ثانوية أحمد بن بلة

2022

=== سلاسل استعد لبكالوريا 2022 ===

BAC 2022

الدالة الأسية تمارين متنوعة

الشُعب:

رياضيات
تقني رياضي
علوم تجريبية

e^x

الأستاذ براهيمي

كلمة

هذا العمل المتواضع موجه لتلاميذ سنة ثالثـــة ثانوي الشُــعب العلميـة

أقدمه لكم كصدقة على أرواح من سبقونـا إلى دار الحق، اللّهم ارحمـهم

و تجاوز عنـهم و اجعل الفردوس نُزلـهم

شكـرا لكل من الزمـلاء و الأصدقـاء

تمرين عدد 1

خواص الدالة الأسية

بسط العبارات التالية:

❶ $\dfrac{e^3}{e^5 \times 2e^2}$ ❷ $e^6 \times 3e^{-4}$ ❸ $5e^2 \times 3e^{x+1}$

❹ $\dfrac{e^{2x+6} \times e^x}{3e^{2x+1}}$ ❺ $\dfrac{2e^5 \times e^{x+4}}{e^{4-x}}$ ❻ $\dfrac{e^{4x^2} \times e^{x+4}}{e^{4+x^2}}$

❼ $\dfrac{e^{x+2}}{5e^{-2+x} \times e^x}$ ❽ $\dfrac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{-x+1} + e^{x-1}}$ ❾ $e^{2x} \times e^{1-2x}$

تمرين عدد 2

❶ $\dfrac{e^{2x+3}}{e^{x-1}}$ ❷ $\left(e^{\pi x} + e^{-\pi x}\right)^2 - \left(e^{\pi x} - e^{-\pi x}\right)^2$

❸ $\dfrac{e^{5x}}{e^{2x} \times e}$ ❹ $\left(e^{2x+1}\right)^{-3} \times \left(e^{3x-1}\right)^2$

❺ $\left(e^x + e^{-x}\right)^2$ ❻ $e^{-2x} - \dfrac{e^{2x}+1}{e^{2x}}$

تمرين عدد 3

❶ $\dfrac{e^x}{e^x+1} = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$ ❷ $\dfrac{e^x+1}{e^x-1} = \dfrac{1+e^{-x}}{1-e^{-x}}$

❸ $\dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+e^x} = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$ ❹ $\dfrac{1+e^x}{1-e^{-x}} = \dfrac{1+e^{-x}}{e^{-x}-e^{-2x}}$

❺ $\dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ ❻ $\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} = \dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$

تمرين عدد 4

حل معادلة من الشكل $e^{u(x)} = e^{v(x)}$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

❶ $e^{-2x+7} = e^{3x-2}$ ❷ $e^{3x+5} = e^{1-2x}$

❸ $e^{x^2-1} = e^{-x-3}$ ❹ $e^{4x-10} = e^{-2x+5}$

❺ $e^{x^2+1} = e^{2x}$ ❻ $e^{x^2+1} = e^{x+3}$

❼ $e^{-4x} = e^{-x^2-2}$ ❽ $e^{-x^2+3} = e^{-3x+1}$

❾ $e^{3x+1} = e^{2x-5}$

تمرين عدد 5

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

❶ $e^{x+1} - e^{2x-3} = 0$ ❷ $e^x - e^{-x} = 0$

❸ $\dfrac{2x^2+1}{e^x} = 2e^3 + e^{-x}$ ❹ $e^{x^2-8} = e^{2x}$

❺ $\dfrac{-e^{2-5x} - 2}{e^{4x+3} + 2} = -1$ ❻ $e^{x^2} - e^x = 0$

❼ $\dfrac{-2e^{4-4x} - 10}{e^{3-x} + 5} = -2$ ❽ $e^{-x+1} = \dfrac{1}{e}$

تمرين عدد 6

حل معادلة من الشكل $e^{u(x)} = k$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

❶ $e^{3x} = e$ ❷ $e^{2x+1} = 1$

❸ $e^{x^2-x-1}e^x = 1$ ❹ $e^{-5x} = -2$

❺ $e^{-4x^2-4x+1} = 1$ ❻ $e^{-3x^2} = e$

❼ $e^{-7x^2-3x-4} = 1$ ❽ $e^{x^2-2x+1} = e$

تمرين عدد 7

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

❶ $e^{2x-3} = 1$ ❷ $e^{4x-7} = e$

❸ $e^{x(3x-1)} = 1$ ❹ $e^{x-1} \times e^{3x+5} = 1$

❺ $e^{{\frac{1}{x^2-1}}^{-1}} = 1$ ❻ $e^{3x+2} = e$

❼ $e^{5x+2} = 0$ ❽ $e^{x^2-25} = 1$

تمرين عدد 8

حل معادلة من الشكل $ae^{2u(x)} + be^{u(x)} + c = 0$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

❶ $2e^{2x} + 4e^x + 2 = 0$ ❷ $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$

❸ $e^{2x} - 2e^x + 4 = 0$ ❹ $e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$

تمرين عدد 9

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

❶ $e^{2x}+4e^{x}-5=0$ ❷ $e^{2x}+(1-e)e^{x}-e=0$

❸ $e^{x}+2-3e^{-x}=0$ ❹ $e^{2x}+e^{x}-2=0$

❺ $e^{2(x+1)}-(1+e^{2})e^{x}+1=0$

تمرين عدد 10

حل متراجحة من الشكل $e^{u(x)}>e^{v(x)}$

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

❶ $e^{1-3x}>e^{-x-3}$ ❷ $e^{3x+1}<e^{5x}$

❸ $e^{2x^{2}-3}>e^{x-4}$ ❹ $e^{4-2x}>e^{6}$

❺ $e^{-x-3x^{2}}>e^{-2x+1}$ ❻ $e^{x^{2}+x-7}<e^{x+2}$

❼ $e^{-x^{2}+4x-3}\geq e^{3x^{2}-7}$ ❽ $e^{-x^{2}+2x-2}<e^{-x-2}$

تمرين عدد 11

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

❶ $e^{x(x-1)}\leq e^{3x+2}$ ❷ $e^{x^{2}}>e^{3x}$

❸ $e^{\frac{2}{x}}\geq e^{x+1}$ ❹ $e^{2x}<e^{-2x}$

❺ $e^{x}-e^{2x}\leq 0$ ❻ $\dfrac{e^{x}+3}{e^{x}+1}>2$

❼ $e^{x^{2}+3x-2}<e^{2}$ ❽ $e^{2x+5}<e^{1-x}$

تمرين عدد 12

حل متراجحة من الشكل $e^{u(x)}>k$

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

❶ $e^{1-x}<e$ ❷ $e^{2x+1}>1$

❸ $e^{2+x}\leq 1$ ❹ $e^{4+2x}>e$

❺ $e^{x^{2}-2x+1}\geq 1$ ❻ $e^{x-3}\geq 1$

❼ $e^{2+x}\leq -1$ ❽ $e^{x^{2}-3x+4}\leq e$

تمرين عدد 13

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

❶ $e^{3x+2}\leq e$ ❷ $e^{2x}-1>0$

❸ $\dfrac{1}{7}+e^{12x+7}>\dfrac{1}{e^{2}}$ ❹ $e^{x}+1>0$

❺ $\dfrac{1}{e^{x}}-e>0$ ❻ $1-e^{x-2}\geq 0$

❼ $e^{x^{2}}e^{x}<e^{6}$ ❽ $1-e^{x^{2}-1}>0$

تمرين عدد 14

حل متراجحة من الشكل $ae^{2u(x)}+be^{u(x)}+c>0$

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

❶ $e^{2x}-2e^{x}+4<0$ ❷ $e^{2x}-7e^{x}+12>0$

❸ $e^{2x}-3e^{x}+2>0$ ❹ $e^{2x}-6e^{x}+9>0$

تمرين عدد 15

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

❶ $e^{2x}-e^{x-6}>e^{x+7}-e$ ❷ $e^{2x}-e^{x+3}\geq e^{x}-e^{3}$

تمرين عدد 16

دراسة إشارة عبارة تتضمن الدالة الأسية

أدرس إشارة العبارات التالية :

❶ $e^{3x+2}-e^{2}$ ❷ $\left(e^{x}-1\right)\left(e^{x}+1\right)$

❸ $e^{\frac{x}{4x-3}}-1$ ❹ $\left(e^{2-x}-1\right)\left(e^{4x+7}-1\right)$

❺ $e^{2x^{2}-2}-e$ ❻ $1-e^{x^{2}-2}$

تمرين عدد 17

أدرس إشارة العبارات التالية :

❶ $-4e^{6x+10}-2$ ❷ $e^{\frac{x}{4x-3}}-1$

❸ $1-e^{x^{2}-2}$ ❹ $8e^{-8x+6}+10$

❺ $13e^{7-x}-(2x+9)e^{7-x}$

❻ $(7-12x)e^{10-5x}-(2-8x)^{10-5x}$

تمرين عدد 18

أدرس إشارة العبارات التالية :

❶ $(1-2x)e^{3-5x}$ ❷ $2xe^{2x}-3e^{2x}$

❸ $3xe^{x-8}+4e^{x-8}$ ❹ $-2e^{3x-5}-4e^{3x-5}$

❺ $3xe^{3x-10}-3e^{3x-10}$

❻ $(7x-3)e^{1-4x}-(8x-9)e^{1-4x}$

❼ $(13x+7)e^{-4x-10}-10(x+1)e^{-4x-10}$

❽ $(-2x-11)e^{4x-5}-(-4x-10)\,e^{4x-5}$

❾ $(3-7x)e^{3x-8}+(6x+1)e^{3x-8}$

تمرين عدد 19

حل جملة معادلتين

حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة التالية :

❶ $\begin{cases} e^x e^y = 10 \\ e^{x-y} = \dfrac{2}{5} \end{cases}$

❷ $\begin{cases} e^x - 2e^y = -5 \\ 3e^x + e^y = 13 \end{cases}$

❸ $\begin{cases} 5e^x - e^v = 19 \\ e^{x+y} - 30 \end{cases}$

تمرين عدد 20

حل في $\mathbb{R}^2$ الجملة التالية :

❶ $\begin{cases} e^x + e^y = 5 \\ e^x - e^y = 3 \end{cases}$ ❷ $\begin{cases} e^x + 2e^y = 3 \\ e^x - e^y = 0 \end{cases}$

❸ $\begin{cases} xy = -15 \\ e^x e^y = e^{-2} \end{cases}$ ❹ $\begin{cases} e^x + 3e^y = 12 \\ 2e^x - e^y = 3 \end{cases}$

❺ $\begin{cases} 3e^x - e^3 = 17 \\ 2e^x + 3e^y = 15 \end{cases}$ ❻ $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3e^x - e^{y+3} - 2e^2 = 0 \end{cases}$

تمرين عدد 21

حساب مشتقة الدالة $f = e^u$:

أحسب مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

❶ $f(x) = e^{x^2}$ ❷ $f(x) = e^{3x+\sqrt{x}}$

❸ $f(x) = e^{9x^2+\frac{1}{x}}$ ❹ $f(x) = e^{-3x^2+12x-4}$

❺ $f(x) = e^{2x\sqrt{x}}$ ❻ $f(x) = e^{\frac{x}{2x+1}}$

❼ $f(x) = e^{-7x^5+3x^2}$ ❽ $f(x) = e^{(2x+1)^5}$

تمرين عدد 22

أحسب مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

❶ $f(x) = e^{\frac{-2}{x}}$ ❷ $f(x) = e^{\frac{3x+2}{x+1}}$

❸ $f(x) = e^{\frac{-3x-5}{-3x-2}}$ ❹ $f(x) = e^{4x^2+2}$

❺ $f(x) = e^{-3x^2+5x+1}$ ❻ $f(x) = e^{\frac{5x+4}{1-5x}}$

تمرين عدد 23

أحسب مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

❶ $f(x) = e^{5x^2-2}$ ❷ $f(x) = e^{5-2x}$

❸ $f(x) = e^{\frac{-3}{x}}$ ❹ $f(x) = e^{-4x^2-4x+3}$

❺ $f(x) = e^{\frac{3-x}{1-3x}}$ ❻ $f(x) = e^{5x+2}$

❼ $f(x) = e^{3x+3}$ ❽ $f(x) = e^{-x^2-2x+4}$

❾ $f(x) = e^{1-x}$

تمرين عدد 24

أحسب مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية، ثم أدرس إشارتها:

❶ $f(x) = e^{2x}$ ❷ $f(x) = e^{-3x+5}$

❸ $f(x) = e^{2x^2+1}$

تمرين عدد 25

حساب مشتقة دالة مرجعية

أحسب مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

❶ $f(x) = xe^x$ ❷ $f(x) = (e^x - x)(2e^x + 3)$

❸ $f(x) = \dfrac{1}{x}e^{2x}$ ❹ $f(x) = \dfrac{e^x - x}{2e^x + 1}$

❺ $f(x) = \sqrt{e^x - 4}$ ❻ $f(x) = (2x-1)e^x$

❼ $f(x) = \dfrac{1}{e^{2x-5}}$ ❽ $f(x) = \left(e^{3x^2+2x} + x\right)^8$

تمرين عدد 26

أحسب مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

❶ $f(x) = \left(\dfrac{5}{x}\right)e^x$ ❷ $f(x) = \left(\dfrac{5x+2}{4x-2}\right)e^x$

❸ $f(x) = \left(-\dfrac{4x}{5x+5}\right)e^x$ ❹ $f(x) = (4x-2)e^x$

❺ $f(x) = \left(\dfrac{-x-4}{3x-4}\right)e^x$ ❻ $f(x) = \left(\dfrac{x+3}{-5x-4}\right)e^x$

❼ $f(x) = \left(-5x^2 + 5x - 5\right)e^x$

تمرين عدد 27

أحسب مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

❶ $f(x) = \dfrac{e^{-2x-4}}{3x-3}$ ❷ $f(x) = (-2x-1)e^{-x-1}$

❸ $f(x) = \dfrac{4-3x}{e^{4-x}}$ ❹ $f(x) = (-x-3)e^{3-x}$

تمرين عدد 28

أحسب مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية، ثم أدرس إشارتها:

❶ $f(x) = (2x+1)e^{2x+1}$ ❷ $f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$

❸ $f(x) = \dfrac{3e^x}{e^{2x}+1}$

تمرين عدد 29

حساب المشتقات المتتالية لدالة تتضمن الدالة الآسية

أحسب مشتقة الأولى و المشتقة الثانية للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

❶ $f(x) = (-5x)e^{x+5}$

❷ $f(x) = (2x-2)e^{5x+3}$

❸ $f(x) = (5-x^2)\, e^{x+2}$

❹ $f(x) = (-5x^2-4x-4)\, e^{x+5}$

تمرين عدد 30

أحسب مشتقة الأولى و المشتقة الثانية للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

❶ $f(x) = (3x+2)e^{4x}$

❷ $f(x) = (e^x-2)^4$

❸ $f(x) = (x^3+2x-7)\, e^x$

❹ $f(x) = (-3x-5)\, e^{5-3x}$

تمرين عدد 31

لتكن الدالتين f و g المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-3x}$ و $g(x) = e^{-2x^2}$.

❶ شكّل جدولي تغيرات الدالتين f و g.

❷ أرسم (C_f) و (C_g).

❸ ماهي إحداثيات نقاط تقاطعهما.

تمرين عدد 32

دراسة دالة تتضمن عبارة أسية

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \dfrac{e^x-1}{e^x+1}$، و ليكن C_f تمثيلها البياني.

❶ أحسب $f'(x)$.

❷ شكّل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-5;5]$.

❸ أثبت أن (C_f) يشمل النقطة O.

❹ ما هو معامل توجيه المماس T لـ (C_f) عند النقطة O.

❺ أرسم (C_f) و المماس T على المجال $[-5;5]$.

تمرين عدد 33

لتكن الدالة f المعرفة على $[-3;3]$ بـ :
$f(x) = e^{2x} - 2x$
و ليكن (C_f) تمثيلها البياني.

❶ أحسب $f'(x)$.

❷ شكّل جدول تغيرات الدالة f.

❸ أرسم (C_f).

تمرين عدد 34

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$، و ليكن C_f تمثيلها البياني.

❶ أحسب $f'(x)$.

❷ شكّل جدول تغيرات الدالة f.

❸ ماهي معادلة المماس T لـ (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

❹ أرسم (C_f) و المماس T.

❺ برهن أن المعادلة $f(x) = \dfrac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$. أحسب α.

تمرين عدد 35

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بِـ : $f(x) = -x + 1 + e^{-2x}$ وَ C_f تمثيلها البياني.

① أدرس تغيرات الدالة f.

② • أثبت أن المنحنى C_f يقبل مستقيمًا مقاربًا مائلاً (Δ) عند $+\infty$.

• أدرس وضعية C_f بالنسبة إلى (Δ).

③ بين أن المنحنى C_f يقطع محور الفواصل في نقطة و حيدة فاصلتها x_0 حيث $1 < x_0 < 2$.

④ أرسم C_f.

⑤ أثبت أن للمنحنى C_f مماس وحيد معامل توجيهه -3. أكتب معادلته.

تمرين عدد 36

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بِـ : $f(x) = x - 1 + e^{x}$ وَ C_f تمثيلها البياني.

① • أدرس تغيرات الدالة f.

• أحسب $f(0)$، ثم استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x.

② أثبت أن المستقيم الذي معادلته $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل لِـ C_f عند $-\infty$.

③ أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى C_f عند النقطة O.

④ أرسم (Δ) وَ (C_f).

⑤ ناقش بانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = 2x + m$.

تمرين عدد 37

f دالة للمتغير الحقيقي x حيث : $f(x) = \dfrac{e^x + 2}{e^x - 1}$ وَ (C_f) تمثيلها البياني.

① أدرس تغيرات الدالة f.

② أثبت أن النقطة $A\left(0, \dfrac{-1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى C_f.

③ أرسم (C_f).

④ g دالة للمتغير الحقيقي x حيث : $g(x) = \dfrac{e^x + 2}{|e^x - 1|}$.

• عين D_g مجموعة تعريف الدالة g، ثم أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$ حسب قيم x.

• أرسم (C_g) التمثيل البياني للدالة g إعتمادًا على (C_f).

تمرين عدد 38

f دالة للمتغير الحقيقي x حيث : $f(x) = \dfrac{2e^{2x}}{e^{2x} - 1}$ وَ (C_f) تمثيلها البياني.

① أدرس تغيرات الدالة f.

② • أثبت أن من أجل كل h من $\mathbb{R}^*$: $f(h) + f(-h) = 2$.

• ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f).

③ أرسم (C_f).

④ ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية $(m-2)e^{2x} - m = 0$.

تمرين عدد 39

f دالة للمتغير الحقيقي x حيث : $f(x) = x - 2 - \dfrac{4}{e^x - 1}$ وَ (C_f) تمثيلها البياني.

① حدد مجموعة تعريف الدالة f، ثم أثبت أن f دالة فردية.

② أدرس تغيرات الدالة f.

③ • أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - (x - 2))$ وَ $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) - (x + 2))$.

• ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f).

④ أرسم (C_f).

⑤ g دالة للمتغير الحقيقي x حيث : $g(x) = -x - 2 + \dfrac{4e^x}{e^x - 1}$

• حدد D_g مجموعة التعريف الدالة g.

- بين أن من أجل كل x من D_g : $g(x) = f(-x)$.
- أرسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g اعتمادًا على (C_f).

تمرين عدد 40 ☆☆☆

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = e^{-x} - x + 1.$$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,27 < \alpha < 1,28$.

4) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x-2)e^{x} - x + 2$، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن: $f(x) = (x-2)(e^{x}-1)$.

ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

ب) اوجد نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.

2) ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x) = -e^{x}g(x)$.

ب) استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على $]\alpha; +\infty[$ و متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

(يعطى $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x} = 0$).

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

4) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين احداثياتها.

5) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

6) بين ان $f(\alpha) = -\dfrac{(\alpha-2)^2}{\alpha-1}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

7) أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f).
(يعطى $f(\alpha) \approx -1,86$).

8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة :

$$(x-2)(e^{x}-1) + x = m.$$

تمرين عدد 41 ☆☆☆

نعتبر كثير الحدود $p(x)$ حيث : $p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

ا/ بين أن 2 جذر لـ $p(x)$.

ب/ a و b و c بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$p(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c).$$

ج/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x) = 0$.

د/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $e^{3x} - 4e^{2x} + e^{x} + 6 = 0$.

ه/ أدرس اشارة العبارة : $e^{3x} - 4e^{2x} + e^{x} + 6$.

تمرين عدد 42 ☆☆☆

i) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$g(x) = (4-2x)e^{x} - 4.$$

1) ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم الأخر α حيث :
$1,59 < \alpha < 1,60$.

3) عين، حسب قيم x إشارة $g(x)$.

ii) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x) = \frac{2x-2}{e^{x}-2x}.$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند $-\infty$ و عند $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتيهما على الترتيب $y = -1$ و $y = 0$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x،

$f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

3) بين أن : $f(\alpha) = -1 + \dfrac{1}{\alpha - 1}$ و استنتج حصر للعدد $f(\alpha)$. (محذوف بالنسبة لعلوم تجريبية و خاص بتقني فقط).

4) شكل جدول تغيرات الدالة f علما أن $f(\alpha) \approx 0,68$.

5) أحسب $f(1)$ ثم أنشئ المستقيمين المقاربين و المنحني (C_f).

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد و إشارة حلول المعادلة $2\left[x(1+m) - 1\right] - me^x = 0$.

تمرين عدد 43 ★★★

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $f(x) = x - \dfrac{1}{e^x - 1}$، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1 − أ ـ أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

ب ـ أكمل دراسة تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2 − أ ـ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\ln 2 < \alpha < 1$ ثم أثبت أن : $f'(\alpha) = 1 + \alpha + \alpha^2$.

ب ـ أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) في النقطة $A(\alpha; f(\alpha))$.

3 − أحسب $f(-x) + f(x)$ ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

4 − أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - x - 1]$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x]$.

فسر النتيجتين هندسيا.

5 − أ ـ أنشئ (T) و (C_f) نأخذ : $\alpha \approx 0,8$.

ب ـ هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) تعامد المستقيم ذا المعادلة $y = x$؟ برر إجابتك.

ج ـ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1) = me^x$.

6 − g دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $g(x) = -x + \dfrac{e^x}{e^x + 1}$.

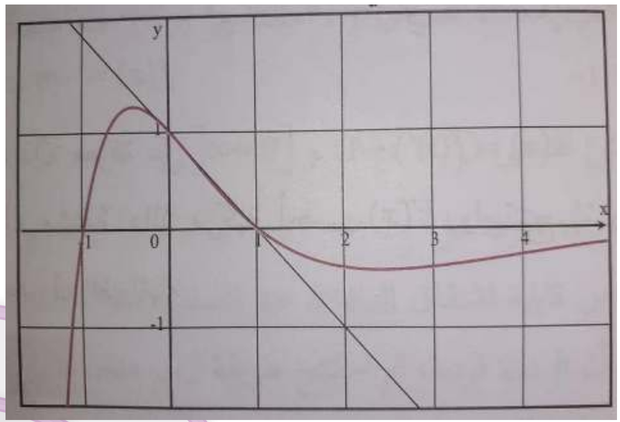
بين أن : $g(x) = f(-x)$ ثم أرسم (C_f) منحنى الدالة g.

تمرين عدد 44

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\ \overrightarrow{i},\ \overrightarrow{j})$.

I – (C_g) المنحنى الممثل للدالة g و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$g(x) = (1 + ax^2)e^{bx}$ كمايلي :



بقراءة بيانية :

1 – أحسب $g(-1)$، $g(0)$ و $g'(0)$.

2 – جد معادلة المماس لـ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

3 – حل المعادلة : $g(x) = 0$ ثم شكل جدول إشارة الدالة g.

4 – باستعمال المعطيات السابقة تحقق أن : $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$.

II – f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x + 1)^2e^{-x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\ \overrightarrow{i},\ \overrightarrow{j})$.

1 – أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم أثبت أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ و فسر هذه النتيجة هندسيا.

2 – أ ـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = g(x)$.

ب ـ استنتج اتجاه تغير الدالة

3 – f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4 – أ ـ عين دون حساب $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{f(x)-1}{x}$ و فسر النتيجة هندسيا.

ب ـ استنتج معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند : $x_0 = 0$.

5 – أنشئ المنحنى (C_f) و المماس (T) على المجال $]-2;+\infty[$.

6 – ناقش بيانيا، حسب ثيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = -m$.

III – k دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $k(x) = f(x^2) - 1$.

باستعمال مشتقة دالة مركبة أحسب $k'(x)$ و استنتج إشارتها، ثم شكل جدول تغيراتها.

تمرين عدد 45

I – نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$g(x)=(2x+1)e^{x}-1$.

1 – أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2 – أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

3 – أحسب $g(0)$ وحدد إشارة $g(x)$.

II – نعتبر الدالة f المعرفة على $]\infty;1]$ بـ :
$f(x)=x(1-e^{x})^{2}$، (C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس $(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

1 – أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2 – أ ـ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f).

ب ـ أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_f).

3 – بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;1]$ فإن : $f'(x)=(e^{x}-1).g(x)$.

4 – استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيراتها.

5 – أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها.

6 – أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1.

7 – أنشئ المنحنى (C_f)، (Δ) و (T).

III – h دالة معرفة على $[-1;1]$ بـ :
$h(x)=x(1-e^{|x|})^{2}$.

1 – ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند الصفر، ماذا تستنتج؟

2 – بين أن h دالة فردية، ثم استنتج طريقة لرسم منحناها دون دراسة تغيراتها.

3 – أنشئ منحنى الدالة h في نفس المعلم السابق.

تمرين عدد 46

f دالة معرفة على $\mathbb{R}^{*}$ كمايلي : $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$.

1 – احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2 – احسب : $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ فسر النتيجتين هندسيا.

3 – أ ـ برهن أن : $\lim\limits_{|x|\to+\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)=1$ (يمكن وضع : $t=\frac{1}{x}$).

ب ـ استنتج أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

4 – احسب $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5 – ارسم (C_f).

6 – g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ كمايلي : $g(x)=f(x^{2})$
باستعمال مشتق دالة مركبة أحسب $g'(x)$، استنتج اتجاه تغير الدالة g.

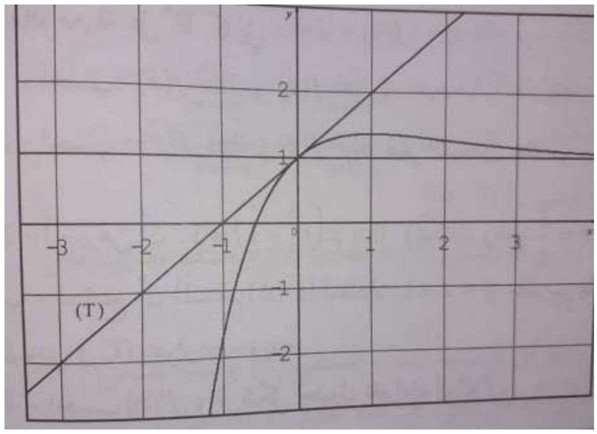
7 – لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ كمايلي : $h(x)=|x|e^{\frac{1}{|x|}}$
باستعمال المنحنى (C_f) أنشئ المنحنى (C_h).

8 – k دالة معرفة على $\mathbb{R}^{*}$ كما يلي : $k(x)=|f(x)|$
باستعمال (C_f) أنشئ المنحنى (C_k).

تمرين عدد 47

المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

I – (C_g) المنحنى الممثل للدالة g و المعرفة على $\mathbb{R}$.
بـ : $g(x)=axe^{bx}+1$ كمايلي :
(C_g) يقبل مماسا أفقيا عند النقطة A.
(T) المماس للمنحنى (C_b) عند النقطة B.



1 – بقراءة بيانية :

أ ـ جد : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب ـ أحسب $g'(1)$ و $g'(0)$.

ج ـ علل وجود عدد حقيقي وحيد α في المجال $]-0,57;-0,56[$ يحقق : $g(x)=0$

ثم استنتج إشارة $g(x)$.

2 – باستعمال المعطيات السابقة بين أن :

$f(x)=xe^{-x}+1$.

II – f الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :

$f(x) = x-(x+1)e^{-x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1 – أثبت أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2 – أ ـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$:

$f'(x)=g(x)$

ب ـ استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]-1;+\infty[$، ثم شكل جدول تغيراتها.

3 – أ ـ أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$ و فسر النتيجة هندسيا.

ب ـ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$.

4 – بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

5 – أوجد معادلة المماس d للمنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ).

6 – أنشئ : (C_f) و (d) و (Δ)

(نأخذ : $f(\alpha)\approx-1,3$).

7 – ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$m+(x+1)e^{-x}=0$.

تمرين عدد 48 ☆☆☆

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=\frac{1}{2}x+1+e^{-|x|}$$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس $(O,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ )$.

1 – أكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

2 – ادرس استمرارية الدالة f عند 0.

3 – ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0، و فسر النتيجة هندسيا.

4 – أكتب معادلة نصفي المماسين (T_1) و (T_2) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5 – أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

6 – أدرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

7 – بين أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-2,3<\alpha<-2,2$.

8 – أرسم (T_1)، (T_2) و (C_f).

9 – ناقش بانيا، و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=m$.

تمرين عدد 49 ☆☆☆

I – لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$ حيث a و b و c أعداد حقيقة.

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس $(O,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ )$.

• عين a و b و c بحيث يشمل المنحنى (C_f) النقطة O و الدالة المشتقة f' تتعدم من أجل : $x=\ln\frac{3}{4}$ و المستقيم ذا المعادلة : $y=1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

II – نأخذ فيمايلي : $a=2$ و $b=-3$ و $c=1$.

1 – احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)؟

2 – احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

3 – ادرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها.

4 – حدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

5 – عين معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

(هذا السؤال خاص بشعبتي رياضيات و التقني رياضي فقط)

6 – أنشئ (C_f).

تمرين عدد 50 ☆☆☆

I – لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$g(x)=\frac{1}{2}x-e^{\frac{x}{2}}$.

1 – ادرس تغيرات الدالة g.

2 – استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II – نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x)=(-x-2)e^{-\frac{x}{2}}+2-x$$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس $(O,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ )$.

1 – أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2 – بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f(x)=(-x-2)\left(e^{-\frac{x}{2}}+1\right)+4$ ثم احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

3 – أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^{-\frac{x}{2}}g(x)$.

4 – استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5 – أ - أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(2-x)]$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب - عيّن إحداثيات النقطة B نقطة تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y=-x+2$.

6 – استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

7 – أثبت أن (C_f) يقبل مماسا يوازي المستقيم (Δ).

8 – أحسب $f(0)$ ثم أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

9 – أحسب $f(-2)$ ثم أنشئ (Δ)، (T) و (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.

10 – ناقش بيانيا، و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$(m-2)e^{\frac{x}{2}}+x+2=0.$$

تمرين عدد 51

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x}{x-1}e^{-x}$، (C_g) المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1 – احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2 – بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$:

$$f'(x)=\frac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$$

و ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3 – أ ـ اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ب ـ h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ : $h(x)=e^{-x}+x-1$

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$.

4 – بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$:

$f(x)+x=\dfrac{x.h(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T) و فسر النتيجة بيانيا.

5 – اكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و النقطة $A\left(-2;\dfrac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين (T) و (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $[-2;1[$.

6 – ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx$، حيث : $x\in[-2;1[$.

تمرين عدد 52

f دالة معرفة في $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=\dfrac{me^x+1}{e^x+m}$

m وسيط حقيقي و x المتغير و (C_m) منحنى الدالة .
أثبت ان جميع المنحنيات (C_m) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها

تمرين عدد 53

نرفق بكل عدد حقيقي غير معدوم k , الدالة $f_k(x)$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=k\,(x+1)\,e^{-x}$, نسمي (C_k) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أثبت ان كل المنحنيات (C_k) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثياتها.
2. أدرس حسب قيم k تغيرات الدالة f_k
3. شكل جدول تغيرات الدالة (f_2) وأرسم المنحنى (C_2)
4. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f_2(x)=f_2(m)$

ملاحظـة :

سيتم حل التمارين في حصص الدعم أو نشر الحلول على :

صفحة الأستاذ براهيمي رياضيات الطور الثانوي