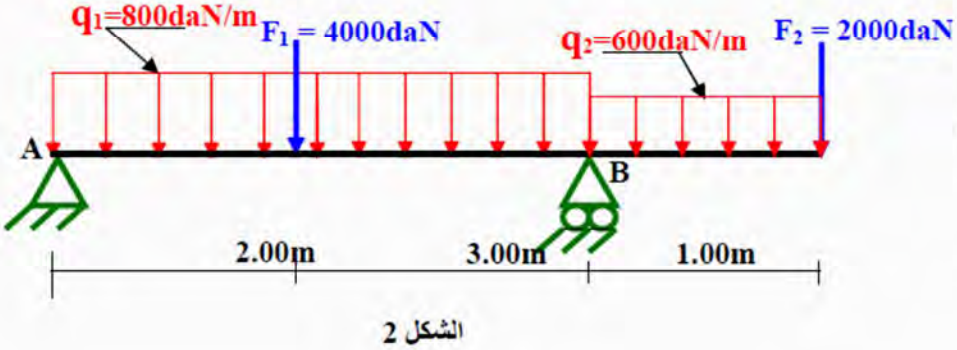
ثانوية احمد ولد التركي–بواسماعيل السنة الدراسية 2020/2019

القسم : السنة الثانية تقني رياضي فرع الهندسة المدنية الأستاذ : مخلوفي كمال

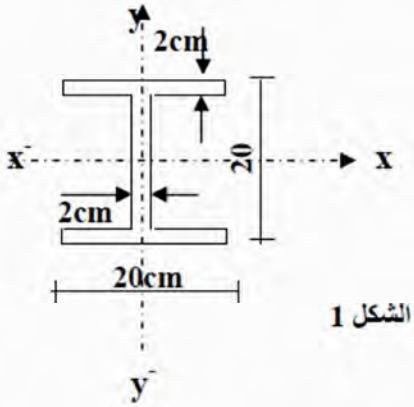
سلسلة تمارين حول الانحناء البسيط 2

التمرين الأول :

في هذا النشاط نريد دراسة إحدى روافد البناية والتي تم إختيارها من هياكل معدنية بمجنبات I مقطعها موضح في الشكل 1 كيفية التحميل يبرزه الشكل الميكانيكي رقم 2 .



الشكل 2



الشكل 1

المطلوب

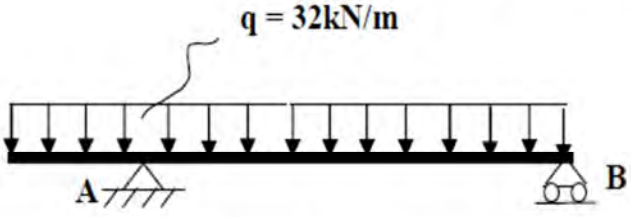
1. أحسب ردود الفعل عند المسندين Aو B
2. أكتب كل من معادلات الانحناء M والجهد القاطع T
3. أرسم المنحنى البياني لكل من M و Tعلى ورقة مليمترية وبسلم :

1m ⟶ 1cm
1000Kn ⟶ 1cm
2000Kn .m ⟶ 1cm

4. حدد القوى القصوى لكل من M و T
5. تحقق من مقاومة الرافدة يعطى : $\overline{\sigma} = 1200 \ \frac{daN}{cm^2}$

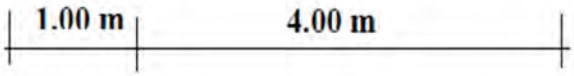
التمرين الثاني :

لتكن رافدة معدنية ترتكز على مسندين حسب الشكل الميكانيكي التالي(الشكل1) :



A : مسند مزدوج

B : مسند بسيط



الشكل -1-

المطلوب:

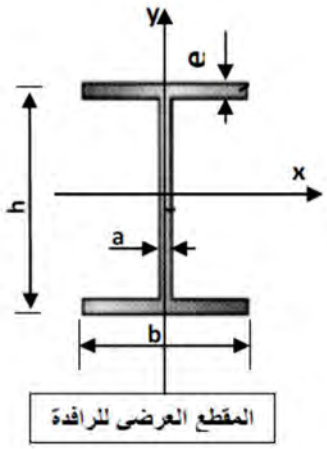
1- أحسب ردود الأفعال في المسندين A و B.

2- أكتب معادلات الجهد القاطع T و عزم الانحناء M

3- أرسم منحنيات الجهد القاطع و عزم الانحناء

4- لنفترض أن عزم الانحناء الأعظمي يقدر ب : 56.25 kN.m

حدد المجنب المناسب الذي يحقق المقاومة، علما أن الإجهاد المسموح به $\bar{\sigma} = 1600daN/cm^2$

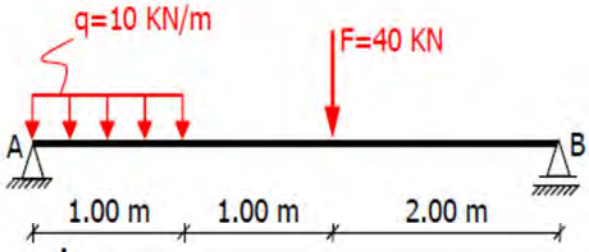


المقطع العرضي للرافدة

المجنب حسب الارتفاع h(mm)	معامل المقاومة w_{xx} (cm^3)	مساحة المقطع S (cm^2)
220	252	33.4
240	324	35.1
270	429	45.9
300	557	53.8

التمرين الثالث :

لتكن الرافدة AB الممثلة بالشكل الميكانيكي التالي:



حيث:

A: مسند مزدوج

B: مسند بسيط

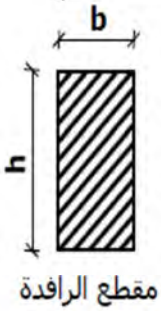
المطلوب:

1- أحسب ردود الأفعال في المسندين A و B.

2- أكتب معادلات الجهد القاطع T و عزم الانحناء M_f على طول الرافدة.

3- أرسم منحنيا الجهد القاطع T وعزم الانحناء M_f.

4- استنتج قيمة T_{max} و M_{fmax}.



مقطع الرافدة

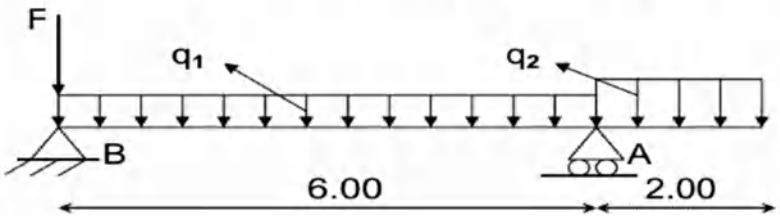
5- بفرض أن الرافدة متجانسة أحسب أبعاد مقطع الرافدة (b;h) علما أن $\bar{\sigma} = 300daN/cm^2$ و $b = \frac{1}{3}h$

6- تحقق من شرط المقاومة الثاني علما أن $\bar{\tau} = 20daN/cm^2$

7- أرسم مخطط الاجهادات الناظمية و المماسية.

التمرين الرابع :

نريد دراسة رافده معدنية ممثلة في شكلها الميكانيكي التالي :



B: مسند مضاعف
A: مسند بسيط
F= 30 KN
q_1= 10 KN/m
q_2= 15 KN/m

العمل المطلوب

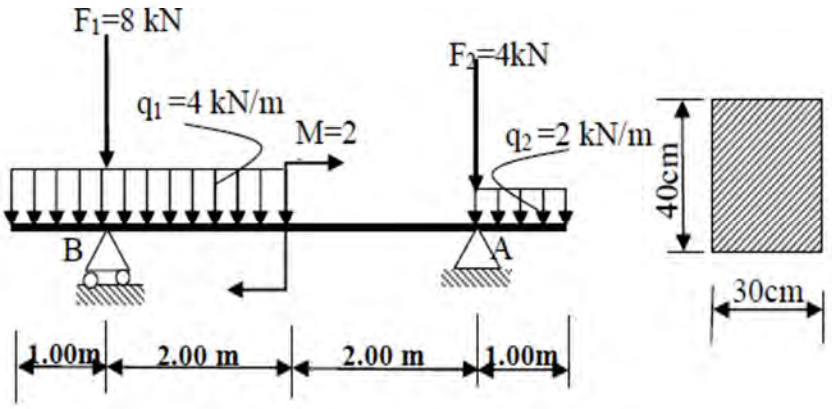
1- أحسب ردود الفعل في المسندين A و B.
2- أكتب معادلات عزم الانحناءM و الجهد القاطعT .
3- أرسم منحنيات عزم الانحناء M و الجهد القاطع T.
4- حدد القيم القصوى لعزم الانحناء M و الجهد القاطعT .
5- الرافدة مقطعها على شكل مجنب من نوع (I.P.N) و تخضع إلى عزم انحناء أعظمي يقدر بـ 31.25 KN.m.
حدد المجنب المناسب الذي يحقق المقاومة
علما أن: $\overline{\sigma}$ = 1200 daN/cm² .

S (cm²)	$W_{xx} = \frac{I_{xx}}{V}(cm^3)$	$I_{xx}(cm^4)$	e (mm)	b (mm)	h (mm)	IPN
33.5	**214**	2140	7.5	90	200	**200**
39.6	**278**	3060	8.1	98	220	**220**
46.1	**354**	4250	8.7	106	240	**240**
53.4	**442**	5740	9.4	113	260	**260**
61.1	**542**	7590	10.1	119	280	**280**

التمرين الخامس :

نقوم بدراسة رافدة لإحدى المباني السكنية طولها 6m ، تحت تأثير حمولتين موزعتين بانتظام وقوتين مركزتين و عزم .
أنظر (الشكل 3) حيث:

(A) مسند مضاعف (مزدوج) و (B) مسند بسيط .



الشكل – 3 –

العمل المطلوب:

1- أحسب قيم ردود الأفعال عند المسندين A و B .

2- أكتب معادلات الجهد القاطع (T) وعزم الانحناء (M_f) على طول الرافدة.

3- أحسب نقاط التقاطع مع المحاور واستنتج M_{fmax}.

4- أرسم منحنيات T و M_f

يعطى السلم:

الأبعاد : 1cm ⟵ 0.50 m.

T: 1cm ⟵ 0.75 kN.

M_f: 1cm ⟵ 1 kN × m

5-بفرض أن الروافد المستعملة من الخرسانة المسلحة مقطعها مستطيل و متجانس و علما أن عزم الانحناء الأعظمي

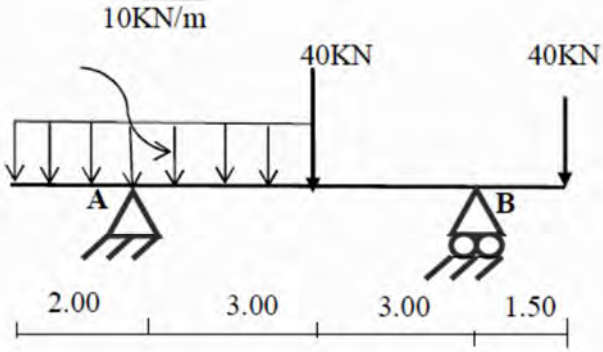
$M_{fmax}=3.5\ kN.m$ $\overline{\sigma_{adm}}=16MPa$.

تحقق من شرط مقاومة هذه الرافدة.

يعطى $1MPa=1N/mm^2$

MAKHLOUFI KAMEL

التمرين السادس :



الميكانيك التطبيقية:

نريد دراسة الرافدة المعدنية الممثلة في الشكل التالي:

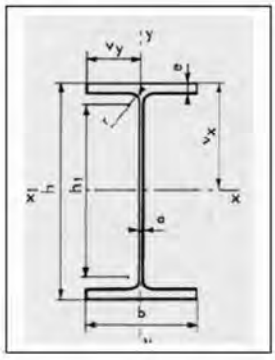
1- أحسب ردود الفعل في المسندين A , B.

2- أكتب معادلات عزم الانحناء M_f و الجهد القاطع T .

3- أرسم منحنيات عزم الانحناء M_f و الجهد القاطع T.

4- أحسب عزم الانحناء ألأعظم $M_{f\,max}$ والجهد القاطع ألأعظمي T_{max} .

5- إذا علمت أن: $\bar{\sigma}=1600 dan/cm^2$ حدد المجنب المناسب الذي يحقق المقاومة حيث أن الرافدة من نوع مجنب IPE.



IPE	h(mm)	b(mm)	a(mm)	e(mm)	$w_{xx}=I_{xx}/v(cm^3)$
220	220	110	5.9	9.2	252
240	240	120	6.2	9.8	324
270	270	135	6.6	10.2	429

حلول الحاضرة رقم 01

حل التمرين الأول :

1- حساب ردود الفعل عند المساند

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_{BX} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_1 \times 2.5 + F_1 \times 2 + R_2 \times 5.5 + F_2 \times 6 - V_{BY} \times 5 = 0$$

$$\Rightarrow 4000 \times 2.5 + 4000 \times 2 + 600 \times 5.5 + 2000 \times 6 - V_{BY} \times 5 = 0$$

$$\Rightarrow V_{BY} \times 5 = 4000 \times 2.5 + 4000 \times 2 + 600 \times 5.5 + 2000 \times 6 = 0$$

$$V_{BY} = 6660\ daN$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_{AY} \times 5 - R_1 \times 2.5 - F_1 \times 3 + R_2 \times 0.5 + F_2 \times 1 = 0$$

$$\Rightarrow V_{AY} \times 5 - 4000 \times 2.5 - 4000 \times 3 + 600 \times 0.5 + 2000 \times 1 = 0$$

$$\Rightarrow V_{AY} \times 5 = 4000 \times 2.5 + 4000 \times 3 - 600 \times 0.5 - 2000 \times 1 = 0$$

$$\Rightarrow V_{AY} = 3940\ daN$$

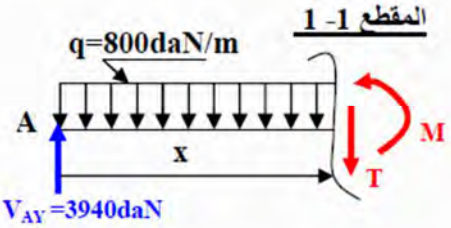
ومنه حسابات ردود الأفعال صحيحة

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow V_{AY} + V_{BA} - R_1 - R_2 - F_1 - F_2 \stackrel{?}{=} 0$$

$$\Rightarrow 3940 + 6660 - 4000 - 600 - 4000 - 2000 = 0$$

2/ كتابة كل من معادلات الانحناء M و الجهد القاطع T

المقطع 1-1



$$0 \le x \le 2\ m$$

$$T = 3940 - 800x$$

$$x = 0 \Rightarrow T = 3940\ daN$$

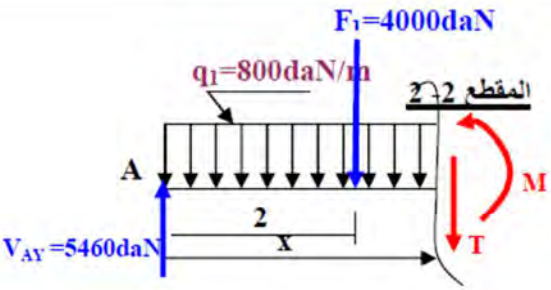
$$x = 2 \Rightarrow T = 3940 - 800 \times 2 = 2340\ daN$$

$$M = V_{AY}\, x - q_1 \frac{x^2}{2}$$

$$\Rightarrow M = 3940x - 800 \frac{x^2}{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow M = 0$$

$$x = 2 \Rightarrow M = 6280\ daN.m$$



$$2 \le x \le 5\,m$$

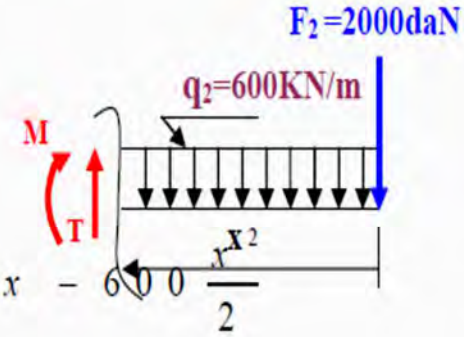
$$T = 3940 - 800x - 4000$$
$$\Rightarrow T = -60 - 800x$$
$$x = 2 \Rightarrow T = -1660\,daN$$
$$x = 5 \Rightarrow T = -60 - 800 \times 5 = -4060\,daN$$

$$M = +V_{AY}\,x - q_1 \frac{x^2}{2} - F_1(x - 2)$$

$$\Rightarrow M = +3940x - 800\frac{x^2}{2} - 4000(x - 2)$$
$$x = 2 \Rightarrow M = 6280\,daN.m$$

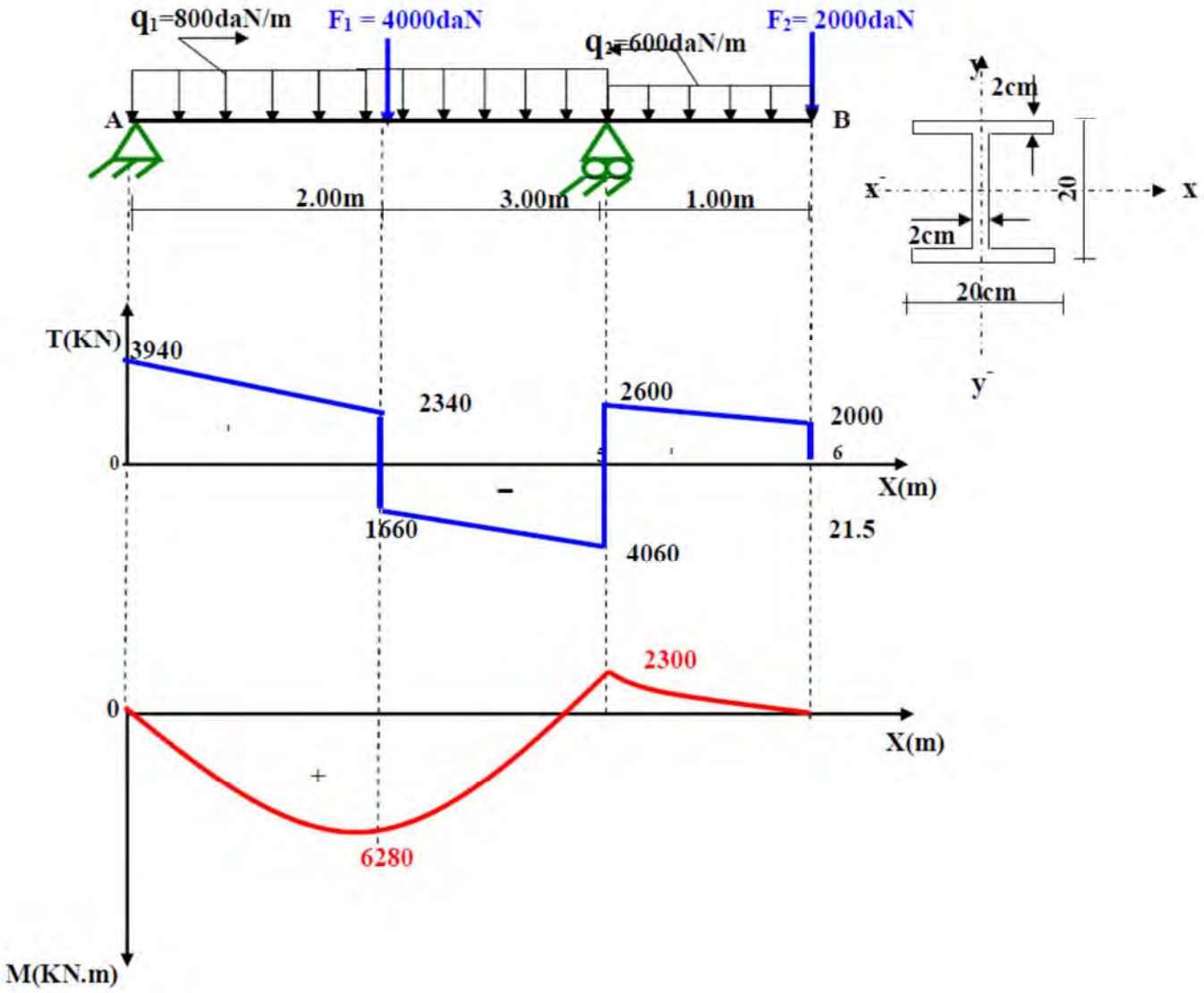
المقطع3-3

$$0 \le x \le 1\,m$$
$$T = q_2 x + F_2$$
$$\Rightarrow T = 600x + 2000$$
$$x = 0 \Rightarrow T = 2000\,daN$$
$$x = 1 \Rightarrow T = 2600\,daN$$



$$M = -F_2 x - q_2 \frac{x^2}{2} \Rightarrow M = -2000x - 600\frac{x^2}{2}$$
$$x = 0 \Rightarrow M = 0$$
$$x = 1 \Rightarrow M = -2300\,daN.m\,.$$

3/ رسم المنحنى البياني لكل من M و T



4/ تحديد القيم القصوى لـ T .M :

من المنحنيات البيانية نستنتج : $T_{max} = 4060daN$ $M_{max} = 6280daN.m$

5/ التأكد من مقاومة الرافدة

$$\sigma \leq \overline{\sigma} \Rightarrow \frac{\frac{M_{max}}{I_{x-x}}}{y_{max}} \leq \overline{\sigma}$$

$$I_{x-x} = \frac{2 \times 16^3}{12} + 2 \times \left[\frac{20 \times 2^3}{12} + 20 \times 2 \times 9^2 \right] = 7189 .33\ cm^4$$

$$\frac{\frac{M_{max}}{I_{x-x}}}{y_{max}} \leq \overline{\sigma} \Rightarrow \frac{6280 \times 10^2}{7189 .33 \times \frac{2}{20}} \leq 1200 \ \frac{daN}{cm^2}$$

$$\Rightarrow 873 .51 \prec 1200 \ \frac{daN}{cm^2}$$

حل التمرين الثاني :

حساب ردود الأفعال في المساند :

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow H_A = 0$$
$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow V_A + V_B = q \times l = 160\,KN$$
$$\sum M_{F/A} = 0 \Leftrightarrow -V_B \times 4 + ql \times 1.5 = 0$$
$$\Leftrightarrow V_B = 60\,KN$$
$$\sum M_{F/B} = 0 \Leftrightarrow V_A \times 4 - ql \times 2.5 = 0$$
$$\Leftrightarrow V_A = 100\,KN$$

- كتابة معادلات الجهد القاطع و عزم الانحناء :

القطع 1-1 : $0 \le x \le 1.00$

$T(x) = -32.x$ { $x = 0$ ..... $T(0) = 0$ kN
{ $x = 1.00$ ..... $T(1.0) = -32$ kN

$M_f(x) = -32\,x^2/2$
→ $x = 0$ ..... $M_f(0) = 0$
→ $x = 1.0$..... $M_f(1.0) = -16$kN.m

القطع 2-2 : $0 \le x \le 4.00$

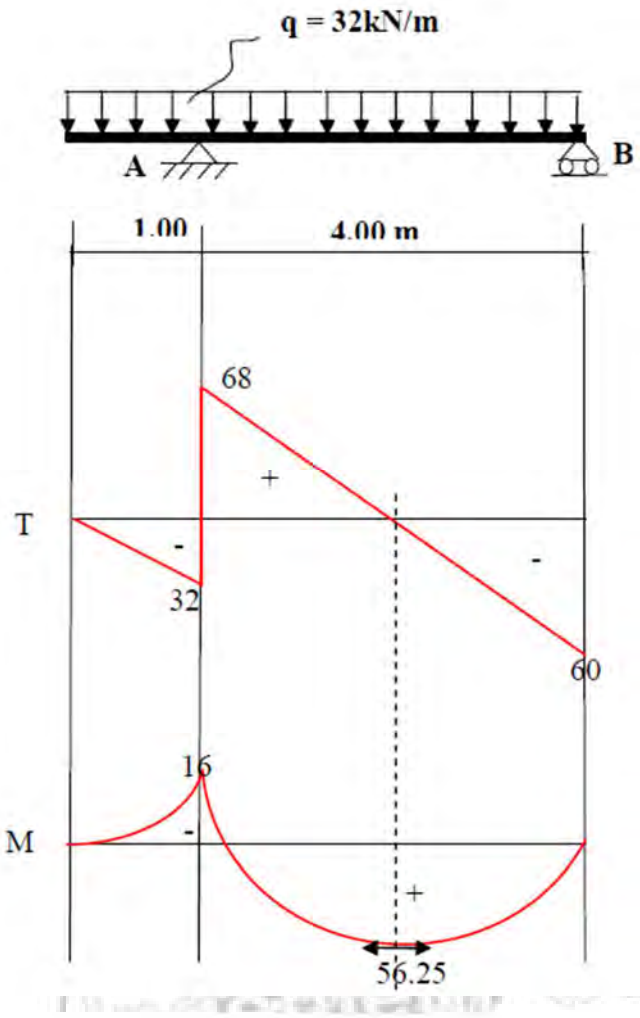
$T(x) = 32.x - 60$ { $x = 0$ ..... $T(0) = -60$ kN
{ $x = 4.00$ ..... $T(4.0) = -68$ kN

$M_f(x) = -16x^2 + 60x$
→ $x = 0.0$ ..... $M_f(0.0) = 0$kN.m
→ $x = 4.0$..... $M_f(4.0) = -16$kN.m

$T(x) = 32.x - 60 \rightarrow \quad T(x) = 0 \leftrightarrow x = 1.575$ m .
$M_f(1.875) = -16x1.875^2 + 60x1.875$

$M_{max} = 56.25$kN.m , $T_{max} = 68$ kN . **-3**

4- رسم منحنيا T ، M



5- تحديد المجنب IPE المناسب:

$$\sigma_{max} \leq \bar{\sigma}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_{xx}} \leq \bar{\sigma}$$

$$W_{xx} \geq \frac{M_{max}}{\bar{\sigma}} = \frac{562500}{1600} \geq 352cm^3$$

اذن المجنب المناسب من الجدول هو : **IPE 270**.

حل التمرين الثالث :

1- حساب ردود الأفعال:

عدد ردود الأفعال: 3 } نظام محدد سكوني خارجيا

عدد معادلات التوازن: 3

$\Sigma F_{/X} = 0 \Rightarrow R_{AX} = 0$

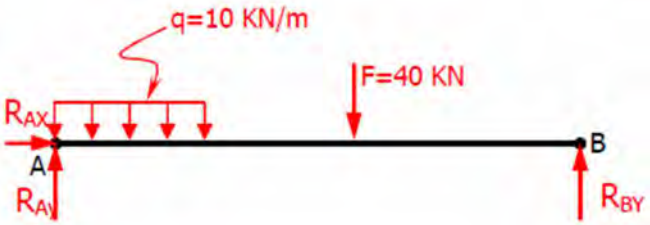
$\Sigma M_{/A} = 0 \Rightarrow -R_{BY}x4 + 40x2 + 10x1x0.5 = 0 \Rightarrow \mathbf{R_{By} = 85/4 = 21.25\ KN}$

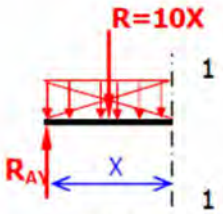
$\Sigma M_{/B} = 0 \Rightarrow R_{Ay}x4 - 10x1x3.5 - 40x2 = 0 \Rightarrow \mathbf{R_{Ay} = 115/4 = 28.75\ KN}$

التحقيق: $50 - 50 = 0 \Rightarrow 28.75 + 21.25 - 50 = 0$ محققة

2- كتابة معادلات الجهد القاطع T و عزم الانحناء M_f:

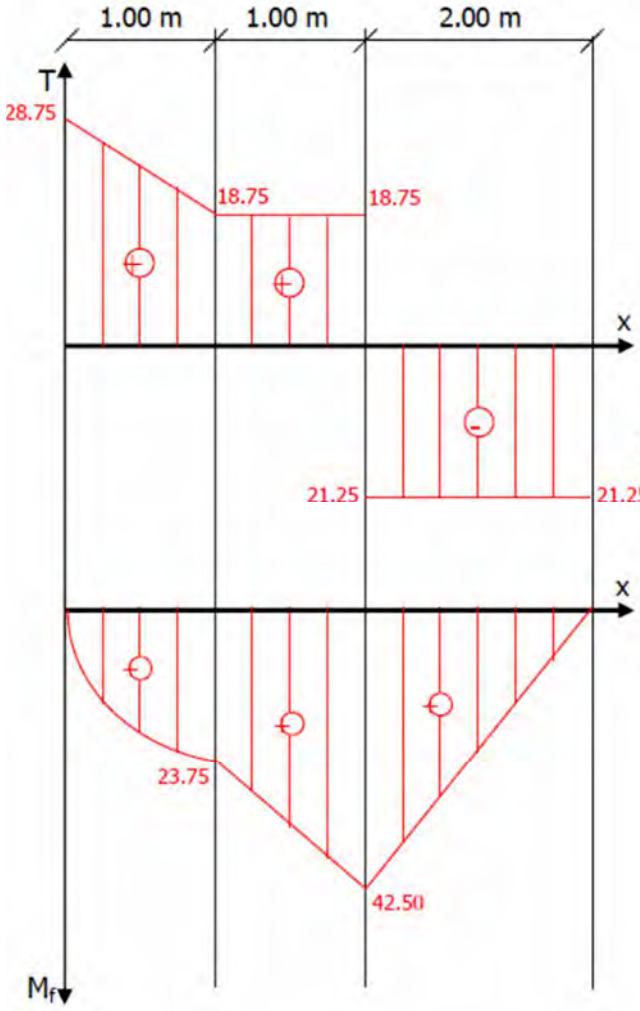
المقطع 1-1: $0 \le x \le 1$

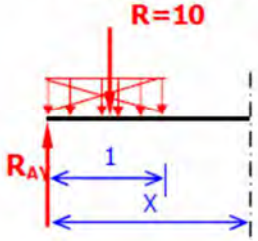




$T(x) = 28.75 - 10.X$ { $T(0) = 28.75KN$; $T(1) = 18.75KN$

$M_f(x) = 28.75.X - 10.X^2/2$ { $M_f(0) = 0$; $M_f(1) = 23.75\ KN.m$



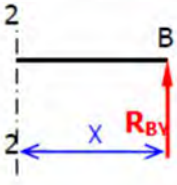


المقطع 2-2: $1 \le x \le 2$

$T(x) = 28.75 - 10 = 18.75KN$

{ $T(1) = 18.75KN$; $T(2) = 18.75KN$

$M_f(x) = 28.75.X - 10.1\ (x - 0.5)$ { $M_f(1) = 23.75KN.m$; $M_f(2) = 42.50\ KN.m$



المقطع 3-3: $0 \le x \le 2$

$T(x) = -21.25$ { $T(0) = -21.25KN$; $T(2) = -21.25KN$

$M_f(x) = 21.25.X$ { $M_f(0) = 0$; $M_f(2) = 42.50\ KN.m$

4- استنتج قيمة T_{max} و M_{fmax}.

$T_{max} = 28.75KN$ $M_{fmax} = 42.50KN.m$

5- حساب أبعاد المقطع:

$$\sigma_{max} \le \bar{\sigma} \Rightarrow \frac{M_{f\,max}}{I_{xx'}} \times y_{max} \le \bar{\sigma} \Rightarrow$$

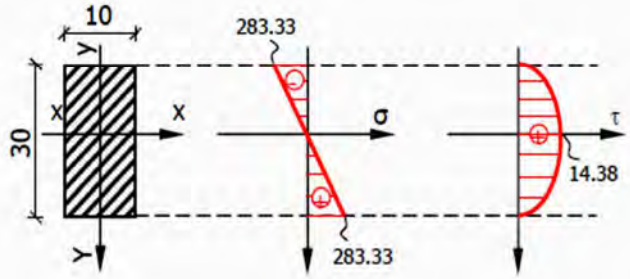
$$\frac{42.50 \times 10^4}{\frac{b.h^3}{12}} \times \frac{h}{2} \le \bar{\sigma} \Rightarrow$$

$$\frac{42.50 \times 10^4 \times 6}{b.h^2} = \frac{42.50 \times 10^4 \times 6}{b.(3b)^2} \le 300 \Rightarrow b \ge \sqrt[3]{\frac{42.50 \times 10^2 \times 2}{9}} = 9.81cm$$

نأخذ قيمة b=10cm و h=3b =3x10 =30 cm

6- التحقق من شرط المقاومة الثاني: $\tau_{max} \le \bar{\tau} \Rightarrow k\frac{T_{max}}{S} \le \bar{\tau} \Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{28.75 \times 100}{10 \times 30} = 14.38daN/cm^2 < 20daN/cm^2$

7- مخطط σ و τ:



$$\sigma_{max}(+15) = \frac{42.50 \times 10^4 \times 6}{10.30^2} = +283.33daN/cm^2$$

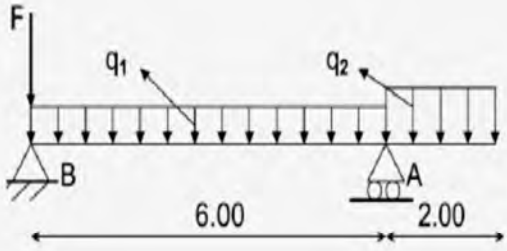
$$\sigma_{max}(-15) = \frac{42.50 \times 10^4 \times 6}{10.30^2} = -283.33daN/cm^2$$

$$\sigma(0) = 0$$

حل التمرين الرابع:

- حساب ردود الأفعال : $V_B = 25\ KN$ ، $V_A = 65\ KN$ ، $H_B = 0$

- كتابة معادلات الجهد القاطع (T) وعزم الإنحناء (Mf) ورسم منحنييهما :



- القطع 1-1 : $0 \le x \le 6$

$T = -10x + 25$ ..... $T(0) = 25\ KN$; $T(6) = -35\ KN$

$Mf = -5x^2 + 25x$ ..... $Mf(0) = 0\ KN.m$; $Mf(6) = -30\ KN.m$

حساب (Mfmax) : $T = 0 \Rightarrow X = 2.50\ m$

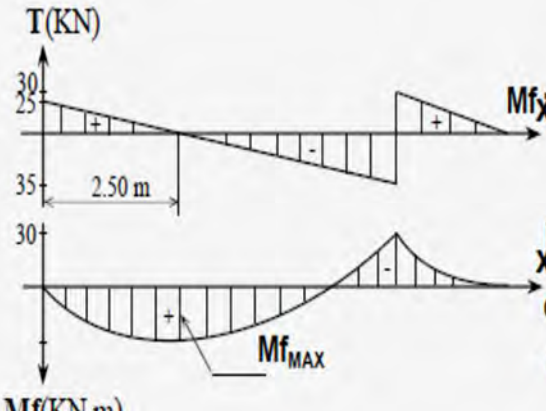
$\Rightarrow Mf_{max} = Mf(2.5) = 31.25\ KN.m$

- القطع 2-2 : $6 \le x \le 8$

$T = -15x + 120$ ..... $T(6) = 30\ KN$; $T(8) = 0\ KN$

$Mf = -7.5x^2 + 120x - 480$... $Mf(6) = -30\ KN.m$; $Mf(8) = 0\ KN.m$

الرسم :



- قيمتي (Tmax) و (Mfmax) : $Mf_{MAX} = 31.25\ KN.m$ ، $T_{MAX} = 35\ KN$

- تحديد المجنب المناسب : $\sigma = Mf_{MAX} / W_{XX} \le \bar{\sigma} \Rightarrow W_{XX} = Mf_{MAX} / \bar{\sigma}$

$W_{XX} = 31.25 \times 10^4 / 1200 = 260.41\ cm^3$

و منه المجنب المناسب هو : IPN 220 ($W_{XX} = 278\ cm^3$)

حل التمرين الخامس :

حساب ردود الأفعال مع التحقيق

$V_A = 8.25KN$

$V_B = 17.75KN$

$H_A = 0KN$

التحقيق

كتابة معادلات T و M_f مع حساب M_{fmax}

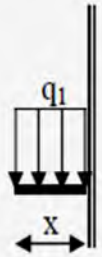
يسار $0<x<1m$

$T(x) = -4x$

- $T(0)=0$
- $T(1)=-4\ KN$

$M(x)=-2x^2$

- $M(0)=0$
- $M(1)=-2KN.m$



يسار $1<x<3m$

$T(x) = -4x + 9.75$

- $T(1)=5.75KN$
- $T(3)=-2.25\ KN$

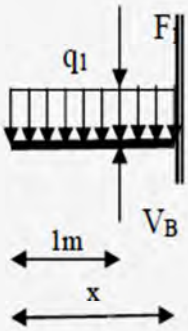
$T(x) \cap (x'x) \Rightarrow T(x)=0) \Rightarrow x=2.44m$

$M(x)=-2x^2 + 9.75x - 9.75$

- $M(1)=-2KN.m$
- $M(3)=1.5KN.m$

$M_{max} = M(2.44)=2.13KN.m$

$M(x) \cap (x'x) \Rightarrow M(x)=0) \Rightarrow x=1.4m \quad x=3.47m$



يسار $3<x<5m$

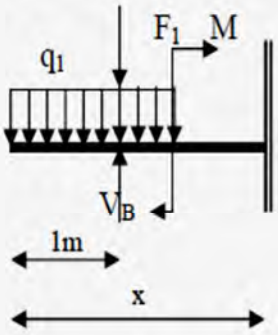
$T(x) = -2.25$

- $T(3)=-2.25KN$
- $T(5)=-2.25\ KN$

$M(x)=-2.25x + 10.25$

- $M(3)=3.5KN.m$
- $M(5)=-1KN.m$

$M(x) \cap (x'x) \Rightarrow M(x)=0) \Rightarrow x=4.56m$



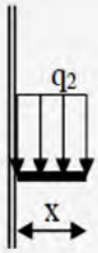
يمين $0<x<1m$

$T(x) = 2x$

- $T(0)=0KN$
- $T(1)=2\ KN$

$M(x)=-x^2$

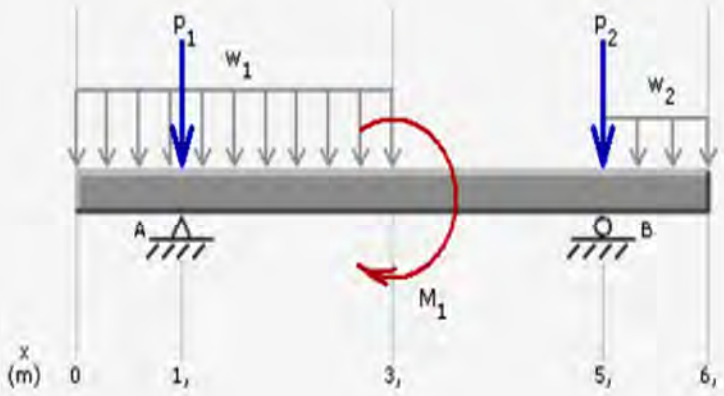
- $M(0)=0$
- $M(4)=-1KN.m$

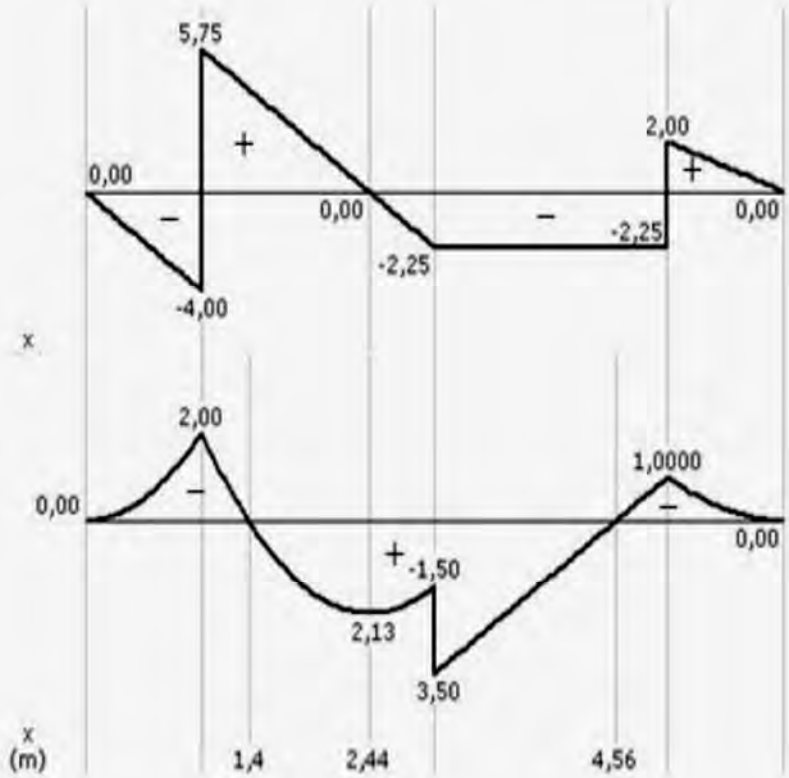


شرط المقاومة

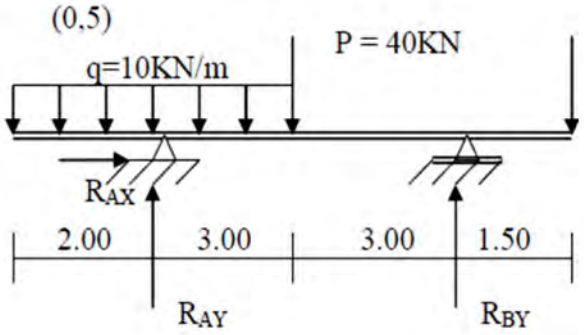
$$\sigma \le \bar{\sigma} \Rightarrow \frac{M_{max} \times y_{max}}{I_{/x'x}} \le \bar{\sigma} \Rightarrow \frac{3.5\times10^3\times10^3\times200}{\frac{300\times400^3}{12}} = 0.4375MPa \le 16MPa$$

محققة





حل التمرين الساوس :



1- ردود الفعل :

$$\Sigma_{FX}=0\Rightarrow R_{AX}=0$$

$$\Sigma_{FY}=0\Rightarrow R_{AY}+R_B-130=0$$

$$\Sigma M/_A=0\Rightarrow 40\text{ x }3+40\text{ x }7{,}5+5\text{ x }10\text{ x }0{,}5-6R_{BY}=0$$

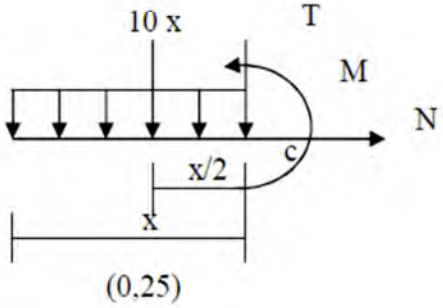
$$R_{BY}=\frac{445}{6}=74{,}17KN$$

$$\Sigma M/_B=0\Rightarrow -40\text{ x }1{,}5+40\text{ x }3+50\text{ x }5{,}5-6R_{AY}6=0$$

$$R_{AY}=\frac{335}{6}=55{,}83KN$$

للتحقيق : (1) ⇦ 55,87+74,17-130=0

0=0 محققة



2- معادلات الجهود الداخلية

$$0\le x\le 2$$

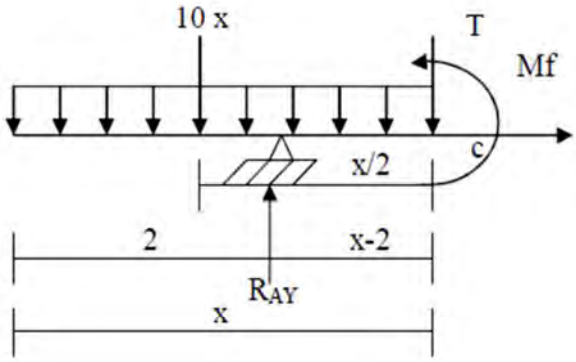
$$\Sigma F_X=0\Rightarrow N=0$$

$$\Sigma F_Y=0\Rightarrow -10X-T=0$$

$$T=-10\text{ x }\begin{cases}T(0)=0\\T(2)=-20KN\end{cases}$$

$$\Sigma M/_C=0\Rightarrow -10\text{ x }\frac{X}{2}-M_f=0$$

$$M_f=-5\text{ x }2\begin{cases}M_f(0)=0\\M_f(2)=-20KN.m\end{cases}$$



نقطة مساعدة : $M_f(1)=-5KN.m$

$$2\le x\le 5$$

$$\Sigma F_X=0\Rightarrow N_X=0$$

$$\Sigma F_Y=0\Rightarrow -10X+55{,}83-T=0$$

$$T=-10X+55{,}83\begin{cases}T(2)=35{,}83KN\\T(5)=5{,}83KN\end{cases}$$

$$\Sigma M/_C=0\Rightarrow -10\text{ x }\frac{X}{2}+55{,}83(x-2)-M_f=0$$

$$M_f = -5x^2 + 55,83(x-2) \begin{cases} M_f(2) = -20KN.m \\ M_f(5) = 42,49KN.m \end{cases}$$

نقاط مساعدة :

$$\begin{cases} M_f(3) = 10,83KN.m \\ M_f(4) = 31,66KN.m \end{cases}$$

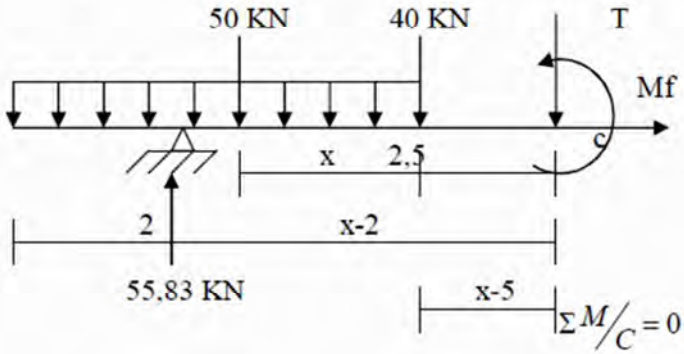
تقاطع M_f مع محور الفواصل :

$$M_f = -5x^2 + 55,83(x-2) = 0$$

$$= -5x^2 + 55,83x - 111,66 = 0$$

$$\Delta = 883,79 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 29,73m$$

$$\begin{cases} x1 = \dfrac{-55,83 - 29,73}{-10} = 8,56m \notin [2,5] \\ x2 = \dfrac{-55,83 - 29,73}{-10} = 2,61m \end{cases}$$



$$5 \le x \le 8$$

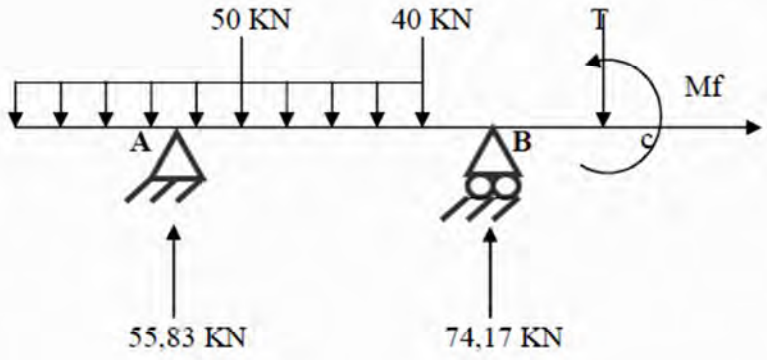
$$\Sigma F_X = 0 \Rightarrow N = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 55,83 - 50 - 40 - T = 0$$

$$T = -34,17KN$$

$$\Sigma M/_C = 0 \Rightarrow -50(x-2,5) - 40(x-5) + 55,83(x-2) - M_f = 0$$

$$M_f = -50(x-2,5) - 40(x-5) + 55,83(x-2)$$



$$\begin{cases} M_f(5) = 42,49KN.m \\ M_f(8) = -60KN.m \end{cases}$$

$$8 \le x \le 9,50$$

$$\Sigma F_X = 0 \Rightarrow Nx = 0$$

$$\Sigma F_Y = 0 \Rightarrow T = 40KN$$

$$\Sigma M/_C = 0 \Rightarrow Mf = 55,83(x-2) - 50(x-2,5) - 40(x-5) + 74,17(x-8)$$

$$\begin{cases} M_f(8) = -60KN.m \\ M_f(9,50) = 0KN.m \end{cases}$$

3- المنحنيات M_f و T

السلم :

$1m \leftarrow 1,5cm$

$10KN \leftarrow 1cm$

$10KN.m \leftarrow 1cm$

4- $T_{\max} = 40KN$

$M_{f\max} = 60KN.m$

5- شرط المقاومة :

$$\sigma_{\max} = \frac{Mf_{\max}}{WX} \leq \overline{\sigma}$$

$$\Rightarrow WX \geq \frac{M_{f\max}}{\overline{\sigma}} = \frac{60.10^4}{1600} = 375cm^3$$

$$IPE270 \Rightarrow Wx = 429cm^3$$