تمرين (في محور المتتاليات العددية):

متتالية حسابية معرفة بـ: (u_n)

$$u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n = 3n^2 - 5n$$

- **أوجد عبارة الحد العام للمتتالية (u_n)**

الحل:

لدينا عبارة الحد العام لمتتالية حسابية تكتب من الشكل:

$$u_n = u_p + r(n-p)$$
$$u_n = u_1 + r(n-1)$$
$$u_n = u_1 + rn - r$$

ومجموع متتالية حسابية يكتب من الشكل:

$$u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n = \frac{n-1+1}{2}(u_1 + u_n)$$
$$= \frac{n}{2}\left(u_1 + \underbrace{u_1 + rn - r}_{u_n}\right)$$
$$= \frac{n}{2}(2u_1 + rn - r)$$
$$= u_1 n + \frac{r}{2}n^2 - \frac{r}{2}n$$
$$= \left(u_1 - \frac{r}{2}\right)n + \frac{r}{2}n^2$$

ولدينا من المعطيات:

$$u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n = 3n^2 - 5n$$

ومنه:

$$\left(u_1 - \frac{r}{2}\right)n + \frac{r}{2}n^2 = 3n^2 - 5n$$

بالمطابقة نجد:

$$\begin{cases} \frac{r}{2} = 3 \\ u_1 - \frac{r}{2} = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 6 \\ u_1 - \frac{6}{2} = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 6 \\ u_1 = -5 + \frac{6}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 6 \\ u_1 = -2 \end{cases}$$

اذن:

$$u_n = u_1 + rn - r \Rightarrow u_n = -2 + 6n - 6$$
$$\Rightarrow \boxed{u_n = -8 + 6n}$$

◄ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ►