تمارين في الجبر للاقسام النهائية – رياضيات و تقني رياضي – 2017/2018

جمعها الاستاذ : بوخلاط محمد

التمرين الأول :

برهن أن العدد $A=5^{45}+4^{30}$ عدد غير أولي .

التمرين الثاني :

برهن انه من أجل كل عدد صحيح n : n^4-20n^2+4 عدد غير أولي .

التمرين الثالث :

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^{4n+2}+5^{2n+1}$ يقبل القسمة على 14 .

التمرين الرابع :

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3^{5n}+5^{5n+1}+4^{5n+2}$ يقبل القسمة على 11 .

التمرين الخامس :

عين الاعداد الصحيحة n حيث : $\sqrt{\dfrac{11n-5}{n+4}}\in\mathbb{N}$.

التمرين السادس :

حل في $\mathbb{Z}^2$: $x^2=9y^2-39y+40$.

التمرين السابع :

حل في $\mathbb{Z}$ جملة الموافقات :

1) $\begin{cases} x\equiv 1[6] \\ x\equiv 3[10] \\ x\equiv 7[15] \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x\equiv 7[6] \\ 7x\equiv 11[10] \\ 11x\equiv 5[15] \end{cases}$

التمرين الثامن :

حل في $(\mathbb{N}^*)^2$: $11pgcd(x;y)+ppcm(x;y)=203$.

التمرين التاسع:

بين انه من اجل كل عدد طبيعي n، $2^{2^{8n+6}}+10$ يقبل القسمة على 13 .

التمرين العاشر :

عين اصغر عدد طبيعي n حيث : $n \equiv 6[23]$ و $n^2 \equiv 13[23^2]$.

التمرين الحادي عشر :

حل في $\mathbb{Z}$ الموافقات التالية :

1) $n+5 \equiv 0[n+3]$.

2) $2n-5 \equiv 0[n-2]$.

3) $n^2-3n+6 \equiv 0[n+1]$.

التمرين الثاني عشر :

1) عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للاعداد 4^n و 5^n على 7 ؟

2) حل في $\mathbb{N}$ المعادلة : $100-102^n+103^n \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث عشر :

1) ماهو باقي القسمة الاقليدية للعدد 5^{136} على 7 ؟

2) يكتب العدد $3x53$ في النظام العشري .عين x حتى يقبل العدد $5^{136}+3x53$ القسمة على 7 .

التمرين الرابع عشر:

برهن ان الجملتين (S_1) و (S_2) متكافئتين :

$$(S_1) : \begin{cases} xy \equiv x^2[6] \\ 2xy+x^2 \equiv 3[6] \end{cases} .$$

$$(S_2) : \begin{cases} x(y-x) \equiv 0[6] \\ xy \equiv 1[2] \end{cases} .$$

التمرين الخامس عشر :

عين كل الثنائيات الطبيعية $(a;b)$ حيث : $\begin{cases} ppgcd(a;b)=5 \\ ppcm(a;b)=8160 \end{cases}$.

التمرين السادس عشر:

(u_n) متتالية عددية معرفة كمايلي : $u_0=14$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=5u_n-6$.

1) أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 .

ضع تخمينا حول الرقمين الأخيرين لـ u_n ؟

2) برهن من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+2} \equiv u_n[4]$.

ثم استنتج من اجل كل عدد طبيعي k ، $u_{2k} \equiv 2[4]$ و $u_{2k+1} \equiv 0[4]$.

3) أ) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_n=5^{n+2}+3$.

ب) استنتج من اجل كل عدد طبيعي n ، $2u_n \equiv 28[100]$.

هل يمكن استنتاج أن $u_n \equiv 14[100]$ ؟

4) عين الرقمين الاخيرين في الكتابة العشرية لـ u_n تبعا لقيم n ثم تأكد من التخمين السابق .

5) برهن ان $p\gcd$ لحدين متتابعين من المتتالية (u_n) ثابت ثم حدد قيمته .

التمرين السابع عشر :

1) برهن من أجل كل عدد طبيعي n ، $8^{2n} \equiv 1[21]$.

2) استنتج من اجل كل عدد طيعي n ، $2^{4n+1} + 5 \equiv 0[21]$.

3) عين باقي القسمة الاقليدية للأعداد $64^{16^{8^{4^2}}}$ ، $2^{16^{8^{4^2}}}$ و $32^{16^{8^{4^2}}}$ على 21 .

التمرين الثامن عشر :

1) برهن ان العدد $5555^{2222} + 2222^{5555}$ يقبل القسمة على 7 .

2) برهن ان العدد $10^{5^{10^{5^{10^{5}}}}} + 5^{10^{5^{10^{5^{10}}}}}$ يقبل القسمة على 7 .