

### التمرين الأول: باك علوم تجريبية [م1]

- يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس ، منها 4 كرات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 2 ، 3 ، 3 .  
 نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق .  
 نعتبر الحادثتين  $A$  : "الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني " .  
 و  $B$  : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .  
 (1) أأحسب :  $P(A)$  و  $P(B)$  احتمالي الحادثتين  $A$  و  $B$  على الترتيب .  
 بـ بين أن :  $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$  ثم استنتج  $P_A(B)$  و  $P(A \cup B)$  .  
 (2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .  
 عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي  $X$  واحسب أمله الرياضي  $E(X)$  .

### التمرين الثاني: باك تقني رياضي [م2]

- كيس به 7 كريات متماثلة ، لانفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء .  
 نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .  
 (I) 1) أحسب احتمال الحادثة  $A$  : " سحب كرتين مختلفتين في اللون " .  
 2) أحسب احتمال الحادثة  $B$  : " سحب كرتين من نفس اللون " .  
 (II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب  $(DA)$  ،  $\alpha$  (حيث  $\alpha$  عدد طبيعي معطى و  $DA$  تعني دينار جزائري).  
 فإذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على  $100DA$  ، وإذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يتحصل على  $50DA$  ،  
 وإذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه . وليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة  $\alpha$  .  
 (1) بزر أن قيم المتغير العشوائي هي  $\{-\alpha, 50 - \alpha, 100 - \alpha\}$  ثم عرف قانون إحتماله .  
 (2) بين أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$  بدلالة  $\alpha$  هو :  $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$  .  
 ثم جد أكبر قيمة ممكنة لـ  $\alpha$  حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

### التمرين الثالث: باك رياضيات [م2]

- كيس يحوي 9 كريات لانفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:  
 خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: -3 ، 2 ، 3 و كرية بيضاء مرقمة بـ: -1 .  
 نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد .  
 (1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :  
 $A$  : " الحصول على أربع كريات من نفس اللون " .  
 $B$  : " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر " .  
 $C$  : " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم " .  
 (2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .  
 أ- عين قيم المتغير العشوائي  $X$  ثم عرف قانون إحتماله .  
 ب- أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$  للمتغير العشوائي  $X$  .  
 ج- أحسب إحتمال الحادثة : "  $X^2 - X > 0$  " .

**نصحيح التمرين الأول: باك علوم تجريبية [م1]**

عدد السحبات الممكنة هو:  $C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \times 7!} = 120$

(1) أ- حساب الإحتمالات :

A : "الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني " . أي الحصول على ثلاثة ألوان الأبيض والأحمر والأخضر .

$$P(A) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_3^1}{120} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

B : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .

$$P(B) = \frac{C_5^3 + C_4^3}{120} = \frac{14}{120} = \frac{7}{60}$$

ب- تبيان أن :  $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$

$P(A \cap B)$  هو احتمال سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم و من ألوان مختلفة .

$$P(A \cap B) = \frac{C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_2^1}{120} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{6} \quad ; \quad P_A(B) \text{ حساب الإحتمال الشرطي}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{36}{120} + \frac{14}{120} - \frac{6}{120} = \frac{44}{120} = \frac{11}{30}$$

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .

لدينا :  $X \in \{0;1;2;3\}$

$$P(X = 2) = \frac{C_5^2 \times C_5^1}{126} = \frac{50}{120} \quad , \quad P(X = 1) = \frac{C_5^1 \times C_5^2}{126} = \frac{50}{120} \quad , \quad P(X = 0) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$$

$$P(X = 3) = \frac{C_5^3}{126} = \frac{10}{120}$$

قانون الإحتمال:

$X_i$	0	1	2	3
$P(X = X_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

ب- حساب الأمل الرياضياتي  $E(X)$  :

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{12} + 1 \times \frac{5}{12} + 2 \times \frac{5}{12} + 3 \times \frac{1}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

**نصحيح التمرين الثاني: باك تقني رياضي [م2]**

كيس به 7 كريات متماثلة ، لانفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كيريتين من الكيس .

عدد السحبات الممكنة هو:  $C_7^2 = \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$

(I) حساب الإحتمالات :

(1) الحادثة A : " سحب كيريتين مختلفتين في اللون " .

$$P(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{21} = \frac{3 \times 4}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

(2) الحادثة  $B$ : "سحب كرتين من نفس اللون".

$$P(B) = 1 - P(A) = \frac{3}{7}$$

(II) المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة  $\alpha$ :

(1) تبرير أن قيم المتغير العشوائي  $X$  هي:  $\{100 - \alpha, 50 - \alpha, -\alpha\}$

اللاعب يدفع  $\alpha DA$  ويسحب كرتين في آن واحد .  
الحصول على كرتين خضراوين ، الحصول على كرتين بيضاوين ، الحصول على كرة بيضاء وكرة خضراء .  
الحصول على كرتين بيضاوين يربح  $100DA$  ومنه  $X = 100 - \alpha$  .  
الحصول على كرتين مختلفتين يربح  $50DA$  ومنه  $X = 50 - \alpha$  .  
الحصول على كرتين خضراوين يخسر ما دفعه ومنه  $X = -\alpha$  .

لدينا:  $P(X = -\alpha) = \frac{C_4^2}{21} = \frac{6}{21}$  ،  $P(X = 50 - \alpha) = P(A) = \frac{12}{21}$  ،  $P(X = 100 - \alpha) = \frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21}$  :  
قانون الاحتمال:

$X$	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{6}{21}$

(2) إثبات أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$  هو:  $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$

$$E(X) = (100 - \alpha) \left( \frac{3}{21} \right) + (50 - \alpha) \left( \frac{12}{21} \right) + (-\alpha) \left( \frac{6}{21} \right)$$

$$\text{و منه: } E(X) = -\alpha + \frac{300}{7} \text{ أي: } E(X) = \frac{300 - 3\alpha + 600 - 12\alpha - 6\alpha}{21} = \frac{-21\alpha + 900}{21}$$

• إيجاد أكبر قيمة للعدد  $\alpha$  حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب:

حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون  $E(X) > 0$

$$\text{أي: } -\alpha + \frac{300}{7} > 0 \text{ ومنه } \alpha < \frac{300}{7} \text{ ومنه } \alpha < 42,85 \text{ ، إذن أكبر قيمة لـ } \alpha \text{ هي } 42DA .$$

### تصحيح التمرين الثالث: باك رياضيات [2م]

$$\text{عدد السحبات الممكنة هو: } C_9^4 = \frac{9!}{4! \times 5!} = 126$$

(3) حساب الاحتمالات:

A: "الحصول على أربع كريات من نفس اللون".

$$P(A) = \frac{C_5^4}{126} = \frac{5}{126}$$

B: "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر".

معناه إما واحدة بيضاء وثلاث من اللونين الآخرين أو الأربع كريات كلها مختلطة بين الأحمر والأخضر .

$$P(B) = \frac{C_1^1 \times C_8^3 + C_8^4}{126} = \frac{126}{126} = 1$$

C: "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم".

$$\text{معناه: } \{-3; -1; 2; 2\} \text{ أو } \{-3; -1; 2; 2\} .$$

ولدينا 4 كريات مرقمة بـ 2 وكرية مرقمة بـ 1 وكرية مرقمة بـ 3 وكرية مرقمة بـ 3 وكرية مرقمة بـ 1 .

$$P(C) = \frac{C_1^1 \times C_1^1 \times C_4^2 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1}{126} = \frac{6 + 2}{126} = \frac{8}{126}$$

(2) أ.  $X$  هو عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .

في الكيس 9 كريات من بينها 3 كريات خضراء ومنه عندما نسحب 4 كريات فإما يتبقى 3 كريات خضراء أو كرتين

خضراوين أو كرية واحدة خضراء أو لا تتبقى أية كرية خضراء . ومنه  $X \in \{0; 1; 2; 3\}$  .

ولدينا:

$$P(X = 2) = \frac{C_3^1 \times C_6^3}{126} = \frac{60}{126}, \quad P(X = 1) = \frac{C_3^2 \times C_6^2}{126} = \frac{45}{126}, \quad P(X = 0) = \frac{C_3^3 \times C_6^1}{126} = \frac{6}{126}$$
$$P(X = 3) = \frac{C_6^4}{126} = \frac{15}{126}$$

قانون الإحتمال:

$X_i$	0	1	2	3
$P(X = X_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$

ب- حساب الأمل الرياضي  $E(X)$ :

$$E(X) = 0 \times \frac{6}{126} + 1 \times \frac{60}{126} + 2 \times \frac{45}{126} + 3 \times \frac{15}{126} = \frac{5}{3}$$

ج- أحسب إحتمال الحادثة: " $X^2 - X > 0$ "

معناه  $X^2 - X > 0$  أي  $X \in \{2, 3\}$  ومنه:

$$P(X^2 - X > 0) = P(X = 2) + P(X = 3) = \frac{60}{126} + \frac{15}{126} = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$$