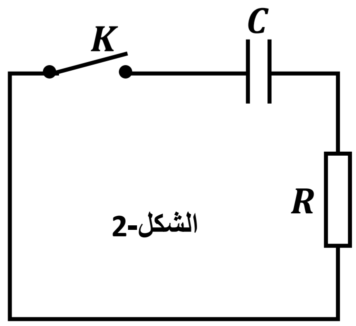
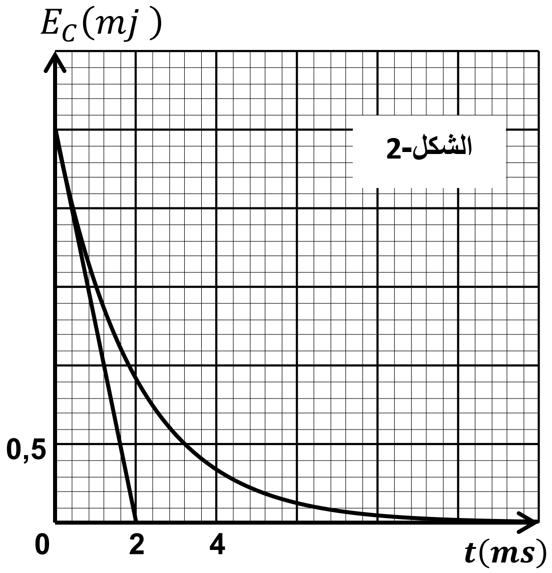
التمرين(1)



مكثفة سعتها C شحنت كليا تحت توتر كهربائي ثابت $E = 10V$

لمعرفة سعة المكثفة C ومقاومة الناقل الأومي R ، نحقق الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل- 1.

1) نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.
   - أ- بتطبيق قانون جمع التوترات ، جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.
   - ب- حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى من الشكل : $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.
   - حيث : A و τ ثابتان يطلب كتابة عبارتيهما الحرفية .
2) بين أن المعادلة التفاضلية ل E_C طاقة المكثفة تكتب بالشكل : $\frac{dE_C}{dt} + \frac{2}{\tau}E_C = 0$.
3) البيان (الشكل-2) يمثل تطور $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن.
   - أ- أكتب العبارة اللحظية $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .
   - ب- استنتج قيمة E_{C0} الطاقة المخزنة العظمى في المكثفة ، ثم استنتج سعة المكثفة C .
   - ج- بين أن المماس للمنحني في اللحظة $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.
   - د- أوجد ثابت الزمن τ ، استنتج مقاومة الناقل الأومي R .
4) أوجد شدة التيار المار في الدارة في اللحظة $t = 3,2ms$.
5) أثبت أن زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو $t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2$. ثم احسب قيمته.



التمرين(2)

نريد أن نتحقق من قيمة مقاومة وشيعة بثلاثة طرق:

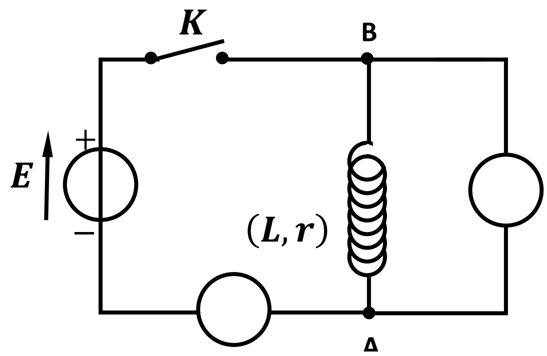
i. من أجل هذا الغرض نركب الدارة الموضّحة في الشكل ، والتي تضم العناصر التالية:

مقياس أمبير A مقاومته مهملة .

مقياس فولط V مقاومته كبيرة جدا .

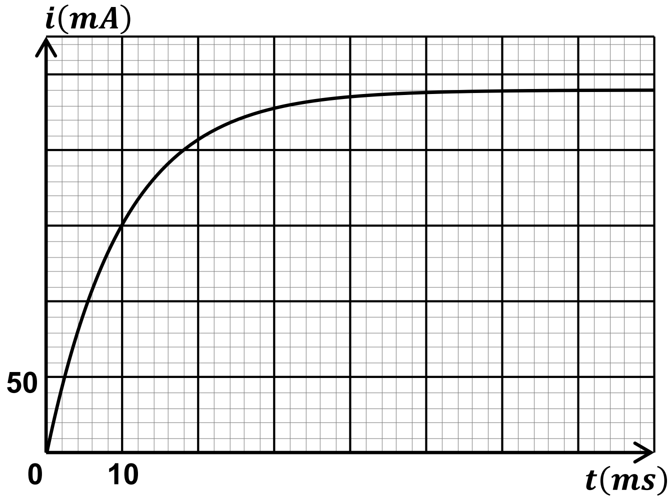
وشيعة مقاومتها r وذاتيتها $L = 250\ mH$.

مولد للتوتر مثالي قوته المحركة الكهربائية $E = 6\ V$.



1) ضع الرمزين A و V على الدارة. ثم وضّح جهة التيار في الدارة وجهة التوتر بين طرفي الوشيعة.
2) في النظام الدائم يشير مقياس الأمبير للقيمة $I_0 = 400mA$ ويشير مقياس الفولط للقيمة $U_b = 6V$ استنتج القيمة r لمقاومة الوشيعة.

ii. نضيف على التسلسل مع الوشيعة مصباحا مقاومته ثابتة $R = 10\Omega$ ثم نصل الدارة براسم الاهتزاز ذو ذاكرة من أجل متابعة تطور شدة التيار في الدارة بدلالة الزمن $i(t)$ عند غلق القاطعة.



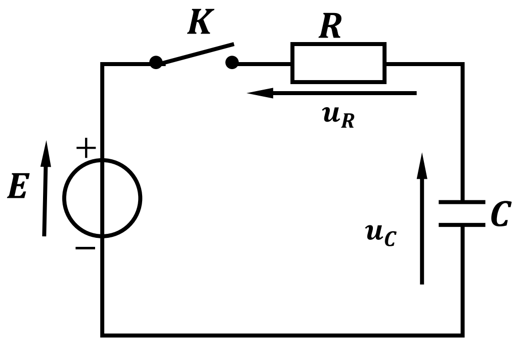
1) ما هي الظاهرة الملاحظة عند غلق القاطعة ؟
2) بيّن على الدارة كيفية الربط لراسم الاهتزاز من أجل مشاهدة توتر يتناسب مع شدّة التيار.
3) أوجد من البيان $i(t)$ ثابت الزمن τ ، مبيّنا الطريقة المتبعة .
4) اكتب عبارة ثابت الزمن بدلالة R و r و L ، ثم بواسطة تحليل بعدي بيّن أن τ يًقاس بالثانية.
5) احسب مقاومة الوشيعة r .
6) نعتبر أن شدة التيار بلغت القيمة $I = 240\ mA$ في المدّة $t = 5\tau$.

- عبّر عن مقاومة الوشيعة بدلالة E ، R ، I . ثم احسب r .
- هل الطرق الثلاثة أعطت نفس القيمة لمقاومة الوشيعة ؟

التمرين(3)

i. شحن المكثفة

توفر على مكثفة وضع عليها الصانع الإشارة $1F$ ، ولكي نتحقق من سعة هذه المكثفة ننجز الدارة الكهربائية التالية :

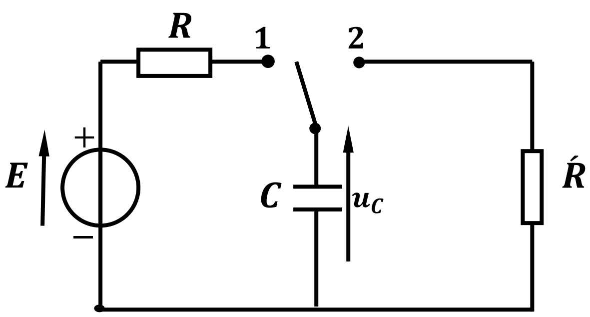


تتم تغذية ثنائي القطب RC بمولد توتره $E = 10V$. نغلق القاطعة K عند لحظة نعتبرها $t = 0$.

1) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين طرفي المكثفة .
2) تحقق من أن $u_C(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة مع $\tau = RC$.
3) مثل بشكل تقريبي منحنى تغيرات u_C بدلالة الزمن t .
4) ثابت الزمن لثنائي القطب RC $\left(\tau = 10s\right)$ ، أوجد قيمة سعة المكثفة علما أن $R = 10\Omega$ قارنها مع القيمة المدونة على المكثفة .

ii. لتفريغ المكثفة ننجز التركيب التجريبي التالي

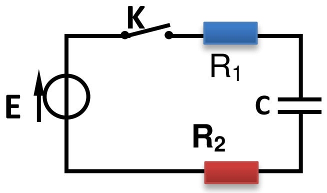
نضع القاطعة في الموضع رقم 1 إلى غاية اللحظة $t = 20s$ نزيحها إلى الموضع رقم 2 ونعتبر هذه اللحظة مبدأ للزمن $t = 0$.



1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثفة
2) أوجد حلا للمعادلة التفاضلية السابقة نعطي $\acute{R} = 2R$.
3) أوجد قيمة شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة $t = 0$.
4) مثل بشكل تقريبي منحنى تغيرات شدة التيار i بدلالة الزمن t .
5) احسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظتين $t = 0$ و $t = 20s$
6) يمكن تفريغ المكثفة السابقة في مكثفة أخرى سعتها $\acute{C}$ عوض الناقل الأومي $\acute{R}$. علما أن المكثفة $\acute{C}$ كانت فارغة

أوجد قيمة التوتر الكهربائي بين طرفيها عند نهاية التفريغ . بحيث $\acute{C} = 2C$.

التمرين(4)



الشكل المقابل يمثل دارة كهربائية مكونة من العناصر التالية: مولد ذو توتر كهربائية ثابت E , مكثفة سعتها C

ناقلان أوميان مقاومتهما $R_1 = 1K\Omega$. $R_2 = 4k\Omega$, القاطعة K .

1- عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

- أعط العبارة الحرفية للتوترات u_{R_1} . u_{R_2} بدلالة الشحنة $q(t)$

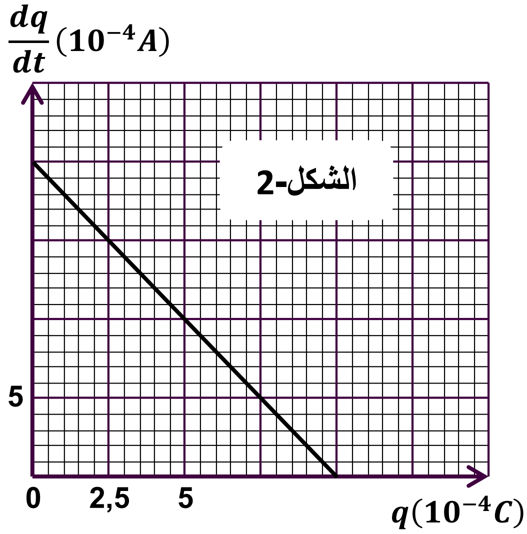
2- بتطبيق قانون جمع التوترات بين أنه المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة من الشكل : $\frac{dq(t)}{dt} + a.q(t) - b = 0$

- مع إعطاء عبارة كل من a و b بدلالة E, C, R_1, R_2

3- يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل :

$q(t) = \alpha\left(1 - e^{-\beta t}\right)$,

إستنتج عبارة كل من α, β.



4- الشكل2يمثل تغيرات $\frac{dq(t)}{dt}$ بدلالة $q(t)$ بالاعتماد على الشكل- 2

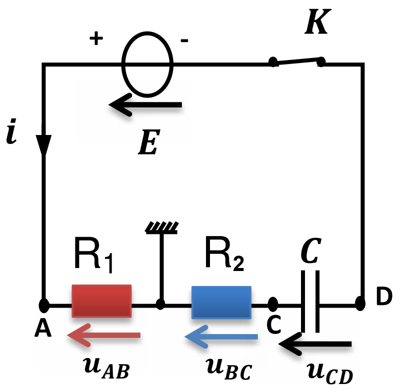
أوجد كل من :

أ- ثابت الزمن τ .

ب- سعة المكثفة C .

جـ - التوتر الكهربائي بين طرفي المولد E .

التمرين(5)



بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، ناقلين أوميين مقاومة الأول $R_1 = 5\ \Omega$ و مقاومة الثاني R_2 مجهولة ،

مكثفة فارغة سعتها C ، قاطعة K . نحقق الدارة المبينة في الشكل التالي :

ثم نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

الدراسة التجريبية لتطور التوتر u_{AB}بين طرفي الناقل الأومي R_1 ، و التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأوميR_2بالإعتمادعلى راسم الاهتزاز المهبطي تحصلنا على البيانين $u_{AB} = f(t)$ ، $u_{BC} = g(t)$.

1) بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الإهتزاز المهبطي بالدارة حتى نحصل على البيانين السابقين .

2) أكتب المعادلة التفاضلية لشحنة المكثفة $q(t)$.

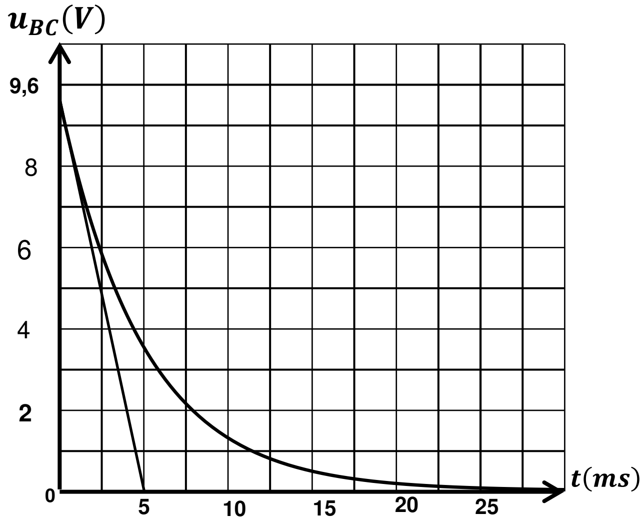
3) حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $q(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{B}}\right)$ ، عين A و B ، ماذا يمثل B وما هو مدلوله الفيزيائي ؟

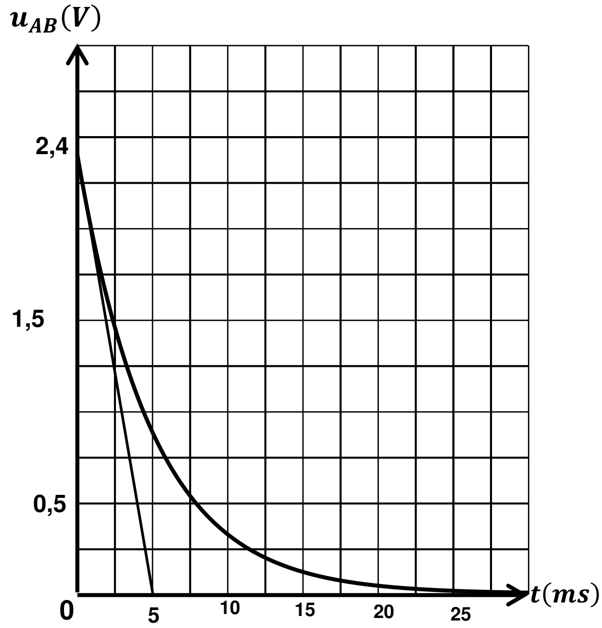
4) أكتب بدلالة E ،R_1 ، R_2 ، C العبارات اللحظية لكل من :

- شدة التيار المار في الدارة .
- التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1.
- التوتر u_{BC}بين طرفي الناقل الأومي R_2.

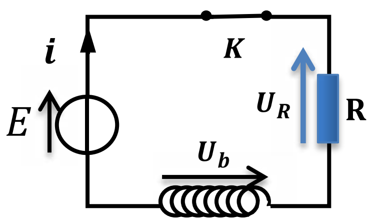
5) أكتب بدلالةR_1، R_2 ، C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة .

6) اعتمادا على الدراسة التجريبية و النظرية السابقتين ، أوجد :
E ،I_0 ، R_2 ، C حيث I_0 شدة التيار الأعظمية المار في الدارة





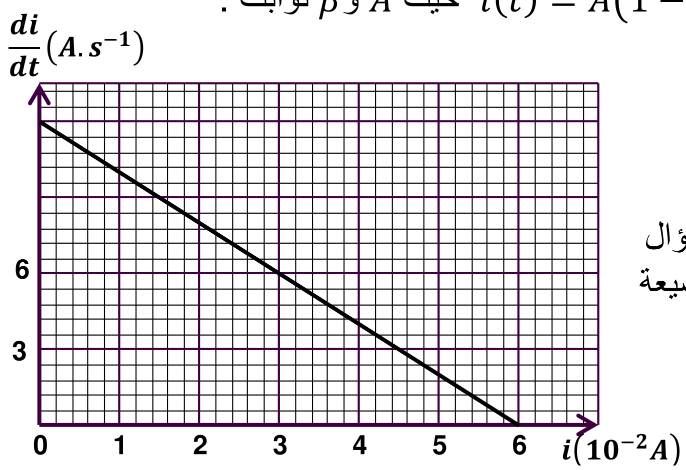
التمرين(6)



دارة كهربائية تتكون على التسلسل من وشيعة (L, r) وناقل أومي مقاومته $R = 90\Omega$ ومولد قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$ وقاطعة K كما في الشكل(1) نغلق القاطعة عند $t = 0$.

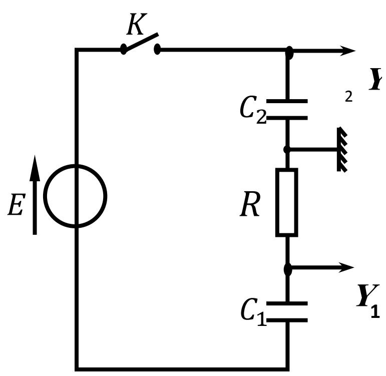
1) أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار i .
- أثبت ان هذه المعادلة تقبل حل من الشكل $i(t) = A\left(1 - e^{-\beta t}\right)$ حيث A و β ثوابت .

2) يمثل منحنى الشكل(2) تغيرات $\frac{di}{dt}$ بدلالة التيار i أي $\frac{di}{dt} = f(i)$.



- أكتب العبارة البيانية .
- باستخدام العبارة البيانية والعبارة المستخرجة في السؤال (1) استنتج قيمة كل من الذاتية L و والمقاومة r للوشيعة .
- عبر بدلالة E ، r ، R عن I_0 شدة التيار في النظام الدائم ثم احسبه

التمرين (7)



الشكل-2

ننجز الدارة الممثلة في(الشكل-2) والمكونة من :

- ناقل أومي R حيث $R = 3k\Omega$.
- مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E .
- مكثفتين غير مشحونتان سعتاهما C_1 و $C_2 = 2\mu F$.

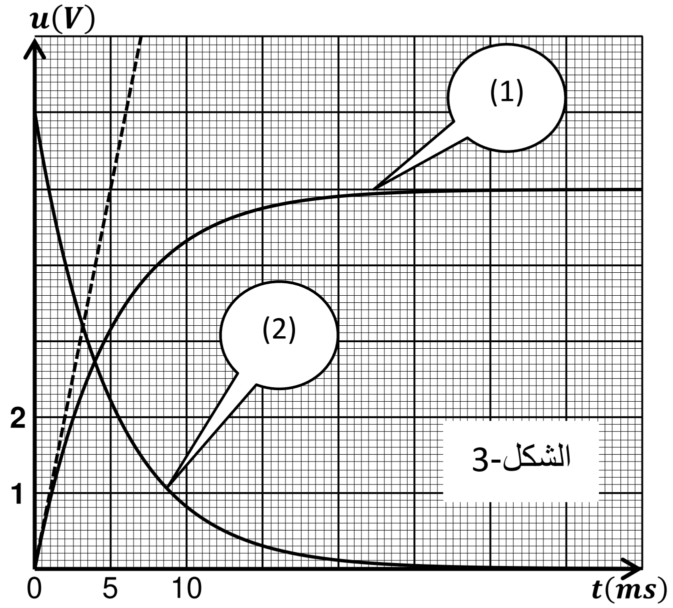
- قاطعة K .

نغلق القاطعة K عند اللحظة $t = 0$.

1) بين أن عبارة السعة المكافئة هي من الشكل : $C_e = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$.

2) بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر $u_2(t)$ بين طرفي المكثفة C_2 هي : $\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC_e}u_2 = \frac{E}{RC_2}$

3) يكتب حل هذه المعادلة على الشكل: $u_2(t) = A\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$. أوجد عبارتي كل من الثابتين A و λ بدلالة مميزات الدارة .



الشكل-3

4) يمثل (الشكل-3) تطور التوترين $u_2(t)$ و $u_R(t)$ بالاعتماد على (الشكل-2) :

أ) حدد المنحنى الذي يمثل $u_2(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_R(t)$ مع التعليل .

ب) حدد قيمة كل E ثابت الزمن τ .

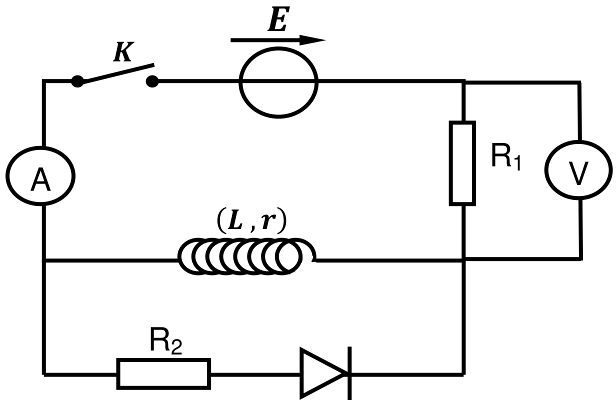
ج) استنتج قيمة كل من $u_2(t)$ و $u_1(t)$ في النظام الدائم .

د) أوجد قيمة سعة المكثفة C_1 .

5) أحسب الطاقة المخزنة في الدارة عند نهاية عملية الشحن .

التمرين (8)

نركب الدارة المقابلة (الشكل-1) :



الشكل-1

- مولّد مثالي للتوتر قوته المحركة الكهربائية $E = 12V$.
- ناقلان أوميان R_1 و R_2 .
- وشيعة مقاومتها r وذاتيتها L .
- صمام ثنائي مقاومته معدومة في الاتجاه المباشر ولا نهائية في الاتجاه غير المباشر.
- مقياسا فولط وأمبير.

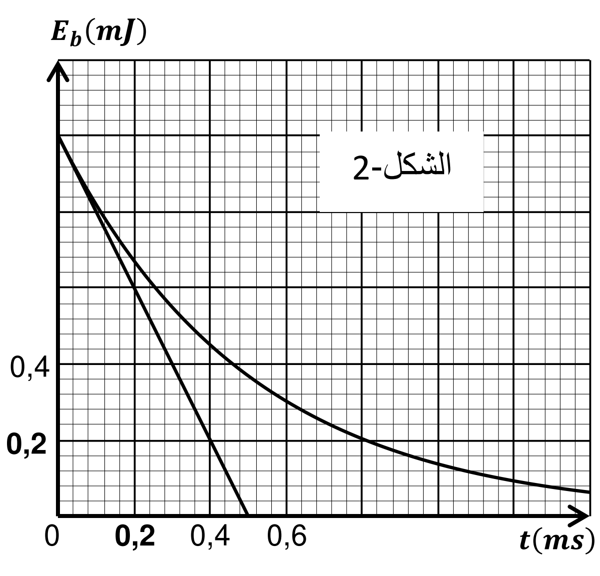
1) نغلق القاطعة ، وبعد مدة تستقر إشارة مقياس الفولط على القيمة $U = 10V$ وإشارة مقياس الأمبير على القيمة $I = 0{,}1A$.بطريقة خاصة وجدنا حينذاك الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_b = 1mJ$.

✓ أوجد قيم كل من R_1 ، r ، L .

2) نفتح القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

أ) اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة u_2 (التوتر بين طرفي R_2).

ب) يُعطى حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $u_2(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.عبّر عن τ و A بدلالة مميّزات الدارة.



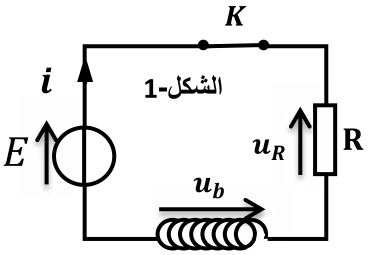
الشكل-2

3) بعد فتح القاطعة نمثّل تغيرات الطاقة في الوشيعة بدلالة الزمن (الشكل-2) .

باستغلال البيان ، أوجد:

أ) قيمة R_2 .

ب) قيمة التوتر بين طرفي الوشيعة عند اللحظة $t = 0$.
ج) شدّة التيار عند اللحظة $t = 0{,}8ms$.

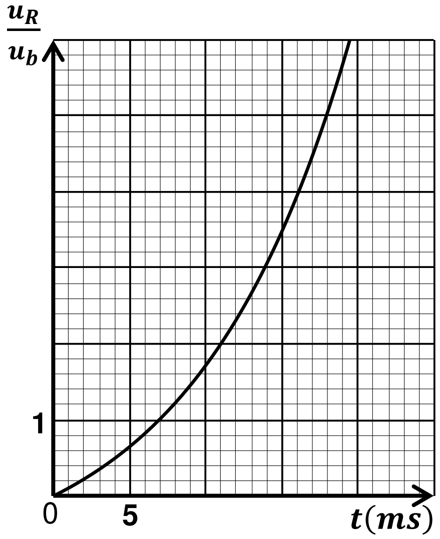


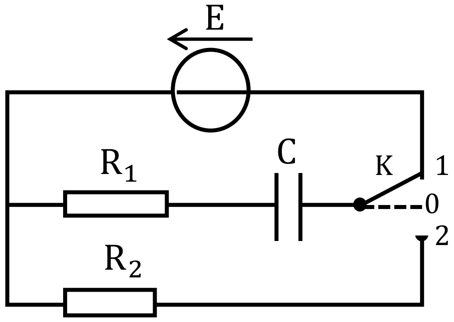
التمرين (9)

يبين التركيب التالي (الشكل1) دارة تسلسلية تحتوي على : وشيعة مثالية ذاتيتها L ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$
مولد مثالي يعطي توتر ثابت $E = 6V$ ، قاطعة K .

عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة فيمر تيار كماهو موضح في الشكل :

1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي تطور التوتر الكهربائي $u_R(t)$.
2) تأكد أن المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل $u_R(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.
3) أوجد العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة $u_b(t)$.
4) أوجد النسبة $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة τ و t .
5) يمثل البيان المعطى تغيرات المقدار $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة t .
   - استنتج من البيان مميزات الدارة τ ، L .





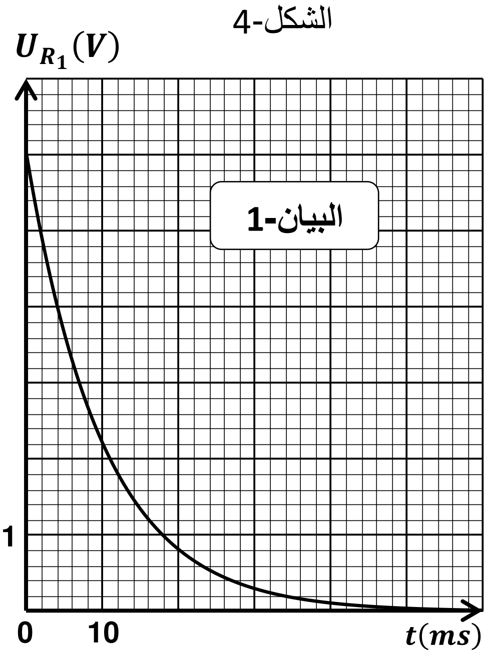
الشكل-4

التمرين (10)

I. - نحقق التركيب التجريبي المُمثل في الشكل-4 بواسطة العناصر التالية:
- مولد كهربائي قوته المحركة الكهربائية E .
- مكثفة سعتها C.
- مُقاومة $R_1 = 100\Omega$ ومقاومة R_2 مجهولة .
- بادلة K يُمكن وضعها في الوضع (1) أو (2).

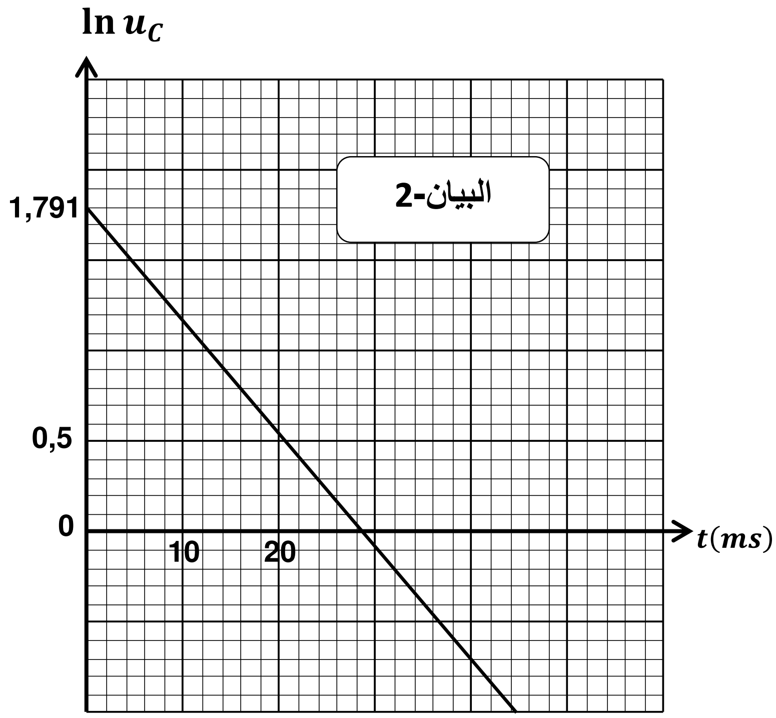
نضع البادلة K في الوضع (1) بدءاً من اللّحظة الزمنية $t = 0\ s$ التي تكون فيها المُكثفة غيرُ مشحونة.

1) بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم بالأسهم التوترين u_C ، u_{R_1} .
2) بين على الشكل كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_{R_1} = f(t)$ (البيان-1).
3) بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_1 تعطى بالعلاقة :
$$\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1 C}u_{R_1} = 0$$
4) حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالشكل: $u_{R_1(t)} = Ae^{-\frac{1}{B}t}$
جد عبارة كل من : A و B .

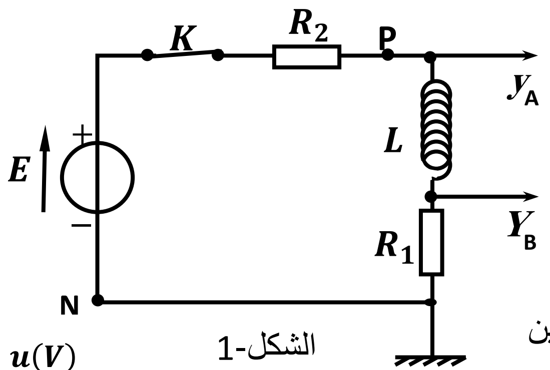


5) ما المدلول الفيزيائي للمقدار B وما وحدته في الجملة الدولية ؟علل .
6) أحسب كل من : E، ثابت الزمن τ_1 ، C .
7) أحسب قيمة الطاقة المخزنة في النظام الدائم .

II. نضع البادلة في الوضع (2) بدءا من لحظة زمنية نعتبرها مبدأ للزمن $t = 0\ s$.
1) ماذا يحدث للمكثفة ؟
2) أكتب المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_c(t)$.
3) بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة: $u_c(t) = Ee^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$ حلا لها.
4) البيان-2 يمثل $\ln u_C = f(t)$.
أ- أكتب العلاقة البيانية .
ب- أوجد العلاقة النظرية لـ $\ln u_C$ بدلالة E, C, R_1, R_2, t :.
جـ- أحسب قيمة المقاومة R_2 وتأكد من قيمة التوتر بين طرفي المولد E .
د- قارن بين قيمتي ثابتي الزمن τ_1(دارة الشحن)و τ_2 (دارة التفريغ).

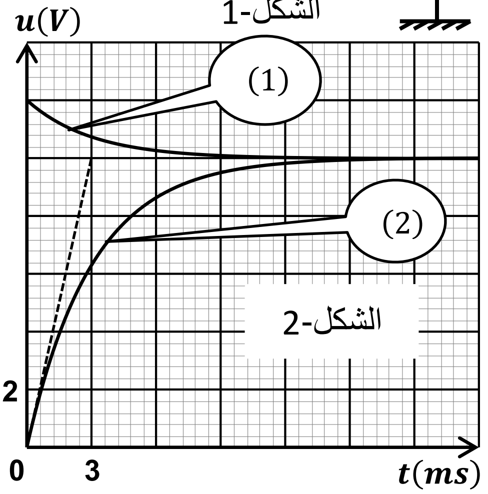


التمرين (11)



ننجز التركيب الممثل في الشكل-1والمكون من :
- مولد للتوتر قوته المحركة $\mathrm{E} = 12\mathrm{V}$
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة .
- ناقلين أوميين مقاومتاهما $R_1 = 40\Omega$ و R_2 . قاطعة K .

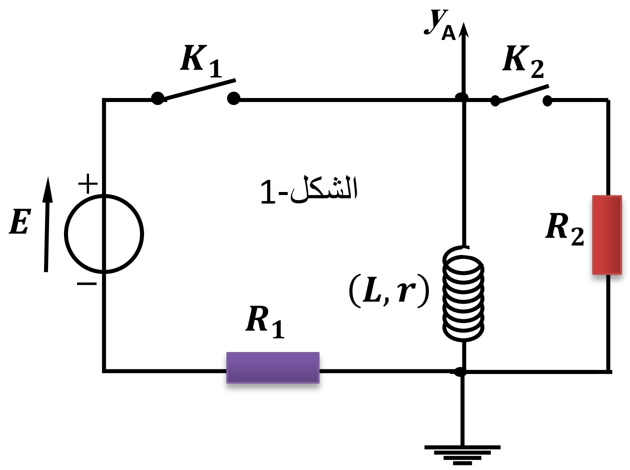
نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.ونسجل بواسطة نظام معلوماتي المنحنيين (C_1) و (C_2) الممثلين للتوترين عند المدخلين A و B . الشكل-2 .



1) عين المنحنى الذي يمثل$u_{R_1}(t)$ و المنحنى الذي يمثل$u_{PN}(t)$.
2) حدد قيمة I_0 شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم .
3) تحقق أن المقاومة R_2 هي $R_2 = 8\Omega$.
4) اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة .
5) حل المعادلة التفاضلية بالشكل: $i(t) = \mathrm{A}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.أوجد عبارة كل من A و τ ثابت الزمن .
6) احسب قيمة ثابت الزمن τ .
7) استنتج قيمة ذاتية الوشيعة L.

8) اوجد الطاقة المخزنة في الوشيعة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.

التمرين (12)



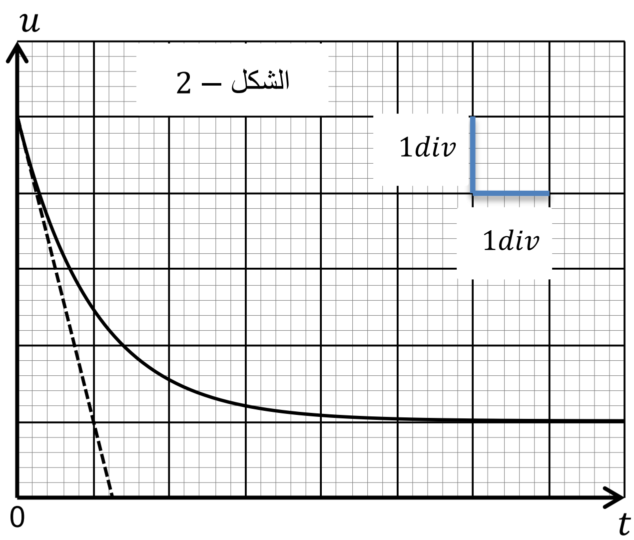
نركّب الدارة الممثّلة في الشكل -1 .

مولد قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي $R_1 = 200\Omega$ ، ناقل أومي R_2. وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r ، قاطعتان K_1 و K_2 .

نصل راسم الاهتزاز المهبطي كما هو موضح في الدارة .

i. نترك القاطعة K_2 مفتوحة ، ونغلق القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$.

نشاهد على شاشة راسم الاهتزاز البيان الممثل في الشكل-2 .



الحساسية الشاقولية : $2V/div$.

الحساسية الأفقية : $4ms/div$.

1) أوجد المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .

2) حل المعادلة التفاضلية من الشكل $i(t) = A + Be^{-\frac{1}{\alpha}t}$ ، حيث A و B و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

3) ما هو المدلول الفيزيائي للثابت α . أوجد قيمته من البيان .

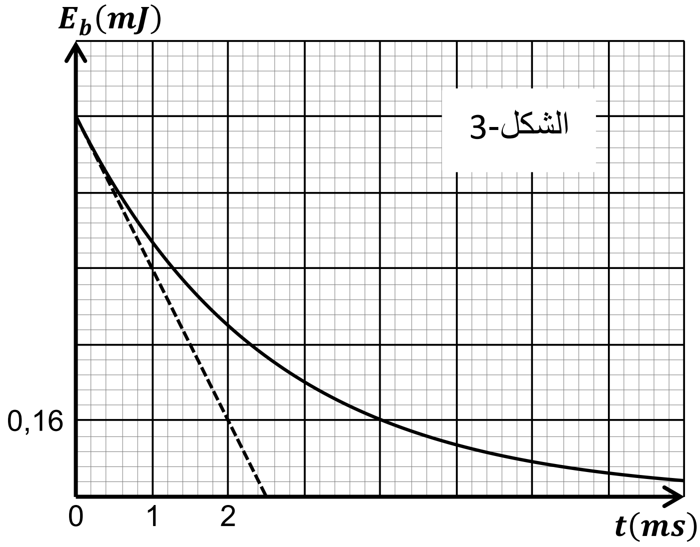
4) احسب قيمة r مقاومة الوشيعة .

5) احسب القيمة العظمى للطاقة المخزنة في الوشيعة .

6) بين أن اللحظة t التي تكون فيها الوشيعة قد خزنت نصف طاقتها الأعظمية تعطى بالعلاقة : $t = \alpha \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$. تأكد من هذه اللحظة مستعينا بالبيان .

ii. تفتح القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$ التي تغلق فيها القاطعة K_2 .

مثلنا في الشكل -3 تغيرات الطاقة المغناطيسية في الوشيعة بدلالة الزمن $E_b = f(t)$.



1) أوجد المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .

2) بين ان حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = \frac{E}{R_1+r}e^{-\beta t}$.

3) بيّن أن المماس (T) للبيان عند $t = 0$ يقطع محور

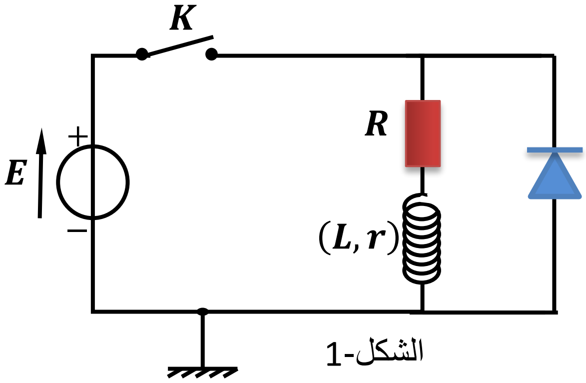
الزمن في $t' = \frac{1}{2\beta}$.

4) احسب قيمة β .

5) احسب قيمة R_2 .

التمرين (13)

وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية r مربوطة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$ ومولد قوته المحركة الكهربائية E و قاطعة K (الشكل-1).



الشكل-1

1) عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

أ) بين على مخطط الدارة الكهربائية جهة التيار ومختلف التوترات الكهربائية.

ب) بيّن أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي u_b بين طرفي الوشيعة تعطى بالعلاقة: $\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$. حيث τ ثابت الزمن .

ج) حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $u_b(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$. حيث A و B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

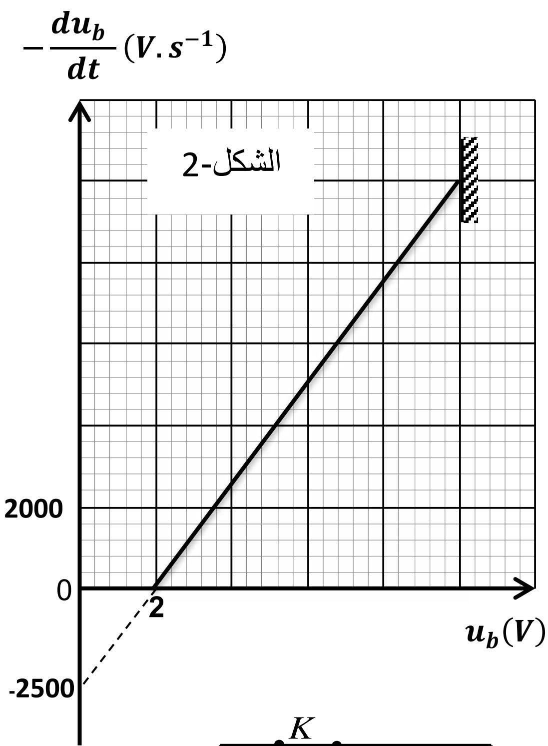
د) مثل كيفيا البيان $u_b(t)$.

2) يمثل بيان (الشكل-2) المنحنى : $-\frac{du_b}{dt} = f(t)$

بتوظيف المعادلة التفاضلية وبيان (الشكل-2)

أ) جد قيم كل من E و r و L .

ب) احسب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t = 4ms$.

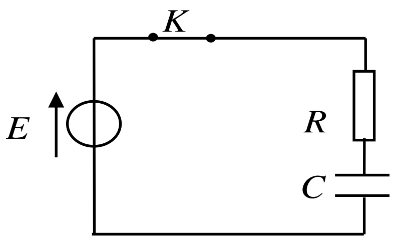


الشكل-2

التمرين (14)

قصد شحن مكثفة مُفرغة تماما سعتها C نحقق الدارة المبينة على (الشّكل - 3 -) والمكونة من العناصر الكهربائية التالية المربوطة على التسلسل :

- مكثفة سعتها C.
- مولّد كهربائي قوته المحركة الكهربائية E و مقاومته الداخلية مهملة .
- ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$.



الشكل - 3 -

ـ قاطعة K .

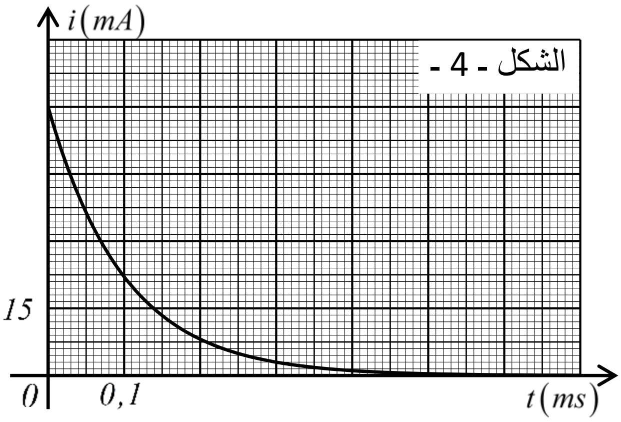
في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة K :

1) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التيار المار في الدارة .

2) بين أنّ $i(t)=A\cdot e^{-t/\tau}$ هو حل المعادلة التفاضلية السابقة . مع تحديد عبارتي كل من A و τ بدلالة مميزات الدارة .

3) استنتج عبارة التوتر U_c بدلالة الزمن و مميزات الدارة .

4) يمكّن نظام معلوماتي من تمثيل المنحنى الممثل لتغيرات التيار i بدلالة الزمن (الشّكل - 4 -) .



أ ـ حدّد ثابت الزّمن τ و استنتج سعة المكثفة C .

ب ـ استنتج E قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولّد الكهربائي

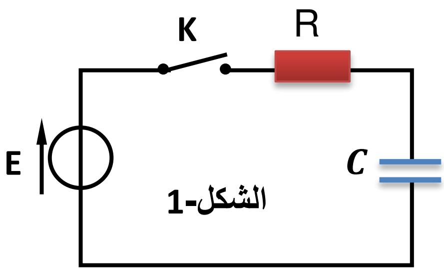
5) لتكن E_{0C} الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثّفة عند نهاية الشحن

و $E_C(\tau)$ الطاقة المخزّنة في المكثفة عند اللّحظة $t=\tau$.

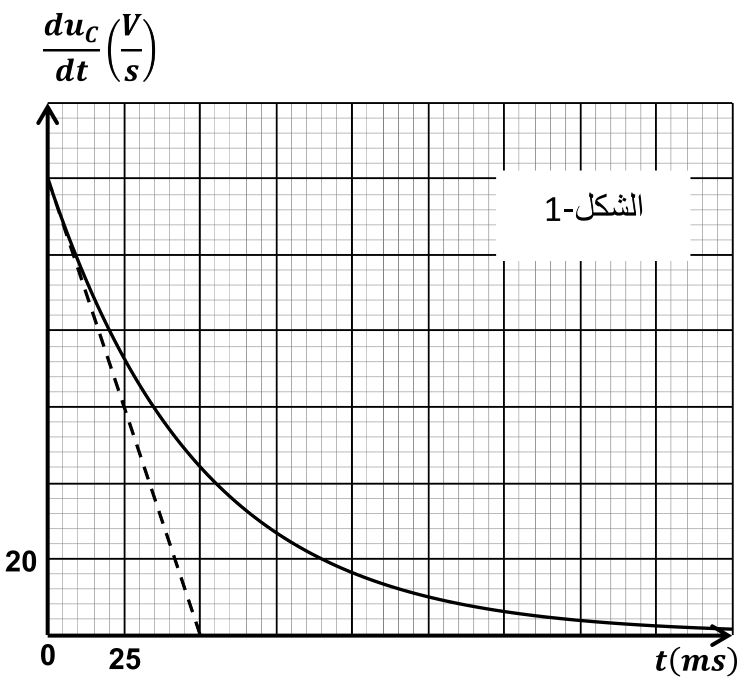
أ ـ بين أنّ : $\dfrac{E_C(\tau)}{E_{0C}}=\left(\dfrac{e-1}{e}\right)^2$.

ب ـ أحسب قيمة هذه النّسبة .

التمرين (15)



ركبنا الدارة المقابلة بواسطة: مولد للتوتر قوته المحرّكة الكهربائية E ، ناقل أومي مقاومته R ، مكثّفة فارغة سعتها $C = 500\mu F$ ، قاطعة K (الشكل-1) ، نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ وبواسطة برنامج معلوماتي حصلنا على البيان $\frac{du_C}{dt} = f(t)$ (الشكل-2) .



1) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

2) حل المعادلة من الشكل $u_C(t) = A + B.e^{-\alpha t}$ حيث A و B و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

3) بين أن المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في اللحظة $t = \tau$.

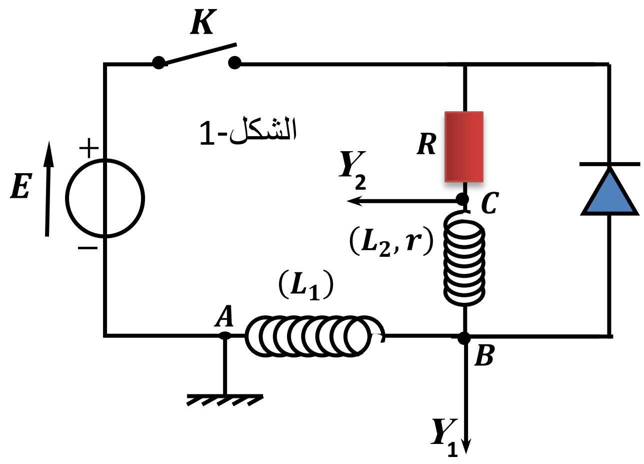
4) استنتج من البيان قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC .

5) أوجد قيمة R . والشدة العظمى لتيار الشحن .

6) أوجد قيمة E .

التمرين(16)

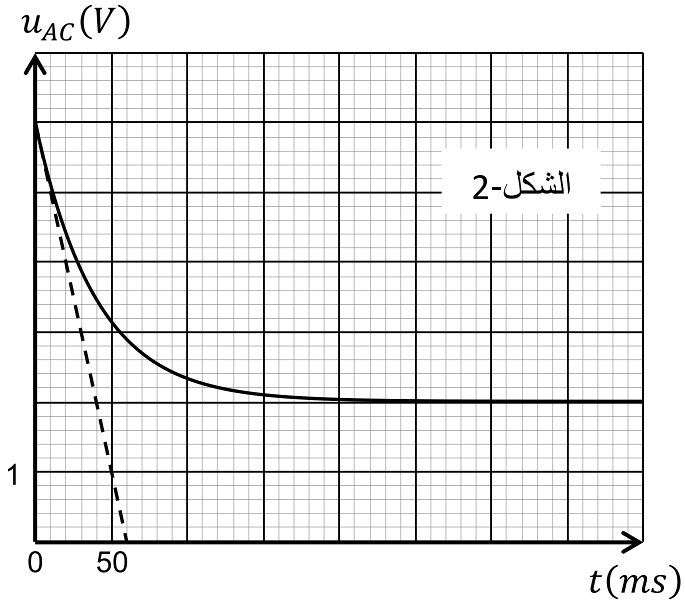
يتكون التركيب الممثل في الشكل -1 من:

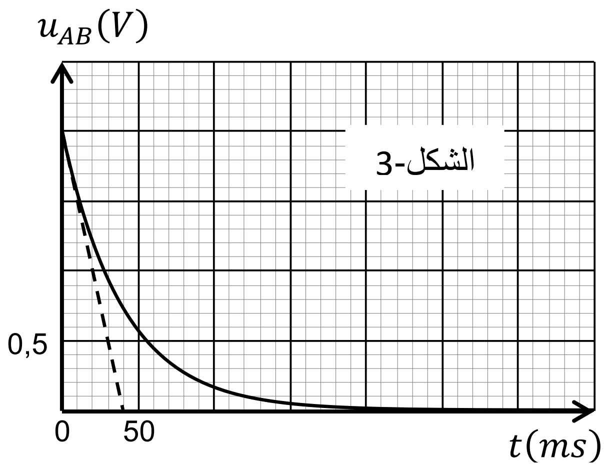


- مولد كهربائي للتوتر قوته المحركة$E = 6V$.
- وشيعة وشيعة مثالية b_1 ذاتيتها L_1 و وشيعة b_2 حقيقية ذاتيتها L_2 مقاومتها r .
- ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$.
- قاطع التيار K .

i. عند $t = 0$ تم غلق القاطعة K وتتبع تطور التوترين u_{AB} بين مربطي الوشيعة b_1 و u_{AC} بين مربطي الوشيعتين $(b_1 + b_2)$ بدلالة الزمن.

يمثل (الشكل-2) و(الشكل-3) منحني التوترين $u_{AB}(t)$ و





. $u_{AC}(t)$

1) أثبت أن المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$ تكتب بالشكل.
$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_1+L_2}i = \frac{E}{L_1+L_2}$.

2) حل المعادلة من الشكل$i(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$. حيث A و B. وτ ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

3) ما المدلول الفيزيائي للثابت τ ثم استنتج قيمته.

4) احسب قيمة I_0 الشدة الأعظمية للتيار المار في الدارة

5) أوجد العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_1 .

6) أوجد العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_2 .

7) أوجد قيم المقادير r وL_1 و L_2 .

ii. نفتح القاطعة K في لحظة زمنية نعتبرها $t = 0$.

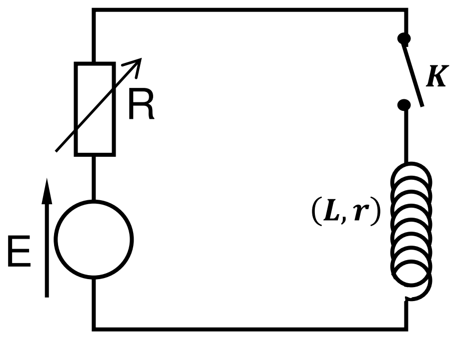
1) أوجد المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$.

2) أوجد قيمة τ_2 في هذه الحالة .

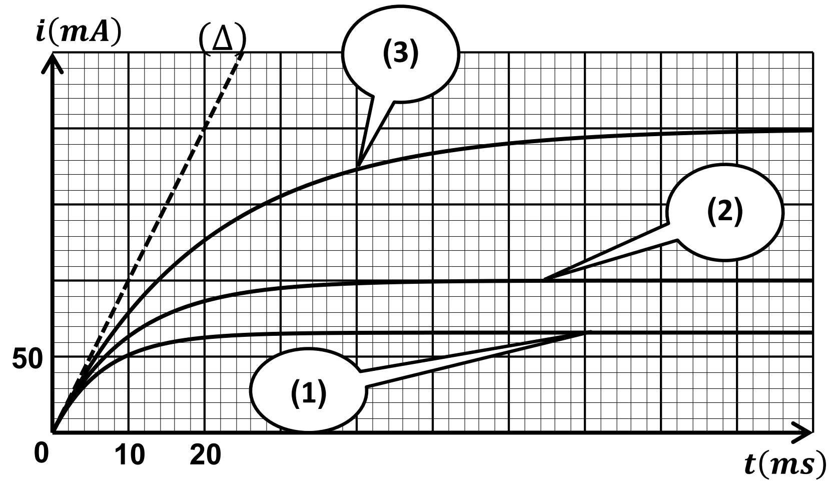
3) أوجد قيمة الطاقة التي ضاعت على شكل حرارة في الناقل الأومي عند اللحظة $t = \tau_2$.

التمرين(17)

صادف أستاذ في المخبر وشيعة لا تحمل أية إشارة ، أراد تحديد معامل تحريضها الذاتي (الذاتية) L لهذه الوشيعة من خلال دراسة الدارة RL الممثلة في (الشكل -1) ، والتي تضم مولد مثالي للتوتر $E = 10V$ والوشيعة سابقة الذكر ومعدلة (مقاومة متغيرة القيمة) ، عند اللحظة $t = 0$ أغلق الأستاذ القاطعة K ، وتابع بواسطة جهاز مناسب تغيرات $i(t)$ شدة التيار المار في الدارة بدلالة الزمن بالنسبة لقيم مختلفة للمقاومة R .



الشكل-1



الشكل -2

يمثل (الشكل -2) النتائج التجريبية المحصل عليها .

1) حدد النظامين الذين يبرزهما كل منحنى مع تسمية كل نظام .

2) المعادلة التفاضلية التي يحققها كل منحنى هي $\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L} i = \frac{E}{L}$. بين أن الشدة $i(t)$ تأخذ في أحد النظامين قيمة قصوى $I_0 = \frac{E}{R+r}$.

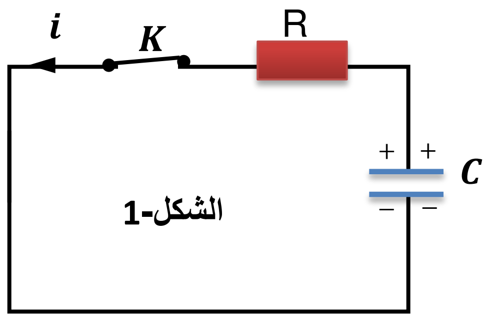
3) أتمم الجدول التالي مع التعليل .

قيمة $R(\Omega)$	40	90	140
رقم المنحنى الموافق			

4) باستغلال المنحنى (2) حدد قيمة r .

5) يعطى ثابت الزمن لثنائي القطب RL بالعلاقة $\tau = \frac{L}{R+r}$. بين بالتحليل البعدي أن بعد τ هو الزمن .

6) حدد قيمة L.



الحل

التمرين(1)

1) نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.

أ) بتطبيق قانون جمع التوترات ، جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.

قانون جمع التوترات

$$u_C(t) + u_R(t) = 0$$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

. $u_C(t) + Ri(t) = 0$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

. $u_C(t) + C\frac{du_C(t)}{dt} = 0$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = 0$$

ب) حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى من الشكل : $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.

- حيث : A و τ ثابتان يطلب كتابة عبارتيهما الحرفية .

$\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$-\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{RC}Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$\left(\frac{1}{RC} - \frac{1}{\tau}\right)Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0$ ، حتى يكون $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ حلا للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق $\left(\frac{1}{RC} - \frac{1}{\tau} = 0\right)$.

وبالتالي $(\tau = RC)$ و $(A = E)$.

من الشروط الابتدائية $u_C(0) = E$. نجد $(A = E)$.

يكتب الحال كالآتي $u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$.

2) بين أن المعادلة التفاضلية ل E_C طاقة المكثفة تكتب بالشكل : $\frac{dE_C}{dt} + \frac{2}{\tau}E_C = 0$.

قانون جمع التوترات

$$u_C + u_R = 0$$

$$u_C + C\frac{du_C}{dt} = 0 \ldots\ldots(1)$$

$$E_C = \frac{1}{2}Cu_C^2 \ldots\ldots\ldots(2)$$

باشتقاق العلاقة (2)

$$\frac{dE_C}{dt} = \frac{1}{2}2Cu_C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$\frac{dE_C}{dt} = Cu_C\frac{du_C(t)}{dt}$$

ومن (2) كذلك $\frac{2E_C}{C} = u_C^2$.

بضرب طرفي العلاقة (2) ب u_C .

$u_C^2 + Cu_C\frac{du_C}{dt} = 0$ ومنه $\frac{2E_C}{C} + \frac{dE_C}{dt} = 0$.

ومنه $\frac{dE_C}{dt} + \frac{2}{\tau}E_C = 0$.

العبارة اللحظية $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .

$$E_C(t) = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}CE\left(Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

$$E_C(t) = \frac{1}{2}CE^2e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

قيمة E_{C0} الطاقة المخزنة العظمى في المكثفة ، ثم استنتج سعة المكثفة C .

من البيان للشكل-2

$$E_{C0} = 2{,}5 \times 10^{-3}j$$

$E_{C0} = \frac{1}{2}CE^2$ وبالتالي $C = \frac{2E_{C0}}{E^2}$.

$$C = \frac{5\times10^{-3}}{100} = 5 \times 10^{-5}F$$

بين أن المماس للمنحني في اللحظة $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.

معادلة المماس .

$E_C(t) = \left(\frac{dE_C(t)}{dt}\right)_{t=0} t + E_C(0)$.

$$\frac{dE_C(t)}{dt} = -\frac{2E_0}{\tau}\,e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

$$\left(\frac{dE_C(t)}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{2E_0}{\tau}$$

$$E_C(t) = -\frac{2E_0}{\tau}t + E_0$$

عندما يقطع المماس محور الزمن تكون $E_C(t) = 0$.

ومنه $0 = -\frac{2E_0}{\tau}t + E_0$

$$\frac{2E_0}{\tau}t = E_0$$

$\frac{2}{\tau}t = 1$ ومنه $\boldsymbol{t = \frac{\tau}{2}}$.

أوجد ثابت الزمن τ ، استنتج مقاومة الناقل الأومي R .

من البيان $\frac{\tau}{2} = 2ms$ ومنه $\tau = 4ms$

$\tau = RC$ وبالتالي $R = \frac{\tau}{C}$.

$R = \frac{4\times10^{-3}}{5\times10^{-5}} = 80\Omega$.

شدة التيار المار في الدارة في اللحظة $t = 3{,}2ms$.

من البيان $E_C(3{,}2ms) = 0{,}5 \times 10^{-3}\text{j}$

$$u_C^2 = \frac{2E_C}{C}$$

$$u_C = \sqrt{\frac{2E_C}{C}}\ .$$

$$u_C = \sqrt{\frac{2\times0{,}5\times10^{-3}}{5\times10^{-5}}} = 4{,}47V$$

$$u_C + u_R = 0$$

$$u_R = -u_C$$

$$u_R = -4{,}47V$$

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{-4{,}47}{80} = -5{,}6 \times 10^{-2}A$$

اشارة (-) معناه جهة تيار التفريغ عكس جهة تيار الشحن .

أثبت أن زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو $t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2$. ثم احسب قيمته.

$$E_C(t_{1/2}) = \frac{E_{C0}}{2}$$

$$E_C(t_{1/2}) = E_{C0}\, e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$$

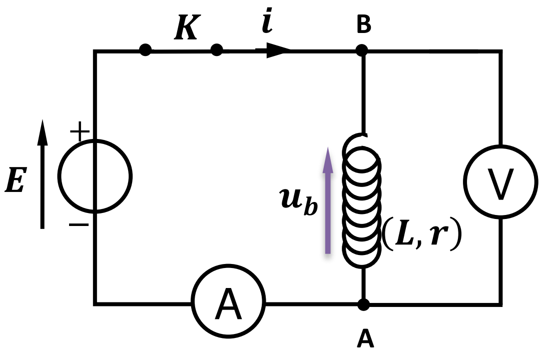
$$\frac{E_{C0}}{2} = E_{C0}\, e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$$

$$-\ln 2 = -\frac{2t_{1/2}}{\tau}$$

$t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2$

$t_{1/2} = \frac{4}{2}\ln 2 = 1{,}38ms$



<u>التمرين(2)</u>

ضع الرمزين A و V على الدارة. ثم وضّح جهة التيار في الدارة وجهة التوتر بين طرفي الوشيعة.

في النظام الدائم يشير مقياس الأمبير للقيمة $I_0 = 400mA$ ويشير مقياس الفولط للقيمة $U_b = 6V$ استنتج القيمة r لمقاومة الوشيعة.

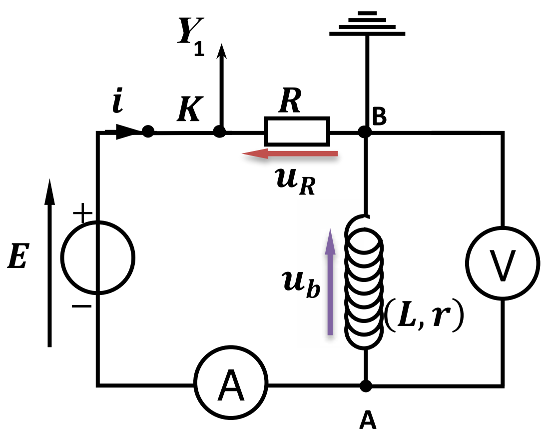
. $I_0 = \frac{E}{r}$

$U_b = rI_0$

من العلاقتين نجد $r = 15\Omega$.

نضيف على التسلسل مع الوشيعة مصباحا مقاومته ثابتة $R = 10\Omega$ ثم نصل الدارة براسم الاهتزاز ذو ذاكرة من أجل متابعة تطور شدة التيار في الدارة بدلالة الزمن $i(t)$ عند غلق القاطعة.

الظاهرة الملاحظة عند غلق القاطعة توهج المصباح تدريجيا .



بيّن على الدارة كيفية الربط لراسم الاهتزاز من أجل مشاهدة توتر يتناسب مع شدّة التيار.
أوجد من البيان $i(t)$ ثابت الزمن τ ، مبيّنا الطريقة المتبعة .

من البيان $I_0 = 240mA$

$i(\tau) = 0{,}63I_0 = 151{,}2mA$

نجد $\tau = 10ms$.

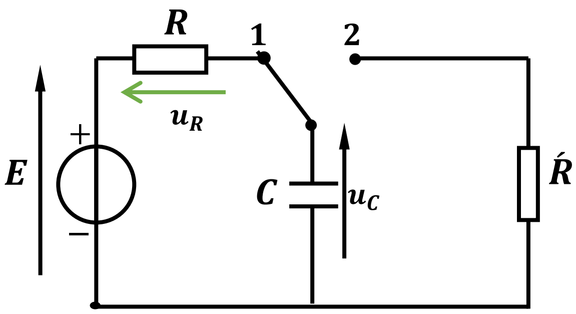
اكتب عبارة ثابت الزمن بدلالة R و r و L ، ثم بواسطة تحليل بعدي بيّن أن τ يًقاس بالثانية.

. $\tau = \frac{L}{R+r}$

مقاومة الوشيعة r .

. $r = \frac{L}{\tau} - R$

. $r = 15\Omega$



<u>التمرين(3)</u>

i. شحن المكثفة .

1) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين طرفي المكثفة .

قانون جمع التوترات .

$$u_C(t) + u_R(t) = E .$$

$$u_C(t) + Ri = E$$

$$u_C(t) + R\frac{dq(t)}{dt} = E$$

$$u_C(t) + RC\frac{du_C(t)}{dt} = E$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC} .$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{E}{\tau}$$

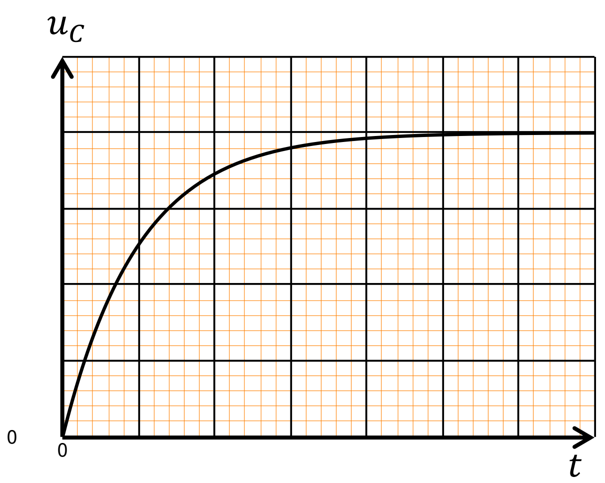
2) تحقق من أن $u_C(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{\mathrm{E}}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} .$$

$$\frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{1}{\tau}\mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{\mathrm{E}}{\tau} - \frac{\mathrm{E}}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} .$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C(t) = \frac{\mathrm{E}}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\mathrm{E}}{\tau} - \frac{\mathrm{E}}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{\mathrm{E}}{\tau} .$$

ومنه $u_C(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة



3) التمثيل بشكل تقريبي منحنى تغيرات u_C بدلالة الزمن t .

4) ثابت الزمن لثنائي القطب RC $(\tau = 10s)$ ، أوجد قيمة سعة المكثفة علما أن $R = 10\Omega$ قارنها مع القيمة المدونة على المكثفة .

$\tau = RC$ وبالتالي $C = \frac{\tau}{R}$.

$C = \frac{10}{10} = 1F$ وهي نفسها القيمة المدونة على المكثفة .

i. لتفريغ المكثفة ننجز التركيب التجريبي التالي

1) المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثفة .

$$u_C(t) + u_{\acute{R}}(t) = 0$$

$$u_C(t) + \acute{R}i = 0$$

$$\frac{q(t)}{C} + \acute{R}\frac{dq(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\acute{R}C}q(t) = 0 .$$

2) حلا للمعادلة التفاضلية السابقة نعطي $\acute{R} = 2R$.

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى ذات طرف ثاني معدوم حلها من الشكل :

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$.

عند الشحن

$$q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$q(20) = 10\left(1 - e^{-\frac{20}{10}}\right)$$

$$q(20) = 10(1 - e^{-2})$$

$$q(20) = 8{,}65C$$

$$Q_0 = 8{,}65C$$

$$\tau = \acute{R}C = 2RC = 2 \times 10 \times 1 = 20s$$

$$q(t) = 8{,}65 e^{-\frac{t}{20}}$$.

3) قيمة شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة $t = 0$.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{8{,}65}{20} e^{-\frac{t}{20}}$$

$$i(0) = \left(\frac{dq(t)}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{8{,}65}{20} = -0{,}43A$$

إشارة (-) معناه تيار التفريغ عكس تيار الشحن .

4) قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظتين $t = 0$ و $t = 20s$.

$$E_C(0) = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (8{,}65)^2 = 37{,}41J$$

عند $\tau = 20 = t$ يكون $u_{\acute{C}} = 0{,}37 \times 8{,}65$.

$$E_C(20) = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (0{,}37 \times 8{,}65)^2 = 5{,}12J$$

5) يمكن تفريغ المكثفة السابقة في مكثفة أخرى سعتها $\acute{C}$ عوض الناقل الأومي $\acute{R}$. علما أن المكثفة $\acute{C}$ كانت فارغة أوجد قيمة التوتر الكهربائي بين طرفيها عند نهاية التفريغ . بحيث $\acute{C} = 2C$.

$$u_C(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

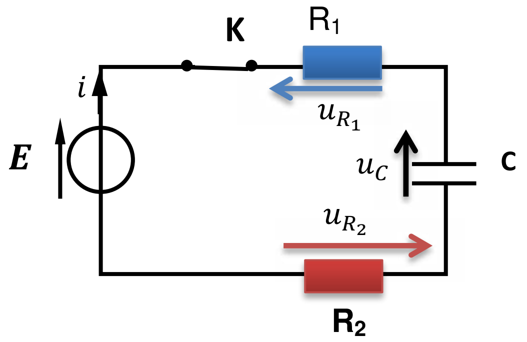
$$u_C(20) = 10\left(1 - e^{-\frac{20}{10}}\right) = 8{,}65V$$

قيمة التوتر بين طرفي المكثفة عند $t = 0$ هو $8{,}65V$.

والمكثفة الأولى تتفرغ كليا في المكثفة الثانية لأن $\acute{C} > C$

والاجابة تكون $u_{\acute{C}} = 8{,}65V$

التمرين(4)



1) عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

العبارة الحرفية للتوترات u_{R_1} . u_{R_2} بدلالة الشحنة $q(t)$.

$$q(t) = C\,u_C(t).\ i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$u_{R_1}(t) = R_1 i(t)\ .$$

$$u_{R_1}(t) = R_1 \frac{dq(t)}{dt}\ .$$

$$u_{R_2}(t) = R_2 i(t)\ .$$

$$u_{R_2}(t) = R_2 \frac{dq(t)}{dt}\ .$$

2) بتطبيق قانون جمع التوترات بين أنه المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة من الشكل :

$$\frac{dq(t)}{dt} + a.q(t) - b = 0\ .$$

$$u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) + u_C(t) = E\ .$$

$$R_1 \frac{dq(t)}{dt} + R_2 \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E\ .$$

$$(R_1 + R_2)\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E\ .$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} q(t) = \frac{E}{R_1+R_2}\ .$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} q(t) - \frac{E}{R_1+R_2} = 0\ .$$

عبارة كل من a و b بدلالة R_2 , R_1 , E, C .

$$\frac{dq(t)}{dt} + a\,q(t) - b = 0 \ldots\ldots (1)\ .$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} q(t) - \frac{E}{R_1+R_2} = 0 \ldots\ldots (2)\ .$$

بالمطابقة بين (1) و (2) .

$$a = \frac{1}{(R_1+R_2)C} \quad \text{و} \quad b = \frac{E}{R_1+R_2}\ .$$

3) يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $q(t) = \alpha(1 - e^{-\beta t})$,
استنتاج عبارة كل من α, β .

$$q(t) = \alpha(1 - e^{-\beta t})\ .$$

$\frac{dq(t)}{dt} = \alpha\beta e^{-\beta t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$. \alpha\beta e^{-\beta t} + \frac{1}{(R_1+R_2)C}\alpha\left(1-e^{-\beta t}\right) - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$$

$$\alpha\beta e^{-\beta t} + \frac{\alpha}{(R_1+R_2)C} - \frac{\alpha}{(R_1+R_2)C}e^{-\beta t} - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$$

$$\alpha e^{-\beta t}\left(\beta - \frac{1}{(R_1+R_2)C}\right) + \frac{\alpha}{(R_1+R_2)C} - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$$

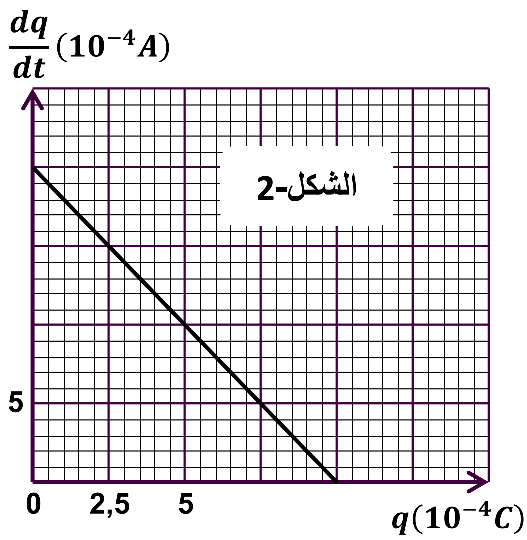
حتى يكون الحل السابق حل للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق $\left(\beta - \frac{1}{(R_1+R_2)C} = 0\right)$ و

$\left(\frac{\alpha}{(R_1+R_2)C} - \frac{E}{R_1+R_2} = 0\right)$. ومنه $(\alpha = CE)$ و $\left(\beta = \frac{1}{(R_1+R_2)C}\right)$.

4) الشكل2يمثل تغيرات $\frac{dq(t)}{dt}$ بدلالة $q(t)$ بالاعتماد على الشكل- 2 .أوجد كل من :

أ) ثابت الزمن τ .

$\tau = (R_1 + R_2)C$.



البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$\frac{dq(t)}{dt} = a\,q(t) + b$.

من البيان $b = 20 \times 10^{-4}A$.

و a يمثل ميل البيان $a = -\frac{20\times10^{-4}}{10\times10^{-4}} = -2$

$\frac{dq(t)}{dt} = -2\,q(t) + 20 \times 10^{-4} \;....(1)$.

العلاقة النظرية نجدها من المعادلة التفاضلية .

$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}q(t) - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$.

$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}q(t) - \frac{E}{R_1+R_2} = -\frac{1}{\tau}q(t) + \frac{E}{R_1+R_2} \;.....(2)$

بالمطابقة بين (1) و (2) .

$\frac{1}{\tau} = 2$ ومنه $\tau = 0{,}5s$.

ب) سعة المكثفة C .

$\tau = (R_1 + R_2)C$ ومنه $C = \frac{\tau}{R_1+R_2}$.

$C = \frac{0{,}5}{5\times10^3} = 5 \times 10^{-4}F$

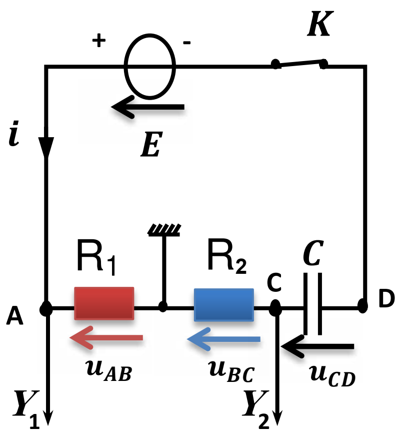
ج) التوتر الكهربائي بين طرفي المولد E .

$\frac{E}{R_1+R_2} = 20 \times 10^{-4}$.

$E = 5 \times 10^3 \times 20 \times 10^{-4} = 10V$.

التمرين (5)

1) بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الإهتزاز المهبطي بالدارة حتى نحصل على البيانين السابقين .



2) المعادلة التفاضلية لشحنة المكثفة $q(t)$.

قانون جمع التوترات .

$u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) + u_C(t) = E$.

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$.

$R_1 \frac{dq(t)}{dt} + R_2 \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$.

$(R_1 + R_2) \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$.

$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} q(t) = \frac{E}{R_1+R_2}$.

3) حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $q(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{B}}\right)$ ، عين A و B ، ماذا يمثل B وما هو مدلوله الفيزيائي ؟

$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{A}{B} e^{-\beta t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$\frac{A}{B} e^{-\frac{t}{B}} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} A \left(1 - e^{-\frac{t}{B}}\right) - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$.

$\frac{A}{B} e^{-\frac{t}{B}} + \frac{A}{(R_1+R_2)C} - \frac{A}{(R_1+R_2)C} e^{-\frac{t}{B}} - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$

$A e^{-\frac{t}{B}} \left(\frac{1}{B} - \frac{1}{(R_1+R_2)C}\right) + \frac{A}{(R_1+R_2)C} - \frac{E}{R_1+R_2} = 0$

حتى يكون الحل السابق حل للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق $\left(\frac{1}{B} - \frac{1}{(R_1+R_2)C} = 0\right)$ و $\left(\frac{A}{(R_1+R_2)C} - \frac{E}{R_1+R_2} = 0\right)$. ومنه $(A = CE)$ و $(B = (R_1 + R_2)C)$.

يمثل B ثابت الزمن τ حيث $\tau = (R_1 + R_2)C$ (الزمن اللازم لشحن المكثفة ب 63% من شحنتها الأعظمية) .

4) أكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C العبارات اللحظية لكل من :

شدة التيار المار في الدارة .

$q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}\right)$.

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{CE}{(R_1+R_2)C} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$.

$i(t) = \frac{E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$.

التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1.

$u_{AB} = R_1 i(t)$.

$u_{AB} = \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$.

- التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2.

$u_{BC} = R_2 i(t)$.

$u_{BC} = \frac{R_2 E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$.

5) أكتب بدلالة R_1، R_2، C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة .

$u_{AB} = \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$.

معادلة المماس عند $t = 0$.

$$u_{AB} = \left(\frac{du_{AB}}{dt}\right)_{t=0} t + u_{AB}(0)$$

$\frac{du_{AB}}{dt} = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$.

$\left(\frac{du_{AB}}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C}$.

$u_{AB}(0) = \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)}$.

$u_{AB} = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C} t + \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)}$.

اللحظة التي يقطع فيها المماس محور الزمن يكون $u_{AB} = 0$.

$0 = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C} t + \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)}$.

لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$ هي $(t = \tau = (R_1 + R_2)C)$.

6) اعتمادا على الدراسة التجريبية و النظرية السابقتين ، أوجد :

E ، I_0، R_2 ، C حيث I_0 شدة التيار الأعظمية المار في الدارة .

$u_{R_1}(0)+u_{R_2}(0)+u_C(0)=E$.

$2{,}4+9{,}6+0=E$.

$E=12V$.

$R_1=5\,\Omega$.

$u_{R_1}(0)=R_1 I_0$.

$I_0=\frac{u_{R_1}(0)}{R_1}=\frac{2{,}4}{5}=0{,}48A$.

$I_0=\frac{E}{R_1+R_2}$ ومنه $R_2=\frac{E}{I_0}-R_1$.

$R_2=25-5=20\,\Omega$.

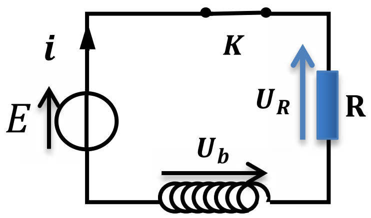
من البيان $\tau=5\times10^{-3}s$.

$\tau=(R_1+R_2)C$ ومنه $C=\frac{\tau}{R_1+R_2}$.

$C=\frac{5\times10^{-3}}{25}=2\times10^{-4}F$.

التمرين(6)

1) المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار i .



قانون جمع التوترات .

$u_R(t)+u_b(t)=E$. $Ri+ri+L\frac{di}{dt}=E$.

$(R+r)i+L\frac{di}{dt}=E$

$\frac{di}{dt}+\frac{(R+r)}{L}i=\frac{E}{L}$ وحيث $\tau=\frac{L}{R+r}$.

$\frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}i=\frac{E}{L}$.

أثبت ان هذه المعادلة تقبل حل من الشكل $i(t)=A\left(1-e^{-\beta t}\right)$ حيث A و β ثوابت .

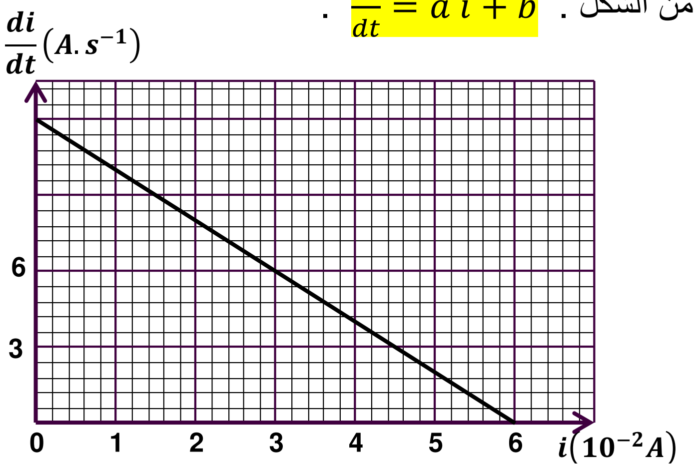
نشتق ونعوض في المعادلة التفاضلية نجد

$A=\frac{E}{R+r}$ و $\beta=\frac{(R+r)}{L}$.

2) يمثل منحنى الشكل(2) تغيرات $\frac{di}{dt}$ بدلالة التيار i أي $\frac{di}{dt}=f(i)$.

- كتابة العبارة البيانية .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل . $\frac{di}{dt} = a\,i + b$.



من البيان $b = 12$.

و a يمثل ميل البيان $a = -\frac{12}{6\times10^{-2}} = -200$

$\frac{di}{dt} = -200\,i + 12 \ldots.(1)$.

- باستخدام العبارة البيانية والعبارة المستخرجة في السؤال (1) استنتج قيمة كل من الذاتية L و والمقاومة r للوشيعة العلاقة النظرية .

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = -\frac{(R+r)}{L}i + \frac{E}{L} \ldots\ldots(2)$$.

بالمطابقة بين (1) و (2) .

$\frac{(R+r)}{L} = 200$ و $\frac{E}{L} = 12$

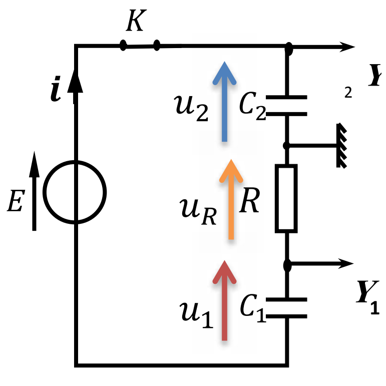
$L = \frac{E}{12} = \frac{6}{12} = 0,5H$.

$r = 10\Omega$

عبر بدلالة E ، r ، R عن I_0 شدة التيار في النظام الدائم ثم احسبه .

$$I_0 = \frac{E}{R+r}$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{6}{100} = 6\times10^{-2}A$$



الشكل-2

التمرين (7)

1) نبين أن عبارة السعة المكافئة هي من الشكل : $C_e = \frac{C_1\times C_2}{C_1+C_2}$.

المكثفتين مربوطتين على التسلسل ومنه $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ نجد $C_e = \frac{C_1\times C_2}{C_1+C_2}$.

2) نبين أن المعادلة التفاضلية للتوتر $u_2(t)$ بين طرفي المكثفة C_2 هي :

$$\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC_e}u_2 = \frac{E}{RC_2}$$

المكثفتين مربوطتين على التسلسل معناه $q = q_1 = q_2$.

$q = C_1 \times u_1 = C_2 \times u_2$. ومنه $u_1 = \frac{C_2 \times u_2}{C_1}$.

قانون جمع التوترات : (1) .... $u_1 + u_2 + u_R = E$.

$$\frac{C_2 \times u_2}{C_1} + u_2 + Ri = E$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dq_2}{dt} = \frac{dC_2.u_2}{dt} = C_2 \frac{du_2}{dt}$$

نعوض في المعادلة (1)

$$\frac{C_2.u_2}{C_1} + u_2 + RC_2 \frac{du_2}{dt} = E$$

$$\left(\frac{C_2}{C_1} + 1\right) u_2 + RC_2 \frac{du_2}{dt} = E$$

نجد $\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC_e} u_2 = \frac{E}{RC_2}$.

3) يكتب حل هذه المعادلة على الشكل: $u_2(t) = A\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$. ايجاد عبارتي كل من الثابتين A و λ بدلالة مميزات الدارة .

$\frac{du_2}{dt} = A\lambda e^{-\lambda t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية $A\lambda e^{-\lambda t} + \frac{A}{RC_e} - \frac{A}{RC_e} e^{-\lambda t} = \frac{E}{RC_2}$

$A\left(\lambda - \frac{1}{RC_e}\right) e^{-\lambda t} + \frac{A}{RC_e} - \frac{E}{RC_2} = 0$ تكون المعادلة محققة من أجل ($\lambda - \frac{1}{RC_e} = 0$ و $\frac{A}{RC_e} - \frac{E}{RC_2} = 0$)

وبالتالي $\lambda = \frac{1}{RC_e}$ و $A = \frac{C_e.E}{C_2} = \frac{\frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} E}{C_2} = \frac{C_1.E}{C_1 + C_2}$

أ) تحديد المنحنى الذي يمثل $u_2(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_R(t)$ مع التعليل .

المنحنى (2) يمثل $u_R(t)$ و المنحنى (1) يمثل $u_2(t)$. لأن $u_R(t) = R.i(t)$ والتيار متناقص .

تحديد قيمة كل E ثابت الزمن τ .

من البيان $E = 6V$ و $\tau = 5ms$.

ب) استنتاج قيمة كل من $u_2(t)$ و $u_1(t)$ في النظام الدائم .

$u_2(\infty) = 5V$

ومن قانون جمع التوترات $u_1(\infty) + u_2(\infty) + u_R(\infty) = 6$

$u_1(\infty) + 5 + 0 = 6$ ومنه $u_1(\infty) = 1V$.

ج) ايجاد قيمة سعة المكثفة C_1 .

$A = \frac{C_1.E}{C_1 + C_2}$ ومنه $5 = \frac{C_1.6}{C_1 + 2}$ ومنه $C_1 = 10\mu F$.

4) حساب الطاقة المخزنة في الدارة عند نهاية عملية الشحن .

$$E_{C_e}=\frac{1}{2}C_1(1)^2+\frac{1}{2}C_2(5)^2=\frac{1}{2}10.10^{-6}(1)^2+\frac{1}{2}2.10^{-6}(5)^2=3.10^{-5}j$$

التمرين (8)

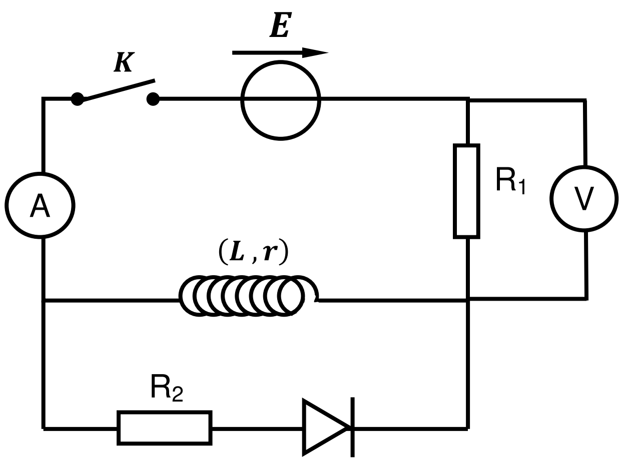
1) نغلق القاطعة ، وبعد مدة تستقر إشارة مقياس الفولط على القيمة $U=10V$ وإشارة مقياس الأمبير على القيمة $I=0,1A$. بطريقة خاصة وجدنا حينذاك الطاقة المخزنة في الوشيعة $E_b=1mJ$.

✓ ايجاد قيم كل من R_1 ، r ، L .

$E=12V$ و $I_{max}=0,1A$ (النظام الدائم) .

القيمة $U=10V$ تمثل التوتر بين طرفي R_1 في النظام الدائم .

$U=R_1I_{max}$ وبالتالي $R_1=\frac{U}{I_{max}}$.



الشكل-1

$R_1=\frac{10}{0,1}=100\Omega$.

$I_{max}=\frac{E}{R_1+r}$ وبالتالي $r=\frac{E}{I_{max}}-R_1$.

$r=\frac{12}{0,1}-100=20\Omega$.

ولدينا $E_b=\frac{1}{2}LI_{max}^2$ نجد $L=\frac{2E_b}{I_{max}^2}$.

$L=\frac{2\times1\times10^{-3}}{10^{-2}}=0,2H$.

2) نفتح القاطعة عند اللحظة $t=0$.

أ) المعادلة التفاضلية بدلالة u_2 (التوتر بين طرفي R_2).

قانون جمع التوترات .

$$u_2+u_b=0$$

$$u_2+ri+L\frac{di}{dt}=0 \; .$$

نضرب طرفي المعادلة في R_2 .

$$R_2u_2+rR_2i+L\frac{dR_2i}{dt}=0 \; .$$

$$R_2u_2+ru_2+L\frac{du_2}{dt}=0$$

$$L\frac{du_2}{dt}+(R_2+r)u_2=0 \; .$$

$\frac{du_2}{dt} + \frac{(R_2+r)}{L}u_2 = 0$.

ب) يُعطى حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $u_2(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$. عبّر عن τ و A بدلالة مميّزات الدارة.

$\tau = \frac{L}{R_2+r}$.

$A = R_2 I_0$ ومنه $A = R_2\frac{E}{R_1+r}$.

3) بعد فتح القاطعة نمثّل تغيرات الطاقة في الوشيعة بدلالة الزمن .

أ) قيمة R_2 .

$\tau = \frac{L}{R_2+r}$ ومنه $R_2 = \frac{L}{\tau} - r$.

ومن البيان المماس يقطع محور الزمن في اللحظة $\left(t = \frac{\tau}{2}\right)$.

$\frac{\tau}{2} = 0{,}5ms$ ومنه $\tau = 1ms$.

$R_2 = \frac{0{,}2}{10^{-3}} - 20 = 180\Omega$.

ب) قيمة التوتر بين طرفي الوشيعة عند اللحظة $t = 0$.

$u_b(0) = -R_2 I_0$

$u_b(0) = -180 \times 0{,}1 = -18V$.

ج) شدّة التيار عند اللحظة $t = 0{,}8ms$.

من البيان عند اللحظة $t = 0{,}8ms$ تكون قيمة الطاقة $E_b = 0{,}2mJ$.

$E_b = \frac{1}{2}Li^2$ ومنه $i = \sqrt{\frac{2E_b}{L}}$.

$$i = \sqrt{\frac{2\times0{,}2\times10^{-3}}{0{,}2}} = 4{,}47 \times 10^{-2}A$$

$i = 44{,}7mA$.

التمرين (9)

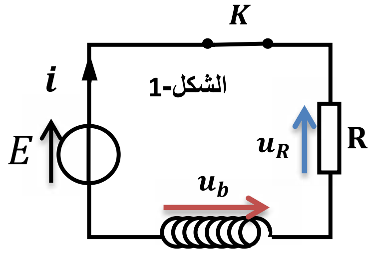
1) المعادلة التفاضلية التي تعطي تطور التوتر الكهربائي $U_R(t)$.

$u_R(t) + u_b(t) = E$.

$u_R(t) + L\frac{di}{dt} = E$.

نضرب طرفي المعادلة في R .

$$Ru_R(t) + L\frac{dRi}{dt} = ER$$



$$Ru_R(t) + L\frac{du_R(t)}{dt} = ER .$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$\frac{du_R(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_R(t) = \frac{E}{\tau} .$$

2) تأكد أن المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل $u_R(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

$\frac{du_R(t)}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}\mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{\tau}$ ومنه $u_R(t) = \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حل للمعادلة التفاضلية .

3) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة $U_b(t)$.

$$u_R(t) + u_b(t) = E .$$

$$u_b(t) = E - u_R(t) .$$

$$u_b(t) = E - \mathrm{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) .$$

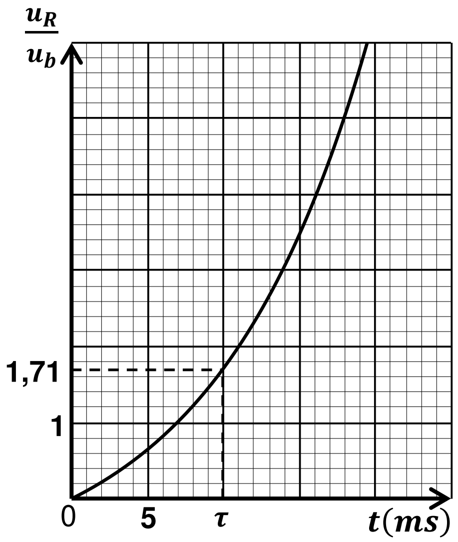
$$u_b(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}} .$$

4) النسبة $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة τ و t .

$$\frac{u_R(t)}{u_b(t)} = \frac{\mathrm{E}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{Ee^{-\frac{t}{\tau}}} = \frac{1}{Ee^{-\frac{t}{\tau}}} - \frac{Ee^{-\frac{t}{\tau}}}{Ee^{-\frac{t}{\tau}}} .$$

$$\frac{u_R(t)}{u_b(t)} = e^{\frac{t}{\tau}} - 1 .$$

5) يمثل البيان المعطى تغيرات المقدار $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة t .



من البيان مميزات الدارة τ ، L .

$$\frac{u_R(\tau)}{u_b(\tau)} = e^{\frac{\tau}{\tau}} - 1 = e^1 - 1 = 2,71 - 1 = 1,71$$

عندء $\tau = t$ تكون النسبة $\frac{u_R}{u_b} = 1,71$.

ومن البيان $\tau = 10ms$.

$\tau = \frac{L}{R}$ ومنه $L = \tau \times R$.

$$L = 10^{-2} \times 10 = 0,1H .$$

. $L = 100mH$

التمرين (10)

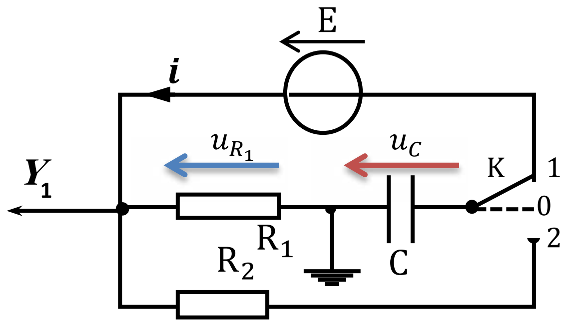
i. نحقق التركيب التجريبي المُمثل في الشكل-4 بواسطة العناصر التالية:

1) بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم بالأسهم التوترين u_C ، u_{R_1} .

2) بين على الشكل كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_{R_1} = f(t)$ (البيان-1).

3) بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_1 تعطى بالعلاقة :

$$\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1C}u_{R_1} = 0$$



الشكل-4

قانون جمع التوترات $u_{R_1} + u_C = E$.

$u_{R_1} + \frac{q}{C} = E$ باشتقاق الطرفين $\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = 0$.

$\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$ بضرب طرفي المعادلة في R_1 .

$R_1\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C}R_1 i = 0$. أي $R_1\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C}u_{R_1} = 0$

ومنه $\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1C}u_{R_1} = 0$.

4) حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالشكل: $u_{R_1(t)} = Ae^{-\frac{1}{B}t}$. جد عبارة كل من : A و B .

$\frac{du_{R_1}}{dt} = -\frac{A}{B}e^{-\frac{1}{B}t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$-\frac{A}{B}e^{-\frac{1}{B}t} + \frac{1}{R_1C}Ae^{-\frac{1}{B}t} = 0$$

$\left(\frac{1}{R_1C} - \frac{1}{B}\right)Ae^{-\frac{1}{B}t} = 0$ ومنه $\left(\frac{1}{R_1C} - \frac{1}{B}\right) = 0$.

. $B = R_1C$

من الشروط الابتدائية $u_{R_1}(0) = E$ نجد $A = E$.

وبالتالي $u_{R_1}(t) = Ee^{-\frac{1}{R_1C}t}$

5) المدلول الفيزيائي للمقدار B وما وحدته في الجملة الدولية؟علل .

هو ثابت الزمن τ وهو الزمن اللازم لشحن المكثفة ب 63% من شحنتها الأعظمية.

$$\tau = RC$$

$$[\tau] = [R][C]$$

$u = RI$ وبالتالي $[R] = \frac{[u]}{[I]}$.

لدينا $q = It$ و $q = Cu$

$Cu = It$ ومنه $[C] = \frac{[I][t]}{[u]}$.

$$[\tau] = \frac{[u]}{[I]}\frac{[I][t]}{[u]} = [t]$$

إذن للمقدار $\tau = RC$ بعد زمني ووحدته الثانية s .

6) حساب كل من : E، ثابت الزمن τ_1 ، C .

من البيان $E = 6V$.

$$u_{R_1}(\tau_1) = 0,37E = 2,22V$$

$$\tau_1 = 10ms$$

$\tau_1 = R_1C$ ومنه $C = \frac{\tau_1}{R_1}$.

$$C = \frac{10\times10^{-3}}{100} = 10^{-4}F$$.

7) حساب قيمة الطاقة المخزنة في النظام الدائم .

$E_C = \frac{1}{2}CE^2$.

$$E_C = \frac{1}{2}\times 10^{-4} \times 6^2 = 1,8 \times 10^{-3}j$$

ii. نضع البادلة في الوضع (2) بدءا من لحظة زمنية نعتبرها مبدأ للزمن $t = 0\ s$.

1) يحدث للمكثفة تفريغ .

2) المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_c(t)$.

قانون جمع التوترات .

$$u_C(t) + u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) = 0$$

$$u_C(t) + R_1i + R_2i = 0$$

$$u_C(t) + (R_1 + R_2)i = 0$$

$$u_C(t) + (R_1 + R_2)C\frac{du_C(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C}u_C(t) = 0$$.

3) بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة: $u_c(t)=Ee^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$ حلا لها.

$$\frac{du_C(t)}{dt}=-\frac{E}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$$

$$-\frac{E}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}+\frac{E}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}=0 .$$

وبالتالي المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة: $u_c(t)=Ee^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$ حلا لها.

4) البيان-2 يمثل $\ln u_C=f(t)$.

أ) العلاقة البيانية .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$\ln u_C=at+b$ حيث a هو ميل البيان

$$a=-\frac{1,791}{28,66\times10^{-3}}=-62,5 .$$

$$\ln u_C=-62,5t+1,791$$

ب) العلاقة النظرية لـ $\ln u_C$ بدلالة : E,C,R_1,R_2,t .

$$u_c(t)=Ee^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$$

$$\ln u_C=-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t+\ln E$$

ج) أحسب قيمة المقاومة R_2 وتأكد من قيمة التوتر بين طرفي المولد E .

بالمطابقة بين العلاقة البيانية و العلاقة النظرية نجد .

$$\frac{1}{(R_1+R_2)C}=62,5 .$$

$$R_2=\frac{1}{62,5\times C}-R_1$$

$$R_2=\frac{1}{62,5\times10^{-4}}-100=60\Omega .$$

ولدينا $\ln E=1,791$

$$E=e^{1,791}=6V .$$

د) مقارنة بين قيمتي ثابتي الزمن τ_1(دارة الشحن)و τ_2 (دارة التفريغ).

$$\tau_2=(R_1+R_2)C=160\times10^{-4}=16\times10^{-3}s$$

$$\tau_2=16ms .$$

$$\tau_2>\tau_1$$

<u>التمرين (11)</u>

1) المنحنى الذي يمثل $u_{R_1}(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_{PN}(t)$.

المنحنى (1) هو الذي يمثل $u_{PN}(t)$.

المنحنى (2) هو الذي يمثل $u_{R_1}(t)$.

2) تحديد قيمة I_0 شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم .

في النظام الدائم $R_1 I_0 = 10$

ومنه $I_0 = \frac{10}{R_1} = \frac{10}{40} = 0{,}25A$.

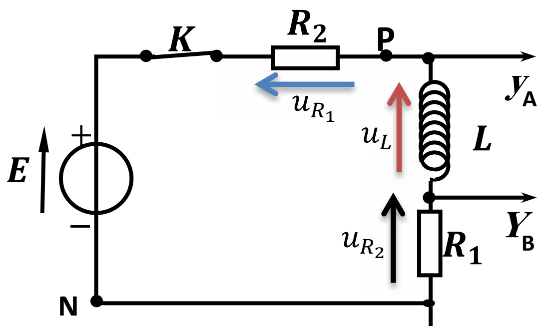
3) تحقق أن المقاومة R_2 هي $R_2 = 8\Omega$.

في النظام الدائم $u_{PN} = \mathrm{E} - R_2 I_0 = 10V$.

$R_2 = \frac{\mathrm{E}-10}{I_0} = \frac{2}{0{,}25} = 8\Omega$.

4) المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة .

قانون جمع التوترات



الشكل-1

$u_L(t) + u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) = E$.

$L\frac{di}{dt} + R_1 i + R_2 i = E$.

$$L\frac{di}{dt} + (R_1 + R_2)i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R_1+R_2)}{L} i = \frac{E}{L}$$

5) حل المعادلة التفاضلية بالشكل: $i(t) = \mathrm{A}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$. أوجد عبارة كل من A و τ ثابت الزمن .

$\frac{di}{dt} = \frac{\mathrm{A}}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$\frac{\mathrm{A}}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R_1+R_2)}{L}\mathrm{A}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L}$.

$$\left(\frac{1}{\tau} - \frac{(R_1+R_2)}{L}\right)\mathrm{A}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R_1+R_2)}{L}\mathrm{A} - \frac{E}{L} = 0$$

يجب ان يتحقق $\left(\frac{(R_1+R_2)}{L}\mathrm{A} - \frac{E}{L} = 0\right)$ و $\left(\frac{1}{\tau} - \frac{(R_1+R_2)}{L} = 0\right)$

$\left(\mathrm{A} = \frac{E}{R_1+R_2}\right)$ و $\left(\tau = \frac{L}{R_1+R_2}\right)$.

6) حساب قيمة ثابت الزمن τ .

من البيان $\tau = 3ms$.

7) قيمة ذاتية الوشيعة L.

$.\ L=\tau\times(R_1+R_2)$

$.\ L=3\times10^{-3}\times48=\ 144\times10^{-3}H$

8) الطاقة المخزنة في الوشيعة في اللحظة $t=\frac{\tau}{2}$.

$.\ E_L(t)=\frac{1}{2}Li^2$

$$E_L(t)=\frac{1}{2}L\left(I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right)^2$$

$$E_L\left(\frac{\tau}{2}\right)=\frac{1}{2}L\left(I_0\left(1-e^{-\frac{\frac{\tau}{2}}{\tau}}\right)\right)^2$$

$$E_L\left(\frac{\tau}{2}\right)=\frac{1}{2}L\left(I_0\left(1-e^{-\frac{1}{2}}\right)\right)^2$$

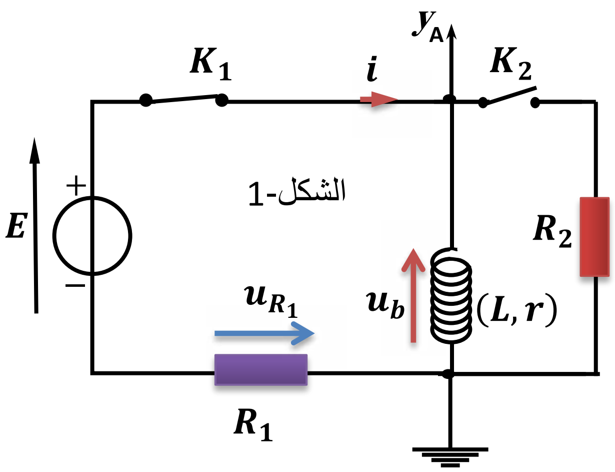
$$E_L\left(\frac{\tau}{2}\right)=\frac{1}{2}\times144\times10^{-3}\times\left(0{,}25\left(1-e^{-\frac{1}{2}}\right)\right)^2$$

التمرين (12)

نترك القاطعة K_2 مفتوحة ، ونغلق القاطعة K_1 في اللحظة $t=0$.

1) المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .

قانون جمع التوترات



$.\ u_b+u_{R_1}=E$

$$u_b=ri+L\frac{di}{dt}$$

$$.\ ri+L\frac{di}{dt}+R_1i=E$$

$$L\frac{di}{dt}+(R_1+r)i=E$$

$$\frac{di}{dt}+\frac{(R_1+r)}{L}i=\frac{E}{L}$$

2) حل المعادلة التفاضلية من الشكل $i(t)=A+Be^{-\frac{1}{\alpha}t}$ ، حيث A و B و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

$\frac{di}{dt}=-\frac{B}{\alpha}\ e^{-\frac{1}{\alpha}t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$. -\frac{B}{\alpha}e^{-\frac{1}{\alpha}t}+\frac{(R_1+r)}{L}\left(A+Be^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)=\frac{E}{L}$$

$$\left(\frac{(R_1+r)}{L}-\frac{1}{\alpha}\right)Be^{-\frac{1}{\alpha}t}+\frac{(R_1+r)}{L}\mathrm{A}-\frac{E}{L}=0$$

يجب ان يتحقق $\left(\frac{(R_1+r)}{L}\mathrm{A}-\frac{E}{L}=0\right)$ و $\left(\frac{(R_1+r)}{L}-\frac{1}{\alpha}=0\right)$

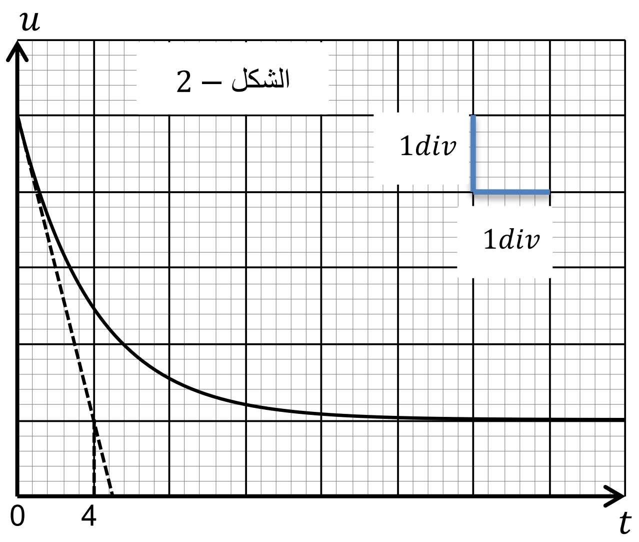
$\left(\mathrm{A}=\frac{E}{R_1+r}\right)$ و $\left(\alpha=\frac{L}{R_1+r}\right)$.

من الشروط الابتدائية $i(0)=0$ نجد $\left(B=-\mathrm{A}=-\frac{E}{R_1+r}\right)$.

3) المدلول الفيزيائي للثابت α . أوجد قيمته من البيان .

هو ثابت الزمن τ .

من البيان $\tau=4ms$.



4) حساب قيمة r مقاومة الوشيعة .

$$I_0=\frac{E}{R_1+r}$$

من البيان $rI_0=2\mathrm{V}$

$$E=10\mathrm{V}$$

$$E=R_1I_0+rI_0$$

$$R_1I_0=E-rI_0=10-2=8\mathrm{V}$$

$$. I_0=\frac{8}{200}=4\times10^{-2}A$$

$$. r=\frac{E}{I_0}-R_1=\frac{10}{4\times10^{-2}}-200=50\Omega$$

5) القيمة العظمى للطاقة المخزنة في الوشيعة .

$E_{bmax}=\frac{1}{2}LI_0^2$ ولدينا $L=\tau(R_1+r)$.

$$. E_{bmax}=\frac{1}{2}\tau(R_1+r)I_0^2$$

$$. E_{bmax}=\frac{1}{2}\times4\times10^{-3}\times250\times(4\times10^{-2})^2$$

$$. E_{bmax}=8\times10^{-4}J$$

6) بين أن اللحظة t التي تكون فيها الوشيعة قد خزنت نصف طاقتها الأعظمية تعطى بالعلاقة :
$t = \alpha \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$. تأكد من هذه اللحظة مستعينا بالبيان .

$i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)$.

$$E_b(t) = \frac{1}{2}L\big(i(t)\big)^2$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2}L\left(I_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)\right)^2$$

$E_b(t) = \frac{1}{2}LI_0^2\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$.

$E_b(t) = E_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$.

$\frac{E_0}{2} = E_0\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$.

$$\frac{1}{2} = \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}\right)^2}$$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}$. ومنه $e^{-\frac{1}{\alpha}t} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ ومنه $e^{-\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$.

$e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ وبالتالي $e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

$e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{2}{2-\sqrt{2}}$ ومنه $\frac{1}{\alpha}t = \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$.

$t = \alpha \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$.

تفتح القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$ التي تغلق فيها القاطعة K_2 .

مثلنا في الشكل 3- تغيرات الطاقة المغناطيسية في الوشيعة بدلالة الزمن $E_b = f(t)$.

1) المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .
$u_b + u_{R_2} = 0$.

$$u_b = ri + L\frac{di}{dt}$$

$$ri + L\frac{di}{dt} + R_2 i = 0 \; .$$

$$L\frac{di}{dt} + (R_2 + r)i = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R_2+r)}{L} i = 0 \; .$$

2) بين ان حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t}$.

$$\frac{di}{dt} = -\beta \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t}$$

$$-\beta \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t} + \frac{(R_2+r)}{L} \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t} = 0$$

ومنه هو حل المعادلة التفاضلية حيث $\beta = \frac{(R_2+r)}{L}$.

3) بيّن أن المماس (T) للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في $t' = \frac{1}{2\beta}$.

معادلة المماس .

$$E_b(t) = \left(\frac{dE_b(t)}{dt}\right)_{t=0} t + E_b(0)$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t}\right)^2$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 e^{-2\beta t} \; .$$

$$\frac{dE_b(t)}{dt} = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 e^{-2\beta t} \; .$$

$$\left(\frac{dE_b(t)}{dt}\right)_{t=0} = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 e^0 = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2$$

$$E_b(t) = -\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 t + \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 \; .$$

لما المماس (T) للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن يكون $E_b(t') = 0$

$$-\beta L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 t' + \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1+r}\right)^2 = 0 \; .$$

$\beta t' = \frac{1}{2}$.

ومنه $t' = \frac{1}{2\beta}$.

4) حساب قيمة β .

من البيان $t' = 2{,}5ms$.

$$\beta = \frac{1}{2t'} = \frac{1}{2\times2{,}5\times10^{-3}} = 200s^{-1}$$

5) احسب قيمة R_2 .

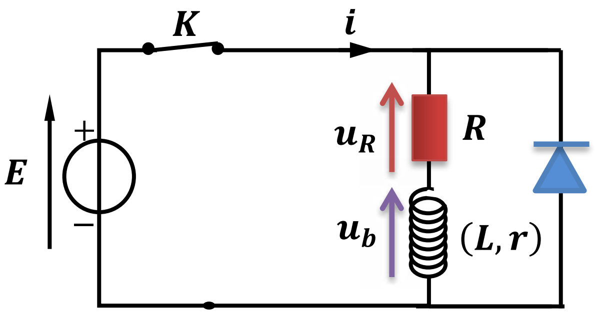
$$\beta = \frac{(R_2+r)}{L}$$

$$R_2 = \beta L - r$$

$$R_2 = 200 \times 4 \times 10^{-3} \times 250 - 50 \ .$$

$$R_2 = 150\Omega \ .$$

<u>التمرين (13)</u>



1) عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

أ) بين على مخطط الدارة الكهربائية جهة التيار ومختلف التوترات الكهربائية.

ب) بيّن أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي u_b بين طرفي الوشيعة تعطى بالعلاقة: $\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$.

لدينا $u_b = ri + L\frac{di}{dt} \ldots\ldots(1)$.

$$u_R = Ri$$

قانون جمع التوترات

$$u_b + u_R = E$$

$$u_b + Ri = E \ldots\ldots(2)$$

من (2) نجد $i = \frac{E-u_b}{R}$. نشتق هذه العلاقة الأخيرة

$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{du_b}{dt}$ نعوض في العلاقة (1) .

$$u_b = r\left(\frac{E-u_b}{R}\right) + L\left(-\frac{1}{R}\frac{du_b}{dt}\right)$$

نجد $\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$.

ج) حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $u_b(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$. حيث A و B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

$$\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$$

$\frac{du_b}{dt} = -\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$-\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}\left(A + Be^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{rE}{L}$.

$\left(\frac{B}{\tau} - \frac{B}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{\tau} - \frac{rE}{L} = 0$ وبالتالي $\frac{A}{\tau} - \frac{rE}{L} = 0$

ومنه $A = \frac{\tau rE}{L}$ ولدينا $\tau = \frac{L}{R+r}$

نجد $A = \frac{rE}{R+r} = rI_0$.

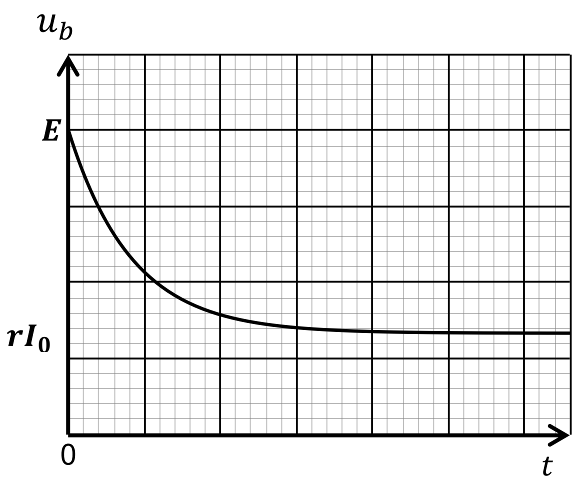
من الشروط الابتدائية $u_b(0) = E$ نجد $A + B = E$

$B = E - A = I_0(R+r) - rI_0$ حيث $E = I_0(R+r)$.

$B = RI_0$.

ويصبح خل المعادلة التفاضلية $u_b(t) = rI_0 + RI_0e^{-\frac{t}{\tau}}$

د) مثل كيفيا البيان $u_b(t)$.



$u_b(0) = E$.

$u_b(\infty) = rI_0$.

2) يمثل بيان (الشكل-2) المنحنى : $-\frac{du_b}{dt} = f(t)$

أ) جد قيم كل من E و r و L .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته

$$-\frac{du_b}{dt} = au_b + b$$

$a = \frac{10000}{8} = 1250s^{-1}$ (ميل البيان).

$$-\frac{du_b}{dt} = 1250u_b - 2500 \ldots (1)$$

العلاقة النظرية نجدها من المعادلة التفاضلية

$$-\frac{du_b}{dt} = \frac{1}{\tau}u_b - \frac{rE}{L} \ldots . (2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2) نجد .

$\frac{1}{\tau} = 1250$ و $b = -\frac{rE}{L} = -2500$.

$\tau = 8 \times 10^{-4}s$ و $E = 10V$.

$\frac{rE}{L} = 2500$

$\tau = \frac{L}{R+r} = 8 \times 10^{-4}s$

نجد ان $r = 25\Omega$ و $L = 0,1H$.

ب) حساب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t = 4ms$

$t = 4ms = 5\tau$ النظام الدائم وبالتالي $i = I_0 = \frac{E}{R+r}$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{10}{125} = 0,08A$$

$$E_b = \frac{1}{2}LI_0^2 = 3,2 \times 10^{-4}J$$

التمرين (14)

1) المعادلة التفاضلية التي يحققها التيار i(t):

بتطبيق قانون جمع التوترات : $U_C(t)+U_R(t)=E$ و حسب قانون أوم : $U_R(t)=Ri(t)$

و لدينا كذلك : $\frac{dU_C}{dt}=\frac{1}{C}i(t) \Rightarrow i(t)=C\frac{dU_C}{dt}$

و بعملية الاشتقاق لقانون جمع التوترات:

$$\frac{dU_C}{dt}+R\frac{di}{dt}=0 \Rightarrow \frac{1}{C}i(t)+R\frac{di}{dt}=0 \Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt}+\frac{1}{RC}i(t)=0}$$

2) عبارة كل من A و τ بدلالة ثوابت الدارة :لدينا حل المعادلة التفاضلية : $i(t)=Ae^{-t/\tau}$ و منه : $\frac{di}{dt}=-\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$

بتعويض عبارة كل من i(t) و $\frac{di}{dt}$ في المعادلة التفاضلية : $-\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{1}{RC}Ae^{-t/\tau}=0 \Rightarrow \left(\frac{1}{RC}-\frac{1}{\tau}\right)Ae^{-t/\tau}=0$

و منه : $\boxed{\tau = RC}$ من الشروط الابتدائية : $U_C(0)=0$ و منه:

$U_C(0)+RI_0=E \Rightarrow 0+RI_0=E \Rightarrow I_0=\frac{E}{R}$ و عند $t=0s$ لدينا حسب الحل : $i(0)=I_0=A$ و منه $\boxed{A=\frac{E}{R}}$

3) عبارة U_C بدلالة الزمن :

حسب قانون جمع التوترات :

$$U_C=E-U_R=E-Ri(t)=E-R\frac{E}{R}e^{-t/RC} \Rightarrow \boxed{U_C=E(1-e^{-t/RC})}$$

4) تعيين ثابت الزمن τ :

عند $t=\tau$ لدينا $i=0,37I_0$ و منه $\boxed{\tau=0,1ms}$

لدينا :

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{0,1\times 10^{-3}s}{100\Omega} \Rightarrow \boxed{C = 10^{-6}F}$$

5- تبيان العلاقة $\frac{E_C(\tau)}{E_{0C}} = \left(\frac{e-1}{e}\right)^2$:

$$E_C(\tau) = \frac{1}{2}CU_C^2(\tau) = \frac{1}{2}C\left(E(1-e^{-\tau/RC})\right)^2 = \frac{1}{2}CE^2(1-e^{-1})^2$$

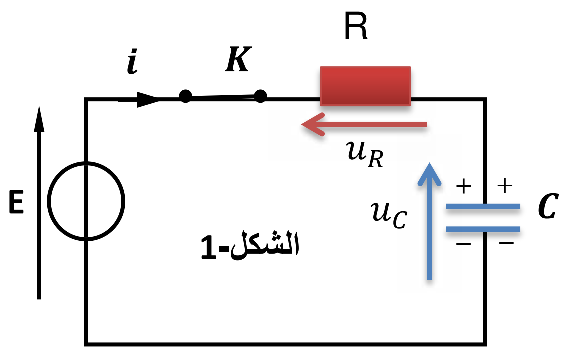
$$E_{0C} = \frac{1}{2}CE^2$$

$$\frac{E_C(\tau)}{E_{0C}} = \frac{\frac{1}{2}CE^2(1-e^{-1})^2}{\frac{1}{2}CE^2} = (1-e^{-1})^2 = (1-\frac{1}{e})^2 = (\frac{e-1}{e})^2 \Rightarrow \boxed{\frac{E_C(\tau)}{E_{0C}} = 40\%}$$

التمرين (15)

1) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

قانون جمع التوترات



$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

$$. \ u_C(t) + Ri(t) = E$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$. \ u_C(t) + C\frac{du_C(t)}{dt} = E$$

$$. \ \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC}$$

2) حل المعادلة من الشكل $u_C(t) = A + Be^{-\alpha t}$ حيث A و B. و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

$\frac{du_C(t)}{dt} = -\alpha Be^{-\alpha t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .

$$-\alpha Be^{-\alpha t} + \frac{1}{RC}(A + Be^{-\alpha t}) = \frac{E}{RC}$$

$\left(\frac{1}{RC} - \alpha\right)Be^{-\alpha t} + \frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0$ ، حتى يكون $u_C(t) = A + Be^{-\alpha t}$ حلا للمعادلة التفاضلية

يجب ان يتحقق $\left(\frac{1}{RC} - \alpha = 0\right)$ و $\left(\frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0\right)$.

وبالتالي $\left(\alpha = \frac{1}{RC}\right)$ و $(A = E)$.

من الشروط الابتدائية $u_C(0) = 0$ لأن المكثفة كانت فارغة .

$u_C(0) = A + B = 0$ ومنه $(B = -E)$.

يصبح حل المعادلة التفاضلية $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$.

حيث $\tau = RC$.

3) بين أن المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في اللحظة $t = \tau$.

معادلة المماس عند $t = 0$.

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{d^2u_C(0)}{dt^2}t + \frac{du_C(0)}{dt}$$

$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{1}{\tau}t}$ ومنه $\frac{du_C(0)}{dt} = \frac{E}{\tau}$.

$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} = -\frac{E}{\tau^2}e^{-\frac{1}{\tau}t}$ ومنه $\frac{d^2u_C(0)}{dt^2} = -\frac{E}{\tau^2}$.

معادلة المماس $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{E}{\tau^2}t + \frac{E}{\tau}$

لما يقطع المماس محور الزمن يكون $\frac{du_C(t)}{dt} = 0$

$-\frac{E}{\tau^2}t + \frac{E}{\tau} = 0$ وبالتالي $\frac{E}{\tau^2}t = \frac{E}{\tau}$ ومنه $\frac{t}{\tau} = 1$.

المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في اللحظة $t = \tau$.

4) من البيان قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC .

$\tau = 50 \times 10^{-3}s$.

5) ايجاد قيمة R . والشدة العظمى لتيار الشحن .

$\tau = RC$ ومنه $R = \frac{\tau}{C}$.

$R = \frac{50\times10^{-3}}{500\times10^{-6}} = 100\Omega$.

الشدة العظمى لتيار الشحن .

$$i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$. I_0 = C\dfrac{du_C(0)}{dt}$

من البيان $\dfrac{du_C(0)}{dt} = 120V/s$

$I_0 = 500\times10^{-6}\times120$

$. I_0 = 6\times10^{-2}A$

6) ايجاد قيمة E .

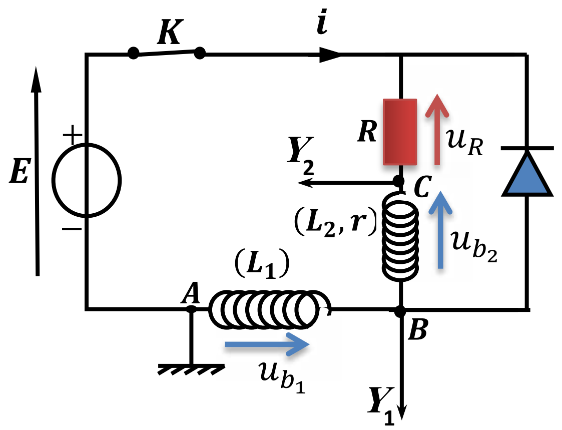
$. \quad E = I_0\times R$ وبالتالي $I_0 = \dfrac{E}{R}$

$. E = 6\times10^{-2}\times100 = 6V$

التمرين(16)

1) أثبت أن المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$ تكتب بالشكل.

$. \dfrac{di}{dt} + \dfrac{R+r}{L_1+L_2}i = \dfrac{E}{L_1+L_2}$



قانون جمع التوترات .

$u_R + u_{b_1} + u_{b_2} = E$

$. \quad u_{b_2} = ri + L_2\dfrac{di}{dt}$ ، $u_{b_1} = L_1\dfrac{di}{dt}$ ، $u_R = Ri$

$. Ri + L_1\dfrac{di}{dt} + ri + L_2\dfrac{di}{dt} = E$

$. (L_1+L_2)\dfrac{di}{dt} + (R+r)i = E$

$. \dfrac{di}{dt} + \dfrac{R+r}{L_1+L_2}i = \dfrac{E}{L_1+L_2}$

2) حل المعادلة من الشكل $i(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث. A و B. و τ ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

$\dfrac{di}{dt} = -\dfrac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية

$-\dfrac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \dfrac{R+r}{L_1+L_2}\left(A + Be^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \dfrac{E}{L_1+L_2}$

$\left(\dfrac{R+r}{L_1+L_2} - \dfrac{1}{\tau}\right)Be^{-\frac{t}{\tau}} + \dfrac{R+r}{L_1+L_2}A - \dfrac{E}{L_1+L_2} = 0$ ، حتى يكون $u_C(t) = A + Be^{-\alpha t}$ حلا للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق $\left(\dfrac{R+r}{L_1+L_2} - \dfrac{1}{\tau} = 0\right)$ و $\left(\dfrac{R+r}{L_1+L_2}A - \dfrac{E}{L_1+L_2}\right)$.

وبالتالي $\left(\tau = \dfrac{L_1+L_2}{R+r}\right)$ و $\left(A = \dfrac{E}{R+r}\right)$.

من الشروط الابتدائية $i(0) = 0$ لأن المكثفة كانت فارغة .

$i(0) = A + B = 0$ ومنه $\left(B = -\frac{E}{R+r}\right)$.

$i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

حيث $I_0 = \frac{E}{R+r}$.

3) المدلول الفيزيائي للثابت τ ثم استنتج قيمته.

هو ثابت الزمن أي الزمن اللازم لبلوغ التيار 63% من قيمته الأعظمية .

من البيان $\tau = 40ms$.

4) حساب قيمة الشدة الأعظمية I_0 للتيار المار في الدارة

من بيان الشكل $rI_0 = 2\text{V}$

$E = (R + r)I_0 = RI_0 + rI_0$.

$6 = RI_0 + 2$ ومنه $RI_0 = 4\text{V}$.

$I_0 = \frac{4}{10} = 0{,}4\ A$.

5) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_1 .

$u_{b_1} = L_1 \frac{di}{dt}$ و $i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

$u_{b_1}(t) = L_1 \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

6) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_2 .

$u_{b_2} = ri + L_2 \frac{di}{dt}$.

$u_{b_2}(t) = rI_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + L_2 \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

7) أوجد قيم المقادير r و L_1 و L_2 .

$rI_0 = 2\text{V}$.

$r = \frac{2}{0{,}4} = 5\Omega$.

$u_{b_1}(t) = L_1 \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ من بيان (الشكل-3) نجد أن $L_1 \frac{I_0}{\tau} = 2\text{V}$.

$L_1 = \frac{\tau}{I_0} \times 2 = \frac{40 \times 10^{-3} \times 2}{0{,}4} = 200 \times 10^{-3} H$.

ولدينا $\tau = \frac{L_1+L_2}{R+r}$

. $L_2 = (R+r)\tau - L_1$

. $L_2 = 15 \times 40 \times 10^{-3} - 200 \times 10^{-3} = 400 \times 10^{-3} H$

نفتح القاطعة K في لحظة زمنية نعتبرها $t = 0$.

1) المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$.

$$u_R + u_{b_2} = 0$$

. $Ri + ri + L_2 \frac{di}{dt} = 0$

. $L_2 \frac{di}{dt} + (R+r)i = 0$

. $\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_2} i = 0$

2) قيمة τ_2 في هذه الحالة .

$\tau_2 = \frac{L_2}{R+r}$.

. $\tau_2 = \frac{400 \times 10^{-3}}{15} = 2,66 \times 10^{-2} s$

3) قيمة الطاقة التي ضاعت على شكل حرارة في الناقل الأومي عند اللحظة $t = \tau_2$.

الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .

$$E_{bmax} = \frac{1}{2} L_2 I_0^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-3} \times (0,4)^2 = 3,2 \times 10^{-2} J$$

عند $t = \tau_2$ يكون $i = 0,37 I_0$ وبالتالي تكون الطاقة المتبقية .

$$E_b = \frac{1}{2} L_2 i^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-3} \times (0,37 \times 0,4)^2 = 4,4 \times 10^{-3} J$$

الطاقة التي ضاعت على شكل حرارة .

. $E_e = E_{bmax} - E_b = 3,2 \times 10^{-2} - 4,4 \times 10^{-3} = 2,76 \times 10^{-2} J$

التمرين(17)

1) النظامين الذين يبرزهما كل منحنى مع تسمية كل نظام .

نظام انتقالي ونظام دائم .

2) المعادلة التفاضلية التي يحققها كل منحنى هي $\frac{di}{dt}+\frac{R+r}{L}i=\frac{E}{L}$. بين أن الشدة $i(t)$ تأخذ في أحد النظامين قيمة قصوى $I_0=\frac{E}{R+r}$.

في النظام الدائم

$\frac{dI_0}{dt}+\frac{R+r}{L}I_0=\frac{E}{L}$ وحيث $\frac{dI_0}{dt}=0$.

$\frac{R+r}{L}I_0=\frac{E}{L}$ ومنه $(R+r)I_0=E$ وبالتالي $I_0=\frac{E}{R+r}$.

3) أتمم الجدول التالي مع التعليل .

كل ما زادت R نقص I_0 .

قيمة $R(\Omega)$	40	90	140
رقم المنحنى الموافق	(3)	(2)	(1)

4) باستغلال المنحنى (2) حدد قيمة r .

$I_0=100mA$ و $R=90\Omega$. ولدينا $I_0=\frac{E}{R+r}$.

$r=\frac{E}{I_0}-R=\frac{10}{10^{-1}}-90=10\Omega$.

5) يعطى ثابت الزمن لثنائي القطب RL بالعلاقة $\tau=\frac{L}{R+r}$. بين بالتحليل البعدي أن بعد τ هو الزمن .

اذا اعتبرنا وشيعة مثالية $U=L\frac{di}{dt}$ و $\tau=\frac{L}{R}$.

$$[\tau]=\frac{[L]}{[R]}$$

$[L]=\frac{[U][t]}{[i]}$ ومن قانون أوم $U=Ri$

$[R]=\frac{[U]}{[i]}$ ومنه $[\tau]=\frac{[U][t]}{[i]}\frac{[i]}{[U]}=[t]$.

ومنه ل τ بعد زمني وهو الثانية s .

6) حدد قيمة L.

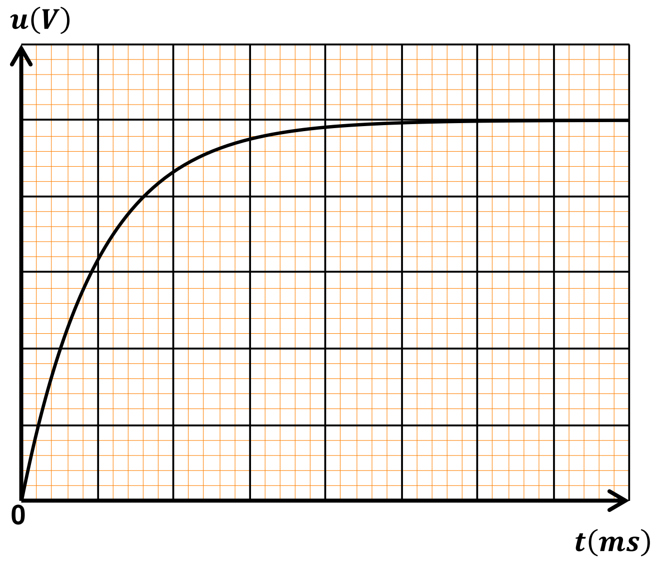
$\tau=\frac{L}{R+r}$ وبالتالي $L=\tau(R+r)$.

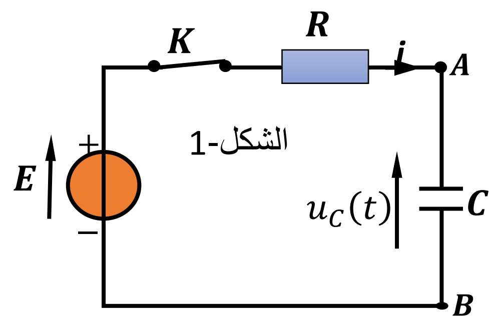
باستغلال المنحنى (2) $\tau=10\text{ms}$.

$$L=10^{-2}\times(100)=1H$$

<u>التمرين(1)</u>

لدراسة استجابة ثنائي قطب RC لرتبة صاعدة للتوتر ننجز الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل(1) بعد تفريغ المكثفة ، نغلق قاطع التيار K في اللحظة $t = 0$. نعطي : $R = 50\Omega$.





1) بين على الشكل (1) كيفية ربط راسم الاهتزاز لمعاينة التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة.

2) أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.

3) تحقق أن $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.

4) نعاين على شاشة راسم الاهتزاز التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة بدلالة الزمن أنظر الشكل2 .

أ) حدد بيانيا التوتر E .

ب)حدد بيانيا ثابتة الزمن τ ، ثم استنتج قيمة C سعة المكثفة.

نعطي: الحساسية الشاقولية : $2V/div$ ، الحساسية الأفقية : $10ms/div$.

5) لتكن t_1 و t_2 على التوالي اللحظتان اللتان يصل فيهما التوتر إلى 10% و 90% من قيمة التوتر القصوى E .

أ) عين بيانيا t_1 و t_2

ب) استنتج زمن الصعود (temps de montée) : $t_m = t_2 - t_1$.

6) بين أن عبارة t_m تكتب على الشكل التالي : $t_m = RC.ln9$.

7) استنتج قيمة السعة C للمكثفة . قارن هذه القيمة مع القيمة المحصل عليها في السؤال 4-ب .

التمرين(2)

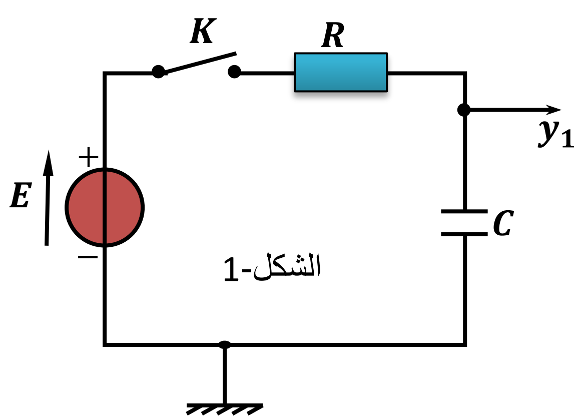
ننجز التركيب التجريبي الموضح في الشكل التالي و المتكون من:

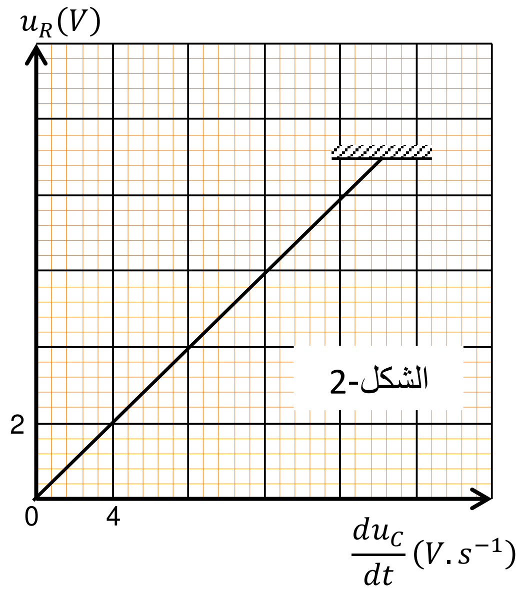
مولد للتوتر الكهربائي ، قوته المحركة E .

مكثفة سعتها $C = 49{,}4\mu F$.

ناقل أومي مقاومته R .

قاطعة K .





نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

1) ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة ؟

2) مثل على دارة (الشكل-1) منحى التيار الكهربائي المار في الدارة و التوترين u_C بين طرفي المكثفة و u_R بين طرفي الناقل الأومي .

3) بتطبيق قانون جمع التوترات ، أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

4) حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $u_C(t) = A + B\, e^{-\alpha.t}$.

أ) حدد عبارة كلا من A ، B و α .

ب) باستعمال التحليل البعدي حدد وحدة α في النظام العالمي للوحدات.

5) يمثل (الشكل-2) التمثيل البياني لتغيرات u_R دلالة $\frac{du_C}{dt}$. باستغلال (الشكل-2) أوجد :

أ) ثابتة الزمن τ .

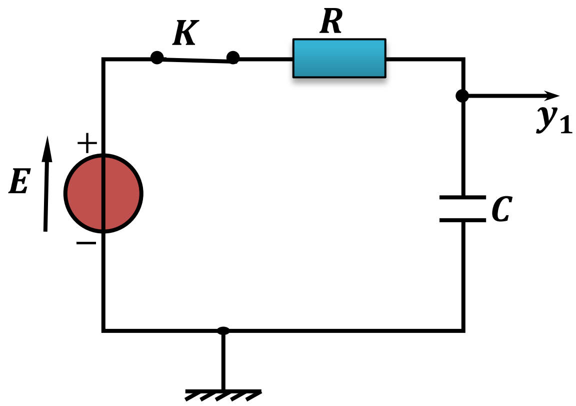
ب) القوة المحركة للمولد E .

ج) مقاومة الناقل الأومي R .

<u>الحل</u>

<u>التمرين(1)</u>

1) بين على الشكل (1) كيفية ربط راسم الاهتزاز لمعاينة التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة.



2) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.

قانون جمع التوترات

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

$$u_C(t) + Ri(t) = E \;.$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) + RC\frac{du_C(t)}{dt} = E \;.$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC} \;.$$

3) تحقق أن $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} \;.$$

$$\frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{1}{RC}E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{1}{RC}E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \frac{E}{RC}$$

ومنه $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.

4) نعاين على شاشة راسم الاهتزاز التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة بدلالة الزمن أنظر الشكل2 .

أ) حدد بيانيا التوتر E .

$$E = 10V$$

ب)حدد بيانيا ثابتة الزمن τ ، ثم استنتج قيمة C سعة المكثفة.

$$u_C(\tau) = 0{,}63E = 6{,}3V$$

من البيان $\tau = 10ms$.

$$. \ C = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-2}}{50} = 2\times 10^{-4}F$$

5) لتكن t_1 و t_2 على التوالي اللحظتان اللتان يصل فيهما التوتر إلى 10% و 90% من قيمة التوتر القصوى E .

عين بيانيا t_1 و t_2 .

$u_C(t_1) = \frac{10}{100}E = 1V$ تقابلها $t_1 = 1ms$.

$u_C(t_1) = \frac{90}{100}E = 9V$ تقابلها $t_2 = 23ms$.

استنتج زمن الصعود (temps de montée) : $t_m = t_2 - t_1$.

$$t_m = t_2 - t_1 = 23 - 1 = 22ms$$

6) بين أن عبارة t_m تكتب على الشكل التالي : $t_m = RC.ln9$.

$$. \ u_C(t_1) = \frac{10}{100}E = E\left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right)$$

$$\frac{10}{100} = \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right)$$

$$0{,}1 = \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right)$$

$$. \ e^{-\frac{t_1}{RC}} = 0{,}9$$

$$-\frac{t_1}{RC} = \ln 0{,}9$$

$$. \ t_1 = -RC\ln 0{,}9$$

$$. \ u_C(t_2) = \frac{90}{100}E = E\left(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}}\right)$$

$$\frac{90}{100} = \left(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}}\right)$$

نجد $t_2 = -RC\ln 0{,}1$.

$$t_m = t_2 - t_1 = -RC\ln 0{,}1 + RC\ln 0{,}9 = RC\ln\frac{0{,}9}{0{,}1}$$

. $t_m = RC.ln9$

7) استنتج قيمة السعة C للمكثفة . قارن هذه القيمة مع القيمة المحصل عليها في السؤال 4-ب .

$t_m = RC.ln9$

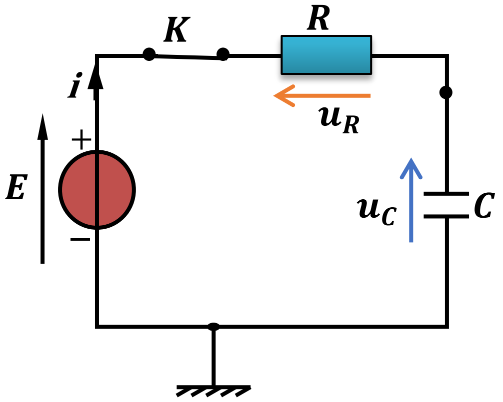
. $C = \frac{t_m}{R.ln9} = \frac{22\times10^{-3}}{50\times2{,}2} = 2\times10^{-4}F$ نتحصل على نفس القيمة .

التمرين(2)

1) ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة ؟

الظاهرة التي تحدث هي شحن المكثفة .

2) مثل على دارة (الشكل-1) منحى التيار الكهربائي المار في الدارة و التوترين u_Cبين طرفي المكثفة و u_Rبين طرفي الناقل الأومي



3) بتطبيق قانون جمع التوترات ، أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

قانون جمع التوترات

$u_C(t) + u_R(t) = E$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

. $u_C(t) + Ri(t) = E$

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$

. $u_C(t) + RC\frac{du_C(t)}{dt} = E$

. $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}u_C(t) = \frac{E}{RC}$

4) حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $u_C(t) = A + B\,e^{-\alpha.t}$.

حدد عبارة كلا من A ، B و α .

. $\frac{du_C(t)}{dt} = -B.\alpha.e^{-\alpha.t}$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد .

$$-B.\alpha.e^{-\alpha.t}+\frac{1}{RC}(A+B\,e^{-\alpha.t})=\frac{E}{RC}$$

$$\left(\frac{1}{RC}-\alpha\right)B\,e^{-\alpha.t}+\frac{A}{RC}-\frac{E}{RC}=0$$

$A=E$ ، $\alpha=\frac{1}{RC}$.

من الشروط الابتدائية نجد $B=-E$.

5) يمثل (الشكل-2) التمثيل البياني لتغيرات u_R دلالة $\frac{du_C}{dt}$. باستغلال (الشكل-2) أوجد :

أ) ثابتة الزمن τ .

العلاقة النظرية بين u_R و $\frac{du_C}{dt}$.

$\frac{du_C(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}u_C(t)=\frac{E}{\tau}$.

$\frac{du_C(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}u_C(t)=\frac{E}{\tau}$ ولدينا $u_C+u_R=E$ ومنه $u_C=E-u_R$

$$\frac{du_C(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}(E-u_R)=\frac{E}{\tau}$$

نجد $u_R=\tau\frac{du_C}{dt}$.

العلاقة البيانية البيان هو عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$u_R=a\frac{du_C}{dt}$ حيث a ميل البيان . $a=0.5$.

$a=0.5$. ومنه $u_R=0,5\frac{du_C}{dt}$.

بالمطابقة بين العلاقة النظرية والبيانية نجد . $\tau=0.5s$

ب) القوة المحركة للمولد E . $E=9V$

ج) مقاومة الناقل الأومي R .

$$R=\frac{\tau}{C}=\frac{0,5}{49,4\times10^{-6}}=10,1\times10^{3}\Omega$$