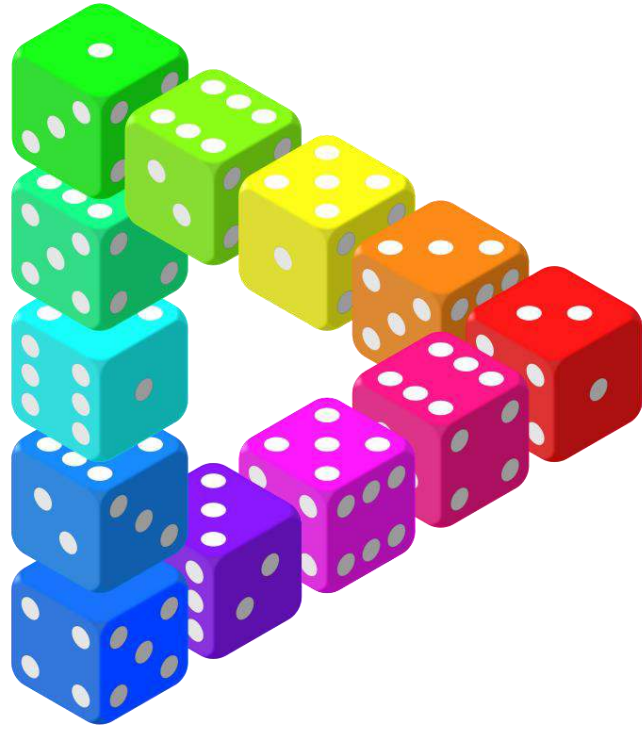


# حلول تمارين الإحتمالات

في البكالوريا

الشعب العلمية



إعداد : خالد مجايشة

- يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لانفرك بينها باللمس، منها 4 كرات بيضاء مرقمة بـ: 1، 2، 2، 3 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 2، 2، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 2، 3، 3 .  
 نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق .  
 نعتبر الحادثتين  $A$  : "الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني" .  
 و  $B$  : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم" .  
 (1) أـ أحسب:  $P(A)$  و  $P(B)$  احتمالي الحادثتين  $A$  و  $B$  على الترتيب .  
 بـ بين أن:  $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$  ثم استنتج  $P_A(B)$  و  $P(A \cup B)$  .  
 (2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .  
 عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي  $X$  واحسب أمله الرياضياتي  $E(X)$  .

- كيس به 7 كريات متماثلة، لانفرك بينها باللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء .  
 نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .  
 (I) 1) أحسب احتمال الحادثة  $A$  : "سحب كرتين مختلفتين في اللون" .  
 2) أحسب احتمال الحادثة  $B$  : "سحب كرتين من نفس اللون" .  
 (II) نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب  $\alpha(DA)$ ، (حيث  $\alpha$  عدد طبيعي معطى و  $DA$  تعني دينار جزائري).  
 فإذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على  $100DA$ ، وإذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يتحصل على  $50DA$ ،  
 وإذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه . وليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة  $\alpha$  .  
 (1) بزر أن قيم المتغير العشوائي هي  $\{-\alpha, 50 - \alpha, 100 - \alpha\}$  ثم عرف قانون إحتماله .  
 (2) بين أن الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي  $X$  بدلالة  $\alpha$  هو:  $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$  .  
 ثم جد أكبر قيمة ممكنة لـ  $\alpha$  حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

- كيس يحوي 9 كريات لانفرك بينها باللمس موزعة كما يلي:  
 خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 1، 2، 3 و كرية بيضاء مرقمة بـ: 1- .  
 نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد .  
 (1) أحسب احتمال الحوادث التالية:  
 $A$  : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون" .  
 $B$  : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر" .  
 $C$  : "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم" .  
 (2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .  
 أـ عين قيم المتغير العشوائي  $X$  ثم عرف قانون إحتماله .  
 بـ أحسب الأمل الرياضياتي  $E(X)$  للمتغير العشوائي  $X$  .  
 جـ أحسب احتمال الحادثة: " $X^2 - X > 0$ " .

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و كرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 . ( كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس )  
نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين  $A$  و  $B$  حيث :

$A$  : " سحب كرتين من نفس اللون " ،  $B$  : " سحب كرتين تحملان نفس الرقم "

(1) بين أن احتمال الحادثة  $A$  هو  $P(A) = \frac{31}{66}$  واحسب احتمال الحادثة  $B$  .

(2) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما احتمال أن تحملان نفس الرقم ؟

(3) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .  
عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي و احسب أمله الرياضي .

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كرتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

(1) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$  ، ثم احسب أمله الرياضي  $E(X)$  .

(2) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو  $\frac{7}{24}$  .

(3) نسحب الآن من الصندوق كرتين على التوالي دون إرجاع .

ما احتمال الحصول على كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي ؟

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية . اختر الإجابة الصحيحة مبررا اختيارك .

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و كرتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 .  
(الكريات لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا و في آن واحد .

$X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .

(1) قيم المتغير العشوائي  $X$  هي : أ)  $\{1; 2; 3\}$  ب)  $\{0; 2; 3\}$  ج)  $\{0; 1; 2\}$  .

(2) الأمل الرياضي  $E(X)$  لـ  $X$  هو : أ)  $E(X) = \frac{4}{5}$  ب)  $E(X) = \frac{6}{5}$  ج)  $E(X) = \frac{11}{10}$  .

(3) احتمال " الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة " .

يساوي : أ)  $\frac{7}{10}$  ب)  $\frac{9}{10}$  ج)  $\frac{3}{5}$  .

(4) احتمال " باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 " .

يساوي : أ)  $\frac{2}{5}$  ب)  $\frac{3}{10}$  ج)  $\frac{1}{5}$  .

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1، 2، 3، 4 و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 3 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين 1، 2 ( كل الكريات متشابهة لانفرق عند اللمس )  
نسحب عشوائيا و في أن واحد 3 كريات من هذا الكيس .

(1) أحسب إجمال الأحداث التالية :

A : " الحصول على كرية بيضاء واحدة " .

B : " الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر " .

C : " الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية " .

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون إجماله .

ب- أحسب  $P(X^2 - X \leq 0)$  .

[2م][2019] إباك رياضيات

التمرين الثامن

صندوقان غير شفافين  $U_1$  و  $U_2$  ، يحتوي الصندوق  $U_1$  على 4 كريات حمراء و ثلاث كريات سوداء و يحتوي الصندوق  $U_2$  على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين . ( كل الكريات متشابهة لانفرق عند اللمس )

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في أن واحد من الصندوق  $U_1$  .

و في باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في أن واحد من الصندوق  $U_2$  .

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ :

A : " سحب كريتين حمراوين " .

B : " سحب كريتين سوداوين " .

C : " سحب كريتين من لونين مختلفين " .

(1) أنقل و أكمل شجرة الإجمالات .

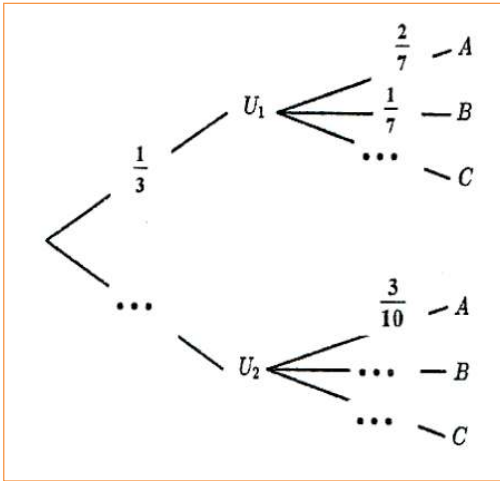
(2) أحسب إجمالات الأحداث A ، B و C .

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

(3) أ- عين قيم المتغير العشوائي X .

ب- عرف قانون الإجمال للمتغير العشوائي X .

(4) أحسب الأمل الرياضياتي  $E(X)$  .



عدد السحبات الممكنة هو:  $C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \times 7!} = 120$

(1) أ- حساب الاحتمالات:

A: "الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني". أي الحصول على ثلاثة ألوان الأبيض والأحمر والأخضر.

$$P(A) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_3^1}{120} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

B: "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم".

$$P(B) = \frac{C_5^3 + C_4^3}{120} = \frac{14}{120} = \frac{7}{60}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{20} \text{ ب- تبيان أن:}$$

$P(A \cap B)$  هو احتمال سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم ومن ألوان مختلفة.

$$P(A \cap B) = \frac{C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_2^1}{120} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{6} \text{ حساب الاحتمال الشرطي } P_A(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{36}{120} + \frac{14}{120} - \frac{6}{120} = \frac{44}{120} = \frac{11}{30}$$

(2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا.

لدينا:  $X \in \{0; 1; 2; 3\}$

$$P(X=1) = \frac{C_5^1 \times C_5^2}{120} = \frac{50}{120}, \quad P(X=0) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$$

$$P(X=3) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}, \quad P(X=2) = \frac{C_5^2 \times C_5^1}{120} = \frac{50}{120}$$

قانون الاحتمال:

$X_i$	0	1	2	3
$P(X = X_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

ب- حساب الأمل الرياضي  $E(X)$ :

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{12} + 1 \times \frac{5}{12} + 2 \times \frac{5}{12} + 3 \times \frac{1}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

كيس به 7 كريات متماثلة، لانفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء. نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

عدد السحبات الممكنة هو:  $C_7^2 = \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$

(I) حساب الاحتمالات :

(1) الحادثة A: "سحب كرتين مختلفتين في اللون".

$$P(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{21} = \frac{3 \times 4}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

(2) الحادثة B: "سحب كرتين من نفس اللون".

$$P(B) = 1 - P(A) = \frac{3}{7}$$

(II) المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة  $\alpha$  :

(1) تيرير أن قيم المتغير العشوائي X هي:  $\{100 - \alpha, 50 - \alpha, -\alpha\}$

اللاعب يدفع  $\alpha DA$  ويسحب كرتين في آن واحد .

الحصول على كرتين خضراوين ، الحصول على كرتين بيضاوين ، الحصول على كرة بيضاء وكرة خضراء .

الحصول على كرتين بيضاوين يربح  $100DA$  ومنه  $X = 100 - \alpha$  .

الحصول على كرتين مختلفتين يربح  $50DA$  ومنه  $X = 50 - \alpha$  .

الحصول على كرتين خضراوين يخسر مادفعه ومنه  $X = -\alpha$  .

$$\text{لدينا: } P(X = 100 - \alpha) = \frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21} , \quad P(X = 50 - \alpha) = P(A) = \frac{12}{21} , \quad P(X = -\alpha) = \frac{C_4^2}{21} = \frac{6}{21}$$

قانون الإجمال :

X	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{6}{21}$

(2) إثبات أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هو:  $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$

$$\text{لدينا: } E(X) = (100 - \alpha) \left( \frac{3}{21} \right) + (50 - \alpha) \left( \frac{12}{21} \right) + (-\alpha) \left( \frac{6}{21} \right)$$

$$\text{ومنه: } E(X) = -\alpha + \frac{300}{7} \quad \text{أي: } E(X) = \frac{300 - 3\alpha + 600 - 12\alpha - 6\alpha}{21} = \frac{-21\alpha + 900}{21}$$

• إيجاد أكبر قيمة للعدد  $\alpha$  حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب :

حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون  $E(X) > 0$

$$\text{أي: } -\alpha + \frac{300}{7} > 0 \quad \text{ومنه } \alpha < \frac{300}{7} \quad \text{ومنه } \alpha < 42,85 , \quad \text{إذن أكبر قيمة لـ } \alpha \text{ هي } 42DA .$$

حل مقترح للتمرين الثالث

$$\text{عدد السحبات الممكنة هو: } C_9^4 = \frac{9!}{4! \times 5!}$$

(1) حساب الاحتمالات :

A: "الحصول على أربع كريات من نفس اللون".

$$P(A) = \frac{C_5^4}{126} = \frac{5}{126}$$

B: "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر".

معناه إما واحدة بيضاء وثلاث من اللونين الآخرين أو الأربع كريات كلها مختلطة بين الأحمر والأخضر .

$$P(B) = \frac{C_1^1 \times C_8^3 + C_8^4}{126} = \frac{126}{126} = 1$$

C: "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم".

$$\text{معناه: } \{-3; -1; 1; 3\} \text{ أو } \{-3; -1; 2; 2\} .$$

ولدينا 4 كريات مرقمة بـ 2 وكرية مرقمة بـ 1 وكرية مرقمة بـ 3 وكرية مرقمة بـ 3 وكرية مرقمة بـ 1 .

$$\text{ومنه: } P(C) = \frac{C_1^1 \times C_1^1 \times C_4^2 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1}{126} = \frac{6 + 2}{126} = \frac{8}{126}$$

(2) أ.  $X$  هو عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .  
 في الكيس 9 كريات من بينها 3 كريات خضراء و منه عندما نسحب 4 كريات فإما يتبقى 3 كريات خضراء  
 أو كريتين خضراوين أو كرية واحدة خضراء أو لا تتبقى أية كرية خضراء . ومنه  $X \in \{0;1;2;3\}$  .

$$P(X = 1) = \frac{C_3^2 \times C_6^2}{126} = \frac{45}{126} \quad , \quad P(X = 0) = \frac{C_3^3 \times C_6^1}{126} = \frac{6}{126}$$

$$P(X = 3) = \frac{C_6^4}{126} = \frac{15}{126} \quad , \quad P(X = 2) = \frac{C_3^1 \times C_6^3}{126} = \frac{60}{126}$$

قانون الإحتمال:

$X_i$	0	1	2	3
$P(X = X_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$

ب. حساب الأمل الرياضي  $E(X)$  :

$$E(X) = 0 \times \frac{6}{126} + 1 \times \frac{45}{126} + 2 \times \frac{60}{126} + 3 \times \frac{15}{126} = \frac{210}{126} = \frac{5}{3}$$

ج. أحسب إحتمال الحادثة : " $X^2 - X > 0$ " :

$X^2 - X > 0$  معناه  $X(X - 1) > 0$  أي  $X \in \{2;3\}$  ومنه :

$$P(X^2 - X > 0) = P(X = 2) + P(X = 3) = \frac{60}{126} + \frac{15}{126} = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$$

$$C_{12}^2 = \frac{12!}{2!(12-2)!} = 66$$

$$(1) \text{ تبيان أن إحتمال الحادثة } A \text{ هو } \frac{31}{66} :$$

$A$  : " سحب كريتين من نفس اللون "

$$P(A) = \frac{C_5^2 + C_7^2}{66} = \frac{10 + 21}{66} = \frac{31}{66}$$

• حساب إحتمال الحادثة  $B$  :

$B$  : " سحب كريتين تحملان نفس الرقم "

$$P(B) = \frac{C_8^2 + C_4^2}{66} = \frac{28 + 6}{66} = \frac{34}{66} = \frac{17}{33}$$

(2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما إحتمال أن تحملان نفس الرقم ؟

$$P_A(B) = \frac{\frac{15}{66}}{\frac{31}{66}} = \frac{15}{31} \text{ ومنه } P(A \cap B) = \frac{C_4^2 + C_3^2 + C_4^2}{66} = \frac{15}{66} \text{ و } P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

(3) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

لدينا :  $X \in \{3;4;5\}$  .

$$P(X = 5) = \frac{C_7^2}{66} = \frac{21}{66} \quad , \quad P(X = 4) = \frac{C_5^1 \times C_7^1}{66} = \frac{35}{66} \quad , \quad P(X = 3) = \frac{C_5^2}{66} = \frac{10}{66}$$

قانون الإحتمال:

$x_i$	3	4	5
$P(X = x_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{21}{66}$

بـ حساب الأمل الرياضياتي  $E(X)$  :

$$E(X) = 3 \times \frac{10}{66} + 4 \times \frac{35}{66} + 5 \times \frac{21}{66} = \frac{275}{66}$$

حل مقترح للتمرين الخامس

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120$$

عدد السحبات الممكنة : 120

(1) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .  
لدينا :  $X \in \{0;1;2;4;8\}$

$$P(X=1) = \frac{C_3^3}{120} = \frac{1}{120} \quad , \quad P(X=0) = \frac{C_2^1 \times C_8^2 + C_2^2 \times C_8^1}{120} = \frac{64}{120}$$

$$P(X=8) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120} \quad , \quad P(X=4) = \frac{C_5^2 \times C_3^1}{120} = \frac{30}{120} \quad , \quad P(X=2) = \frac{C_3^2 \times C_5^1}{120} = \frac{15}{120}$$

قانون الإحتمال:

$X_i$	0	1	2	4	8
$P(X = X_i)$	$\frac{64}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{10}{120}$

- حساب الأمل الرياضياتي  $E(X)$  :

$$E(X) = 0 \times \frac{64}{120} + 1 \times \frac{1}{120} + 2 \times \frac{15}{120} + 4 \times \frac{30}{120} + 8 \times \frac{10}{120} = \frac{231}{120}$$

(2) تبين أن احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو  $\frac{7}{24}$  .

A : " سحب ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا "

$$P(A) = \frac{C_7^3}{120} = \frac{35}{120} = \frac{7}{24}$$

(3) عدد السحبات الممكنة  $A_{10}^2 = 90$

B : " سحب كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي "

C : " سحب كرتين تحملان رقمين جداولهما زوجي "

$$P(B \cap C) = \frac{A_7^2}{90} = \frac{42}{90} \quad , \quad P(C) = \frac{2A_3^1 \times A_7^1 + A_7^2}{90} = \frac{84}{90} \quad , \quad P(B) = \frac{2A_2^1 \times A_3^1 + 2A_3^1 \times A_5^1}{90} = \frac{42}{90}$$

إحتمال الحصول على كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداولهما زوجي :

$$P_C(B) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{42}{90}}{\frac{84}{90}} = \frac{42}{84} = \frac{1}{2}$$

حل مقترح للتمرين السادس

إختيار الإجابة الصحيحة مع التبرير .

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = 10$$

عدد السحبات الممكنة : 10

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة .

(1) قيم المتغير العشوائي X هي : ج)  $\{0;1;2\}$  .

التبرير : الكيس به كرتين سوداوين و بالتالي إما نسحب كرتين سوداوين أو كرية سوداء واحدة أو لا نسحب أية كرية سوداء .



$$(2) \text{ الأمل الرياضي } E(X) \text{ لـ } X \text{ هو: (ب) } E(X) = \frac{6}{5}$$

التبرير:

$$X \in \{0; 1; 2\}$$

$$P(X=2) = \frac{C_3^1 \times C_2^2}{10} = \frac{3}{10}, \quad P(X=1) = \frac{C_3^2 \times C_2^1}{10} = \frac{6}{10}, \quad P(X=0) = \frac{C_3^3}{10} = \frac{1}{10}$$

قانون الإحتمال:

$X_i$	0	1	2
$P(X = X_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

$$- \text{ حساب الأمل الرياضي } E(X) : E(X) = 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{6}{10} + 2 \times \frac{3}{10} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

$$(3) \text{ إحتمال "الحصول على كرتية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة" يساوي: (ج) } \frac{3}{5}$$

التبرير:

نسمي  $B$ : "الحصول على كرتية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة"

$$P(B) = \frac{C_1^1 \times C_4^2}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$(4) \text{ إحتمال "باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1" يساوي: (أ) } \frac{2}{5}$$

التبرير:

يكون باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 ، إذا سحبنا ثلاث كريات تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 .

$$\frac{C_1^1 \times C_2^1 \times C_2^1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

**حل مقترح للتمرين السابع**

$$\text{عدد السحبات الممكنة: } C_9^3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} = 84$$

(1) حساب إحتمالات الأحداث التالية:

$A$ : "الحصول على كرتية بيضاء واحدة"

$$P(A) = \frac{C_4^1 \times C_5^2}{84} = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

$B$ : "الحصول على كرتيتين بيضاوين على الأكثر"

$$P(B) = \frac{C_5^3 + C_4^1 \times C_5^2 + C_4^2 \times C_5^1}{84} = \frac{80}{84} = \frac{20}{21}$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{C_4^3}{84} = \frac{20}{21} \text{ : ط 2}$$

$C$ : "الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية"

$$P(C) = \frac{C_4^3}{84} = \frac{1}{21}$$

(2)  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية .

$$X \in \{0; 1; 2; 3\}$$

$$P(X=3) = \frac{C_5^3}{84} = \frac{10}{84}, \quad P(X=2) = \frac{C_5^2 \times C_4^1}{66} = \frac{40}{84}, \quad P(X=1) = \frac{C_5^1 \times C_4^2}{84} = \frac{30}{84}, \quad P(X=0) = \frac{C_4^3}{66} = \frac{4}{84}$$

قانون الإحتمال:

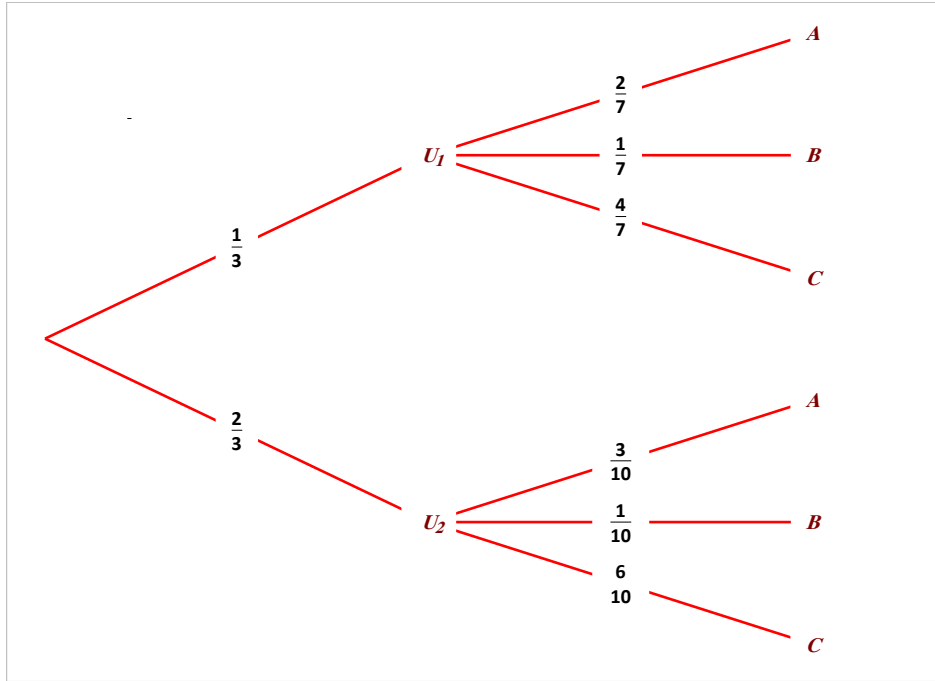
$x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{10}{84}$

بـ حساب  $P(X^2 - X \leq 0)$

$$P(X^2 - X \leq 0) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{4}{84} + \frac{30}{84} = \frac{34}{84}$$

حل مقترح للتمرين الثامن

(1) شجرة الإحتمالات.



(2) حساب إحتمالات الأحداث  $A$ ،  $B$  و  $C$ .

لدينا:  $p(A) = p(A \cap U_1) + p(A \cap U_2)$  ومنه:  $p(A) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{10}$  أي:  $p(A) = \frac{31}{105}$

و  $p(B) = p(B \cap U_1) + p(B \cap U_2)$  ومنه:  $p(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{10}$  أي:  $p(B) = \frac{4}{35}$

و  $p(C) = p(C \cap U_1) + p(C \cap U_2)$  ومنه:  $p(C) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{6}{10}$  أي:  $p(C) = \frac{62}{105}$

المتغير العشوائي  $X$  يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

(3) أ- قيم المتغير العشوائي  $X$  هي:  $\{0; 1; 2\}$ .

ب- قانون الإحتمال للمتغير  $X$ :

لدينا:  $p(X = 0) = p(B) = \frac{4}{35}$ ،  $p(X = 1) = p(C) = \frac{62}{105}$  و  $p(X = 2) = p(A) = \frac{31}{105}$

$X_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$

(4) حساب الأمل الرياضي:  $E(X) = 0 \times \frac{12}{105} + 1 \times \frac{62}{105} + 2 \times \frac{31}{105} = \frac{124}{105}$