مستوى : ثالثة ثانوي
دارالشيوخ / ولاية الجلفة
إنجاز الأستاذ : جيوخ العربي

تمرين جميل في الدوال العددية مع حله المفصل، موجه لأحبتنا في الله أينما كانوا.

السنة الدراسية : 2020-2021

نص التمرين :(13 نقطة)

⊡ نعتبر الدالتين φ و ψ المعرّفتان على مجموعة الأعداد الحقيقيّة $\mathbb{R}$ على النحو التالي :

$$\varphi(x) = x^4 - 4x + 6 \quad \text{و} \quad \psi(x) = -x^6 + 6x^2 - 2$$

1.أ- أدرس تغيّرات الدالتين φ و ψ **(النهايات ، إتّجاه التغيّر ، جدول التغيّرات)**.

ب- بيّن أنّ الدالة ψ زوجية.

ج- أثبت أنّ المعادلة $\psi(x) = 0$ تقبل أربع حلول α_1 ، α_2 ، α_3 و α_4 على مجموعة الأعداد الحقيقيّة $\mathbb{R}$، حيث :

$$1.55 > \alpha_1 > 1.5 \quad ، \quad 0.6 > \alpha_2 > 0.55 \quad \text{و} \quad \alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_4$$

د- استنتج حصراً للحلين المتبقيين α_3 و α_4. ⇜ **إرشاد بسيط : يمكن استخدام نتيجة السؤال 1.ب-** .

2. من أجل كل عدد حقيقي x. استنتج إشارة كل من العبارتين $\varphi(x)$ و $\psi(x)$.

⊡ لنعرّف الدالة f على مجموعة الأعداد الحقيقيّة باستثناء 1 بالصيغة التالية : $f(x) = |x-2| + \frac{x-2}{x^3-1}$.

ونسمّي $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ **(وحدة الطول :** $1cm$).

1.أ- باختصار، برّر لماذا مجموعة تعريف الدالة f تُعطى بالعلاقة $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \{1\}$.

ب- أكتب عبارة $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

ج- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها $\mathcal{D}_f$.

2.أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$، وفسّر النتيجة المتحصّل عليها هندسياً.

ب- برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathcal{D}_f - \{2\}$، لدينا مشتقة الدالة f تُعطى بالعلاقة الموالية :

$$\begin{cases} f'(x) = \left(\dfrac{x}{x^3-1}\right)^2 \varphi(x) \quad , \quad si : x \in]2, +\infty[\\ f'(x) = \dfrac{\psi(x)}{(x^3-1)^2} \quad , \quad si : x \in]-\infty, 1[\cup]1, 2[\end{cases}$$

ج- استنتج إتّجاه تغيّر الدالة f على $\mathcal{D}_f$ وقدّم جدول تغيّراتها.

3. نضع : $(\Delta_1) : y = x - 2$ و $(\Delta_2) : y = 2 - x$.

أ- بيّن أنّ المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) مقاربين مائلين للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب.

ب- أدرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) على المجالين $]2,+\infty[$ و $]-\infty,1[$ بهذا الترتيب.

4. بيّن أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقطع حامل محور الفواصل مرّة واحدة فقط على المجال $]1.25, 1.3[$.

5. أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x_1 = \alpha_2$.

6. أنشئ كل من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (T) و $(\mathcal{C}_f)$.

7. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = |1962m - 2021|$.

ـــ لا تنظر إلى الماضي فتحزن ولا تخاف من المستقبل فتفشل. بل أترك همومك وافرح وتوكل على ربّك لتفلح. ـــ

بالتوفيق في شهادة البكالوريا 2021

حل مقترح

1.أ- دراسة تغيّرات الدالتين φ و ψ: (02 ن)

• بالنسبة للدالة φ :

. النهايات :

- $\lim\limits_{x\to-\infty} \varphi(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (x^4 - 4x + 6) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^4 = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \varphi(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (x^4 - 4x + 6) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^4 = +\infty$

. **المشتقة :** φ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$، ولدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $\varphi'(x) = 4x^3 - 4 = 4(x-1)(x^2+x+1)$.

ومنه إشارة $\varphi'(x)$ من إشارة $(x-1)$ لأنّ : $x^2+x+1 > 0$، وهذا من أجل كل عدد حقيقي x. وإشارتُها مدوّنة كما يلي :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$\varphi'(x)$		$-$	0	$+$	

إذن، يمكن الحكم على أنّ الدالة φ متزايدة تماماً على المجال $]1, +\infty[$، ومتناقصة على المجال $]-\infty, 1]$.

. **جدول تغيّرات الدالة φ :**

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$\varphi'(x)$		$-$	0	$+$	
$\varphi(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

• بالنسبة للدالة ψ :

. النهايات :

- $\lim\limits_{x\to-\infty} \psi(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (-x^6 + 6x^2 - 2) = \lim\limits_{x\to-\infty} (-x^6) = -\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \psi(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (-x^6 + 6x^2 - 2) = \lim\limits_{x\to+\infty} (-x^6) = -\infty$

. **المشتقة :** ψ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$، ولدينا من أجل كل عدد حقيقي x :

$$\psi'(x) = -6x^5 + 12x = -6x(x^4 - 2) = -6x\left(x^2 + \sqrt{2}\right)\left(x^2 - \sqrt{2}\right)$$

ومنه إشارة $\psi'(x)$ من إشارة $-6x\left(x^2-\sqrt{2}\right)$ من كون : $x^2+\sqrt{2}>0$، وهذا من أجل كل عدد حقيقي x.

وإشارتُها مدوّنة كما يلي :

x	$-\infty$		$-\sqrt[4]{2}$		0		$\sqrt[4]{2}$		$+\infty$
$-6x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x^2-\sqrt{2}$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$\psi'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

ومنه، ينتج لنا أنّ الدالة ψ متزايدة تماماً على المجموعة $]-\infty,-\sqrt[4]{2}]\cup]0,\sqrt[4]{2}]$، ومتناقصة على المجموعة $[-\sqrt[4]{2},0]\cup[\sqrt[4]{2},+\infty[$.

. جدول تغيّرات الدالة ψ :

x	$-\infty$		$-\sqrt[4]{2}$		0		$\sqrt[4]{2}$		$+\infty$
$\psi'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$\psi(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$2\left(2\sqrt{2}-1\right)$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$2\left(2\sqrt{2}-1\right)$	$\searrow$	$-\infty$

■ **ب- تبيّن أنّ الدالة ψ زوجية :** **(0.5 ن)**

بما أنّ $\mathcal{D}_\psi=\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة للصفر.

ومن أجل كل عدد حقيقي x من $\mathcal{D}_\psi$، لدينا : $\psi(-x)=-(-x)^6+6(-x)^2-2=-x^6+6x^2-2=\psi(x)$.

ومنه ψ دالة زوجية.

■ **ج- تبيّن أنّ المعادلة $\psi(x)=0$ تقبل أربع حلول على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$:** **(01 ن)**

ψ دالة مستمرة ورتيبة تماماً (متناقصة تماماً) على المجال $]\sqrt[4]{2},+\infty[$ وبالخصوص على المجال $]1.5,1.55[$ ولدينا :

$\psi(1.5)=0.109375$ و $\psi(1.55)\simeq-1.45$ إذن ينتج من هذا الأخير $\psi(1.5).\psi(1.55)<0$.

عملاً بمقتضى مبرهنة القيم المتوسطة، فإنّ المعادلة $\psi(x)=0$ تقبل حلاًّ وحيداً α_1 حيث : $\alpha_1\in]1.5,1.55[$.

☜ **بنفس الطريقة يمكن أن نبرهن أنّ المعادلة $\psi(x)=0$ تقبل حلاًّ وحيداً α_2 حيث :** $\alpha_2\in]0.55,0.6[$.

■ **د- استنتاج حصراً للحلين المتبقيين α_3 و α_4 :** **(01 ن)**

بما أنّ ψ دالة زوجية و نلاحظ أيضا جدول تغيّرات الدالة ψ. فإنّنا نلزم أنّ : $-0.6<\alpha_3<-0.55$ و $-1.55<\alpha_4<-1.5$

لأنّ : $\alpha_4<\alpha_3<\alpha_2<\alpha_1$.

■ 2. استنتاج إشارة العبارتين $\varphi(x)$ و $\psi(x)$ على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$: ↩ (0.5 ن)

• إشارة $\varphi(x)$: من جدول تغيّرات الدالة φ يمكن أن نستنتج ما يلي :

x	$-\infty$		$+\infty$
$\varphi(x)$		$+$	

• إشارة $\psi(x)$: من جدول تغيّرات الدالة ψ يمكن أن نستنتج ما يلي :

x	$-\infty$		α_4		α_3		α_2		α_1		$+\infty$
$\psi(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

■ أ- تبرير لماذا مجموعة تعريف الدالة f تُعطى بالعلاقة $\mathcal{D}_f=\mathbb{R}-\{1\}$: ↩ (0.5 ن)

لكي تكون الدالة f معرّفة يجب ألاّ ينعدم المقام، بعبارة أخرى يتحقّق الشرط التالي $x^3-1\neq 0$ هذا من أجل كل عدد حقيقي x.
ولّما كان : $x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$، إذن : $x-1\neq 0$ من كون : $x^2+x+1\neq 0$ وهذا من أجل كل عدد حقيقي x. ومنه نجد : $\mathcal{D}_f=\mathbb{R}-\{1\}$.

■ ب- كتابة عبارة $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة: ↩ (0.5 ن)

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$	
$\lvert x-2\rvert$		$2-x$	0	$x-2$	

ومنه :

$$\begin{cases} f(x)=x-2+\dfrac{x-2}{x^3-1} & ,\ si: x\in[2,+\infty[\\ f(x)=2-x+\dfrac{x-2}{x^3-1} & ,\ si: x\in]-\infty,1[\cup]1,2] \end{cases}.$$

■ ج- حساب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها $\mathcal{D}_f$: ↩ (01 ن)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left[2-x+\frac{x-2}{x^3-1}\right]=\lim_{x\to-\infty}(2-x)+\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x-2}{x^3-1}\right)=\lim_{x\to-\infty}(2-x)+\underbrace{\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2}}_{=0}=+\infty$$

$$\lim_{x\overset{>}{\to}1} f(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}1}\left[x-2+\frac{x-2}{x^3-1}\right]=-\infty \quad , \quad \lim_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=\lim_{x\overset{<}{\to}1}\left[2-x+\frac{x-2}{x^3-1}\right]=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[x-2+\frac{x-2}{x^3-1}\right]=\lim_{x\to+\infty}(x-2)+\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x-2}{x^3-1}\right)=\lim_{x\to+\infty}(x-2)+\underbrace{\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}}_{=0}=+\infty$$

■ 2.أ- دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=2$: ↩ (0.5 ن)

• دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=2$ من اليمين :

$$\bullet\ \lim_{x\overset{>}{\to}2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\overset{>}{\to}2}\frac{x-2+\dfrac{x-2}{x^3-1}}{x-2}=\lim_{x\overset{>}{\to}2}\left(1+\frac{1}{x^3-1}\right)=\frac{8}{7}=f'_d(x_0)$$

ومنه الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=2$ من اليمين، لأنّ $f'_d(x_0)\in\mathbb{R}$.

• دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$ من اليسار:

$$\bullet \lim_{x \overset{<}{\to} 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \overset{<}{\to} 2} \frac{2 - x + \frac{x - 2}{x^3 - 1}}{x - 2} = \lim_{x \overset{<}{\to} 2} \left(-1 + \frac{1}{x^3 - 1}\right) = -\frac{6}{7} = f'_g(x_0)$$

ومنه الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$ من اليسار، لأنّ $f'_g(x_0) \in \mathbb{R}$.

وأخيرا ... نستنتج أنّ الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$ من كون : $f'_d(x_0) \neq f'_g(x_0)$.

• التفسيــر الهندسي :↩ **(0.25 ن)**

النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$ هي نقطة زاويّة للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$. معادلتا **نصفي المماسيْن** عند النقطة الزاويّة هما :

$$\begin{cases} y = f'_d(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \\ x \geq x_0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} y = f'_g(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \\ x \leq x_0 \end{cases}.$$

■ ب- برهان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathcal{D}_f - \{2\}$، لدينا :

$$\begin{cases} f'(x) = \left(\dfrac{x}{x^3 - 1}\right)^2 \varphi(x) \quad , \quad si : x \in]2, +\infty[\\ f'(x) = \dfrac{\psi(x)}{(x^3 - 1)^2} \quad , \quad si : x \in]-\infty, 1[\cup]1, 2[\end{cases} :$$

---

f دالة قابلة للاشتقاق على المجموعة $\mathcal{D}_f - \{2\}$، ولدينا من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathcal{D}_f - \{2\}$:↩ **(0.5 ن)**

$$\begin{cases} f'(x) = 1 + \dfrac{x^3 - 1 - 3x^2(x - 2)}{(x^3 - 1)^2}, si : x \in]2, +\infty[\\ f'(x) = -1 + \dfrac{x^3 - 1 - 3x^2(x - 2)}{(x^3 - 1)^2}, si : x \in]-\infty, 1[\cup]1, 2[\end{cases}$$

وبعد التبسيط وتوحيد المقامات نحصّل على العلاقة المرجوة :

$$\begin{cases} f'(x) = \left(\dfrac{x}{x^3 - 1}\right)^2 \varphi(x) \quad , \quad si : x \in]2, +\infty[\\ f'(x) = \dfrac{\psi(x)}{(x^3 - 1)^2} \quad , \quad si : x \in]-\infty, 1[\cup]1, 2[\end{cases}$$

■ ج- استنتاج إتّجاه تغيّر الدالة f على $\mathcal{D}_f$:↩ **(0.5 ن)**

نستنتج أنّ الدالة f متزايدة تماماً على المجموعة $]\alpha_4, \alpha_3[\cup]\alpha_2, 1[\cup]1, \alpha_1[\cup]2, +\infty[$، ومتناقصة على $]-\infty, \alpha_4] \cup [\alpha_3, \alpha_2] \cup [\alpha_1, 2]$.

• جدول تغيّرات الدالة f على $\mathcal{D}_f$:

x	$-\infty$		α_4		α_3		α_2		1		α_1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↘	$f(\alpha_4)$	↗	$f(\alpha_3)$	↘	$f(\alpha_2)$	↗	$+\infty$ ‖		$f(\alpha_1)$	↘	$f(\alpha_1)$	↗	$+\infty$

■ 3.أ- تبيّن أنّ المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) مقاربين مائلين للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب : **(0.5 ن)**

• بالنسبة للمستقيم (Δ_1) : لدينا :

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}\left[x-2+\frac{x-2}{x^3-1}-(x-2)\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{x-2}{x^3-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}=0$$

ومنه : المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً معادلتُه مدوّنة كما يلي : $(\Delta_1): y=x-2$ بجوار $+\infty$.

• بالنسبة للمستقيم (Δ_2) : لدينا :

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to-\infty}\left[2-x+\frac{x-2}{x^3-1}-(2-x)\right]=\lim_{x\to-\infty}\frac{x-2}{x^3-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2}=0$$

ومنه : المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً معادلتُه مدوّنة كما يلي : $(\Delta_2): y=2-x$ بجوار $-\infty$.

■ ب- الوضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2): **(0.5 ن)**

• بالنسبة للمستقيم (Δ_1) : يكفي دراسة إشارة الفرق $f(x)-y=\frac{x-2}{x^3-1}=\frac{x-2}{(x-1)(x^2+x+1)}$.

ومنه إشارة الفرق من إشارة الكسر $\frac{x-2}{x-1}$، لأنّ : $\forall x\in\mathbb{R}: x^2+x+1>0$.

↩ إذا كان $x\in]2,+\infty[$، فإنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقع فوق المستقيم (Δ_1).

↩ إذا كان $x=2$ فإنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقطع المستقيم (Δ_1) في النقطة $\omega_0(2,0)$.

• بالنسبة للمستقيم (Δ_2) : يكفي دراسة إشارة الفرق $f(x)-y=\frac{x-2}{x^3-1}=\frac{x-2}{(x-1)(x^2+x+1)}$.

ومنه إشارة الفرق من إشارة الكسر $\frac{x-2}{x-1}$، لأنّ : $\forall x\in\mathbb{R}: x^2+x+1>0$.

↩ إذا كان $x\in]-\infty,1[$، فإنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقع فوق المستقيم (Δ_2).

■ 4. تبيّن أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقطع حامل محور الفواصل مرّة واحدة فقط على المجال $]1.25,1.3[$ **(0.25 ن)**

نستعمل مبرهنة القيم المتوسطة على الدالة f. بما أنّ f دالة مستمرة ورتيبة تماماً (متزايدة تماماً) على المجال $]1.25,1.3[$.

إذن : $f(1.25).f(1.3)<0$. حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقطع حامل محور الفواصل مرّة واحدة فقط على المجال $]1.25,1.3[$.

■ 5. كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة α_2: **(0.5 ن)**

نعلم أنّ معادلة المماس تُكتب من الشكل : $(T): y=f'(x_1)(x-x_1)+f(x_1)$.

ومنه : $(T): y=\frac{\psi(\alpha_2)}{(\alpha_2^3-1)^2}(x-\alpha_2)+f(\alpha_2)$ ولمّا كان $\psi(\alpha_2)=0$، نستنتج أنّ : $(T): y=f(\alpha_2)=2-\alpha_2+\frac{\alpha_2-2}{\alpha_2^3-1}$.

■ 7. المناقشة بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=|1962m-2021|$: **(1.25 ن)**

نضع :

$$f(x)=|1962m-2021| \qquad (1)$$

الحلول البيانية للمعادلة (1) هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y = |1962m - 2021|$.

نعلم أنّ : $|1962m - 2021| \geq 0$.

☒ إذا كان : $|1962m - 2021| = 0$ أي : $m = \frac{2021}{1962}$ للمعادلة (1) حلان أحدهما 2 والآخر α مع : $\alpha \in]1.25, 1.3[$.

☒ إذا كان : $0 < |1962m - 2021| < f(\alpha_1)$ أي : $m \in \left]\frac{2021 - f(\alpha_1)}{1962}, \frac{2021}{1962}\right[\cup \left]\frac{2021}{1962}, \frac{2021 + f(\alpha_1)}{1962}\right[$
للمعادلة (1) 3 حلول موجبة تماماً.

☒ إذا كان : $|1962m - 2021| = f(\alpha_1)$، أي : $m = \frac{2021 + f(\alpha_1)}{1962}$ أو $m = \frac{2021 - f(\alpha_1)}{1962}$ للمعادلة (1) حلان أحدهما موجبان أحدهما مضاعف.

☒ إذا كان : $f(\alpha_2) < |1962m - 2021| < f(\alpha_1)$، أي :
$m \in \left]\frac{2021 - f(\alpha_2)}{1962}, \frac{2021 - f(\alpha_1)}{1962}\right[\cup \left]\frac{2021 + f(\alpha_1)}{1962}, \frac{2021 + f(\alpha_2)}{1962}\right[$ للمعادلة (1) حل موجب تماماً.

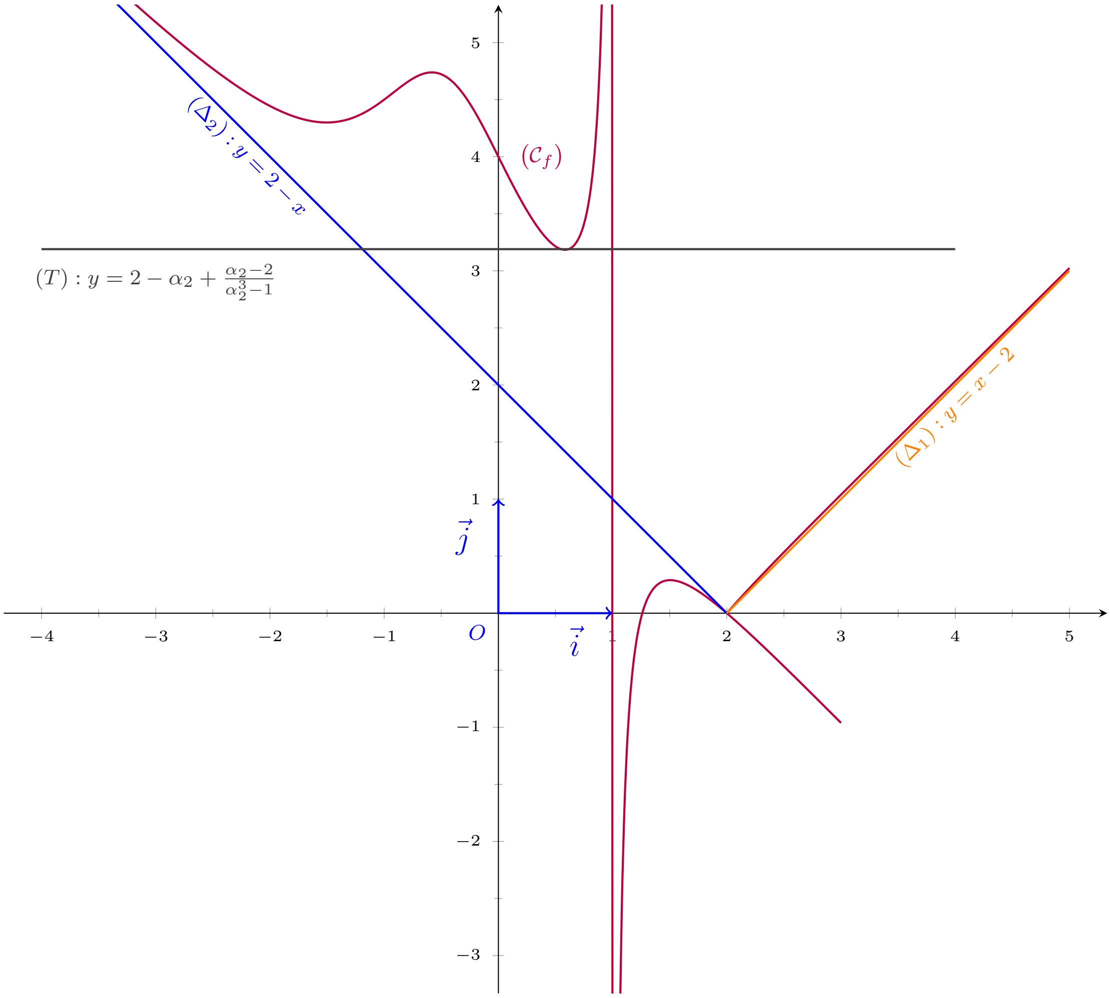
☒ إذا كان : $|1962m - 2021| = f(\alpha_2)$ أي : $m = \frac{2021 + f(\alpha_2)}{1962}$ أو $m = \frac{2021 - f(\alpha_2)}{1962}$ للمعادلة (1) حلان موجبان تماماً أحدهما مضاعف.

☒ إذا كان : $f(\alpha_2) < |1962m - 2021| < 4$، أي : $m \in \left]\frac{2017}{1962}, \frac{2021 - f(\alpha_2)}{1962}\right[\cup \left]\frac{2021 + f(\alpha_2)}{1962}, \frac{2025}{1962}\right[$
للمعادلة (1) 3 حلول موجبة تماماً.

☒ إذا كان : $|1962m - 2021| = 4$، أي : $m = \frac{2025}{1962}$ أو $m = \frac{2017}{1962}$ للمعادلة (1) 3 حلول موجبة (أحد حلول معدوم).

نكتفي بهذا القدر ... عزيزي المجتهد يمكنك إكمال هذه المناقشة بنفس الفكرة المطروحة سابقاً.

6. إنشاء كل من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (T) و $(\mathcal{C}_f)$: ↫ **(1.25 ن)**



ـــ لو علم الناس كيف تعمل منظومة الدعاء والاستجابة ... لما توقفوا عن الدعاء أبداً. ـــ

ـــ اللّهم إنك عفو رحيم تحب العفو فاعفو عنا. ـــ

ـــ لا تنسوني بالدعاء لي ولوالدي الكريمين -حفظهما الله-. ـــ