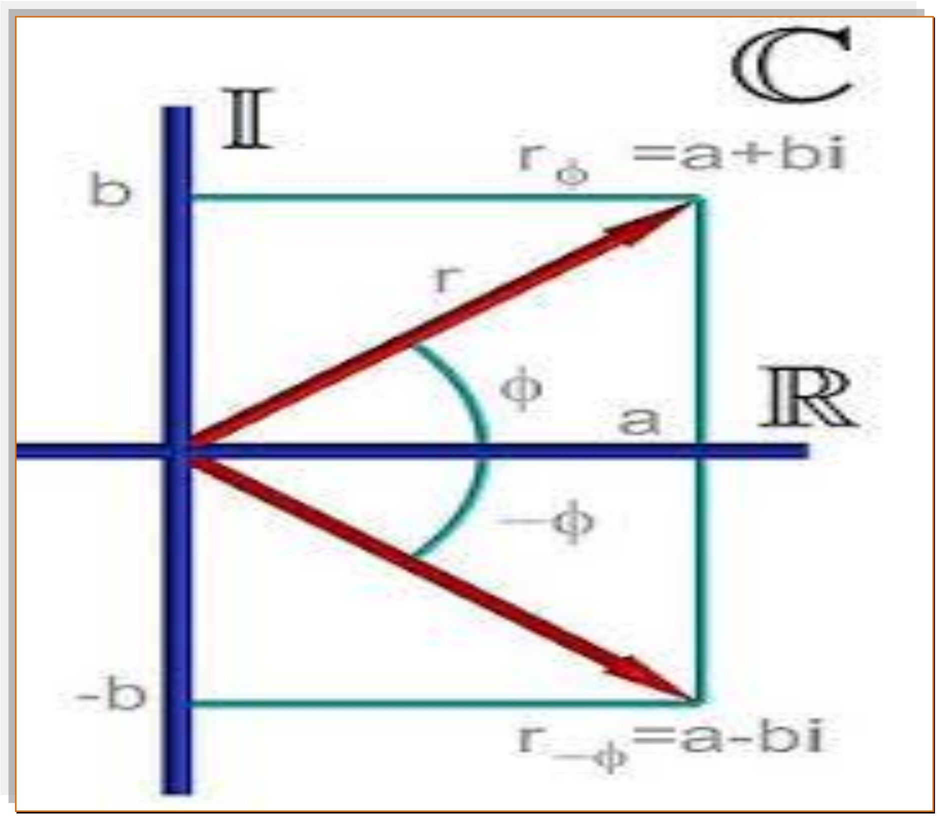
مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الأعداد المركبة في البكالوريا بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



BAC2020

إعدادالأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi @gmail.com

Facebook العربي الجزائري

مجلة الرائد في الرياضيات

تمارين الأعداد المركبة
في البكالوريا بين يديك

****

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

تدريبات متنوعة

الجزء الثاني

بكالوريات النظام الجديد

العلوم التجريبية+تقني رياضي +رياضيات

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الثالث

بكالوريات النظام القديم

علوم الطبيعة والحياة+علوم دقيقة

الجزء الرابع

بكالوريات اجنبية

BAC2020

إعدادالأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

الجزء الأول: تمارين تدريبية متنوعة

القسم 1: تمارين على الحساب في المجموعة $\mathbb{C}$

التمريـــن 01:

أ) نعتبر العددين المركبين: $z = 3 + i\sqrt{3}$ ، $z' = -1 + 2i$

أكتب الأعداد المركبة التالية على الشكل الجبري: $z_0 = z^2$ ، $z_1 = z \times z'$ ، $z_2 = z'^3$ ، $z_3 = \frac{z}{z'}$.

ب) z عدد مركب حيث $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ أحسب الأعداد الأتية: z^2 و z^3 ثم استنتج $K = -\sqrt{3}z^2 + iz^3$

ج) لتكن الأعداد المركبة : $a = \sqrt{6} + \sqrt{2} + i\,(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ ، $b = \sqrt{2 - \sqrt{3}} + i\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

اكتب a^2 ، b^2 على الشكل الجبري ثم استنتج a^3 و b^4

التمريـــن 02:

أ) ا كتب مرافق كلا من الأعداد المركبة التالية :

$z_1 = 2 + iz$ ، $z_2 = 2z - 2i$ ، $z_3 = i(1 + z)$ ، $z_4 = (z - i)(z + i)$ ، $z_5 = \frac{1 - z}{1 + iz}$ ، $z_6 = \frac{z^2 + iz - 1}{-z + 2i}$

ب) نضع: $z_1 = (\sqrt{3} - i)(-2i)$ ، $z_2 = \frac{-i + \sqrt{3}}{-2i}$ عين الأعداد المركبة التالية على الشكل الجبري:

$\overline{z_1}$ ، $\overline{z_2}$ ثم استنتج كلا من: $\overline{z_1 + z_2}$ ، $\overline{z_2 \times z_1}$ ، $\overline{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)}$ ، $\overline{\left(z_1^{2020}\right)}$ و $\overline{\left(z_2^{1441}\right)}$

التمريـــن 03:

1- اكتب على الشكل المثلثي ثم الأسي الأعداد التالية : $z_0 = 1 + i$ ، $z_1 = \overline{z_0}$ ، $z_2 = -z_1$ ، $z_3 = \sqrt{3} + i$

2- استنتج الكتابة على الشكل المثلثي ثم الأسي الأعداد التالية : $\frac{(z_1)^5}{(z_0)^4}$ ، $(z_0)^{44}$ ، $\left(\frac{-4}{z_3}\right)^{19}$

التمريـــن 04:

أ) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلات التالية:

1) $2iz - 3i + (1 - i)z = 0$ ، 2) $\overline{z} + 1 + i = i\overline{z} + 3$ ، 3) $z.\overline{z} - \overline{z} + z - 5 - 2i = 0$ ، 4) $|z|^2 + i(z + \overline{z}) - 4 + 2i = 0$

ب) حل في $\mathbb{C}$ الجملة التالية :

$$\begin{cases} iz - (-1 + i)z' = -4 - 3i \\ (1 + i)z + 2i\,z' = 13 + 9i \end{cases}$$

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية ذات المجهول z

1) $z^2 + 1 = 0$ ، 2) $z^2 + 3 = 0$ ، 3) $z^2 = -\sin^2(\theta)$ ، 4) $2z^2 - 6z + 5 = 0$ ، 5) $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$

6) $z^2 - 2(\sin\theta)z + 1 = 0$ ، 7) $z^3 - 2z^2 + 4z = 0$ ، 7) $z^2 - 2(1 + \sqrt{2})z + 2(2 + \sqrt{2}) = 0$ ، 8) $z^2 = 5 - 12i$

التمريـــن05:

في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ تعطى النقط A,B,C و M التي لواحقها هي: $z_A=1-2i$ ، $z_B=-1+4i$ ، $z_C=-5i$ و $z=x+iy$

1- عين لاحقة النقطة D بحيث يكون $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$

2-عين لاحقة النقطة H مركز ثقل المثلث ABC

3-عين لاحقة G مرجح الجملة $\{(A,-2),(B,1),(C,2)\}$

4-عين (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ بحيث : $\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=4$

5- عين (Δ) مجموعة النقط $M(z)$ بحيث: $3\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

6- عين (Γ') مجموعة النقط $M(z)$ بحيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{3}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|$

7- عين (E) مجموعة النقط $M(z)$ بحيث: $-2\left\|\overrightarrow{MA}\right\|^2+\left\|\overrightarrow{MB}\right\|^2+2\left\|\overrightarrow{MC}\right\|^2=48$

8- عين (Δ') مجموعة النقط $M(z)$ بحيث: $-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\lambda\vec{u}$ حيث λ يمسح $\mathbb{R}^*$

9- أ)أنشئ في المستوي السابق النقط A ، B ، C ، D ، H و G .

ب) أنشئ في المستوي السابق بدقة كلا من المجموعات: (Γ) ، (Γ') ، (Δ) ، (Δ') و (E)

التمريـــن06:

أ) أكتب الأعداد التالية على الشكل المثلثي ثم الأسي

$z_0=2+2i\sqrt{3}$ ، $z_1=-\sqrt{5}-i\sqrt{15}$ ، $z_2=-\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ ، $z_3=-2i$ ، $z_4=\dfrac{1+i}{i+\sqrt{3}}$

ب)اكتب الأعداد التالية على الشكل الجبري: $z_0=-6e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ، $z_1=\sqrt{5}e^{i\frac{3\pi}{2}}$ ، $z_2=2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_3=-\dfrac{i}{2}e^{-i2019\pi}$

جـ)جد الشكل الأسي ثم الجبري: $z_0=(-\sqrt{3}+i)e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_1=(-\sqrt{2}+1)e^{-i\frac{1441\pi}{4}}$ ، $z_2=3\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6})$

التمريـــن07:

I) في المستوي المركب نعتبر النقطتين A، B اللتين لاحقتاهما : $z_A=2i$ و $z_B=4-i$

عين هندسيا ثم جبريا مجموعة النقط $M(z)$ في كل حالة من الحالات التالية

1) $|z-2i|=4$ ، 2) $|z-2i|=|z-4+i|$ ، 3) $\arg(z-2i)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ ، 4) $z=2i+2e^{i\theta}$ و $\theta\in\mathbb{R}$ ، 5) $z=2i+ke^{i\frac{\pi}{3}}$ و $k\in\mathbb{R}^+$

II) عين فيما يلي مجموعات النقط M والتي لاحقتها z من المستوي حيث:

1) $|z-1+3i|=1$ ، 2) $|(1+i)z-i|=|2+4i|$ ، 3) $|\bar{z}-2i|=4$ ، 4) $|z-i|=|z-2+4i|$

التمريــــن08:

في المستوي المركب النقط $A(2i)$، $B(1)$ و $M(z)$ وليكن العدد المركب L حيث: $L(z)=\dfrac{z-2i}{z-1}$

1) اكتب $L(-i)$، $L(1+i)$ على الشكل الجبري

2) نضع $z=x+iy$ حيث x، y عددان حقيقيان . أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $L(z)=1+i$

ب) بيّن الشكل الجبري للعدد $L(z)$ هو: $L(z)=\dfrac{(x^2+y^2-x-2y)}{(x-1)^2+y^2}+i\dfrac{(-2x-y+2)}{(x-1)^2+y^2}$

جـ) عين ثم انشئ مجموعة النقط $M(z)$ في كل حالة: $L(z)$ حقيقيا، $L(z)$ تخيليا صرفا، $|L(z)|=1$.

التمريــــن09:

عين طويلة وعمدة العدد z وذلك حسب قيم العدد الحقيقي α غير المعدوم في كل حالة .

1) $z=\alpha$ ، 2) $z=\alpha i$ ، 3) $z=\alpha\pm\alpha i$ ، 4) $z=\alpha\pm\alpha\sqrt{3}i$ ، 5) $z=\alpha\sqrt{3}\pm\alpha i$

التمريــــن10:

z_1 و z_2 عددان مركبان حيث: $|z_1|=|z_2|=1$ وليكن العددين المركبين $K=\dfrac{z_1+z_2}{1+z_1.z_2}$، $L=\dfrac{z_1+z_2}{z_1-z_2}$

1) أحسب كلا من $\overline{K}$ و $\overline{L}$. 2) أستنتج أن K حقيقي وأن L تخيلي صرف.

التمريــــن11:

1) جد الجذور التربيعية للأعداد المركبة التالية: $z_0=2i$ ، $z_1=5+12i$، $z_3=3-4i$، $z_4=-3$

2) عين الأعداد المركبة z في كل حالة مايلي: $z^2=1+i\sqrt{3}$، $z^3=8i$ ، $z^4=-2-2i\sqrt{3}$

التمريــــن12

1) ليكن كثير الحدود: $p(z)=z^4-2\sqrt{3}z^3+8z^2-8\sqrt{3}z+16$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد مركب z فإن: $\overline{p(z)}=p(\overline{z})$

ب) تحقق أن: $p(\sqrt{3}+i)=p(-2i)=0$.أستنتج الجذرين الآخرين لـ $p(z)$

2) المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط: A، B، C، D التي لواحقها : $z_A=i+\sqrt{3}$، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2i$، $z_D=\overline{z_C}$

أ) مثل النقط: D،C ،B ، A في المستوي المركب

ب) اثبت ان النقط D،C ،B ، A تنتمي الي نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة

3) لتكن E نظيرة B بالنسبة الى O .

- بين ان $\dfrac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ،أعط تفسيرا هند سيا للمساوة.

التمريـــن13:

1- عين طويلة وعمدة العدد المركب $z=-\sqrt{3}+i$.

2- ليكن العدد المركب z' الذي يحقق : $z.z'=6\left[\cos\frac{19\pi}{12}+i\sin\frac{19\pi}{12}\right]$

أ) عين طويلة وعمدة العدد المركب z'

ب) أكتب z' على الشكل الجبري ثم استنتج قيمتي : $\cos\frac{19\pi}{12}$ و $\sin\frac{19\pi}{12}$

التمريـــن14:

أختر الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل مايلي

1) الشكل الجبري للعدد المركب z حيث $\bar{z}+\sqrt{z.\bar{z}}=6+2i$ هو:

أ) $\frac{8}{3}-2i$ ، ب) $-\frac{8}{3}+2i$ ، جـ) $\frac{8}{3}+2i$

2) مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $(z+i)\overline{(z+i)}=(z-1)\overline{(z-1)}$ هي المستقيم ذو المعادلة:

أ) y=x-1، ب) y=-x ، جـ) y=x

التمريـــن15:

أجب بـ: صحيح أو خطأ على الفرضيات التالية مع التعليل:

1-من أجل كل عدد مركب z : $\text{Im}(z)$ عدد تخيلي صرف.

2-في مجموعة الأعداد المركبة القسمة على i هي الضرب في $-i$.

3-العدد $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+i\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ له عمدة هي θ.

4-العدد $\frac{1-i}{1+i}$ له عمدة هي $\frac{\pi}{2}$.

5- A ، B و C نقط لواحقها على الترتيب i ، $-i$ ، z : العدد $|z-i|$ يمثل الطول BC.

6- من أجل كل عدد طبيعي n : $i^n=(-1)^n$

7-من أجل كل عدد مركب z : $|1+iz|=|1-iz|$ تعني أن z حقيقي.

التمريـــن16:

نعتبر الأعداد المركبة التالية: $z_1=1+i$ ، $z_2=\sqrt{3}+i$ و $z_3=\frac{z_1}{z_2}$

1-عين الجزء الحقيقي و الجزء التخيلي للعدد z_3

2-عين طويلة و عمدة للعددين z_1 و z_2، ثم اكتب z_3 على الشكل المثلثي

3-بين أن : $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ و $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{-1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ ، ثم استنتج $\tan\frac{\pi}{12}$.

التمريـــن17:

z عدد مركب يختلف عن i ، و ليكن : $L=\frac{z-2}{z+i}$ عين مجموعة النقط M لاحقتها z من المستوي

1) $|L|=1$ ، 2) L حقيقي ، 3) L تخيليا صرفا ، 4) L تخيليا صرفا موجبا.

التمريـــن18:

من أجل كل نقطة M لاحقتها z نعتبر النقطة M' لاحقتها z' حيث : $z'=\frac{z-1}{1-\bar{z}}$

1-بين من أجل كل عدد مركب z يختلف عن 1 أن : $|z'|=1$

2-أثبت أن العدد : $\frac{z'-1}{z-1}$ حقيقي. ثم استنتج إنشاء هندسي للنقطة M' .

التمريـــن19:

في المستوي المركب المزود بمعلم $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط $M(z)$ ، $A(z^2)$ ، $B(1)$ ، $C(1+z^2)$ و $D(\frac{1}{z})$

1-عين مجموعة النقط M لاحقتها z من المستوي حتى تكون النقط M ، A و D في استقامية.

2-عين مجموعة النقط M لاحقتها z من المستوي حتى تكون النقط M ، B و C في استقامية.

التمريـــن20:

نعتبر المعادلة : $z^3+2(i-1)z^2+(9-4i)z+18i=0$ .... (E)

1-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) علما أنها تقبل حلا z_0 تخيليا صرفا.

2-نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب: z_0 ، z_1 و z_2، ماذا يمكن القول عن المثلث ABC.

التمريـــن21:

1-عين الطويلة و عمدة لكل من العددين المركبين : $z_1=\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$ و $z_2=\frac{5+11i\sqrt{3}}{7-4i\sqrt{3}}$

2-جد الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون z_1^n حقيقيا.

3- جد الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون z_1^n تخيليا صرفا.

التمريـــن22:

أجب بصحيح أوخطأ مع التبرير في كل حالة:

1)الشكل الأسي للعدد المركب $-\sqrt{3}+i$ هو $2e^{\frac{5\pi}{6}i}$ ، 2)الشكل الأسي للعدد $(\sqrt{2}-i\sqrt{2})^2$ هو $4e^{-\frac{\pi}{4}i}$.

3)المعادلة $(\sqrt{2}-i\sqrt{2})z+\sqrt{3}-i=0$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{C}$ هو $4z=-\sqrt{2}+\sqrt{6}+i\sqrt{2}-\sqrt{6}$

4)في المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $A(4i)$ ، $B(-2)$ و $M(z)$.

مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $|z-4i|=|z+2|$ هي المستقيم (AB) .

التمريـــن23:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر العدد المركب $P(z)=|z|^2+4iz-5-4i$

1) عين مجموعة النقط $M(z)$ بحيث: أ) يكون $P(z)$ حقيقيا ، ب) يكون $P(z)$ تخيليا صرفا.

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث $P(z)=1$ نرمز بـ z_1 و z_2 لحلي هذه المعادلة حيث $Im(z_1)\prec 0$

3) نعتبر النقطتين A و B صورتي z_1 و z_2 على الترتيب، C نظيرة A بالنسبة إلى O.

عين لاحقة النقطة C ثم لاحقة مركز ثقل المثلث ABC.

التمريـــن24:

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-2)(z^2-2\sqrt{2}z+4)=0$ نسمّي حلولها z_1 ، z_2 و z_3 حيث $z_1\in\mathbb{R}$ و $Im(z_1)\prec 0$

2) أكتب كلا من z_3 ثم z_1+z_2 على الشكل ألأسي، ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ $\cos\frac{3\pi}{8}$ و $\sin\frac{3\pi}{8}$.

3) المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لتكن النقط A ، B و C التي لواحقها

$$z_A=\sqrt{6}-\sqrt{2}\quad z_B=-\sqrt{2}(1+i)\ \text{و}\ z_C=-\sqrt{2}(1-i)$$

أ) أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$.

ب) ما طبيعة المثلث ABC؟ برّر جوابك.

القسم2:تمارين على التحويلات النقطية

التمريـــن25:

T تحويل نقطي حيث: $T:M(z)\to M'(z')$ عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحول T في كل حالة

1) $z'=z+i$ ، 2) $z'=-2z+3-3i$ ، 3) $z'=iz+1+i$ ، 4) $z'=(1+i)z-3i$ ، $z'=2ize^{i\frac{\pi}{2}}$

التمريـــن26:

S تحويل نقطي معرف بالعبارة المركبة المختصرة عين طبيعة S وعناصاره المميزة في كل حالة

1) $(z'-i)=2(z-i)$ ، 2) $(z'+i)=\sqrt{3}i(z+i)$ ، 3) $(z'+2)=(1-i)(z+2)$ ، 4) $z'=\sqrt{2}(1-i)z$.

التمريـــن27:

أكتب العبارة المختصرة ثم العبارة المركبة للتحويل T في كل حالة من الحالات التالية.

1) T انسحاب شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ ، 2) H تحاكي مركزه $\omega(1-i)$ ونسبته -2

3) R دوران مركزه $\omega(i)$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ، 4) S تشابه مباشر مركزه $\omega(2i)$ ونسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{6}$

التمريـــن28:

h التحاكي الذي مركزه $A(i)$ ونسبته -2 و r الدوران الذي مركزه $A(i)$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أكتب العبارة المركبة لكل من h، r ثم بين أن $roh=hor$

التمريـــن29:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1) عين التحاكي h الذي مركزه O ويحول النقطة $A(1-2i)$ إلى النقطة $B(-2+4i)$. ثم استنتج نسبته

2) عين الدوران r الذي يحول $A(1-2i)$ إلى $B(1)$ ويحول $C(1-i)$ إلى O، ثم عين عناصره المميزة

3) عين التشابه S_1 الذي يحول $A(1;2)$ إلى $B(1;4)$ ويحول $C(2;-1)$ إلى $D(5;2)$، ثم عين عناصره المميزة

4) عين نسبة وزاوية التشابه المباشر S_2 الذي مركزه $A(1)$ ويحول النقطة $B(1-i)$ الى النقطة $C(3)$

5) عيّن مركز وزاوية التشابه المباشر S_3 الذي نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ ويحول $A(2;1)$ إلى $B(-3;3)$

التمريـــن30:

f تحويل نقطي حيث: $M(x;y)\to M'(x';y'):\begin{cases}x'=-2y-3\\y'=2x+1\end{cases}$

1) عيّن لاحقة النقطة 'A محوّلة النقطة $A(i)$ بـ f، ثم جد لاحقة النقطة B التي محولتها $B'(-1;-1)$

2) بين أن العبارة المركبة لـ f هي: $z'=2iz-3+i$ استنتج طبيعة f مع ذكر عناصره المميزة.

4) (Γ) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي التي تحقق: $x^2+y^2-2x+2y-2=0$

* ماهي طبيعة (Γ)؟ عين عناصرها المميزة ثم جد صورة (Γ') للمجموعة (Γ) بالتحويل f

الجزء الثاني: تمارين البكالوريا

القسم1: التمارين غير المتعلقة بالتحويلات النقطية

شعبة العلوم التجريبية

التمرين31: دورة 2012 م1

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z=\frac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$ حيث $(z\neq 2-3i)$

- حل في $\mathbb{C}$ هذه المعادلة.

2) ينسب المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب z_A و z_B حيث: $z_A=1+i\sqrt{5}$ و $z_B=1-i\sqrt{5}$.

- تحقق أنّ A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

3) نرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z، $(z\neq 2-3i)$ النقطة M' لاحقتها z' حيث $z'=\frac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$

النقط C، D، E لواحقها على الترتيب: $z_C=-2i$، $z_D=2-3i$ و $z_E=3i$ و (Δ) محور القطعة $[CD]$

أ-عبّر عن المسافة OM' بدلالة المسافتين CM و DM.

ب-أستنتج أنه من أجل كل نقطة M من (Δ) فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعين مركزها ونصف قطرها. -تحقق أن النقطة E تنتمي إلى (γ).

التمرين32: دورة 2011 م2

نعتبر في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=3-2i$، $z_B=3+2i$ و $z_C=4i$.

1-أ- علّم النقط A، B و C

ب- ما طبيعة الرباعي $OABC$؟ علّل إجابتك.

جـ-عيّن لاحقة النقطة Ω مركز الرباعي $OABC$.

2-عيّن ثم أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=12$.

3-أ- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2-6z+13=0$.

نسمي z_0 و z_1 حلّي هذه المعادلة

ب-لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب z.

-عيّن مجموعة النقط M التي تحقق: $|z-z_0|=|z-z_1|$

التمرين33: دورة 2009 م1

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2z+4=0$

2) نسمي z_1 و z_2 حلي هذه المعادلة. ا) اكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

ب) A، B و C هي النقط من المستوي التي لواحقها على الترتيب: $z_A=1-i\sqrt{3}$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$

و $z_C=\frac{1}{2}(5+i\sqrt{3})$ احسب الاطوال AB، AC و BC استنتج نوع المثلث ABC

جـ) جد الطويلة والعمدة للعدد: $Z=\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$.

د) احسب Z^3، Z^6 ثم استنتج ان Z^{3K} عدد حقيقي

التمرين34: دورة 2009 م2

P(z) كثير حدود حيث: $p(z)=(z-1-i)(z^2-2z+4)$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$

2) نضع $z_1=1+i$ ، $z_2=1-\sqrt{3}i$. أ) اكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي

ب) اكتب $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الجبري ثم الأسي

جـ) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$

3) احسب قيمة العدد $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{456}$

التمرين35: دورة 2008 م1

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+2=0$.

نرمز للحلين بـ z_1 و z_2 حيث $\mathrm{Im}(z_1)\prec 0$. بين أن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$ حقيقي.

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A، B و C نقط لاحقاتها على

الترتيب: $-1+i$، z_1 و z_2 و ليكن Z العدد المركب حيث: $Z=\frac{z_2+1-i}{z_1+1-i}$

أ) انطلاقا من التعريف $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$ ومن الخاصية $e^{i(\theta_1+\theta_2)}=e^{i\theta_1}\times e^{i\theta_2}$

برهن أن: $e^{-i\theta}=\frac{1}{e^{i\theta}}$ وأن $\frac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}}=e^{i(\theta_1-\theta_2)}$

ب) أكتب Z على الشكل الأسي.واستنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين36: دورة 2013 م1

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $2z^2+6z+17=0$.

2- في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B ، C لاحقاتها على الترتيب: $z_A=-4$ ، $z_B=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}i$ و $z_C=-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}i$

- احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

3- أ) عيّن z_D و z_E لاحقتي النقطتين D و E على الترتيب حتى يكون الرباعي $BCDE$ مربعا مركزه A

ب) عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=10\sqrt{2}$

4- (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\arg(z+4)=\frac{\pi}{4}$

تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (Γ_2) ثم عيّن المجموعة (Γ_2).

التمرين37: دورة 2010 م1

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-3+2i)(z^2+6z+10)=0$

2) علّم في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط: A ، C ، D و I ذات اللاحقات: $z_A=3-2i$ ، $z_C=-3+i$ و $z_D=-3-i$ ، $z_I=1$

3) z عدد مركب يحقق الجملة التالية: $\begin{cases}\arg(z-3+2i)=\arg(z-1)+\frac{\pi}{2}\\ |z-3+2i|=|z-1|\end{cases}$.

أ) بين أن الجملة تكافئ: $\frac{z-3+2i}{z-1}=i$ ثم عين قيمة z.

ب) B النقطة التي لاحقتها $z_B=3$. تحقق أن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ، ثم عيّن طبيعة الرباعي $ABCD$؟

جـ) لتكن J النقطة التي لاحقتها z_J حيث: $z_J=1-2i$. أكتب على الشكل الأسي: $Z=\frac{z_A-z_I}{z_B-z_J}$

تحقق أن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{JI}$. ثم عيّن طبيعة الرباعي $ABIJ$؟

التمرين38: دورة 2011 م1

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0......(E)$

1)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) وأكتب حلولها على الشكل المثلثي.

2)المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=2i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ و $z_C=\sqrt{3}-i$ نضع: $L=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

أ)أكتب L على الشكل الأسي.

ب)أثبت أن $z_A-z_B=L(z_C-z_B)$.

جـ)استنتج نوع المثلث ABC واحسب مساحته S

التمرين39: دورة 2010 م2

1-أكتب على الشكل الاسي العدد: $a=-2+2\sqrt{3}i$

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2=-2+2\sqrt{3}i$

2) ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A، B و C النقط التي لاحقاتها: $z_A=-2$ ، $z_B=-1-\sqrt{3}i$ و $z_C=1+\sqrt{3}i$ على الترتيب

أ-أحسب طويلة العدد المركّب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ وعمدة له.

ب-أستنتج طبيعة المثلث ABC

3)لتكن (E) مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $\arg(\bar{z}+2)=\frac{\pi}{3}$

أ-تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (E).

ب-عين المجموعة (E)

التمرين40: دورة 2009 م1

1-أ)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+2=0$

ب)استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة: $(\bar{z}+3)^2-2(\bar{z}+3)+2=0$

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A، B و M لواحقها $(1-i)$، $(1+i)$ و z على الترتيب

أ)عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي: $z=1-i+ke^{i\frac{5\pi}{4}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}^+$

ب)عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي: $|z-1+i|=|z-1-i|$.

التمرين41: دورة 2009 م2

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $z^2-6z+18=0$

2-أ) أكتب العدد المركب: $z_1=3-3i$ على الشكل الأسي

ب)أحسب طويلة العدد z_3 وعمدة له حيث: $z_1\times z_3=6(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12})$

أستنتج قيمتي $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$

3) في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B و C ذات اللاحقات :

$3+3i$ ، $3-3i$ و $\frac{\sqrt{6}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$ على الترتيب.

أ)عين قيم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجملة $\{(A,1);(B,-1);(C,\alpha)\}$ مرجحا نرمز له بـ G_α

ب)عين مجموعة النقط G_α لما يتغير α في $\mathbb{R}^*$

التمرين42: دورة 2008 م1

لتكن في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (*) المعرفة كمايلي: $z^3+(2-4i)z^2-(6+9i)z+9(-1+i)=0$

1-بين أن $z_0=3i$ هو حل للمعادلة (*).

2-بين أن (*) تقبل حلاحقيقيا z_2، ثم استنتج الحل الثالث z_1 واكتب الحلول على الشكل الأسي

3- A ، B و C صور الحلول z_0 ، z_1 و z_2 وعلى التوالي في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

عيّن النقطة G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,1);(C,-1)\}$

4-عين المجموعة (E) للنقط M حيث: $AM^2+BM^2-CM^2=-13$

- بين أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (E) ثم أنشئ (E).

التمرين43: دورة 2008 م2

r عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي كيفي.

1-حل في حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2r\cos(\frac{\theta}{2})z+r^2=0$ ثم اكتب الحلين على الشكل الأسي.

2-في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقطتين A، B صورتي الحلين. عين θ حتى يكون المثلث OAB متقايس الاضلاع

شعبة :الرياضيات

التمرين44: دورة 2009 م1

نرفق بكل عدد مركب z يختلف عن 1 العدد المركب $f(z)$ حيث : $f(z)=\frac{z-i}{z-1}$

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(45+45i)f(z)=23+45i-2z$

2-لتكن M صورة العدد المركب z في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

أ)عين مجموعة النقط M بحيث يكون $f(z)$ حقيقيا سالبا تماما

ب) أحسب العدد المركب z_0 بحيث: $|f(z_0)|=1$ و $\arg(f(z_0))=\frac{3\pi}{2}$

3-في المستوي المركب نعتبر النقط A،B وC صور الاعداد المركبة 1 ، i و z_0 على الترتيب.

أ-مانوع المثلث ABC؟.

ب-عين النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى المستقيم (AB) واستنتج طبيعة الرباعي $ACBD$.

التمرين45: دورة 2008 م2

نعتبر في مجموعة المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)$ المعرف كمايلي: $P(z)=2z^4-2iz^3-z^2-2iz+2$

1-بيّن انه إذا كان α جذرا لـ $P(z)$ فإن $\frac{1}{\alpha}$ جذرا له أيضا

2-تحقق أن : $1+i$ و $-1+i$ جذرين لكثير الحدود $P(z)$

3-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$ ثم أكتب الحلول على الشكل الأسي

4- في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C و D

والتي لواحقها على الترتيب : $1+i$ ، $-1+i$، $\frac{m}{2}-\frac{m}{2}i$ و $-\frac{m}{2}-\frac{m}{2}i$ حيث m عدد حقيقي

عيّن m حتى يكون الرباعي $ABCD$ مربعا.

القسم2:تمارين متعلقة بالتحويلات النقطية

شعبة العلوم التجريبية

التمرين46: دورة 2019 م1

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z: $(z-i)(z^2-4z+5)=0$

II)نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A، B و C التي لاحقاتها i ، $2-i$ و $2+i$ على الترتيب.

1)اكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_C-z_B}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

2)من اجل كل عدد مركب z يختلف عن $2+i$ نضع: $f(z)=\frac{iz-1-2i}{2z-4-2i}$

أ) عين المجموعة (E) للنقط M من المستوي ذات الاحقة z التي تحقق: $|f(z)|=\frac{1}{2}$

ب)بيّن أن العدد المركب $[f(i)]^{1440}$ حقيقي موجب

3)نعتبر الدوران الذي r الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ)عيّن لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r و بين أن النقط D ، A و Cفي استقامية

ب) استنتج أن النقطة D صورة A بواسطة تحويل نقطي بسيط يطلب تعين طبيعته وعناصرة

التمرين47: دورة 2019 م2

المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها z_A، z_B و z_C على الترتيب.حيث

$z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2z_A$.

1-أ)اكتب العدد z_A على الشكل الأسي. ب) احسب العدد $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}$

2-أ)T الإنسحاب الذي يحول Aإلى C ،عيّن z_D لاحقة النقطة D صورة Bبالانسحاب T

ب) استنتج طبيعة الرباعي ABDC

3)اكتب العدد z_C-z_A على الشكل الأسي

4)جد الأعداد الطبيعية n والتي يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{-6\sqrt{2}}{z_C-z_A}\right)^n$ حقيقيا

5)لتكن Mنقطة كيفية من المستوي حيث تختلف عن A وتختلف عن C

عين (E)مجموعة النقط M التي من أجلها يكون العدد $\frac{z_A-z}{z_C-z}$ حقيقيا موجب تماما

التمرين48: دورة 2018 م1

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2-\sqrt{3}z+1=0$

2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ A، B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب z_A، z_B و z_C حيث: $z_A=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z_C=\overline{z_B}$

اكتب z_A و z_B على الشكل الأسي ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

3-أ) تحقق أن: $\frac{z_B}{z_C}=e^{\frac{\pi}{3}i}$ وحدّد طبيعة المثلث OBC.

ب) أستنتج أن B صورة C بدوران r و تعيين عناصره المميزة.

4) نسمي (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق: $|z|=\left|\bar{z}-\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right|$.

عين طبيعة المجموعة (γ) ، ثم عيّن صورتها بالدوران r.

التمرين49: دورة 2018 م2

I) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(\bar{z}-4+i)(z^2-4z+5)=0$ ($\bar{z}$ يرمز لمرافق z)

II) المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B و C التي لواحقها $z_A=2+i$ ، $z_B=4+i$ و $z_C=\overline{z_A}$

1) تحقق أن: $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=i$ ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)^n$ تخيليا صرفا

2) D نقطة من المستوي لاحقتها z_D حيث: $\begin{cases}|z_D-z_A|=|z_B-z_A|\\ \text{Arg}\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=\frac{\pi}{3}+2k\pi\end{cases}$

بيّن أن المثلث ABD متقايس الأضلاع و حساب z_D.

3) احسب z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABD ثم عين نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه A ويحوّل G إلى D.

4) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z تحقق : $\text{Arg}\left(\frac{z_G-z}{z_C-z}\right)=\pi+2k\pi;(k\in\mathbb{Z})$

التمرين50: دورة 2017 م1

I) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $(z+2)(z^2-4z+8)=0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=2-2i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$.

1- أكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسي.

2-عيّن z_D لاحقة النقطة D حتى تكون النقطة B مركز ثقل المثلث ACD .

3-(Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z (M تختلف عن A و B) حيث $\arg\left(\frac{z_B-z}{z_A-z}\right)=\frac{\pi}{2}$

تحقق أن مبدأ المعلم O هو نقطة من (Γ)، ثم عيّن طبيعة المجموعة (Γ) أنشئها.

4-ليكن h التحاكي الذي مركزه النقطة C ونسبته 2 ، (Γ') صورة (Γ) بالتحاكي h.

عيّن طبيعة المجموعة (Γ') مع تعيين عناصرها المميزة.

التمرين51: دورة 2017 م2

المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل فيب كل حالة:

1-مجموعة حلول المعادلة $\left(\frac{z+1-i}{z-i}\right)^2=1$ في المجموعة $\mathbb{C}$ هي: $S=\left\{-\frac{1}{2}+i\right\}$.

2-من أجل كل عدد مركب z: $(z+2)(\overline{z}+2)=|z+2|^2$.

3-من أجل كل عدد طبيعي n: $\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3n}=1$.

4- S التشابه المباشر الذي مركزه Ω ذات اللاحقة 1 ونسبته 3 وزاويته $\frac{\pi}{2}$.صورة الدائرة (C) ذات المركز $\omega(0;1)$ ونصف القطر 3 بالتشابه S هي الدائرة (C) ذات المركز $\omega'(-2;-3)$ ونصف القطر 9

5-من أجل كل عدد حقيقي α: إذا كان $Z=(\sin\alpha+i\cos\alpha)(\cos\alpha-i\sin\alpha)$

فإن: $\arg(Z)=\frac{\pi}{2}-2\alpha+2k\pi$ حيث k عدد صحيح

التمرين52:دورة 2017 الاستدراكية م1

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ حيث $\|\vec{u}\|=2cm$

لتكن النقط A، B و C التي لاحقاتها: $z_A=2$ ، $z_B=-1+i\sqrt{3}$ و $z_C=\overline{z_B}$

1- أ)أكتب z_B على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الاسي للعدد المركب z_C

ب)عيّن مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC، ثم إنشئ النقط A، B و C.

2-ليكن التشابه المباشر S الذي مركزه النقطة O ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

أ) أكتب العبارة المركبة للتشابه S ثم عيّن لاحقة كل من النقط 'A' ،B' ،C و'C صور النقط A ،B و C على الترتيب بالتشابه S ثم أنشئ في المعلم السابق النقط 'A' ،B' ،C و'C.
ب) أحسب بالسنتمتر المربع مساحة المثلث $A'B'C'$.

التمرين53:دورة 2017 الاستدراكية م2

المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.
نعتبر النقط A ،B و C التي لاحقاتها: $z_A=-3-2i$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=4-3i$
1) عيّن نسبة وزاوية التشابه التشابه S الذي مركزه A ويحول النقطة B إلى النقطة C.
2) أكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.
3) نرمز بـ: G إلى مركز ثقل المثلث ABC بـ: I إلى منتصف $[AC]$.
عين z_G و z_I لاحقتي النقطتين G و I ثم بيّن النقط ان B و G و I على استقامة واحدة.
4) نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة للنقطة I ، حدّد بدقة طبيعة الرباعي ABCD.
5) نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|=5\sqrt{2}$.
أ) تحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ).   ب) عيّن طبيعة المجموعة (Γ) وإنشئها.

التمرين54: دورة 2016 م1

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ من أجل كل نقطة M من المستوي
لاحقتها العدد المركب z حيث $(z\neq 1)$ نرفق النقطة M' لاحقتها العدد المركب z' حيث $z'=\frac{z-2}{z-1}$
1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z'=z$.
2) النقطتان A ، B لاحقتاهما على الترتيب : z_1 و z_2 ، حيث $z_1=1-i$ و $z_2=\overline{z_1}$.
أ) اكتب $\frac{z_2}{z_1}$ على الشكل الأسي.
ب) بيّن أن النقطة B صورة النقطة A بالدوران R الذي مركزه المبدأ O ، يطلب تعين زاوية له.
3) نضع : $z'\neq z$ ونعتبر ان النقطتين C و D لاحقتهما 1 و 2 على الترتيب.
عيّن (Γ) مجموعة النقط M حيث M' تنتمي لمحور التراتيب ثم إنشئ (Γ).
4) h التحاكي الذي مركزه المبدأ O ونسبته 2 .
أ- عيّن طبيعة التحويل النقطي $S=hoR$ وعناصره المميزة.ب-اكتب العبارة المركبة للتحويل S.
جـ- عيّن ثم إنشئ المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S.

التمرين55: دورة 2016 م2

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $\left(z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)(z^2+\sqrt{3}z+1)=0$

2)المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z_C=\overline{z_B}$.

أ- اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي

ب- بيّن أنه يوجد تشابه مباشر S مركزه B ويحوّل النقطة C إلى النقطة A يطلب تعين عناصره المميزة.

3-أ) عيّن لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع :ثم حددبدقة طبيعته.

ب)عيّن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $|z-z_A|=|\bar{z}-z_B|$ حيث $\bar{z}$ مرافق z .

ج) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق: $z=z_B+\sqrt{3}e^{\theta i}$ حيث θ يتغير على $\mathbb{R}$.

ثم تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (Γ).

التمرين56: دورة 2016 م1 الاستدراكية

1-نضع من اجل كل عدد مركب z: $P(z)=z^3-24\sqrt{3}$

أ) تحقق أن: $P(2\sqrt{3})=0$. ب)جد العددين الحقيقين a و b بحيث يكون من اجل كل عدد مركب z: $P(z)=(z-2\sqrt{3})(z^2+az+b)$

ج) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة : $P(z)=0$.

2- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=-\sqrt{3}+3i$ ، $z_B=-\sqrt{3}-3i$ و $z_C=2\sqrt{3}$.

أ)اكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري.

ب) بيّن أنه يوجد دوران r مركزه A ويحول النقطة B إلى النقطة C ،يطلب تعيين زاويته.

ج) استنتج طبيعة المثلث ABC .

د)عيّن z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$

ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي ABCD.

3- عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z غير المعدومة بحيث: $\arg\left(\frac{z}{\bar{z}}\right)=2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

التمرين57: دورة 2016 م2 الاستدراكية

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $2\bar{z}^3+3\bar{z}^2-3\bar{z}+5=0$.

1-أ)اثبت ان المعادلة (E) تكافئ المعادلة: $(2\bar{z}+5)(\bar{z}^2-\bar{z}+1)=0$

ب)حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

2-في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ،B ،C و D

النقط التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-1$ و $z_D=-\frac{5}{2}$

أ) اكتب كلا من العددين z_A و z_B على الشكل الأسي . ب) أنشئ النقط A، B، C و D.

جـ) إثبت أن: $z_B-z_C=z_B(z_A-z_C)$.

د) استنتج طبيعة المثلث ABC.

3- ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ونسبته 2 والتكن F صورة A بالتحويل S

أنشئ النقطة F ثم حدّد طبيعة المثلث AFC.

4- عيّن طبيعة المجموعة (Γ) النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z+1=kz_B$ لما يتغير K في المجموعة $\mathbb{R}_+$

التمرين58: دورة 2015 م1

I- عيّن العددين المركبين α و β حيث: $\begin{cases}2\alpha-\beta=-3\\2\overline{\alpha}+\overline{\beta}=-3-2i\sqrt{3}\end{cases}$ مع $\overline{\alpha}$ مرافق α و $\overline{\beta}$ مرافق β.

II- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ A ، B و C النقط التي لاحقاتها

على الترتيب $z_A=-\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_A=z_C.e^{i\frac{\pi}{3}}$

1) أ) اكتب z_A و z_C على الشكل الأسي، ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا سالبا

ب) تحقق أن العدد المركب $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015}+\left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962}-\left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}$ حقيقي.

2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D=1+i$.

أ) حدّد النسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي مركزه O ويحوّل D إلى A .

ب) اكتب $\frac{z_A}{z_D}$ على الشكل الجبري ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

3) عيّن مجموعة النقط M(z) التي تحقق : $z=k(1+i)e^{i\left(\frac{7\pi}{12}\right)}$ حيث k يمسح $\mathbb{R}^+$.

التمرين59: دورة 2015 م2

في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ A ، B و C النقط التي لاحقاتها

على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B=-\overline{z_A}$ و $z_C=-(z_A+z_B)$ ، ($\overline{z_A}$ مرافق z_A)

1) أ) اكتب كلا من العددين z_B و z_C على الشكل الأسي

ب) استنتج ان النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ) أنشئ الدائرة (γ) والنقط A ، B و C.

2-أ) تحقق أن: $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

ب)استنتج أن المثلث ABC متقايس الاضلاع وأن النقطة O مركز ثقل هذا المثلث.

جـ)عيّن وأنشئ (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z| = |z - \sqrt{3} - i|$.

3)أ)عيّن زاوية الدوران r الذي مركزه O ويحول C إلى A

ب)أثبت أن صورة (E) بالدوران r هي محور القطعة $[OB]$.

التمرين60: دورة 2014 م1

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لتكن النقط A، B، C و D

التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3\sqrt{2}(1+i)$، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = 6\sqrt{2}$ و $z_D = \frac{z_C}{2}$.

أ)اكتب z_A ، z_B و $(1+i)z_A$ على الشكل الأسي. ب)أحسب $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$.

جـ)بيّن أن النقط O، A، B وC تنتمي لدائرة إلى نفس الدائرة مركزها D،يطلب تعيين نصف قطره.

د) أحسب $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ثم جد قيسا للزاوية $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$.ماهي طبيعة الرباعي OACB؟.

3) ليكن R الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران R.

ب)عيّن لاحقة النقطة C' صورة C بالدوران R ثم تحقق أنّ النقط C ، A وC' في استقامية.

جـ) عيّن لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران R ثم حدد صورة الرباعي OACB بالدورانR.

التمرين61: دورة 2014 م2

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث : $(z-i)(z^2 - 2z + 5) = 0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ (وحدة الطول 1cm)

تعطى النقط A، B و C التي لاحقاتها: $z_A = i$، $z_B = 1+2i$ و $z_C = 1-2i$ على الترتيب.

أ)أنشئ النقط A، B و C.

ب)جد z_H لاحقة النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC).

جـ) احسب مساحة المثلث ABC.

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) عيّن الكتابة المركبة للتشابه S.

ب)بيّن أن مساحة صورة المثلث ABC بالتشابه المباشر S تساوي $\frac{1}{2}cm^2$.

4) M نقطة لاحقتها z ، عيّن مجموعة النقط M حيث : $|z| = |iz+1+2i|$

التمرين62: دورة 2013 م1

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (I) ذات المجهول z التالية: $z^2-(4\cos\alpha)z+4=0...(I)$ حيث α وسيط حقيقي

2- من أجل $\alpha=\frac{\pi}{3}$ نرمز لحلّي المعادلة (I) بـ: z_1 و z_2 . بيّن أن : $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013}=1$.

3- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$
النقط A ، B و C التي لاحقاتها: $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=1-i\sqrt{3}$ و $z_C=4+i\sqrt{3}$ على الترتيب

أ- أنشئ النقط A ، B و C ، ب-اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثم استنتج ان C هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ويطلب تعيين نسبته وزاويته.

جـ-عيّن لاحقة G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,-1);(C,2)\}$ ، ثم أنشئ G

د-أحسب z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي ABDG متوازي أضلاع.

التمرين63: دورة 2013 م2

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z الآتية: $z^2+4z+13=0.....(E)$.

1) تحقق أن العدد $-2-3i$ حل للمعادلة (E) ثم جد الحل الآخر.

2) A و B نقطتان من المستوي المركب لاحقتاهما $z_A=-2-3i$ و $z_B=i$ على الترتيب.

S التشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ و الذي يحوّل كل نقطة $M(z)$ من المستوي إلى النقطة $M'(z')$

أ- بيّن أن : $z'=\frac{1}{2}iz-\frac{7}{2}-2i$.

ب-احسب z_C لاحقة النقطة C ،علما أن C صورة B بالتشابه S

3) لتكن النقطة D حيث : $2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$.

أ-بيّن أن D هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بمعاملين حقيقيين يطلب تعيينهما.

ب-احسب z_D لاحقة النقطة D.

جـ-بيّن أن: $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}=i$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .

التمرين64: دورة 2012 م2

1) ليكن كثير الحدود : $P(z)=z^3-12z^2+48z-72$.

أ- تحقق أنّ 6 هو جذر لكثير الحدود $p(z)$.

ب-جد العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون من أجل كل z من $\mathbb{C}$: $p(z)=(z-6)(z^2+\alpha z+\beta)$

جـ-حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة $p(z)=0$.

2)المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ و A، B، C نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب: $z_A=6$ ، $z_B=3+i\sqrt{3}$ و $z_C=3-i\sqrt{3}$

أ- اكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي.

ب-أكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي.

جـ-استنتج طبيعة المثلث ABC .

3)ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C ونسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$. أ- جد الكتابة المركبة للتشابه S.

ب-عيّن $z_{A'}$ لاحقة النقطة 'A صورة A بالتشابه S.

جـ-بيّن أن النقط A، B و 'A في استقامية.

التمرين65: دورة 2011 م2

نعتبر في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;u;v)$

النقط A، B و C التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=-i$ ، $z_B=2+3i$ و $z_C=-4+i$.

1-أ- أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$

ب- عين طويلة العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ وعمدة له، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2-نعتبر التحويل النقطي T في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M(z) النقطة M'(z') حيث:

$$z'=iz-1-i$$

أ-عيّن طبيعة التحويل T محدّدا عناصره المميزة. ب-ماهي صورة النقطة B بالتحويل T.

3-لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D=-6+2i$. أ-بيّن أن النقط A ، C و D في استقامية.

ب-عيّن نسبة التحاكي h الذي مركزه A ويحوّل C إلى D

جـ-جد العناصر المميّزة للتشابه S الذي مركزه A ويحوّل B إلى D

التمرين66: دورة 2010 م1

نعتبر في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A، B اللتين لاحقتيهما على الترتيب: $z_A=1+i$ و $z_B=3i$

1) اكتب على الشكل الأسي : z_A و z_B .

2)ليكن S التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M(z) النقطة M'(z') حيث: $z'=2iz+6+3i$

أ)عيّن العناصر المميزة للتشابه المباشر S.

ب)عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتشابه S.

جـ) استنتج طبيعة المثلث ABC .

3) لتكن النقطة D مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-2);(C,2)\}$.

أ)عيّن z_D لاحقة النقطة D.

ب)عيّن مع التبرير طبيعة الرباعي ABCD

4)لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن B وعن D لاحقتها z والتكن (Δ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها $\frac{z_B-z}{z_D-z}$ عددا حقيقيا موجب تماما.

أ)تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $z_E=6+3i$ تنتمي إلى (Δ).

ب)أعط تفسيرا هندسيا لعمدة $\frac{z_B-z}{z_D-z}$ عيّن حينئذ المجموعة (Δ)

التمرين67: دورة 2010 م2

1-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $z^2-6z+18=0$ ثم اكتب الحلّين على الشكل الاسي

2-في المستوي المزود المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.نعتبر النقط A ، B ، C و D لاحقاتها على الترتيب: $z_A=3+3i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-z_A$ و $z_D=-z_B$.

أ-بيّن أن A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O مبدأ المعلم.

ب-عيّن زاوية الدوران R الذي مركزه O ويحوّل النقطة A إلى النقطة B

جـ-بيّن أن A ، O و C في استقامية وكذلك النقط B ، O و D . د- استنتج طبيعة الرباعي ABCD .

التمرين68: دورة 2008 م2

1-أ)جد الجذرين التربيعيين للعدد المركب: $7+24i$ ، ب)بيّن أن: $z^2+iz-2-6i=\left(z+\frac{i}{2}\right)^2-\frac{7+24i}{4}$

جـ) استنتج العددين المركبين z_1 و z_2 حلّي المعادلة: $z^2+iz-2-6i=0$

2-نعتبر في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A ، B اللتين لاحقتاهما $z_A=2+i$ و $z_B=-2-2i$. عين z_ω لاحقة النقطة ω مركز الدائرة (Γ) ذات القطر $[AB]$

3-أ) لتكن النقطة C ذات اللاحقة z_C حيث: $z_C=\frac{4-i}{1+i}$.

-اكتب z_C على الشكل الجبري ، ثم أثبت C تنتمي إلى (Γ).

4-أ)برهن أن عبارة التشابه المباشر S الذي مركزه $M_0(z_0)$ ونسبته k $(k\succ 0)$ وزاويته θ والذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي: $z'-z_0=ke^{i\theta}(z-z_0)$

ب) عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل S المعرف بـ: $z'+\frac{1}{2}i=2e^{i\frac{\pi}{3}}(z+\frac{1}{2}i)$

شعبة :تقني رياضي

التمرين69: دورة 2019 م1

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A، B و C لاحقاها على الترتيب

$z_A=1+i$، $z_B=2+i$ و $z_C=\frac{3}{2}+i\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ و (Γ) الدائرة التي مركزها A وطول نصف قطرها 1

1-أ) تحقق من أن النقطة C من الدائرة (Γ).

ب)عين قيسا بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ ثم استنتج ان C صورة B بالدوران r الذي مركزه A يطلب تعيين زاويته.

2) S التشابة المباشر الذي يحوّل النقطة M ذات الاحقة z النقطة 'M ذات الاحقة 'z حيث:

$z'=(1+i\sqrt{3})z+\sqrt{3}-i\sqrt{3}$.

أ) حددّ العناصر المميزة للتشابه S.

ب)عيّن z_D لاحقة النقطة D صورة Bبالتشابه S.

3)ماهي نسبة التحاكي الذي مركزه A حيث: $S=hor$؟ استنتج ان النقط A، CوD في استقامية

4) (E) مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z حيث : $z=z_A+ke^{i\frac{\pi}{3}}$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*$.

تحقق أن النقطة C من المجموعة (E)، ثم حدد طبيعة المجموعة (E).

التمرين70: دورة 2019 م2

I-أ) تحقق أن: $(2-2\sqrt{3})^2=16-8\sqrt{3}$

ب)عيّن على الشكل الجبري الجذرين التربيعيين L_1 و L_2 للعدد Z حيث: $Z=-16\sqrt{3}-16i$

II)المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C لاحقاها :

$z_A=4e^{i\frac{5\pi}{6}}+4e^{i\frac{\pi}{4}}$، $z_B=\frac{1}{2}iz_A$ و $z_C=-\frac{1}{4}z_A$.

1)اكتب z_A على الشكل الجبري ثم بيّن أن: $z_A=4\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$.

2) استنتج القيمتين المضبو طتين للعددين الحقيين : $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$

3)S التشابه المباشر الذي يحوّل A إلى B ويحوّل B إلى C.

لتكن 'M النقطة ذات اللاحقة 'z صورة النقطة M ذات اللاحقة z بالتشابه S.

أ)بيّن أن: $z'=\frac{1}{2}iz$. ب)حدّد العناصر المميزة للتشابه S.

4) G النقطة ذات اللاحقة z_G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;-2),(C;4)\}$

أ) بيّن أن: $z_G = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$

ب) (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 2\sqrt{2}$

حددّ طبيعة المجموعة (E) وعناصرها المميزة ، ثم احسب محيط (E') صورة (E) بالتشابه S

التمرين71: دورة 2018 م1

I) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقطتين A، B لاحقاها على الترتيب $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ، $z_B = \overline{z_A}$

1) أكتب على الشكل الأسي العددين المركبين z_A و $\frac{1}{z_B}$ ثم بيّن أن العدد $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}$ تخيلي صرف

2) لتكن C صورة النقطة B بالتحاكي h الذي مركزه ω ذات اللاحقة $z_\omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ونسبته (-3)

بيّن أن لاحقة النقطة C هي $z_C = -\sqrt{2} + i3\sqrt{2}$.

3) احسب z_D لاحقة D صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $(-\frac{\pi}{2})$.

4 أ) بيّن أن: $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = -i$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD.

ب) أوجد لاحقة النقطة E بحيث يكون الرباعي ACED مربعا.

التمرين72: دورة 2018 م2

I-أ) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $4z^2 - 2z + 1 = 0 \ldots\ldots(E)$

ب) أكتب العددان $\frac{1}{z_1}$ ، $\frac{1}{z_2}$ على الشكل الأسي حيث z_1 و z_2 حلا المعادلة (E).

II) المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C و D التي لواحقها $z_A = 4$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

1-أ-احسب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم حدّد طبيعة المثلث ABC .

ب-استنتج أن B صورة C بدوران مركزه A يطلب تعين زاويته.

2- أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$.

استنتج بدقة طبيعة الرباعي ACBD .

3-حدّد طبيعة (γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي المركب التي تحقق: $|iz + \sqrt{3} - i| = |z - 1 + i\sqrt{3}|$

4-بيّن أن النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تنتمي إلى (γ).

التمرين73: دورة 2017 م1

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=-1$ ، $z_B=2+i$ و $z_C=-i$.

1- أكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ لشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2-عيّن العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه C ويحول B إلى A .

3-نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة للنقطة C و E صورة D بالتشابه S.

أ-عيّن z_D لاحقة D ثم تحقق أن: $z_E=1-2i$ حيث z_E لاحقة E .

ب-حدّد طبيعة الرباعي $ADEB$.

4- (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z . (M تختلف عن A وB)

حيث: $\arg(z-z_A)-\arg(z-z_B)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ و $k\in\mathbb{Z}$

تحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) وإنشئها.

التمرين74: دورة 2017 م2

المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A، B ، C و D التي لواحقها $z_A=1+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=\frac{1}{2}(1-i)$ و $z_D=\overline{z_C}$

1-أ- أكتب كلا من z_A و z_C على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الأسي العددين z_B و z_D

ب-عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $(z_A)^n=(z_B)^n$

2-أ-أوجد نسبة ومركز التحاكي h الذي يحوّل D إلى A و الذي يحوّل C إلى B.

ب-احسب طويلة العدد المركب $\frac{z_C-z_B}{z_D-z_A}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ADCB$.

3-جد z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;2),(C;-1);(D;-1\}$

4- لتكن (Γ) مجموعة النقط M حيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right\|=\sqrt{5}$

بيّن أن A نقطة من (Γ) ، ثم حدّد طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميزة وأنشئها.

التمرين 75 :دورة 2017 الاستدراكية م1

I) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-4)(z^2-2z+4)=0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=4$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$.

1- أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2- أ)عيّن لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

ب) عيّن طبيعة الرباعي ABDC

3-من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $z_n = (z_C)^n + (z_B)^n$

أ-بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $z_n = 2^{n+1} \times \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$

ب-نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $t_n = z_{6n}$.

عبّر عن t_n بدلالة n ثم أحسب P_n بدلالة n حيث. $P_n = t_0 \times t_1 \times t_2 \times ......\times t_n$

التمرين76 :دورة 2017الاستدراكية م2

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z+1-\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب $z_A = -1+\sqrt{3}$ ، $z_B = -1-i\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_B}$

1-بيّن أن $z_B - z_A = i(z_C - z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته.

2-أ-اكتب على الشكل الجبري العدد المركب L حيث $L = \frac{z_C - z_A}{z_C}$

ب-بيّن أن: $L = \frac{\sqrt{6}}{2}(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$ ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ: $\tan\frac{\pi}{12}$.

3-نعتبر التحويّل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات الاحقة z النقطة 'M ذات الاحقة 'z والمعرّف بـ: $z' = (z - z_B)L + z_B$.

-بيّن أن S تشابه مباشر يطلب تحديد عناصره المميزة.

4- لتكن 'A، 'B و 'C صور النقط A، B و C على الترتيب بالتحويل SoS.

أحسب مساحة المثلث 'A'B'C .

التمرين77: دورة 2016 م1

1)حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $9z^2 - 6\sqrt{3}z + 4 = 0$

2) في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A، B اللتين لاحقتاهما على الترتيب $z_A = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i$ و $z_B = \overline{z_A}$.

أ) اكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسي ، ب)بيّن أن: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437} = 0$

جـ) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا.

3) f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة 'M لاحقتها 'z حيث: $z'=\left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$

أ) عيّن طبيعة التحويل f وعناصره المميزة .

ب) احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتحويل f.

جـ) عيّن z_D لاحقة النقطة D حتى تكون O مركز ثقل الرباعي ABCD .

التمرين78: دورة 2016 م2

I-1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الأتية:

$$(z^2-2\sqrt{2}z+4)(2z-\sqrt{2})=0$$

2) اكتب الحلول على الشكل الأسي.

II في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A، B و C والتي لواحقها على الترتيب $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $b=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ و $c=\sqrt{2}-i\sqrt{2}$

1) علّم النقط A، B و C في المعلم السابق.

2) نعتبر النقطة D صورة النقطة C بالتشابه المباشر S الذي مركزه A وزاويته π ونسبته 3

والنقطة E صورة النقطة C بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

-احسب اللاحقتين d و e للنقطتين D و E على الترتيب .

III نضع $z=\frac{d-b}{e-b}$. 1) اكتب z على الشكل المثلثي.

2) نعتبر النقطة I منتصف القطعة [DE] ، F نظيرة النقطة B بالنسبة للنقطة I.

ماطبيعة الرباعي BDFE؟.

التمرين79: دورة 2015 م1

نعتبر في المستوي المزود المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لاحقاتيهما على الترتيب z_A و z_B حيث: $z_A=1-i$ و $z_B=3+3i$

1) أ) اكتب z_A و z_B على الشكل الأسي .

ب) n عدد طبيعي ، عيّن قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا.

جـ) z عدد مركب حيث $\frac{z}{z_A}=4e^{i\frac{\pi}{12}}$ احسب طويلة العدد z وعمدة له، ثم اكتب $\frac{z}{z_A}$ على الشكل الجبري

د) استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$.

2)أ)احسب اللاحقة z_C للنقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

واستنتج طبيعة المثلث ABC.

ب) احسب اللاحقة z_D للنقطة D مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,1);(C,1)\}$، ثم بيّن ان ABDC مربع

التمرين80: دورة 2015 م2

1)حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية:

$z^2-4(\sin\theta)z+4=0...(I)$ حيث θ وسيط حقيقي

2)من أجل $\theta=\frac{\pi}{3}$ نرمز إلى حلّي المعادلة (I) بـ: z_1 و z_2. اكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B و C

التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ و $z_C=3\sqrt{3}+i$.

أ)اكتب العدد $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري،ثم على الشكل الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC.

ب)استنتج ان C صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ويطلب تعيين نسبته وزاويته.

جـ)عيّن لاحقة النقطة D صورة B بالإنسحاب t الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$، ثم حدّد طبيعة الرباعي ABDC

4)أ)عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\frac{z-z_C}{z-z_B}$ تخيلي صرّف مع $z\neq z_B$.

ب) عيّن (Γ_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\frac{z-z_C}{z-z_B}$ حقيقيا مع $z\neq z_B$.

التمرين81: دورة 2014 م1

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-i)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$.

2) المستوي المزود المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نسمي النقط A ، B، C نقط المستوي التي

لاحقاتها على الترتيب: $z_1=\sqrt{3}+i$ ، $z_2=\sqrt{3}-i$ و $z_3=i$.

أ)أكتب العدد $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسي.

ب)هل توجد قيم للعدد الطبيعي n يكون من أجلها العدد $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيليا صرفا؟برر اجابتك.

3-أ)عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحوّل B إلى C محددا نسبته وزاويته.

ب)استنتج طبيعة المثلث ABC.

4-أ)عيّن العناصر المميزة لـ (E) مجموعة النقط M(z) من المستوي والتي تحقق : $|z-z_1|^2+|z-z_3|^2=5$

ب) عيّن (E') مجموعة النقط M(z) من المستوي والتي تحقق : $|z-z_1|=|z-z_3|$

التمرين82: دورة 2014 م2

نعتبرفي المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;u;v)$ النقطة A ذات اللاحقة $z_0=1+i$

1-أ)عيّن ثم أنشئ (γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $z=z_0+2e^{i\theta}$ و θ يمسح $\mathbb{R}$.

ب) عيّن ثم أنشئ (γ') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $z=z_0+ke^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$ و k يمسح $\mathbb{R}^+$.

جـ)عيّن إحداثيات نقطة تقاطع (γ) و (γ').

2-نسمي B النقطة التي لاحقتها z_1 حيث $z_1=z_0+2e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$.

أ)عيّن الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{z_1-z_0}{z_0}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

ب) عيّن z_2 لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

جـ)عيّن العددين α و β بحيث يكون النقطة O مرجحا للجملة: $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$ و $\alpha+\beta=\sqrt{2}$.

د)عيّن ثم أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $((1+\sqrt{2})\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC})=0$

التمرين83: دورة 2013 م1

1-حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z: $(z+5-i\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$

2- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A ، B ، C النقط التي لاحقاتها

على الترتيب: $z_A=-1-i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1+i\sqrt{3}$ و $z_C=-5+i\sqrt{3}$.

S التشابه المباشر الذي يحوّل A إلى C ويحوّل O إلى B.

-جد الكتابة المركبة للتشابه S، ثم عيّن العناصر المميزة له.

3)-أ)عيّن z_D لاحقة D مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$

ب)اكتب العدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}$ على الشكل الأسي .ثم استنتج طبيعة المثلث ABD

جـ) عيّن المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي حيث: $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\|$.

التمرين84: دورة 2012 م1

1-عيّن العددين المركبين z_1 و z_2 حيث: $\begin{cases} 2z_1+3z_2=9-2i \\ 3z_1-z_2=8+8i \end{cases}$

2-نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A، B و Ω التي لاحقاتها على الترتيب: z_A ، z_B و z_Ω حيث: $z_A=3+2i$ و $z_B=-3$ و $z_\Omega=1-2i$.

أ) أثبت أن: $z_B-z_\Omega=i(z_A-z_\Omega)$. ب) استنتج طبيعة المثلث ΩAB.

3-h هو التحاكي الذي مركزه النقطة A ونسبته 2 .

أ)عيّن الكتابة المركبة للتحاكي h. ب)عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة Ω بالتحاكي h.

جـ)عيّن z_D لاحقة النقطة D مرجح $\{(A,1);(B,-1);(C,1)\}$.

د)بيّن أن ABCD مربع.

4-(E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{5}$

أ)بيّن أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (E)،ثم عين طبيعة (E) وعناصرها المميزة.

ب) أنشئ المجموعة (E).

التمرين85: دورة 2011 م2

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. L العدد مركب المعرف بـ: $L=\dfrac{-4\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{5+3i}$

1/أ) أكتب L على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي.

ب)بيّن أن: $L^{12}+1=0$، ثم أحسب $(-4\sqrt{2}+i\sqrt{2})^{12}+(5+3i)^{12}$

جـ)n عدد طبيعي فردي و p عدد طبيعي زوجي .أثبت أن: $L^{4n}+L^{4p}=0$

2/أ)النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب : $z_A=5+3i$ و $z_B=5-3i$.

عين اللاحقة $z_{A'}$ للنقطة 'A صورة النقطة A بالتشابه المباشر الذي مركزه B ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\dfrac{3\pi}{4}$

ب) عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث 'ABA .

شعبة الرياضيات

التمرين86: دورة 2019 م1

في المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C و D حيث:

$z_E=1$ و $z_D=\overline{z_B}$ ، $z_C=\overline{z_A}$ ، $z_B=i$ ، $z_A=1+i\sqrt{2}$

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$

2-أ) احسب كلا من $|z_A-1|$ ، $|z_B-1|$ و $|z_C-z_E|$ ثم تحقق أن النقط الأربعة A، B، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي يطلب تعين مركزها وطوا نصف قطرها.

ب) بيّن أن: $z_B-z_E=\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(z_A-z_E)$ ، ثم استنتج أن B هي صورة A بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة. - ما طبيعة المثلث ABE ؟.

3) عيّن لاحقتي الشعاعين $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{AE}$ محدّدا طبيعة الرباعي ABDE

4) $\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ شعاعان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب z_1 و z_2.

أ) برهن أن: ($\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ متعامدان) يكافئ $(z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2=0)$

ب) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $(z-z_A)(\overline{z}-\overline{z_D})+(z-z_B)(\overline{z}-\overline{z_C})$

التمرين87: دورة 2019 م2

1) نضع من اجل كل عدد مركب z : $P(z)=z^4-6z^3+29z^2-24z+100$

أ) بيّن أنه من أجل كل عدد مركب z: $\overline{P(z)}=P(\overline{z})$

ثم استنتج أنه إذا كان z حلا للمعادلة $P(z)=0$ فإن $\overline{z}$ حلا لها.

ب) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$ علما انها تقبل حلا تخيليا صرفا.

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. النقط A، B، M و 'M التي لا حقاتها على الترتيب $2i$ ، $3-4i$ ، 'z حيث : $z'=\frac{-iz+4+3i}{z-2i}$ مع $z\neq 2i$

والتكن I مرجح الجملة $\{(A;2),(B;1)\}$ و J مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;1)\}$

أ) عيّن اللاحقتين z_I و z_J للنقطتين I و J على الترتيب.

ب) لتكن (E) مجموعة النقط M(z) التي يكون من أجلها $|z'|=2$.

بيّن أن (النقطة M من (E)) يكافئ $(\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{JM}=0)$، ثم عيّن (E) وأنشئها.

جـ) لتكن (Γ) مجموعة النقط M(z) التي يكون من أجلها $\arg(z')=2k\pi$ حيث k عدد صحيح.

تحقق أن النقطة D ذات اللاحقة $\frac{9}{2}-\frac{5}{2}i$ تنتمي إلى (Γ) ، ثم عيّن وأنشئ (Γ).

3) عيّن الشكل الجبري للاحقة النقطة G تقاطع المجموعتين (E) و (Γ)

التمرين88: دورة 2018 م1

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;u;v)$ ، θ عدد حقيقي من المجال $]-\pi;\pi]$

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z :

$$(z^2-2z+2)(z^2-2(\sin\theta)z+1)=0$$

II) A، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب:

$z_A=-\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{4}i}$ ، $z_B=1-i$ ، $z_C=\sin\theta+i\cos\theta$ و $z_D=\overline{z_C}$ (يرمز $\overline{z_C}$ إلى مرافق z_C)

1) أكتب الأعداد z_A ، z_B ، z_C و $z_D=\overline{z_C}$ على الشكل الأسي .

2) E نقطة من المستوي لاحقتها z_E حيث: $z_E=\frac{z_A}{z_B}$.

بيّن أن النقط C ،D و E تنتمي الى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A وزاويته $\frac{\pi}{4}$ و ونسبته $(2\sqrt{2}-2)$

عين قيمة θ حتى تكون النقطة B صورة النقطة C بالتشابه المباشر S.

4) نضع: $\theta=\frac{-3\pi}{4}$.عيّن قيم العدد الطبيعي n والتي من أجلها يكون العدد $(z_D)^n$ تخيليا صرفا.

التمرين89: دورة 2018 م2

I-أ)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $4z^2-2z+1=0$ .....(E)

ب) أكتب العددان $\frac{1}{z_1}$ ، $\frac{1}{z_2}$ على الشكل الأسي حيث z_1 و z_2 حلا المعادلة (E) .

II)المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.نعتبر النقط A،B ، C و D التي لواحقها $z_A=4$ ،$z_B=1+i\sqrt{3}$ ، $z_C=1-i\sqrt{3}$.

1-أ-احسب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ ثم حدّد طبيعة المثلث ABC .

ب-استنتج أن B صورة C بدوران مركزه A يطلب تعيين زاويته.

2- أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$ ثم استنتج بدقة طبيعة الرباعي ACBD .

3-حدّد طبيعة (γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z التي تحقق ما يلي:

$$|iz+\sqrt{3}-i|=|z-1+i\sqrt{3}|$$

4-بيّن أن النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تنتمي إلى (γ) .

التمرين90: دورة 2017 م1

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2+2i)(z^2-2\sqrt{2}z+8)=0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها : $z_A=\sqrt{2}+\sqrt{6}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=2(1-i)$

1-أ) أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي، ثم استنتج ان A، B و C تنتمي لدائرة (Ω) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب)عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ تخيليا صرّفا.

جـ)نسمي (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $z=z_C-k\left(\frac{z_A}{z_B}\right)$ مع k يمسح $\mathbb{R}_+$

تحقق أن C النقطة تنتمي إلى (Γ)، ثم عيّن وإنشئ (Γ) .

3- r الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ و h التحاكي الذي مركزه O ونسبته -2

عيّن طبيعة التحويل hor وعناصره المميزة ، ثم أستنتج صورة الدائرة (Ω) بالتحويل hor.

التمرين91: دورة 2017 م2

I)اكتب العدد $\left(\frac{5}{2}+i\right)^2$ على الشكل الجبري ثم استنتج الجذرين التربيعيين للعدد المركب $\frac{21}{4}+5i$

II) المستوي المركب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B ، C و I ذات اللواحق : $z_A=\frac{3}{2}+\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$ ، $z_B=-\frac{3}{2}i$ و $z_C=-\overline{z_A}$ و $z_I=i$

1)أكتب كلا من z_A و z_C على الشكل الجبري.

2) أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ الشكل الأسي مستنتجا طبيعة المثلث ABC .

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه B ويحوّل A إلى I .

أ) أكتب العبارة المركبة للتشابه S ثم عيّن نسبته وزاويته.

ب)نعرّف من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 2$ التحويل النقطي T_n كمايلي: $T_n=\underbrace{SoSo....S}_{n\text{ مرة}}$

عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون T_n تحاكيا، عيّن عندئذ عناصره المميزة.

التمرين92: دورة 2017 الاستدراكية م1

I)حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $2z^2-10z+\frac{29}{2}=0$

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B ، C و D

التي لاحقاتها: $z_A=\frac{3}{2}+\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$ ، $z_B=\frac{3}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_C=-\overline{z_A}$ و $z_D=i$

1-أ) أكتب كلا من z_A ، z_B على الشكل الجبري ،ثم علّم A،B ، C و D في المعلم السابق.

ب) أكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$ لشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2-جد لاحقة النقطة E نظيرة B بالنسبة للنقطة D ثم استنتج طبيعة الرباعي ABCE .

3- أكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي مركزه B الذي يحوّل A إلى D ثم حددّ نسبته وزاويته.

4-نعرّف متتالية النقط $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ كمايلي: $A_0=A$ و $A_{n+1}=S(A_n)$ (z_n لاحقة النقطة A_n)

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $z_n-z_B=5\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n+1}e^{i\frac{\pi}{4}(n+1)}$

ب)عيّن قيم n الطبيعية حتى تنتمي النقط A_n إلى المستقيم (AB)

التمرين93: دورة 2017 الاستدراكية م2

I-نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2(1-\sin\alpha)z+2(1-\sin\alpha)=0.....(E)$

حيث α عدد حقيقي . (نرمز بـ: z_1 و z_2 إلى حلّي المعادلة (E))

1) عيّن الحلّين z_1 و z_2 المعادلة (E).

2) نضع: $\alpha=\frac{\pi}{6}$.بيّن أن $z_1^{2017}+z_2^{2017}=1$.

II- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A،B و C التي لاحقاتها: $z_A=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2z_A$.

1-عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عدداحقيقيا موجبا.

2-ليكن التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات الاحقة z النقطة 'M ذات الاحقة 'z والمعرّف بـ: $z'=(1+z_A)z+2z_B$.

عين طبيعة التحويل S ثم حددّ عناصره المميزة.

3-(Γ) مجموعة النقط M ذات الاحقة z حيث $\arg(\overline{z}-z_B)=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ و $k\in\mathbb{Z}$

- تحقق ان النقطة C تنتمي إلى (Γ)،ثم حددّ طبيعة المجموعة (Γ) وإنشئها.

التمرين94: دورة 2016 م1

1)أ- حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-4z+5=0$

ب-استنتج حلول المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z+1+i(1-\sqrt{3}))^2-4z+1-4i(1-\sqrt{3})=0$

2) θ عدد حقيقي $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$، و z_0 عدد مركب طويلته 1 و θ عمدة له.

أ) اكتب العدد المركب $1+i\sqrt{3}$ على الشكل الأسي.

ب) عيّن θ علما أن : $\frac{z_0(1+i\sqrt{3})}{\overline{z_0}}=2e^{\frac{\pi}{2}i}$:) $\overline{z_0}$ مرافق العدد المركب z_0)

جـ) n عدد طبيعي .من أجل قيمة θ المتحصل عليها اكتب $\left[\frac{z_0(1+i\sqrt{3})}{2}\right]^n$ على الشكل المثلثي

د) عيّن قيم العدد الطبيعي التي من أجلها يكون $\left[\frac{z_0(1+i\sqrt{3})}{2}\right]^n$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

3) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C النقط التي

لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A=2-i$ ، $z_B=2+i$ و $z_C=1+i\sqrt{3}$.

أ) عين z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

ب) استنتج ان الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

جـ) E النقطة من المستوي المركب ذات اللاحقة z_E حيث: $\begin{cases}\arg(z_E-z_A)-\arg(z_E-z_B)=\frac{\pi}{2}\\ \left|\frac{z_E-z_A}{z_E-z_B}\right|=2\end{cases}$

-بيّن أن : $z_E=\frac{14}{5}+\frac{3}{5}i$.

-بيّن أن النقطة A هي صورة النقطة B بتشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة

4) M نقطة من المستوي المركب لاحقتها z ، I منتصف القطعة المستقيمة [AB].

أ) عيّن z_I لاحقة النقطة I.

ب) α عدد حقيقي.نسمي (Γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب التي تحقق: $z-z_I=e^{i\alpha}$

- تحقق ان النقطة E تنتمي للمجموعة (Γ) .

-عيّن طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميزة عندما يتغير α في $\mathbb{R}$.

التمرين95: دورة 2016 م2

I-1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+2=0$

2) جد العددين المركبين z_1 و z_2 حيث : $\begin{cases} 2z_1-3z_2=5i\sqrt{2} \\ z_1+3z_2=-2i\sqrt{2} \end{cases}$

II- المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C، D وH النقط

التي لاحقاتها على الترتيب حيث: $z_A=i\sqrt{2}$، $z_B=-i\sqrt{2}$، $z_C=1+i$ ، $z_D=1-i$ و $z_H=\dfrac{z_C-z_B}{z_E-z_B}$

حيث E النقطة التي تحقق: $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{DO}$.

1) اكتب z_H على الشكل الأسي واستنتج نوع المثلث BEC

2) S تحويل نقطي في المستوي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z'=z_A.z+z_B$

أ) ماهي طبيعة التحويل S ؟ وماهي عناصره المميزة ؟.

ب) احسب مساحة الدائرة (γ) التي مركزها C ونصف قطرها CD.

جـ) عيّن (γ') صورة (γ) بالتحويل S واستنتج مساحتها.

3) عيّن (δ) مجموعة النقط M من المستوي (M تختلف عن B وC) ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها العدد $\dfrac{z_B-z}{z_C-z}$ حقيقيا سالبا.

التمرين96: دورة 2015 م1

ينسب المستوي إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C، H و I لاحقاتها

على الترتيب: $z_A=i$ ، $z_B=-2+i$ ، $z_C=-3$ ، $z_H=-3+4i$ و $z_I=-1-i$.

1) أ) مثّل النقط A ، B ، C، H و I في المعلم $(O;\vec{u};\vec{v})$.

ب) عيّن النسبة والزاوية للتشابه المباشر الذي مركزه B ويحوّل النقطة A إلى النقطة C.

2) عيّن z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

3) أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\dfrac{z_B-z_C}{z_H-z_A}$

ب) استنتج ان المستقيمين (AH) و (BC) متعامدان .

جـ)بيّن أن H هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC .

4) بيّن أن النقط G ،H و I في استقامية.

5) (Γ)مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z+1+i=\sqrt{5}e^{i\theta}$ مع $\theta\in\mathbb{R}$.

أ) بيّن أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (Γ).

ب)عيّن طبيعة المجموعة (Γ)مع تحديد عناصرها المميزة.

جـ) إنشئ المجموعة (Γ).

د)تحقق ان النقطتين B و C تنتميان إلى المجموعة (Γ).

التمرين97: دورة 2015 م2

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية:

$z^2-2(1-\sqrt{3})z+8=0$ (لاحظ أن: $(1+\sqrt{3})^2=4+2\sqrt{3}$)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

A و B نقطتان من المستوي ، لاحقتاهما على الترتيب : $z_A=(1-\sqrt{3})+i(1+\sqrt{3})$ و $z_B=\overline{z_A}$

2)أ)بيّن أن : $\frac{z_B}{z_A}=e^{\frac{-7\pi}{6}i}$ ، ب) استنتج عمدة للعدد المركب z_A.

جـ) استنتج القيمة المضبوطة لكل من العددين $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

3)أ) حل ، في مجموعة الاعداد الصحيحة ، المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $7x-2y=1$.

ب)بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$من الاعداد الصحيحة ،حلا للمعادلة $7x-24y=12$

فإن x يكون مضاعفا للعدد 12.

جـ)استنتج كل الثنائيات $(x;y)$ من الاعداد الصحيحة حلول للمعادلة $7x-24y=12$.

د)عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(z_A)^n$عددا حقيقيا سالبا تماما.

التمرين98: دورة 2014 م1

1-حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $(z-1-2i)(z^2-2(1+\sqrt{3})z+5+2\sqrt{3})=0$

2- A ، B ، C و D نقط من المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب $z_A=1+2i$ ، $z_B=1+\sqrt{3}+i$ ، $z_C=1+\sqrt{3}-i$ و $z_D=1-2i$.

أ)بيّن أن: $AB=CD$ و $(BC)//(AD)$.ب)تحقق أنّ: $\frac{z_A+z_C}{2}\neq\frac{z_B+z_D}{2}$ واستنتج طبيعة الرباعي ABCD

3-أ)بيّن أنّ: $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_B}=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ استنتج أن D صورة A بتشابه مباشر مركزه B يطلب تعيين نسبة وزاويته

ب)بيّن أنّ المثلث ADB قائم وان النقط A ، B ، C و D تنتمي لدائرة واحدة يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها .

جـ)أستنتج إنشاء للرباعي ABCD .

التمرين99: دورة 2014 م2

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A و B النقطتان اللتان لاحقتاهما على الترتيب : $a=-2+6i$ و $b=-1+2i$.

1)اكتب العدد المركب $1+i$ على شكل أسي .

2) S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقته z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z'=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}z+2$

أ)D النقطة ذات اللاحقة d حيث: $d=2i$ ، جد لاحقة النقطة 'D صورة D بالتحويل S، ماذ تستنتج؟

ب)بيّن أن : $z'-d=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}(z-d)$ واستنتج طبيعة وعناصر التحويل S.

3) (Δ) المستقيم ذو المعادلة : $3x+5y=11$.

أ)تحقق أن النقطة $M_0(-3;4)$ تنتمي إلى (Δ) ، ثم عين نقط (Δ) التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

ب) M_0' صورة M_0 بالتحويل S، بين أن المستقيمين (BM_0') و (BA) متعامدان .

4) x و y عددان صحيحان من المجال $[-5;5]$.عين مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي بحيث يكون المستقيمان (BA) و (BM') متعامدان، حيث 'M هي صورة M بالتحويل S.

التمرين100: دورة 2013 م1

I-a و b عددان موجبان تماما .نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

النقط A ، B ، C و E التي لاحقاتها : $z_A=ae^{\frac{3\pi}{4}i}$ ، $z_B=-a\sqrt{2}$ ، $z_C=\overline{z_A}$ و $z_E=be^{\frac{3\pi}{2}i}$ على الترتيب.

1.أ-أكتب على الشكل الأسي العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

ب-حدّد طبيعة الرباعي OABC ثم استنتج مساحته.

2.التشابه المباشر S ذو المركز O والنسبة $\frac{b}{a}$ والزاوية $\frac{3\pi}{4}$، يحول كل نقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$

أ-اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S ، ثم تحقق أن: $S(A)=E$.

ب-بيّن أن مساحة الرباعي OEFG هي b^2 (مقدر بوحدة المساحة) حيث: $S(B)=F$ و $S(C)=G$.

3.أ-احسب بدلالة a و b العبارة: $|z_C|^2+|z_E|^2-2|z_C\times z_E|\cos(\arg\frac{z_C}{z_E})$.

ب-استنتج CE^2 بدلالة a و b.

التمرين 101: دورة 2013 م2

1. حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2+z+1=0$.

2.نعتبر في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

النقط A، B و M ذات اللاحقات: $z_A=-\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و z على الترتيب.

أ- أكتب z_A على الشكل الأسي.

ب-عيّن مجموعة النقط M من المستوي ، حيث : $\arg(z-z_A)^2=\arg(z_A)-\arg(z_B)$.

3.أ-التحويل النقطي r ،يرفق بكل نقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=z_A.z+z_B.\sqrt{3}$.

- ماطبيعة التحويل r ؟ عيّن عناصره المميزة .

ب-التحاكي h ، يرفق بكلّ نقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$، حيث : $z'=-2z+3i$

-عيّن نسبة ومركز التحاكي h .

جـ-نضع: S=hor عين طبيعة التحويل S مبرزا عناصره المميزة

ثم تحقق أن عبارته المركبة هي: $z'=2e^{\frac{\pi}{3}i}(z-i)+i$.

4.بيّن أن النقط O ، Ω و E في استقامية حيث: $S(O)=C$:، $S(C)=D$: و $S(D)=E$: علماأن: $\Omega(i)$

5.أ-عيّن (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ حيث $z=2e^{\theta i}+e^{\frac{\pi}{2}i}$ مع $\theta\in\mathbb{R}$.

ب-عيّن (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S

التمرين102: دورة 2012 م1

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $z^2-\sqrt{2}z+1=0$

2)المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

A ، B ، C نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=z_A+z_B$

أ-اكتب على الشكل الأسي الأعداد المركبة: z_A ، z_B و $\frac{z_A}{z_B}$.

ب-عين لاحقة كل من A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C على الترتيب بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

جـ-بيّن أن الرباعي $OA'C'B'$ مربع.

3)نسمي (Δ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|z-z_A|=|z-z_B|$

أ)بيّن أن (Δ) هو محور الفواصل.

ب)بين ان حلي المعادلة: $\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right)^2=i$ عددان حقيقيان.(لايطلب حساب الحلين)

التمرين103: دورة 2012 م2

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $(z^2+4)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$

2)نعتبر في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2i$ و $z_D=\overline{z_C}$

- بيّن أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ثم أنشئ النقط A ، B ، C و D

3) نرمز بـ z_E إلى النقطة E نظيرة النقطة B بالنسبة لـ O .

أ-بيّن أن $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=e^{(-\frac{\pi}{3})i}$. ب-بيّن أن النقطة A هي صورة النقطة E بدوران R مركزه C يطلب تعيين زاويته.

جـ-استنتج طبيعة المثلث AEC . د-H هو التحاكي الذي مركزه O ونسبته 2.

-عيّن طبيعة التحويل RoH وعناصره المميزة ، ثم استنتج صورة الدائرة (γ) بالتحويل RoH .

التمرين104: دورة 2011 م1

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A، B، C ثلاث نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب $z_A = 1-i$، $z_B = -1+i$، $z_C = \sqrt{3}(1+i)$

1) اكتب على الشكل الاسي الاعداد المركبة : : z_A، z_B و z_C

2-أ) احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم فسر النتائج المحصل عليها

ب) حدد طبيعة المثلث ABC

3) عين لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ACBD$ معينا.

4) T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = (-1+i)z + 1 - 3i$.

أ) عيّن طبيعة التحويل T وعناصره المميزة.

ب) استنتج طبيعة التحويل ToT وعناصره المميزة.

التمرين105: دورة 2011 م2

نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^3 - 3z^2 + 3z - 9 = 0 ...(E)$

1-أ) تحقق أن 3 حل للمعادلة (E)، ثم عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد مركب z فإن: $z^3 - 3z^2 + 3z - 9 = (z-3)(az^2 + bz + c)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

2- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A، B و C صور الأعداد $z_A = 3$، $z_B = \sqrt{3}i$، $z_C = -\sqrt{3}i$.

بين أن المثلث ABC متقايس الاضلاع

3- D النقطة التي لاحقتها $z_D = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$.

عين z_E لاحقة النقطة E صورة D بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

4- F النقطة التي لاحقتها $z_F = 1 - \sqrt{3}i$.

أ) أحسب $\frac{z_F}{z_E}$ واستنتج أن المستقيمين (OE) و (OF) متعامدان

ب) عين z_G لاحقة النقطة G بحيث يكون $OEGF$ مربعا.

التمرين106: دورة 2010 م2

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1.نسمي A، B، I النقط التي لاحقتاها على الترتيب: $z_A=1-4i$، $z_B=-1-2i$، $z_I=1-2i$

أ)علّم النقط A، B و I.

ب)اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $z=\frac{z_I-z_A}{z_I-z_B}$

جـ)مانوع المثلث IAB؟

د) C صورة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2 .

احسب اللاحقة z_C للنقطة C.

هـ) D مرجح $\{(A,1);(B,-1);(C,1)\}$. احسب اللاحقة z_D للنقطة D

و) بيّن أن ABCD مربع.

2.عين وأنشئ (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|$

3.عين وأنشئ (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=1$.

الجزء الثالث: بكالوريات النظام القديم

التمرين107: دورة 2001 ع ط

1-أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب: $-6+i6\sqrt{3}$

2-استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة: $\left(z+\frac{3\sqrt{3}+i}{4}\right)^2=\frac{-6+6\sqrt{3}i}{16}$

3-ليكن $2z_1=-\sqrt{3}+i$ و $z_2=-\sqrt{3}-i$ عددان مركبان .اكتب كلا من z_1 و z_2 على شكله الأسي.

4-في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر العدد المركب: $L=-2(\sin\theta+i\cos\theta)$.

حيث θ عدد حقيقي والتكن النقط A، B و M صور الأعداد المركبة z_1 ، z_2 و L على الترتيب.

أ- أحسب طويلة وعمدة للعدد المركب L بدلالة θ . ب)نضع: $\theta=\frac{2\pi}{3}$ أثبت أن المثلث ABM قائم.

التمرين108: دورة 1995 علوم

في المجموعة $\mathbb{C}$ ، نعتبر كثير الحدود : $P(z)=z^3-(1+i\sqrt{2})z^2+(1+i\sqrt{2})z-i\sqrt{2}$

1-أ)بيّن أن المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه

ب) عيّن عددين حقيقيين a و b حتى يكون : $P(z)=(z-z_0)(z^2+az+b)$

جـ) حل عندئذ في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$ وأكتب الحلول على الشكل الأسي.

2- في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

لتكن النقط A، B و C ذات الواحق : $z_A=i\sqrt{2}$ ، $z_B=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $z_C=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ على التوالي .

أ)عين لاحقة النقطة G مرجح النقط A، B و C والمرفقة بالمعاملات -3، $(1+\sqrt{6})$ و $(1-\sqrt{6})$ على التوالي

ب) بين أن النقطة G مركز الدائرة بالمثلث ABC .

التمرين109: دورة 2001 ت ن

1- حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $(z-1+\sqrt{3})(z^2-2z+4)=0\ldots(E)$

2-ليكن z_1، z_2 و z_3 حلول المعادلة (E) حيث : $z_1\in\mathbb{R}$ ، $\mathrm{Im}(z_2)\succ 0$ و z_2 الحل الآخر.

أ-اكتب كلا من z_2 و z_3 على الشكل المثلثي . ب-بيّن أن $z_2^{2010}+z_3^{2010}=2^{2011}$

3- في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C ذات الواحق :

$z_A=1-\sqrt{3}$ ، $z_B=1+\sqrt{3}i$ و $z_C=1-\sqrt{3}i$.

أ-احسب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_A-z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب-عيّن احداثيي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,1);(C,-1)\}$.

جـ-عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $2MA^2+MB^2-MC^2=-3$

التمرين110: دورة 1998 علوم

1-نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2(1+2i)z+9+20i=0...(1)$

بيّن أن: $z_1=3-2i$ حلا للمعادلة(1) ثم استنتج الحل الثاني z_2

2- $M_1(3-2i)$ ، $M_2(-1+6i)$ نقطتان في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس. ω نقطة من حامل محور الفواصل وR الدوران الذي مركزه ω و يحوّل M_1 إلى M_2. عيّن مركز وزاوية الدوران R.

التمرين111: دورة 2005 علوم

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-1+i)(z^2-2z+5)=0...(1)$ ثم أكتب الجداء $z_1 . z_2 . z_3$ على الشكل الأسي

2) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $A(1)$ ، $B(1+2i)$ ، $C(1-i)$.

أوجد إحداثيي النقطة G مركز مركز ثقل النقط A ، B وC

3) T تحويل نقطي للمستوي في نفسه يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث: $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$

أ) بين أن: $\overrightarrow{GM'}=-2\overrightarrow{GM}$ استنتج طبيعة التحويل T

ب) اكتب العبارة المركبة ثم العبارة التحليلية للتحويل T.

4) A' ، B' و C' صور النقط A ، B ، C بالتحويل T. بين ان النقط A' ، B' و C' في استقامية.

التمرين112: دورة 2003 علوم

نعتبر كثير الحدود: $f(z)=z^3-(2-3i)z^2-9z-18+27i$

1-أ) أحسب $\overline{f(z)}$ بدلالة $\bar{z}$. ب) بين أن المعادلة $f(z)=0$ تقبل حلين مترافقين واستنتج الحل الثالث

2- في المستوي المركب ، نعتبر النقط A ، B وC ذات اللاحقات $3i$ ، $-3i$ و $2-3i$ على الترتيب.

أ) عين زاوية نسبة و التشابه المباشر الذي مركزه B ويحوّل C إلى A. واستنتج طبيعة المثلث ABC

ب) عين احداثيي النقطة G مركز المسافات المتناسبة للنقط A ، B وC المرفقة بالمعاملات 1 ، 2 و -2

حـ) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث: $MA^2+2MB^2-2MC^2=25$

التمرين113: دورة 2005 علوم

1-نعتبر كثير الحدود: $f(z)=z^3-(1+4i)z^2-(5-3i)z+2+2i$

أ) بين أن المعادلة: $f(z)=0$ تقبل حلين تخيليين يطلب حسابهما .

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $f(z)=0$

2-المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لتكن النقط $A(0;1)$ ، $B(0;2)$ ، $C(1;1)$

أ) عين زاوية ونسبة التشابه الذي مركزه B ويحوّل A إلى C

ب) t تحويل نقطي للمستوي في نفسه يرفق بالنقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ بحيث: $z'=(1+i)z+2$

أ) عين طبيعة التحويل t واذكر عناصره المميزة

ب) ما هي طبيعة المثلث BMM'؟ جـ) عين مجموعة النقط M من حيث: $OM=OM'$.

التمرين114: دورة 2002 علوم

نعتبر العدد المركّب $z=2\sin^2(\alpha)+i\sin(2\alpha)$ حيث α المجال $[0،2\pi[$

1 ـ عيّن حسب قيم α، طويلة و عمدة العدد z.

2 ـ بحصر العدد $\sin\alpha$،أعط حصرا للجزءالحقيقي لـ z

3 ـ نسمي x الجزء الحقيقي وy الجزء التخيلي للعدد z

أ) جد علاقة بين x، y مستقلّة عن α.

ب)باستعمال العلاقة السابقة،تحقّق من الإجابة رقم 2

جـ)المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .عيّن مجموعة النقط $M(z)$ عندما يتغيّر α

التمرين115: دورة 2005 تك

ليكن العدد المركب: $\alpha=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

1-أحسب α^2 ثم أكتب α^2 على الشكل المثلثي ثم إستنتج الطويلة وعمدة لعدد α .

2)أحسب كلا من $\sin(\dfrac{7\pi}{12})$ ، $\cos(\dfrac{7\pi}{12})$

3)أحسب كلا من α^{2011} و α^{1432} وبين أن: $\alpha^{12k}\in\mathbb{R}$

4)المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.عين مجموعة النقط(z) M التي تحقق: $|\alpha|=\left|\dfrac{z}{z-1}\right|$

التمرين116: دورة 1980 علوم

αعدد المركب حيث : $\alpha=\sqrt{2-\sqrt{2}}-i\sqrt{2+\sqrt{2}}$

1)أحسب α^2 ثم α^4 . 2) أحسب $|\alpha^4|$ و عمدة لـα^4 ، ثم استنتج $|\alpha|$ وعمدة لـ α

3) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس . عين مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $|\alpha z|=8$

التمرين117: دورة 1998 علوم

حل في $\mathbb{C}$، كلا من المعادلتين : $z^2-2z+5=0$ ؛ $z^2-2(1+\sqrt{3})z+5+2\sqrt{3}=0$.

2)في المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A،B ،C وD صور الأعداد المركبة: $1-2i$ ، $1+\sqrt{3}+i$، $1+2i$ و $1+\sqrt{3}-i$على الترتيب

أ ـ ما هي طبيعة المثلثABC ؟

ب ـ أكتب معادلة للدائرة (γ) المحيطة بالمثلثABC .

جـ ـ أثبت أن النقطة D تنتمي إلى الدائرة(γ).

د ـ أنشئ (γ)والنقط A،B ،C وD في المعلم المعطى

التمرين118: فرنسا/ N-Calédonie 2019

((ترجمة الأستاذ: محمد جبـــــــالي))

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

أجب بصحيح أو خطأ- مع التعليل- في كلّ حالة من الحالات التالية:

1. لتكن، في $\mathbb{C}$، المعادلة: $z(z^2-8z+32)=0\cdots(E)$.

☜.صور حلول المعادلة (E)، هي رؤوس مثلّث مساحته تساوي16.

2. لتكن(E): مجموعة النقط M من المستوي، ذات اللاحّقة z التي تحقّق $|iz|=|z-3|$.

☜.(E) هي الدّائرة ذات المركز O، و نصف القطر 3.

3. نعتبر المتتالية (z_n) المعرّفة، من أجل كلّ عدد طبيعي n، بـِ $z_n=\left(1-i\sqrt{3}\right)^n$.

نرمز بـِ M_n، إلى النقطة ذات اللاحّقة z_n.

☜. من أجل كلّ عدد طبيعي n، النقط M_n، O، M_{n+3}، في استقاميّة.

4. نعتبر المعادلة ذات المجهول x، التالية: $\left(e^{ix}-e^{-ix}\right)\left(e^{i(2x)}+e^{-i(2x)}\right)=0$.

☜. هذه المعادلة تقبل فقط، في المجال $]-\pi,\pi[$، أربعة حلول هي: $-\frac{\pi}{4}$، 0، $\frac{\pi}{4}$، $\frac{3\pi}{4}$.

التمرين119: فرنسا/ Pondichéry 2018

((ترجمة الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي))

1)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-i\sqrt{3}z-1=0...(E)$، ثم أكتب الحلين على الشكل الأسي

2) من أجل كل عدد مركب z نضع: $P(z)=3z^4-7i\sqrt{3}z^3-18z^2+7i\sqrt{3}z+3$

أ) تحقق أن: $P(i\sqrt{3})=0$ وأن: $P(e^{i\frac{\pi}{3}})=0$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد مركب غير معدوم: $P(-\frac{1}{z})=\frac{1}{z^4}.P(z)$

جـ)استنتج ان كلا من العددين المركبين $\frac{\sqrt{3}}{3}i$ و $e^{i\frac{2\pi}{3}}$ هما حلان للمعادلة $P(z)=0$.

3-أ) في المستوي المنسوب إلى متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ علمّ النقط A، B، C ذات اللواحق $e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $3e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $e^{i\frac{2\pi}{3}}$ على الترتيب.

ب) أنشئ النقطة D والمعرفة كما يلي: $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$ ثم اكتب لاحقة D على الشكل القطبي

جـ) المستقيم الذي يشمل النقطة A والموازي للستقيم (BD) يقطع (OD) في النقطة E.

عين لاحقة النقطة E.

التمرين120:فرنسا 2018 ع ت

(ترجمة الأستاذ جبالي/بتصرف)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، حيث $\|\vec{u}\|=1cm$.

لتكن النقط A، B، C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=-4$؛ $z_B=2$؛ $z_C=4$، و لتكن النقط A'، B'، C' التي لواحقها على الترتيب: $z_{A'}=j.z_A$؛ $z_{B'}=j.z_B$؛ $z_{C'}=j.z_C$.

حيث j هو العدد المركّب المعرّف كما يلي : $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) ا) أعطِ الأشكال الجبريّة لـ $z_{A'}$ ، $z_{B'}$ ، $z_{C'}$.

ب) اكتب j على الشكل الأسّي، و استنتج الأشكال الأسّيّة للأعداد المركّبة $z_{A'}$ ، $z_{B'}$ ، $z_{C'}$.

2) ا) علّمْ، بدقّة، و دون استخدام القيم التقريبيّة، النقط A'، B'، C' .

ب) برهن أنّ النقط A'، B'، C' في استقاميّة.

3) أثبت أنّ النقط A'، B'، C' هي صور النقط A، B، C بدوران، يطلب تعيين مركزه وزاويته.

4) لتكن النقط M، N، P : منتصفات القطع المستقيمة $[A'C]$، $[C'C]$، $[C'A]$ على الترتيب.

ما طبيعة المثلّث MNP؟ علّل

التمرين121: تونس 2017 ع ت

((ترجمة الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي))

1)نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-(\sqrt{5}+2i)z+1+4i\sqrt{5}=0...(E)$

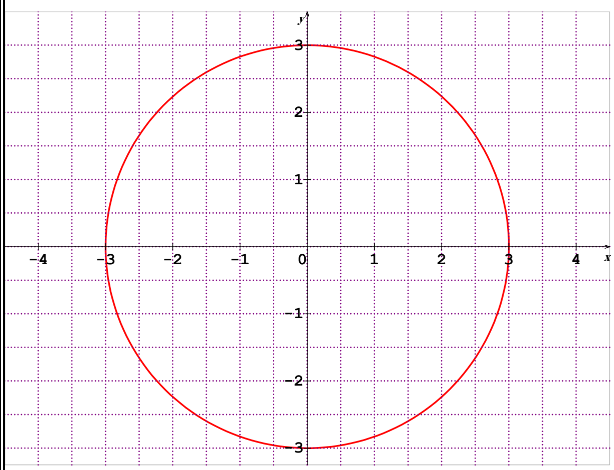
أ) احسب $(\sqrt{5}+2i)^2$ ، ثم بيّن أن مميز المعادلة (E) هو: $\Delta=-3(\sqrt{5}+2i)^2$

ب) استنتج أن حلّي المعادلة (E) هما: $a=(\sqrt{5}+2i)(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})$ و $b=(\sqrt{5}+2i)(\frac{1-i\sqrt{3}}{2})$

2) في الشكل1 $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد والمتجانس في المستوي.

(C) دائرة مركزها O ونصف قطرها 3.

بيّن أن النقطة Qذات اللاحقة $\sqrt{5}+2i$ تنتمي إلى (C) ثم أنشئ النقطة Q.



3)نعتبر النقطتين A و B واللتين لاحقتاهما a و b أ) بيّن أن النقطتين A و B تنتميان للدائرة (C)

ب)تحقق أن : $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OQ}$ استنتج أن الرباعي OAQB معين.

جـ) إنشئ النقطتين A و B في المعلم السابق.

التمرين122: المغرب 2017 ع ت

نعتبر العددين a و b حيث : $a=\sqrt{3}+i$ و $b=\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$

1-أ)تحقق أن : $b=(1+i)a$: ثم استنتج أن: $|b|=2\sqrt{2}$ و ان $\arg(b)=\frac{5\pi}{12}[2\pi]$

ب) استنتج أن مما سبق: $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2) المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقطتين A و B واللتين لاحقتاهما a و b على الترتيب والنقطة C ذات اللاحقة c حيث $c=-1+i\sqrt{3}$.

أ- تحقق من أن : $c=ai$ واستنتج أن: $OA=OC$ و ان $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

ب-بيّن أن النقطة B هي صورة النقطة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$.

جـ-) استنتج أن الرباعي OABC مربعا.

التمرين123: السنغال 2016 ع ت

1-نعتبر المعادلة $z^3-13z^2-59z-87=0...(E)$ حيث z عدد مركب.

أ)تحقق ان 3 حلا للمعادلة (E).

ب)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $\mathbb{C}$.

2- المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط C،B،A ذات اللواحق $z_A=3$ ، $z_B=5-2i$ ، $z_C=5+2i$ على الترتيب والتكن مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي (M تختلف عن A و B)

أ) أحسب $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$ أو استنتج طبيعة المثلث ABC.

ب)فسرهندسيا طويلة وعمدة العددالمركب $L=\frac{z-3}{z-5+2i}$.عين مجموعة النقط M حيث $L\in\mathbb{R}^*$

2) (C) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC والنقطة $\Omega(2-i)$.

أ)أعط الكتابة المركبة للدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

ب)عين (C') صورة الدائرة (C) بالدوران R، ثم أكتب معادلة ديكارتية للدائرة (C')

التمرين124: المغرب 2015 ع ت

I-نعتبر العدد المركب a حيث: $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$.

1)بين أن طويلة العدد a تساوي $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

2)تحقق أن : $a=2(1+\cos\frac{\pi}{4})+2i\sin\frac{\pi}{4}$

3-أ) أثبت أن: $1+\cos 2\theta=2\cos^2\theta$ و $\sin 2\theta=2\cos\theta.\sin\theta$ باستعمال $(\cos\theta+\sin\theta)^2$

ب)بيّن أن : $a=4\cos^2\frac{\pi}{8}+4i\sin\frac{\pi}{8}.\cos\frac{\pi}{8}$.

ج)استنتج الشكل المثلثي للعدد a ، ثم بيّن أن: $a^4=2\left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4 .i$.

II-نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{e_1};\vec{e_2})$ النقطتين Ω و A اللتين لاحقاهما على الترتيب : $z_\Omega=\sqrt{2}$ و $z_A=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ وليكن R الدوران الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

1)بيّن أن : z_B : لاحقة النقطة B صورة النقطة A بالدوران R هي 2i .

2)حددّ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $|z-2i|=2$

التمرين125: دورة 2015-مالي

نعتبر العدد المركب : $u=\sqrt{2-\sqrt{2}}-i\sqrt{2+\sqrt{2}}$

1)أحسب u^2 ثم u^4 .

2) أحسب طويلة u^4 و عمدة لـ u^4 ثم استنتج الطويلة وعمدة لـ u

3) حددّ القيمتين المضبوطتين للعددين : $\cos\frac{13\pi}{8}$ و $\sin\frac{13\pi}{8}$

4) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

عين مجموعة النقط $M(z)$ حيث: $|uz|=8$

التمرين126: دورة a-guyane2014

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ وحدة الطول هي 2cm .

نعتبر الدالة f والتي ترفق بكل عدد مركب z العدد المركب: $f(z)=z^2+2z+9$.

1)احسب صورة العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ بالدالة f.

2)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $f(z)=5$ ، ثم اكتب الحلّين على الشكل الأسي.ثم مثل بيانيا النقطتين A و B صورتي حلّي المعادلة $f(z)=5$ (A صورة الحل الذي جزءه التخيلي موجب).

3)ليكن λ عدد حقيقي .ونعتبر المعادلة $f(z)=\lambda$ ذات المجهول z.

عيّن مجموعة قيم العدد الحقيقي λ والتي من أجلها يكون للمعادلة $f(z)=\lambda$ حليّن مترافقين.

4)لتكن (F) مجموعة النقط من المستوي المركب والتي لاحقتها z تحقق: $|f(z)-8|=3$.

بيّن أن (F) هي دائرة مركزها $\Omega(-1;0)$ ونصف قطرها $\sqrt{3}$ ، ثم أرسم (F) في المعلم السابق.

5)ليكن z عدد كركب حيث: $z=x+iy$ (x و y عددان حقيقيان)

أ) بيّن أن الشكل الجبري للعدد المركب $f(z)$ هو $x^2-y^2+2x+9+i(2xy+2y)$

ب) لتكن (E) مجموعة النقط من المستوي المركب والتي لاحقتها z والتي من أجلها يكون $f(z)$ عددا حقيقيا. بيّن أن (E) هي إتحاد مستقيمين (D_1) و (D_2) يطلب تعيين معادلتيهما.

ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) في المعلم السابق.

6)عيّن إحداثيتي نقط تقاطع المجموعتين (F) و (E).

التمرين127:دورة polynesie-2011S

أجب بصحيح أوخطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1) لتكن النقطتان $A(2-5i)$ ، $B(7-3i)$ المثلث OAB قائم ومتساوي الساقين.

2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z-i|=|z+2i|$ هي مستقيم يوازي محور الفواصل.

3) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، العدد المركب $(3+i\sqrt{3})^{3n}$ تخيلي صرّف.

4) إذا كانت $\frac{\pi}{2}$ عدة للعدد المركب غير المعدوم z فإن $|z+i|=1+|z|$.

5)z عدد مركب غير معدوم ، إذا كان $|z|=1$ فإن $z^2+\frac{1}{z^2}$ عدد حقيقي.

التمرين128:دورة 2011S-المغرب

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2-18z+82=0$

2) في المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C ذات اللاحقات $z_A=9+i$ ، $z_B=9-i$ و $z_C=11-i$ على الترتيب.

أ-بيّن أن : $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=-i$ ، ثم استنتج أن المثلث ABC قائم في B ومتساوي الساقين.

ب-أعط الشكل المثلثي للعدد المركب $4(1-i)$.

جـ-بيّن أن $(z_C-z_A)(z_C-z_B)=4(1-i)$ ، ثم استنتج أن: $AC\times AB=4\sqrt{2}$.

3)ليكن العدد المركب z لاحقة النقطة M من المستوي و z' لاحقة النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه B وزاويته $\frac{3\pi}{2}$.

أ-بيّن أن: $z'=-iz+10+8i$.

ب-تحقق أن لاحقة النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هي $9-3i$

التمرين129:دورة 2006S امريكا

المستوي المنسوب إلى معلم متعامدومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C و D ذات اللواحق $z_A = 4+i$ ، $z_B = 1+i$ ، $z_C = 5i$ و $z_D = -3-i$ على الترتيب

1) علّم النقط A، B، C و D

2) f تحويل نقطي للمستوي في نفسه يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$: $z' = (1+2i)z - 2 - 4i$

أ) عين صورتي القطتين A ، B بالتحويل f

ب) أثبت أنه توجد نقطة واحدة صامدة E بالتحويل f يطلب تعين لاحقتها

3-أ) برهن أنه من أجل كل عدد مركب z : $z' - z = -2i(2-i-z)$

ب) أستنتج قيمة $\frac{MM'}{EM}$ وقيسا بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{ME};\overrightarrow{MM'})$ حيث M تختلف عن E

ج) ماهي طبيعة المثلث 'EMM؟

د) لتكن النقطة G ذات اللاحقة $z_G = -1 - i\sqrt{3}$

* أكتب z_G على الشكل الأسي. *أنشئ النقطة 'G صورة G بالتحويل f.

التمرين130: دورة 2009-المغرب

المستوي منسوب إلى معلم متعامدومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C ذات لواحقها على الترتيب: $a = 2-2i$ ، $b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ، $c = (1-\sqrt{3}) + (1+\sqrt{3})i$

1) أكتب كلا من a و b على الشكل المثلثي.

2) نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{5\pi}{6}$

أ) z لاحقة نقطة M من المستوي المركب و 'z لاحقة نقطة 'M صورة M بالدوران R. بين أن $z' = bz$

ب) تحقق أن النقطة C هي صورة A بالدوران R.

3) بيّن أن : $\arg(c) = \arg(a) + \arg(b) + 2k\pi$ ثم حدد عمدة للعدد المركب c .

التمرين131: دورة 2005-الهند

في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس مباشر $(o,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط I ، A ، B لواحقها على الترتيب $z_I = 1$ ، $z_A = 1-2i$ و $z_B = -2-2i$ ، و نعتبر (γ) الدائرة قطرها $[AB]$.

نقوم بإنشاء كل العناصر التي ستندرج في التمرين بأخذ الوحدة $2cm$.

1-عين مركز الدائرة (γ) ، ثم احسب نصف قطرها.

2-نعتبر النقطة D لاحقتها $z_D = \frac{3+9i}{4+2i}$

-اكتب z_D على الشكل الجبري ، ثم بين أن النقطة D تنتمي إلى الدائرة (γ).

3-نعتبر نقطة E من (γ) لاحقتها z_E حيث أحد أقياس الزاوية $\left(\overrightarrow{\Omega I},\overrightarrow{\Omega E}\right)$ هو $\frac{\pi}{4}$.

أ)حدد الطويلة و عمدة لـ : $z_E+\frac{1}{2}$ ب) استنتج أن : $z_E=\frac{5\sqrt{2}-2}{4}+\frac{5\sqrt{2}}{4}i$

4-نعتبر R التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث : $z'+\frac{1}{2}=e^{i\frac{\pi}{4}}\left(z+\frac{1}{2}\right)$

أ)حدد طبيعة التحويل R و عناصره المميزة.

ب) نعتبر النقطة K لاحقتها $z_K=2$

عين حسابيا صورة K بالتحويل R، ثم بين كيف يمكن تعيين هذه النتيجة هندسيا.

التمرين132: دورة 2004-الهند

الجزء الأول :

1-حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية : $z^2-2z+4=0$

نرمز للحلين بـ : z_1 و z_2 لحلي المعادلة حيث الجزء التخيلي لـ z_1: موجب.

2-عين القيمة المضبوطة للعدد $(z_1)^{2004}$ على الشكل الاسي ثم على الشكل الجبري.

الجزء الثاني :

في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس مباشر $(o,\vec{u},\vec{v})$ (الوحدة $2cm$)

نعتبر النقطتين A و B لاحقتيها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$ و $z_B=1-i\sqrt{3}$

1-بين أن النقطتين A و B تنتميان إلى نفس الدائرة ذات المركز o ، يطلب تعيين نصف قطرها.

-ارسم الدائرة ، ثم أنشئ النقطتين A و B.

2-نعتبر النقطة O' صورة o بالدوران R_1 مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$، و النقطة B' صورة B بالدوران R_2 مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

-احسب لاحقتي النقطتين O' و B'، ثم أنشئهما.

3-نعتبر النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[OB]$

أ) ماذا يمكن التخمين عن المستقيم (AI) بالنسبة للمثلث $AO'B'$.

ب) احسب لاحقة الشعاع $\overrightarrow{AI}$، ثم بين أن لاحقة الشعاع $\overrightarrow{O'B'}$ هي: $3\sqrt{3}-i$

ج) هل تخمينك في السؤال (3 – أ) صحيح ؟