مجلة المتفوق في الرياضيات

بـــكالـــوريـــا 2022

جزء الواجبات المنزلية رفقة التصحيح

للشعب: علوم تجريبية + تقني رياضي + رياضيات

من إعداد الاستاذ ياحي رشيد(استاذ محاضر بجامعة المسيلة)

✆ للتواصل معنا 0656836024

Facebook: Rachidyahiyahi

نشر الأسئلة تم يوم 19.08.2021

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

❀ الواجب المنزلي رقم 01 : حول تحديد اشارة عبارة جبرية

التمرين 01

حل في D_f (مجموعة تعريف f) المعادلة $f(x)=0$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $f(x)$ في الحالات التالية

1) $f(x)=-3x-6$

2) $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$

3) $f(x)=2+\dfrac{1}{x+3}$

4) $f(x)=x^2-36$

5) $f(x)=2x^2-1$

6) $f(x)=x^2+6$

7) $f(x)=x^2-9x$

8) $f(x)=8x^3-4x^2$

9) $f(x)=3x^2+7x+8$

10) $f(x)=-3x^2+2x-4$

11) $f(x)=x^2-5x+6$

12) $f(x)=\dfrac{x^2+4x+4}{(x+1)^2}$

13) $f(x)=\dfrac{x-1}{(x+1)^2}$

14) $f(x)=-1+\dfrac{1}{(x+2)^2}$

15) $f(x)=\dfrac{-x^3+5x^2-6x}{(x+3)^3}$

16) $f(x)=\dfrac{(x-3)(x^2-3x+2)}{(x+4)^3}$

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

❀ حل مقترح للواجب المنزلي رقم 01 : حول تحديد اشارة عبارة جبرية

حل التمرين 01

حل في D_f (مجموعة تعريف f) المعادلة $f(x)=0$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $f(x)$ في الحالات التالية

1) $f(x)=-3x-6$ لدينا $f(x)=0$ تعني

$-3x-6=0$ ومنه $x=-2$ ومنه حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي $S=\{-2\}$ و اشارة $f(x)$ هي

x	$-\infty$ $\quad -2 \quad$ $+\infty$
$-3x-6$	$+ \quad 0 \quad -$

2) $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$: المعادلة $f(x)=0$ لاتقبل حلول في $\mathbb{R}$ و اشارة $f(x)$ هي :

x	$-\infty$ $\quad 2 \quad$ $+\infty$
$\dfrac{1}{x-2}$	$- \quad \Vert \quad 0$

3) $f(x)=2+\dfrac{1}{x+3}$ لدينا $f(x)=0$ تعني $2+\dfrac{1}{x+3}=0$ أي $\dfrac{2x+7}{x+3}=0$ وهذا يكافئ $2x+7=0$ و $x+3\neq 0$ وبالتالي $x=-\dfrac{7}{2}$ و $x\neq -3$ وبالتالي حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي: $S=\{-\dfrac{7}{2}\}$ و اشارة $f(x)$ هي

x	$-\infty$ $\quad -\dfrac{7}{2} \quad -3 \quad$ $+\infty$
$2x+7$	$- \quad 0 \quad + \quad \quad +$
$x+3$	$- \quad \quad - \quad 0 \quad +$
$\dfrac{2x+7}{x+3}$	$+ \quad \Vert \quad - \quad 0 \quad +$

4) $f(x)=x^2-36$ لدينا $f(x)=0$ تعني $x^2-36=0$ أي $x^2=36$ وبالتالي $x=6$ أو $x=-6$ ومنه حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي $S=\{-6;6\}$ و إشارة $f(x)$ هي

x	$-\infty$ $\quad -6 \quad 6 \quad$ $+\infty$
x^2-36	$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$

5) $f(x)=2x^2-1$ لدينا $f(x)=0$ تعني $2x^2-1=0$ أي $x^2=\dfrac{1}{2}$ وبالتالي $x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ أو $x=+\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ومنه حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي $S=\{-\dfrac{1}{\sqrt{2}};\dfrac{1}{\sqrt{2}}\}$ و إشارة $f(x)$ هي

x	$-\infty$ $\quad -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \quad \dfrac{1}{\sqrt{2}} \quad$ $+\infty$
$2x^2-1$	$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$

6) $f(x)=x^2+6$ المعادلة $f(x)=0$ لاتقبل حلول في $\mathbb{R}$ و اشارة $f(x)$ موجبة تماما أي

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
x^2+6	$+$

7) $f(x)=x^2-9x$: لدينا $f(x)=0$ تعني $x^2-9x=0$ أي $x(x-9)=0$ وبالتالي $x=0$ أو $x=9$ ومنه حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي $S=\{0;9\}$ و إشارة $f(x)$ هي

x	$-\infty$		0		9		$+\infty$
x^2-9x		$+$	0	$-$	0	$+$	

8) $f(x)=8x^3-4x^2$: لدينا $f(x)=0$ تعني $8x^3-4x^2=0$ أي $x^2(8x-4)=0$ وبالتالي $x=0$ أو $8x-4=0$

$x=0$ أو $x=\dfrac{1}{2}$ ومنه حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$ هي $S=\{0;\dfrac{1}{2}\}$ و إشارة $f(x)$ هي

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
x^2		$+$	0	$+$		$+$	
$8x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$8x^3-4x^2$		$-$	0	$-$	0	$+$	

9) $f(x)=3x^2+7x+8$

: لدينا $f(x)=0$ تعني $3x^2+7x+8$ نحسب المميز نجد $\Delta=(7)^2-4(3)(8)=-47<0$ وبالتالي المعادلة $f(x)=0$ لاتقبل حلول في $\mathbb{R}$ و إشارة $f(x)$ موجبة تماما أي:

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$3x^2+7x+8$	$+$

10) $f(x)=-3x^2+2x-4$: لدينا $f(x)=0$ تعني $-3x^2+2x-4=0$ نحسب المميز نجد $\Delta=(2)^2-4(-3)(-4)=-44<0$ وبالتالي المعادلة $f(x)=0$ لاتقبل حلول في $\mathbb{R}$ و إشارة $f(x)$ سالبة تماما أي:

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$-3x^2+2x-4$	$-$

11) $f(x)=x^2-5x+6$: لدينا $f(x)=0$ تعني $x^2-5x+6=0$ نحسب المميز نجد $\Delta=(-5)^2-4(1)(6)=1>0$ وبالتالي المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلان حقيقيان هما

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5-1}{2}=2 \;;$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5+1}{2}=3$$ و إشارة: $f(x)$ هي:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
x^2-5x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	

12) $f(x)=\dfrac{x^2+4x+4}{(x+1)^2}$: لدينا $f(x)=0$ تعني

$x^2+4x+4=0$ و $(x+1)^2\neq 0$

$\Delta=(4)^2-4(1)(4)=0$ $\qquad$ $x\neq -1$

يوجد حل مضاعف هو

$$x_0=\frac{4}{2(1)}=2$$

و إشارة: $f(x)$ هي:

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
x^2+4x+4		$+$	0	$+$		$+$	
$(x+1)^2$		$+$		$+$	0	$+$	
$\dfrac{x^2+4x+4}{(x+1)^2}$		$+$	0	$+$	$\Vert$	$+$	

13) $f(x)=\dfrac{x-1}{(x+1)^2}$: لدينا $f(x)=0$ تعني

$x-1=0$ و $(x+1)^2\neq 0$

$x=1$ $\qquad$ $x\neq -1$

و إشارة: $f(x)$ هي:

x	$-\infty \quad -1 \quad 1 \quad +\infty$
$x-1$	$- \quad - \; 0 \; +$
$(x+1)^2$	$+ \; 0 \; + \quad +$
$\dfrac{x-1}{(x+1)^2}$	$- \; \Vert \; - \quad +$

14) $f(x) = -1 + \dfrac{1}{(x+2)^2}$: لدينا $f(x)=0$ تعني

$-1+\dfrac{1}{(x+2)^2}=0$ أي $\dfrac{-(x+2)^2+1}{(x+2)^2}=0$

$-(x+2)^2+1=0$ و $(x+2)^2 \neq 0$

$(x+2)^2=1$ $\quad$ $x \neq -2$

$x+2=-1$ أو $x+2=1$ $\quad$ $x \neq -2$

$x=-3$ أو $x=-1$ $\quad$ $x \neq -2$

و إشارة: $f(x)$ هي:

x	$-\infty \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad +\infty$
$-(x+2)^2+1$	$- \; 0 \; + \quad + \; 0 \; -$
$(x+2)^2$	$+ \quad + \; 0 \; + \quad +$
$\dfrac{-(x+2)^2+1}{(x+2)^2}$	$- \; 0 \; + \; \Vert \; + \; 0 \; -$

15) $f(x) = \dfrac{-x^3+5x^2-6x}{(x+3)^3}$: لدينا $f(x)=0$ تعني

$-x^3+5x^2-6x=0$ و $(x+3)^3 \neq 0$

$-x(x^2-5x+6)=0$ $\quad$ $x \neq -3$

$x=3$ أو $x=2$ أو $x=0$ $\quad$ $x \neq -3$

و إشارة: $f(x)$ هي:

x	$-\infty \; -3 \quad 0 \quad 2 \quad 3 \quad +\infty$
$-x$	$+ \quad + \; 0 \; - \quad - \quad -$
x^2-5x+6	$+ \quad + \quad + \; 0 \; - \; 0 \; +$
$(x+3)^3$	$- \; 0 \; + \quad + \quad + \quad +$
$\dfrac{-x^3+5x^2-6x}{(x+3)^3}$	$- \; \Vert \; + \; 0 \; - \; 0 \; + \; 0 \; -$

16) $f(x) = \dfrac{(x-3)(x^2-3x+2)}{(x+4)^3}$: لدينا

$f(x)=0$ تعني

$(x-3)(x^2-3x+2)=0$ و $(x+4)^3 \neq 0$

$x^2-3x+2=0$ أو $x-3=0$ $\quad$ $x \neq -4$

$x=2$ أو $x=1$ أو $x=3$ $\quad$ $x \neq -4$

و إشارة: $f(x)$ هي:

x	$-\infty \; -4 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad +\infty$
$x-3$	$- \quad - \quad - \quad - \; 0 \; +$
x^2-3x+2	$+ \quad + \; 0 \; - \; 0 \; + \quad +$
$(x+4)^3$	$- \; 0 \; + \quad + \quad + \quad +$
$\dfrac{(x-3)(x^2-3x+2)}{(x+4)^3}$	$+ \; \Vert \; - \; 0 \; + \; 0 \; - \; 0 \; +$

للتواصل معنا:
الفايسبوك: Rachidyahiyahi
فايسبوك المجموعة: مجموعة الأستاذ ياحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات)

نشر الأسئلة تم يوم 31.08.2021

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

❀ الواجب المنزلي رقم 02 : حول النهايات حسابيا.

التمرين 01

احسب النهايات التالية

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} -3x^2+5x+2$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3+7x+4x$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5}{\sqrt{x-2}}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x-1}+3x+2$

5) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{7x^2+2}{x-4}$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+2x+3}{2x^2+x+1}$

7) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} \dfrac{x+4}{3x-6}$

8) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 5} \dfrac{x+3}{-4x+20}$

9) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{-3x+1}{|x-2|}$

10) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x+1}{|x^2-3x+2|}$

11) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{-2x+1}{(x-4)^2}$

12) $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 2} \dfrac{4}{\sqrt{-3x+6}}$

13) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} \dfrac{4}{\sqrt{x^2-3x+2}}$

14) $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 5} \dfrac{x+4}{x^2-11x+30}$

15) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 4} \dfrac{x+1}{-x^2+7x-12}$

التمرين 02

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$.

① احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

للتواصل معنا:
الفايسبوك: Rachidyahiyahi
فايسبوك المجموعة: مجموعة الأستاذ ياحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات)

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

❀ حل مقترح للواجب المنزلي رقم 02 : حول النهايات حسابيا

التمرين 01

حساب النهايات التالية

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} -3x^2+5x+2 = \lim\limits_{x\to+\infty} -3x^2 = -\infty$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3+7x+4x = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5}{\sqrt{x-2}} = 0$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x-1} + 3x + 2 = +\infty$

(لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x-1} = 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} 3x+2 = +\infty$)

5) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{7x^2+2}{x-4} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{7x^2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} 7x = +\infty$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+2x+3}{2x^2+x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{2x^2} = \dfrac{1}{2}$

7) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} \dfrac{x+4}{3x-6} = +\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} x+4 &= 6 \\ \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} 3x-6 &= 0^+ \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام $3x-6$
لدينا $3x-6=0$ تعني $x=2$ ومنه إشارة $3x-6$ مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$3x-6$		$-$	0	$+$	

8) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 5} \dfrac{x+3}{-4x+20} = -\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 5} x+3 &= 8 \\ \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 5} -4x+20 &= 0^- \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام $-4x+20$

لدينا $-4x+20=0$ تعني $x=5$ ومنه إشارة $-4x+20$ مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$ $\qquad$ 5 $\qquad$ $+\infty$
$-4x+20$	$+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$

9) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{-3x+1}{|x-2|} = -\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 2} -3x+1 &= -5 \\ \lim\limits_{x \to 2} |x-2| &= 0^+ \end{cases}$$

10) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x+1}{|x^2-3x+2|} = +\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 1} x+1 &= 2 \\ \lim\limits_{x \to 1} |x^2-3x+2| &= 0^+ \end{cases}$$

11) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{-2x+1}{(x-4)^2} = -\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 4} -2x+1 &= -7 \\ \lim\limits_{x \to 4} (x-4)^2 &= 0^+ \end{cases}$$

12) $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 2} \dfrac{4}{\sqrt{-3x+6}} = +\infty$

لأن: $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 2} \sqrt{-3x+6} = 0^+$

13) $\lim_{x \overset{>}{\to} 2} \frac{4}{\sqrt{x^2-3x+2}} = +\infty$

لأن: $\lim_{x \overset{>}{\to} 2} \sqrt{x^2-3x+2} = 0^+$

14) $\lim_{x \overset{<}{\to} 5} \frac{x+4}{x^2-11x+30} = +\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \overset{<}{\to} 5} x+4 = 9 \\ \lim_{x \overset{<}{\to} 5} x^2-11x+30 = 0^+ \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام $x^2-11x+30$
نحل المعادلة $x^2-11x+30=0$ لدينا $\Delta = (-11)^2-4(1)(30) = 1$ وبالتالي المعادلة تقبل حلان حقيقيان هما $x_1 = 5$ و $x_2 = 6$ و اشارة $x^2-11x+30$ مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$		5		6		$+\infty$
$x^2-11x+30$		$+$	0	$-$	0	$+$	

15) $\lim_{x \overset{>}{\to} 4} \frac{x+1}{-x^2+7x-12} = -\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \overset{>}{\to} 4} x+1 = 5 \\ \lim_{x \overset{>}{\to} 4} -x^2+7x-12 = 0^- \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام
$-x^2+7x-12$ نحل المعادلة $-x^2+7x-12=0$ لدينا $\Delta = (7)^2-4(-1)(-12) = 1$ وبالتالي المعادلة تقبل حلان حقيقيان هما $x_1 = 3$ و $x_2 = 4$ واشارة $-x^2+7x+-12$ مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
$-x^2+7x+-12$		$-$	0	$+$	0	$-$	

التمرين 02

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$.

✓ حساب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

نعلم أن: $\mathbb{R}-\{-1;1\}=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$ وبالتالي:

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$

3) $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} f(x)=-\infty$

لأن:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} x^3+x^2-1=-1\\ \lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} x^2-1=0^+\end{cases}$$

إشارة x^2-1 مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$	

4) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)=+\infty$

لأن:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} x^3+x^2-1=-1\\ \lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} x^2-1=0^-\end{cases}$$

5) $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=-\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} x^3 + x^2 - 1 & = 1 \\ \lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} x^2 - 1 & = \quad 0^- \end{cases}$$

6) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} x^3 + x^2 - 1 = 1 \\ \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} x^2 - 1 = 0^+ \end{cases}$$

للتواصل معنا:

الفايسبوك: Rachidyahiyahi

فايسبوك المجموعة: مجموعة الأستاذ ياحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات)

نشر الأسئلة تم يوم 17.09.2021

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

❀ الواجب المنزلي رقم 03 : حول النهايات حسابيا (حالات عدم التعيين).

التمرين 01

احسب النهايات التالية

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{3x-2}}{x+1}$

2) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{5x+2}{\sqrt{9x^2-3x+1}}$

3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{3x-2}-x+5$

4) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{-x-1}-x^2+1$

5) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{4x^2-2x+1}+3x-5$

6) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{4x^2+x+2}-2x$

7) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{4x^2+x+2}-2x^2$

8) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{25x^2-3x-2}-\sqrt{9x^2+x+4}$

9) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x+2}-\sqrt{x}$

10) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2-x-2}{x^2-3x+2}$

11) $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -2} \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$

12) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$

13) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1}}{x-1}$

14) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} \dfrac{\sqrt{x-1}}{x-1}$

15) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x}$

16) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

17) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(5x)}{7x}$

18) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3-8}{x-2}$

التمرين 02

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x-2}$.

① اكتب $|x-2|$ دون رمز القيمة المطلقة. ثم استنتج نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفها.

التمرين 03

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ $f(x)=\dfrac{|x^2-3x+2|}{x-1}$.

① اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفها.

نشر الأسئلة تم يوم 17.09.2021 نشر الإجابة تم يوم 25.09.2021

من إعداد الأستاذ **ياحي رشيد**
رقم الهاتف: **0656836024**

❀ الواجب المنزلي رقم 03 : حول النهايات حسابيا (حالات عدم التعيين).

التمرين 01

حسب النهايات التالية

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{3x-2}}{x+1}$

ح ع ت من الشكل $\frac{+\infty}{+\infty}$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{3x-2}}{x+1} &= \lim_{x\to+\infty} \frac{|x|\sqrt{\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}}{x(1+\frac{1}{x})} \\ &= \lim_{x\to+\infty} \frac{\cancel{x}\sqrt{\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}}{\cancel{x}(1+\frac{1}{x})} = 0\end{aligned}$$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{5x+2}{\sqrt{9x^2-3x+1}}$

ح ع ت من الشكل $\frac{-\infty}{+\infty}$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} \frac{5x+2}{\sqrt{9x^2-3x+1}} &= \lim_{x\to-\infty} \frac{x(5+\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{9-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}} \\ &= \lim_{x\to-\infty} \frac{\cancel{x}(5+\frac{2}{x})}{-\cancel{x}\sqrt{9-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{5}{3}\end{aligned}$$

3) $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{3x-2}-x+5$

ح ع ت من الشكل $\infty - \infty+$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty} \sqrt{3x-2}-x+5 &= \lim_{x\to+\infty} |x|\sqrt{\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}-x+5\\ &= \lim_{x\to+\infty} x\sqrt{\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}-x+5\\ &= \lim_{x\to+\infty} x\left[\sqrt{\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}-1+\frac{5}{x}\right]=-\infty\end{aligned}$$

4) $\lim_{x\to-\infty} \sqrt{-x-1}-x^2+1$

ح ع ت من الشكل $\infty - \infty+$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} \sqrt{-x-1}-x^2+1 &= \lim_{x\to-\infty} |x|\sqrt{\frac{-1}{x}-\frac{1}{x^2}}-x^2+1\\ &= \lim_{x\to-\infty} -x\sqrt{-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}-x^2+1\\ &= \lim_{x\to-\infty} x\left[-\sqrt{-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}-x+\frac{1}{x}\right]=-\infty\end{aligned}$$

5) $\lim_{x\to-\infty} \sqrt{4x^2-2x+1}+3x-5$

ح ع ت من الشكل $\infty - \infty+$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} \sqrt{4x^2-2x+1}+3x-5 &= \lim_{x\to-\infty} |x|\sqrt{4-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}+3x-5\\ &= \lim_{x\to-\infty} -x\sqrt{4-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}+3x-5\\ &= \lim_{x\to-\infty} x\left[-\sqrt{4-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}+3-\frac{5}{x}\right]=-\infty\end{aligned}$$

6) $\lim_{x \to +\infty} \sqrt{4x^2+x+2}-2x$

ح ع ت من الشكل $\infty - \infty+$ ومنه

$$\begin{aligned}
\lim_{x \to +\infty} \sqrt{4x^2+x+2}-2x &= \lim_{x \to +\infty} \frac{\left(\sqrt{4x^2+x+2}-2x\right)\left(\sqrt{4x^2+x+2}+2x\right)}{\sqrt{4x^2+x+2}+2x} \\
&= \lim_{x \to +\infty} \frac{4x^2+x+2-(2x)^2}{\sqrt{4x^2+x+2}+2x} \\
&= \lim_{x \to +\infty} \frac{x+2}{\sqrt{4x^2+x+2}+2x} \\
&= \lim_{x \to +\infty} \frac{x\left(1+\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}+2x} \\
&= \lim_{x \to +\infty} \frac{\cancel{x}\left(1+\frac{2}{x}\right)}{\cancel{x}\left(\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}+2\right)} = \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

7) $\lim_{x \to -\infty} \sqrt{4x^2+x+2}-2x^2$

ح ع ت من الشكل $\infty - \infty+$ ومنه

$$\begin{aligned}
\lim_{x \to -\infty} \sqrt{4x^2+x+2}-2x^2 &= \lim_{x \to -\infty} \sqrt{4x^2+x+2}-2x^2 \\
&= \lim_{x \to -\infty} |x|\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-2x^2 \\
&= \lim_{x \to -\infty} -x\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-2x^2 \\
&= \lim_{x \to -\infty} x\left[-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}}-2x\right] = -\infty
\end{aligned}$$

8) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{25x^2-3x-2}-\sqrt{9x^2+x+4}$

ح ع ت من الشكل $\infty - \infty+$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to-\infty} \sqrt{25x^2-3x-2}-\sqrt{9x^2+x+4} &= \lim_{x\to-\infty} |x|\sqrt{25-\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}-|x|\sqrt{9+\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}} \\ &= \lim_{x\to-\infty} x\left[-\sqrt{25-\frac{3}{x}-\frac{2}{x^2}}+\sqrt{9+\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}}\right] = +\infty\end{aligned}$$

9) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+2}-\sqrt{x}$

ح ع ت من الشكل $\infty - \infty+$ ومنه

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+2}-\sqrt{x} &= \lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}} \\ &= \lim_{x\to+\infty} \frac{x+2-x}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}} \\ &= \lim_{x\to+\infty} \frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}} = 0\end{aligned}$$

10) $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x^2-x-2}{x^2-3x+2}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ نقوم بتحليل كلا من البسط والمقام نجد

$$\begin{array}{r|l} x^2-3x+2 & x-2 \\ \hline -x^2+2x & x-1 \\ \hline -x+2 & \\ x-2 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} x^2\;\;-x-2 & x-2 \\ \hline -x^2+2x & x+1 \\ \hline x-2 & \\ -x+2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

أي: $x^2-3x+2=(x-2)(x-1)$ أي: $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$

ومنه

$$\lim_{x\to2} \frac{x^2-x-2}{x^2-3x+2} = \lim_{x\to2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{\cancel{(x-2)}(x-1)} = 3$$

11) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$

ح ع ت من الشكل $\dfrac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}
\lim_{x \overset{<}{\to} -2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4}} &= \lim_{x\to -2} \frac{(x+2)\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x^2-4}\times\sqrt{x^2-4}} \\
&= \lim_{x\to -2} \frac{(x+2)\sqrt{x^2-4}}{x^2-4} \\
&= \lim_{x\to -2} \frac{\cancel{(x+2)}\sqrt{x^2-4}}{(x-2)\cancel{(x+2)}} \\
&= \frac{0}{-4} = 0
\end{aligned}$$

12) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$

ح ع ت من الشكل $\dfrac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1} &= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)}{(\sqrt{x-1}-1)(\sqrt{x-1}+1)} \\
&= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)}{\sqrt{x-1}^2-(1)^2} \\
&= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(\sqrt{x-1}+1)}{\cancel{(x-2)}} \\
&= 2
\end{aligned}$$

13) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1}}{x-1}$

ح ع ت من الشكل $\dfrac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1}}{x-1} &= \lim_{x\to 1} \frac{(\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1})(\sqrt{x+2}+\sqrt{2x+1})}{(x-1)(\sqrt{x+2}+\sqrt{2x+1})} \\
&= \lim_{x\to 1} \frac{x+2-2x-1}{(x-1)(\sqrt{x+2}+\sqrt{2x+1})} \\
&= \lim_{x\to 1} \frac{\cancel{(-x+1)}}{-\cancel{(-x+1)}(\sqrt{x+2}+\sqrt{2x+1})} \\
&= \lim_{x\to 1} \frac{1}{-(\sqrt{x+2}+\sqrt{2x+1})} \\
&= -\frac{1}{2\sqrt{3}}
\end{aligned}$$

14) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} \dfrac{\sqrt{x-1}}{x-1}$

ح ع ت من الشكل $\dfrac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}
\lim_{x \overset{>}{\to} 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} &= \lim_{x \overset{>}{\to} 1} \frac{\sqrt{x-1}\times\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}(x-1)} \\
&= \lim_{x \overset{>}{\to} 1} \frac{\cancel{(x-1)}}{\sqrt{x-1}\cancel{(x-1)}} \\
&= \lim_{x \overset{>}{\to} 1} \frac{1}{\sqrt{x-1}} = +\infty
\end{aligned}$$

لأن: $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{x-1} = 0^+$

15) $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}
\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x} &= \lim_{x \to 0} \frac{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}{(x^2-x)(\sqrt{x+1}+1)} \\
&= \lim_{x \to 0} \frac{(x+1-1)}{x(x-1)(\sqrt{x+1}+1)} \\
&= \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{(x)}}{\cancel{(x)}(x-1)(\sqrt{x+1}+1)} \\
&= -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

16) $\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned}
\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} &= \lim_{x \to 3} \frac{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} \\
&= \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+1}^2-(2)^2}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} \\
&= \lim_{x \to 3} \frac{\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(\sqrt{x+1}+2)} \\
&= \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

17) $\lim_{x \to 2} \frac{x^3-8}{x-2}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$

طريقة 01: نقوم بتحليل البسط نجد

$$\begin{array}{rr|l} x^3 & -8 & x-2 \\ \cline{3-3} -x^3+2x^2 & & x^2+2x+4 \\ \cline{1-1} 2x^2 & & \\ -2x^2+4x & & \\ \cline{1-2} & 4x-8 & \\ & -4x+8 & \\ \cline{2-2} & 0 & \end{array}$$

أي: $x^3-2=(x-2)(x^2+2x+4)$
ومنه

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2} \;=\; \lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{\cancel{(x-2)}}=12$$

طريقة 02: نستعمل العدد المشتق: بوضع $f(x)=x^3-8$ نجد $f(2)=0$ الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي $f'(x)=3x^2$ أي: $f'(2)=3(2)^2=12$ ومنه

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2} \;=\; \lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=12$$

18) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(5x)}{7x}$

نستعمل العدد المشتق: بوضع $f(x)=\sin(5x)$ نجد $f(0)=0$ الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي $f'(x)=5\cos(5x)$ أي: $f'(0)=5\cos(0)=5$
ومنه

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(5x)}{7x}=\frac{1}{7}\lim_{x\to 0}\frac{\sin(5x)}{x}=\frac{1}{7}\times\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\frac{1}{7}\times f'(0)=\frac{5}{7}$$

التمرين 02

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x-2}$.

① كتابة $|x-2|$ دون رمز القيمة المطلقة.

$$|x-2|=\begin{cases} -(x-2) & , \quad x-2\le 0 \\ x-2 & , \quad x-2\ge 0 \end{cases} \quad \text{أي} \quad |x-2|=\begin{cases} -(x-2) & , \quad x\in]-\infty;2] \\ x-2 & , \quad x\in[2;+\infty[\end{cases}$$

وبالتالي

$$f(x)=\begin{cases}-\dfrac{(x-2)}{x-2} & , \quad x\in]-\infty;2[\\ \dfrac{x-2}{x-2} & , \quad x\in]2;+\infty[\end{cases}$$

حساب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفها.

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-(x-2)}{(x-2)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x}{x}=-1$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x-2)}{(x-2)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x}=1$

3) $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} f(x)=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\dfrac{-\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}}=-1$

4) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} f(x)=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\dfrac{-\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}}=1$

التمرين 03

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ $f(x)=\dfrac{|x^2-3x+2|}{x-1}$.

① كتابة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة اولا ندرس إشارة x^2-3x+2 نحل المعادلة $x^2-3x+2=0$ لدينا $\Delta=(-3)^2-4(1)(2)=1>0$ وبالتالي المعادلة تقبل حلان حقيقيان هما $x_1=1$ و $x_2=2$ واشارة x^2-3x+2 مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
x^2-3x+2		$+$	0	$-$	0	$+$	

وبالتالي:

$$|x^2-3x+2|=\begin{cases}-(x^2-3x+2) & , \quad x^2-3x+2\leq 0\\ x^2-3x+2 & , \quad x^2-3x+2\geq 0\end{cases}$$

أي

$$|x^2-3x+2|=\begin{cases}-(x^2-3x+2) & , \quad x\in[1;2]\\ x^2-3x+2 & , \quad x\in]-\infty;1]\cup[2;+\infty[\end{cases}$$

وبالتالي:

$$f(x)=\frac{|x^2-3x+2|}{x-1}=\begin{cases}\dfrac{-(x^2-3x+2)}{x-1} & , \quad x\in]1;2]\\ \dfrac{x^2-3x+2}{x-1} & , \quad x\in]-\infty;1[\cup[2;+\infty[\end{cases}$$

حساب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفها.

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

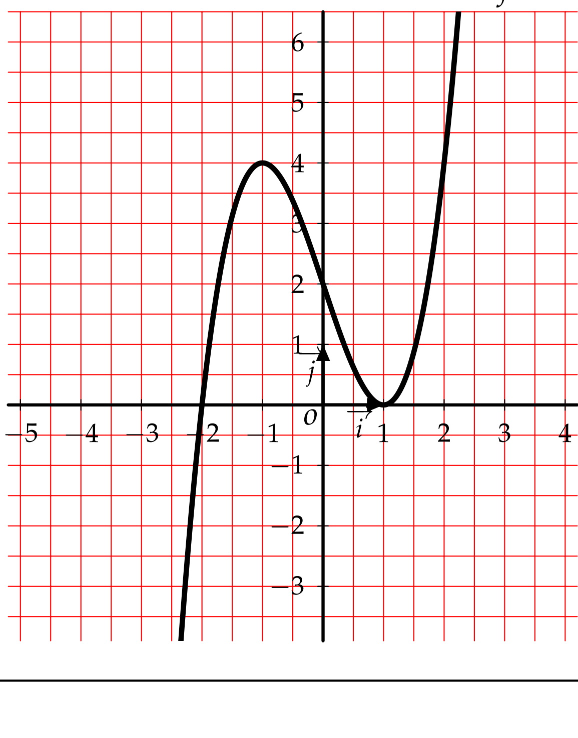
3) $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = \lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} \dfrac{\cancel{(x-1)}(x-2)}{\cancel{(x-1)}} = -1$

4) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} \dfrac{-(x^2 - 3x + 2)}{x - 1} = \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} \dfrac{-\cancel{(x-1)}(x-2)}{\cancel{(x-1)}} = 1$

❀ الواجب المنزلي رقم 04 حول تعيين النهايات بيانيا و من جدول التغيرات + المستقيمات المقاربة.

التمرين 01

الشكل اسفله يمثل (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة بيانيا

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

التمرين 02

f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0.5	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

① عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

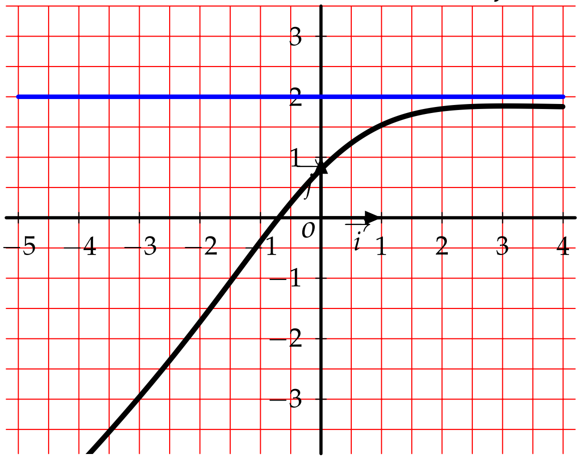
$$D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة بيانيا:

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

التمرين 03

الشكل اسفله يمثل (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب الافقي لـ (C_f)

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة بيانيا

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$

وبالتالي $y = 2$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$

التمرين 04

f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	2

① عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

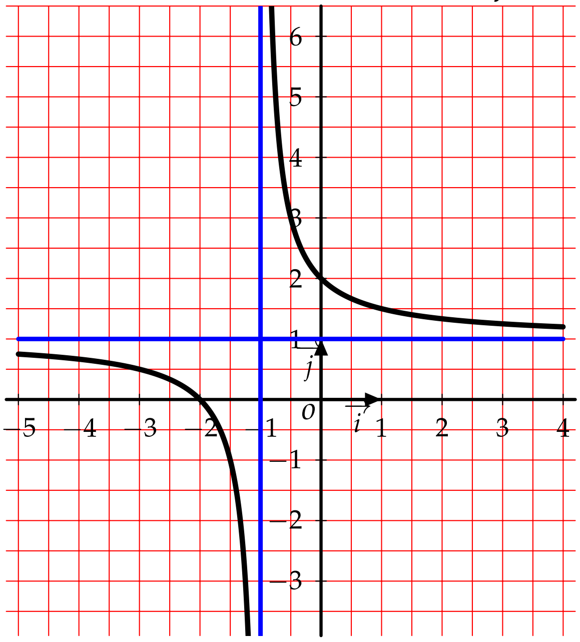
$$D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة بيانيا

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$
- $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ <}} f(x) = +\infty$

التمرين 05

الشكل اسفله يمثل (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $-\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$
- $\lim_{x \overset{<}{\to} -1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim_{x \overset{>}{\to} -1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

التمرين 06

f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗		3	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2	↗	$+\infty$

① عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

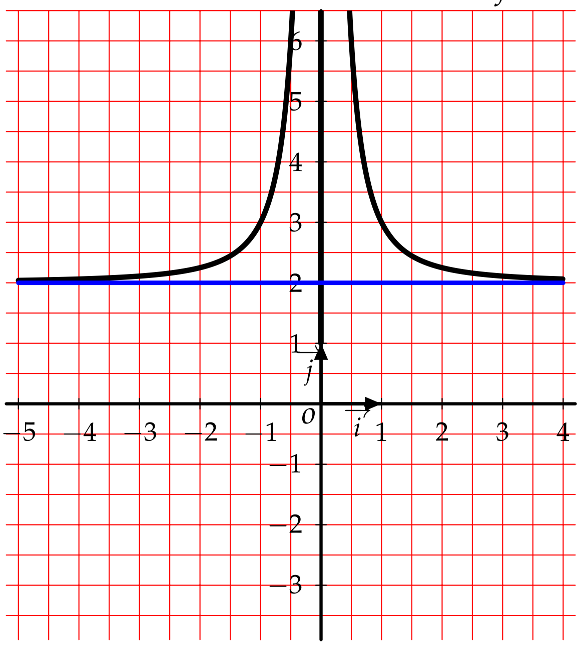
$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$

التمرين 07

الشكل اسفله يمثل (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f و استنتج معالات المستقيمات المقاربة لـ (C_f)

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\} =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$ وبالتالي $y = 2$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $-\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$ وبالتالي $y = 2$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$
- $\lim_{x \overset{<}{\to} 0} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 0$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim_{x \overset{>}{\to} 0} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 0$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

التمرين 08

f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
$f(x)$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty \parallel +\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-2

① عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

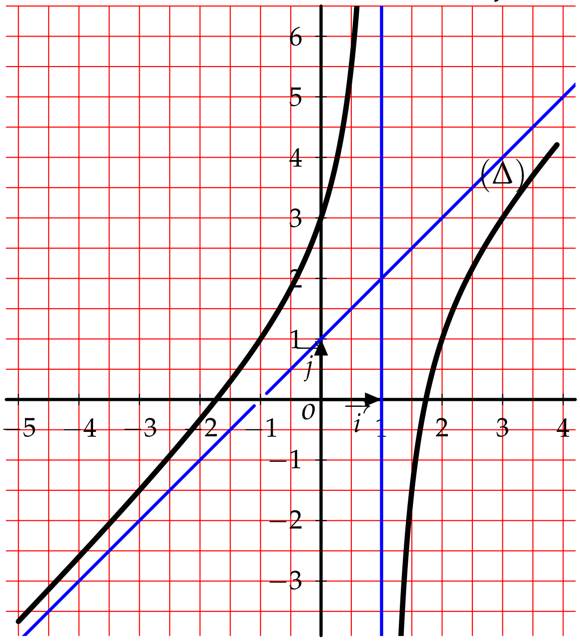
$$D_f = \mathbb{R} - \{2\} =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 4$
- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -2$
- $\lim_{x \overset{<}{\to} 2} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \overset{>}{\to} 2} f(x) = +\infty$

التمرين 09

الشكل اسفله يمثل (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا ان امكن

③ مثل جدول تغيرات الدالة f.

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

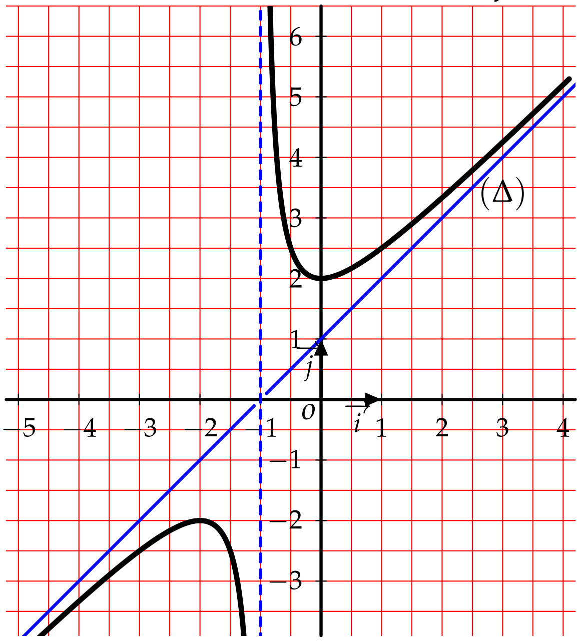
- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

③ جدول تغيرات الدالة f.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty \longrightarrow +\infty$	‖	$-\infty \searrow +\infty$

التمرين 10

الشكل اسفله يمثل المنحنى البياني الممثل (C_f) للدالة f



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا ان امكن

③ مثل جدول تغيرات الدالة f.

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

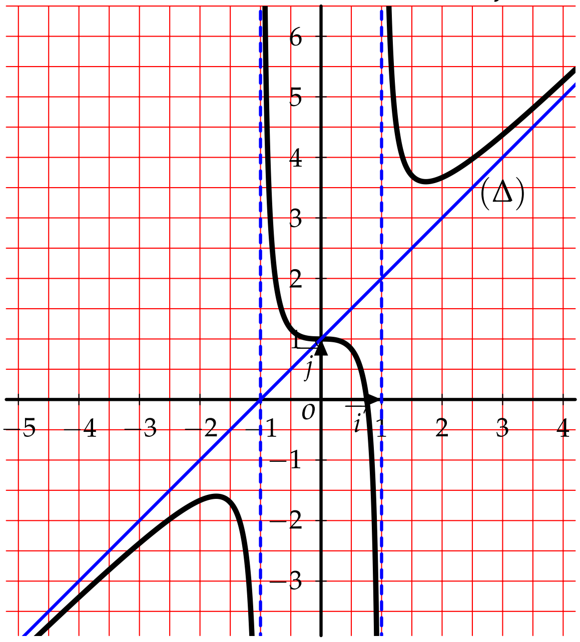
- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \overset{<}{\to} -1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

③ جدول تغيرات الدالة

x	$-\infty$		2		-1		0		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

التمرين 11

الشكل اسفله يمثل (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f.



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا ان امكن

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

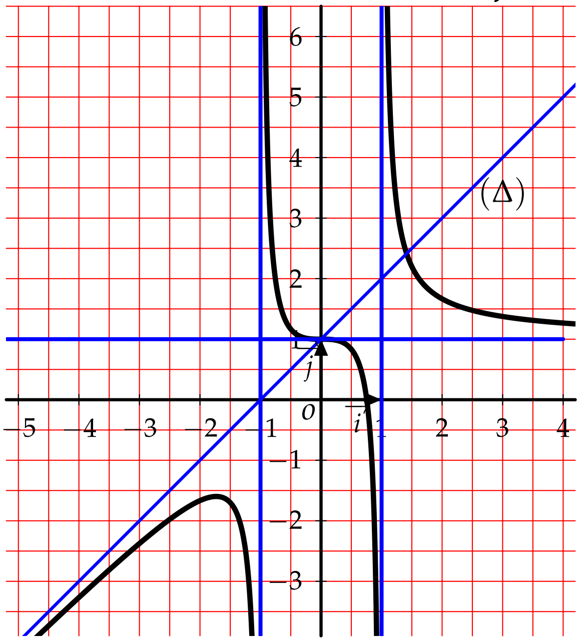
$$D_f = \mathbb{R} - \{-1;1\} =]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f)
- $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f)

التمرين 12

الشكل اسفله يمثل (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f.



نفس أسئلة التمرين 11.

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

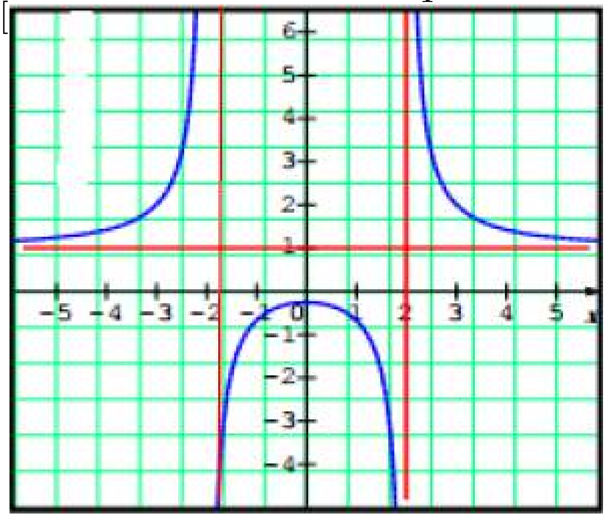
$D_f = \mathbb{R} - \{-1;1\} =]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$.

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$.
- $\lim_{x \overset{<}{\to} -1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim_{x \overset{>}{\to} -1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f)
- $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f)

التمرين 13

الشكل اسفله يمثل (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f حيث $f(0) = -\frac{1}{4}$.



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا

③ مثل جدول تغيرات الدالة f.

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$D_f = \mathbb{R} - \{-2;2\} =]-\infty;-2[\cup]-2;2[\cup]2;+\infty[$.

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $-\infty$.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$.
- $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-2} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = 2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f)
- $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f)

③ جدول تغيرات الدالة f.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$	1 ↗	$+\infty$ ∥ $-\infty$ ↗	$-\frac{1}{4}$	↘ $-\infty$ ∥ $+\infty$	↘ 1