt{x})$
8) $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x-2}$
9) $f(x)=\frac{-3x^2+x-2}{x^2+1}$
10) $f(x)=2x-\frac{1}{1-x}$
11) $f(x)=\frac{2}{x}+\frac{1}{1-x}-\sqrt{x}$

تمرين رقم 50:

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3-3x^2+2$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
2. استنتج القيمة الحدية للدالة f على الجدول .

تمرين رقم 51:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=x^3-3x^2+2$ و (C) تمثيلها البياني في معلم.

- بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياها.

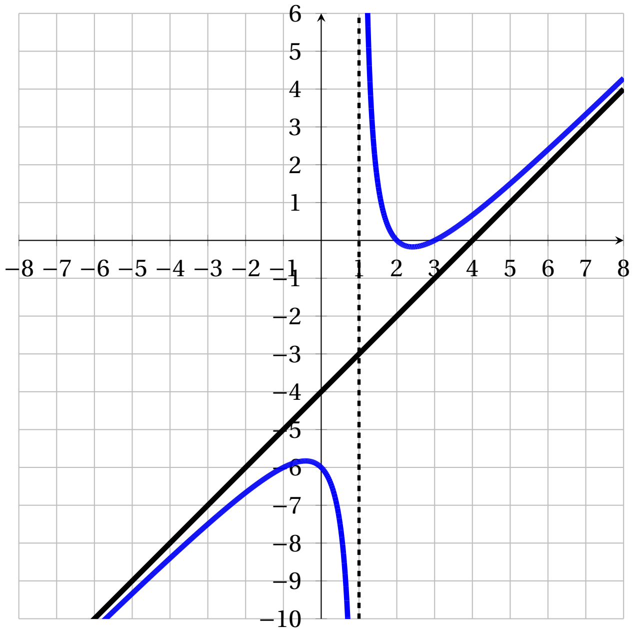
تمرين رقم 52:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=x^3$ و (C) تمثيلها البياني في معلم.

- بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياها.

تمرين رقم 53:

في الشكل المقابل (C_f) هو منحنى للدالة f.



ارسم منحنى كلا من الدوال التالية انطلاقا من المنحنى (C_f).

$R(x)=f(-x)$ ، $H(x)=-f(x)$ ، $K(x)=f(x-1)+1$ ، $T(x)=f(|x|)$ و $P(x)=|f(x)|$.

تمرين رقم 54:

f دالة معرفة على $]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x+2}{x-2}$

1. شكل جدول تغيرات الدالة f .
2. استنتج جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $]\sqrt{2};+\infty[$ بـ: $g(x)=f(x^2)$

تمرين رقم 55:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{2x^2+5x+10}{2x+4}$. و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامدو متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، $+\infty$ و -2 .
2. بين انه من اجل كل $x\neq -2$ يمكن كتابة: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{2x+4}$ حيث a ، b ، c ثلاثة اعداد حقيقية يطلب تعيينها.
   - استنتج ان المنحني (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته.
   - ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ)
3. ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. بين ان النقطة $\Omega\left(-2;-\dfrac{3}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحني (C)
5. ارسم (C) و المستقيمات المقاربة.

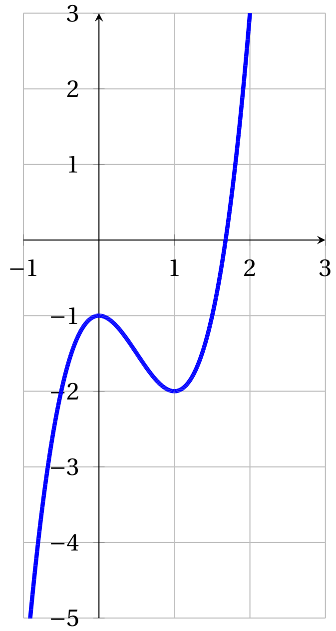
تمرين رقم 56:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}\{2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x(x+1)}{x-2}$.
(C) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. ادرس تغيرات الدالة f.
2. (ا) برر ان المستقيم (d) ذي المعادلة $y=x+3$ ، هو مقارب للمنحني (C). ادرس الوضعية النسبية لـ (C) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل.
   (ب) ارسم (d) ثم (C) .
3. باستعمال (C) ، عين حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و اشارة حلول المعادلة: $x^2+(1-m)x+2m=0$
4. لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $g(x)=|\dfrac{x(x+1)}{x-2}|$
   - اكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$ حسب قيم x .
   - ارسم (γ) منحنى الدالة g اعتمادا على (C) .
5. لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ: $h(x)=\dfrac{|x|(|x|+1)}{|x|-2}$
   - بين ان h دالة زوجية.
   - ارسم (Γ) منحنى الدالة h اعتمادا على (C) .

تمرين رقم 57:

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=2x^3-3x^2-1$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم.



I)
1. لاحظ (C_g) ثم ضع تخمينا حول اشارة $g(x)$.
2. ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين $1,6$ و $1,7$.
4. استنتج، حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{1-x}{x^3+1}$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (الوحدة: $4cm$)

1. بين ان $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=+\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ اعط تفسيرا بيانيا للنتيجتين.
2. بين انه من اجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x^3+1)^2}$
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين معادلة (Δ) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة0.
5. تحقق انه من اجل كل x من $]-1;1[$: $f(x)-(-x+1)=\dfrac{x^3(x-1)}{x^3+1}$.
6. بعد دراسة اشارة $f(x)-(-x+1)$ استنتج وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للماس (Δ) . ماذا تستنتج؟

- نأخذ $\alpha\approx 1.64$

1. عين مدور $f(\alpha)$ الى 10^{-2} .

2. ارسم (C_f) و (Δ) .

تمرين رقم 58:

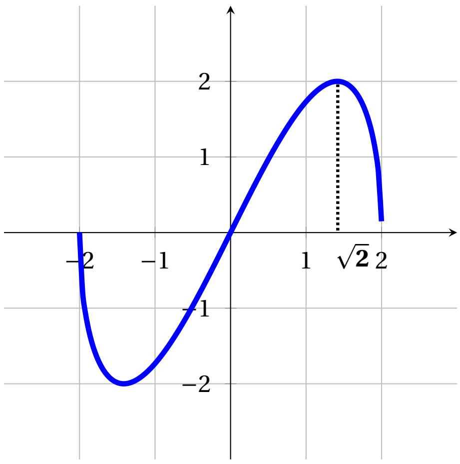
f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كمايلي : $f(x)=|x-3|+\dfrac{2}{x-1}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند العدد 3 مفسرا ذلك بيانيا.
3. احسب نهايات الدالة f عند حدود مجالات مجموعة التعريف.
4. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
5. بين ان المستقيمين $(\Delta): y=x-3$ و $(\Delta'): y=-x+3$ مقاربين للمنحنى (C) عند $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب.
6. حدد وضعية (C) بالنسبة الى (Δ) و (Δ') . ارسم (C) ، (Δ) ، (Δ') في نفس المعلم.

تمرين رقم 59:

f الدالة المعرفة على المجال $[-2;2]$ بـ : $f(x)=x\sqrt{4-x^2}$

(C) التمثيل البياني للدالة f في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (انظر الشكل المقابل)



1. بين ان f دالة فردية.
2. شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. المنحنى (Γ) صورة المنحنى (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$
   - اوجد معادلة (Γ) ثم انشئ (Γ) .

تمرين رقم 60:

بكالوريا

f هي الدالة المعرفة على المجموعة D_f بـ: $f(x)=x+1+\sqrt{x^2+4x}$. مع $D_f=]-\infty;-4[\cup[0;+\infty[$ و C تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. احسب النهايتين للدالة f عند $(-\infty)$ و $(+\infty)$
2. بين ان المستقيم ذي المعادلة $y=2x+3$ ، هو مستقيم مقارب للمنحني C بجوار $(+\infty)$.
3. هل الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ؟ عند -4 ؟
4. احسب $f'(x)$ من اجل $x\in D_f-\{-4;0\}$
5. انشئ جدول التغيرات للدالة f .
6. أرسم المستقيمات المقاربة ثم المنحنى C.

...

القسم II

مواضيع بكالوريات جزائرية

...

3

شعبة علوم تجريبية

تمرين رقم 61:

علوم تجريبية - 2014 - دورة جوان، الموضوع الثاني(7 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$.

1. أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.
   ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.
2. أ) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.7 < \alpha < 0.8$.
   ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معل متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

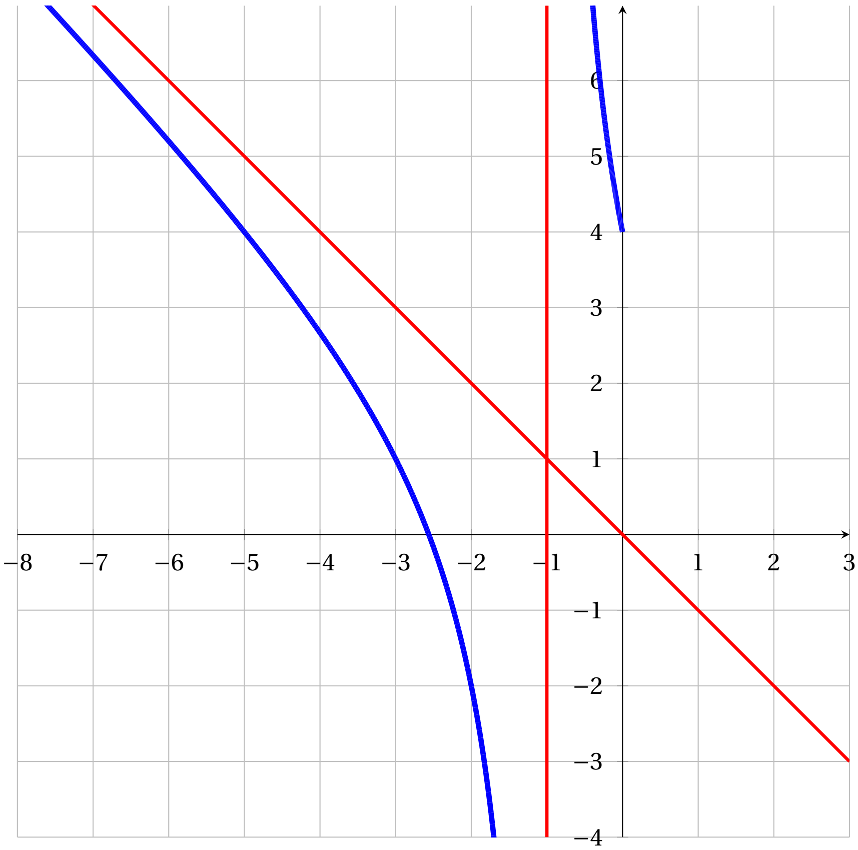
1. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أ) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \dfrac{1}{2}(x+1) + \dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.
   ب) استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.
   ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ).
3. أ) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f.
   ب) استنتج اشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f. (نأخذ $f(\alpha) \approx -0.1$)
4. احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

5. انشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).
6. لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x) = \frac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.
و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
   ا) تحقق انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) = f(x) - 2$.
   ب) استنتج ان (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم انشئ (C_h) .

تمرين رقم 62:

علوم تجريبية - 2009 - دورة جوان، الموضوع الثاني (7.5 نقطة)

f دالة معرفة على المجال $I =]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ بـ: $f(x) = -x + \frac{4}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ كما هو مبين في الشكل.



I) (ا) احسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I
(ب) بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه تغيرات f شكل جدول تغيراتها.

II) g دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x + \frac{4}{x+1}$
و (C_g) تمثيلها البياني في مستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس.
(ا) احسب نهاية g عند $+\infty$
(ب) تحقق ان (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.
(ج) ادرس تغيرات g

III) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $k(x) = |x| + \frac{4}{x+1}$

1) ا) احسب $\lim_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim_{h \overset{<}{\to} 0} \frac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج؟

ب) اعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

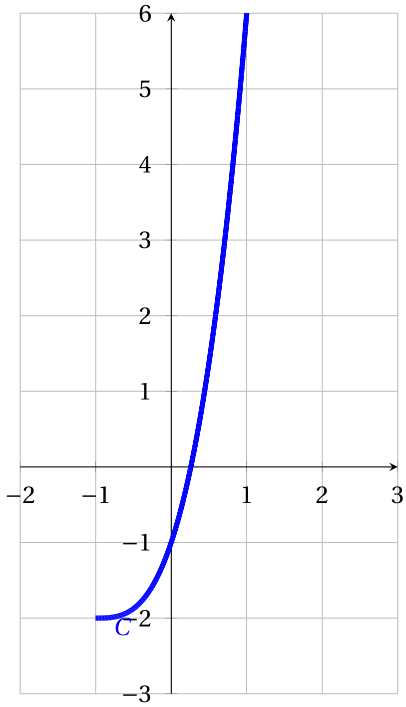
2) اكتب معادلتي نصف المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$

3) ارسم (Δ_1) و (Δ_2) و (C_k)

تمرين رقم 63:

علوم تجريبية - 2008 - دورة جوان، الموضوع الثاني(7 نقاط)

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي : $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$



1. (ا) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد $g(0)$ و اشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

(ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha) = 0$.

(ج) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال. $]-1;+\infty[$

2. f هي الدالة العددية المعرفة على المجال بما يأتي : $]-1;+\infty[$: $f(x) = \frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(ا) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f.

(ب) عين دون حساب $\lim_{x \to \alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا.

(ج) احسب : $\lim_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} [f(x)-(x+1)]$. فسر النتيجتين بيانيا.

(د) شكل جدول تغيرات f.

3. نأخذ: $\alpha = 0.26$

(أ) عين مدور $f(\alpha)$ الى 10^{-2}

(ب) ارسم المنحنى (Γ)

...

4

شعبة تقني رياضي

تمرين رقم 64:

تقني رياضي - 2010 - دورة جوان، الموضوع الثاني (6 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. اثبت ان الدالة f دالة فردية.
2. اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$
3. ادرس تغيرات الدالة f
4. اكتب معادل للماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
5. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (T) و استنتج ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
6. بين ان المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$ ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الاخر.
7. ارسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق.
8. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$
   (ا) بين ان الدالة g زوجية
   (ب) انطلاقا من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

تمرين رقم 65:

تقني رياضي - 2017 - دورة ماي، الموضوع الثاني (7 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = x^3 + 6x + 12$

1 ادرس اتجاه تغير الدالة g.

2 بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $]-1.48;-1.47[$ ، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \dfrac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$.
و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) **ا)** احسب $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \dfrac{x.g(x)}{(x^2+2)^2}$ ،
ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2) **ا)** بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة المستقيم (Δ)

ج) بين ان: $f(\alpha) = \dfrac{3}{2}\alpha$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

د) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

...

5

شعبة رياضيات

تمرين رقم 66:

رياضيات - 2009 - دورة جوان، الموضوع الثاني (4 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي: $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$.
(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. ادرس تغيرات الدالة f

2. (أ) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما (D) معادلته : $y = x$
   (ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D)

3. (أ) بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1.3 < x_0 < 1.4$
   (ب) عين معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب.
   (ج) ارسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

4. g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x) = |f(x)|$.
   (C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق.
   (أ) بين كيف يمكن انشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ، ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.
   (ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $g(x) = m^2$