العبقري في الرياضيات

الحساب

الثالثة ثانوي

الشعب: ● آداب وفلسفة؛

● آداب ولغات أجنبية.

جمع وإعداد الأستاذ: بوعزة مصطفى.

مجلة العبقري في الرياضيات (الحساب)

الملخص // الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أجنبية.

ملخص: حول الحساب// التحضير الجيد بكالوريا// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغ أ.

1 العدد الطبيعي التام والعددان الطبيعيان المتحابان

العدد الطبيعي التام

نقول عن عدد طبيعي أنه **تام** إذا كان مُساويا لمجموع قواسمه الموجبة ما عدا نفسه.

مثلا: 6، 28، 496 هي أعداد **تامة**.

القواسم الموجبة للعدد 6 هي: 1، 2، 3، 6

ولدينا: $6 = 1 + 2 + 3$

العددان الطبيعيان المتحابان

نقول عن عددان طبيعيان أنهما **متحابان** إذا كان مجموع القواسم الموجبة لأحدهما ما عدا نفسه مُساويا للآخر والعكس.

مثلا: 220 و 284 هما عددان **متحابان**.

2 القسمة في $\mathbb{Z}$

القسمة الإقليدية في $\mathbb{Z}$

توجد ثنائية **وحيدة** $(q\,;r)$ حيث $a = bq + \boxed{r}$ و $0 \le r < b$

r: يسمى **باقي** القسمة الإقليدية للعدد a على b.

q: يسمى **حاصل** القسمة الإقليدية للعدد a على b.

قابلية القسمة في $\mathbb{Z}$

في حالة $r = 0$ نجد: $\boxed{a = bq}$

نقول أنّ: " b **يقسم** العدد a "

أو " b **قاسم** للعدد a "

أو " a **مضاعف** للعدد b "

أو " a **يقبل القسمة على** العدد b ".

3 حصر عدد صحيح a بين مضاعفين متعاقبين لعدد طبيعي غير معدوم b

$\boxed{bq \le a < b(q+1)}$ حيث، q هو حاصل قسمة a على b.

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline & q \end{array}$$

4 إيجاد عدد قواسم عدد طبيعي a وكيفية إيجاد هذه القواسم

طريقة: لإيجاد عدد قواسم عدد طبيعي a

- أ/**نحلل** a إلى **جداء عوامل أولية.**
- ب/**إلى كل أس** في التحليل **نضيف 1** ثمّ **نحسب جداء الأعداد المحصل عليها.**

ملاحظة: ولإيجاد القواسم يُمكن استعمال شجرة انظر الكتاب المدرسي ص 11.

5 الموافقات في $\mathbb{Z}$

a و b عددان صحيحان
$(a \in \mathbb{Z}$، $b \in \mathbb{Z})$
و n عدد طبيعي غير معدوم
$(n \in \mathbb{N}^*)$

a و b متوافقان بترديد n.
$\boxed{a \equiv b[n]}$

الفرق $a - b$ مضاعف لـ n
أي: $a - b = nq$
يعني: $a - b \equiv 0[n]$

للعددين a و b نفس الباقي في القسمة الإقليدية على n
أي: $\begin{cases} a = nq + \boxed{r} \\ b = nq' + \boxed{r} \end{cases}$
يعني: $\begin{cases} a \equiv r[n] \\ b \equiv r[n] \end{cases}$

مثال: b عدد طبيعي حيث $a = 2006$ تبيان أنّ $b \equiv -1[9]$.	**نُبين أنّ الفرق $b - (-1)$ مضاعف لـ 9:** لدينا: $b - (-1) = b + 1 = 2007 = 9(223)$ أي: $\boxed{b - (-1) \equiv 0[9]}$ وبالتالي: الفرق $b - (-1)$ مضاعف لـ 9 إذن: $\boxed{b \equiv -1[9]}$.

6 خاصية

خاصية مهمة: كل عدد صحيح a يوافق، بترديد n، باقي قسمته على n.

لدينا: $a = nq + \boxed{r}$

أي: $\boxed{a \equiv r[n]}$

وبالتالي: باقي قسمة a على n هو $\boxed{r}$.
$\boxed{0 \leq r < n}$

مثال: a عدد طبيعي حيث $a = 1428$ تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9.	لدينا: $a = 1428 = 9(158) + 6$ أي: $\boxed{a \equiv 6[9]}$ وبالتالي: باقي قسمة a على 9 هو $\boxed{6}$.

7 خواص الموافقات

1) $\boxed{a \equiv a[n]}$ (a عدد صحيح، n عدد طبيعي غير معدوم)

2) إذا كان $\boxed{a \equiv b[n]}$، فإنّ $\boxed{b \equiv a[n]}$، (a و b عددان صحيحان، n عدد طبيعي غير معدوم)

3) إذا كان $\begin{cases} a \equiv b[n] \\ b \equiv c[n] \end{cases}$، فإنّ $\boxed{a \equiv c[n]}$، (a، b و c أعداد صحيحة، n عدد طبيعي غير معدوم)

4) إذا كان $\begin{cases} a \equiv b[n] \\ c \equiv d[n] \end{cases}$، فإنّ $\boxed{a + c \equiv b + d[n]}$، ($a$، b، c و d أعداد صحيحة، n عدد طبيعي غير معدوم)

5) إذا كان $\begin{cases} a \equiv b[n] \\ c \equiv d[n] \end{cases}$، فإنّ $\boxed{a \times c \equiv b \times d[n]}$، ($a$، b، c و d أعداد صحيحة، n عدد طبيعي غير معدوم)

6) إذا كان $\boxed{a \equiv b[n]}$، فإنّ $\boxed{a^p \equiv b^p[n]}$، ($a$ و b عددان صحيحان، n و p عددان طبيعيان غير معدومان)

8 تعيين بواقي قسمة قوى عدد طبيعي على آخر // أعمال موجهة ص99

أ/دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة العدد 2^n على 5:

لدينا: $2^0 \equiv 1[5]$، $2^1 \equiv 2[5]$، $2^2 \equiv 4[5]$، $2^3 \equiv 3[5]$ و $2^4 \equiv \boxed{1}[5]$.

بواقي قسمة 2^n على 5 تُشكل متتالية دورية، دورها 4.

$n =$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
بواقي قسمة 2^n على 5	1	2	4	3

ب/تبيان أنّه من أجل كل عدد طبيعي k، $2^{4k} \equiv 1[5]$ واتمام باستعمال خواص الموافقة ما يلي: $2^{4k+1} \equiv \cdots [5]$:

لدينا: من أجل كل عدد طبيعي k، $2^4 \equiv 1[5]$ فإنّ $(2^4)^k \equiv 1^k[5]$ أي: $\boxed{2^{4k} \equiv 1[5]}$.

ولدينا: $\begin{cases} 2^{4k} \equiv 1[5] \\ 2^1 \equiv 2[5] \end{cases}$ فإنّ $2^{4k} \times 2^1 \equiv 1 \times 2[5]$ أي: $\boxed{2^{4k+1} \equiv 2[5]}$.

اقسم الأس 1428 و2007 على الدور 4

ج/تعيين بواقي قسمة كل من 2^{1428} و 2^{2007} على 5:

لدينا: $\begin{cases} 1428 = 4(357) \\ 2007 = 4(501) + 3 \end{cases}$ ومنه: $\boxed{2^{1428} \equiv 1[5]}$ و $\boxed{2^{2007} \equiv 3[5]}$.

ج/تعيين باقي قسمة العدد $2^{83} + 3 \times 2^{2000} - 2 \times 2^{50}$ على 5:

لدينا: $\begin{cases} 50 = 4(12) + 2 \\ 2000 = 4(500) \\ 83 = 4(20) + 3 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 2^{50} \equiv 4[5] \\ 2^{2000} \equiv 1[5] \\ 2^{83} \equiv 3[5] \end{cases}$

وعليه: $\begin{cases} 2 \times 2^{50} \equiv 8[5] \\ 3 \times 2^{2000} \equiv 3[5] \\ 2^{83} \equiv 3[5] \end{cases}$ ويكون: $\begin{cases} 2 \times 2^{50} \equiv 3[5] \\ 3 \times 2^{2000} \equiv 3[5] \\ 2^{83} \equiv 3[5] \end{cases}$

وبالتالي: $2 \times 2^{50} - 3 \times 2^{2000} + 2^{83} \equiv (3 - 3 + 3)[5]$

أي: $\boxed{2 \times 2^{50} - 3 \times 2^{2000} + 2^{83} \equiv 3[5]}$

إذن: باقي قسمة $2 \times 2^{50} - 3 \times 2^{2000} + 2^{83}$ على 5 هو 3.

د/التحقّق أنّ $2007 \equiv 2[5]$ ثمّ استنتاج باقي قسمة 2007^{2008} على 5:

لدينا: $2007 = 5(401) + \boxed{2}$ أي: باقي قسمة 2007 على 5 هو 2 إذن: $\boxed{2007 \equiv 2[5]}$.

ولدينا: $2007 \equiv 2[5]$ ومنه: $2007^{2008} \equiv 2^{2008}[5]$

وبمأنّ: $2008 = 4(502)$ فإنّ: $\boxed{2007^{2008} \equiv 1[5]}$.

إذن: باقي قسمة 2007^{2008} على 5 هو 1.

هـ/تبيان أنّ العدد $2 \times 42^{2003} + 3 \times 2007^{2000} - 3 \times 12^{2002}$ يقبل القسمة على 5:

لدينا: $\begin{cases} 2002 = 4(500) + 2 \\ 2000 = 4(500) \\ 2003 = 4(500) + 3 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} 12^{2002} \equiv 4[5] \\ 2007^{2000} \equiv 1[5] \\ 42^{2003} \equiv 3[5] \end{cases}$

وعليه: $\begin{cases} 3 \times 12^{2002} \equiv 12[5] \\ 3 \times 2007^{2000} \equiv 3[5] \\ 2 \times 42^{2003} \equiv 6[5] \end{cases}$ ويكون: $\begin{cases} 3 \times 12^{2002} \equiv 2[5] \\ 3 \times 2007^{2000} \equiv 3[5] \\ 2 \times 42^{2003} \equiv 1[5] \end{cases}$

وبالتالي: $3 \times 12^{2002} - 3 \times 2007^{2000} + 2 \times 42^{2003} \equiv (2 - 3 + 1)[5]$

أي: $\boxed{3 \times 12^{2002} - 3 \times 2007^{2000} + 2 \times 42^{2003} \equiv 0[5]}$

إذن: العدد $3 \times 12^{2002} - 3 \times 2007^{2000} + 2 \times 42^{2003}$ يقبل القسمة على 5.

مجلة العبقري في الرياضيات (الحساب -بكالوريات جزائرية)

التمارين// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أجنبية.

التمرين 01: (06 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

a و b عددان طبيعيان حيث $b = 2006$، $a = 1428$.

1/أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9.

ب) بيّن أنّ: $b \equiv -1[9]$.

جـ) هل العددان a و b متوافقان بترديد 9؟ برّر إجابتك.

2/أ) ما هو باقي قسمة العدد $(a + b^2)$ على 9؟

ب) استنتج باقي قسمة $(a + b^2)$ على 3.

التمرين 02: (04 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

1-احسب باقي قسمة كل من 3^2، 3^3، 3^4، 3^5، 3^6 على 7.

2-عيّن باقي قسمة كل من: 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.

3-بيّن أنّ العدد: $4 + 3^{6n} \times 2 - 3^{6n+4} \times 3$ **يقبل القسمة** على 7 من أجل كل عدد طبيعي n.

التمرين 03: (05 نقاط) بكالوريا 2009// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

1.أ-تحقّق أنّ: $a \equiv 1[3]$.

ب-استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3.

ج-بيّن أنّ: $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$

2.أ) ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة العدد 5^n على 3.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0[3]$.

التمرين 04: (05 نقاط) بكالوريا 2009// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

1°) أُدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9.

2°) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد: $(1429^{2009} + 2008^{1430})$ على 9.

3°) بيّن أن العدد A حيث: $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n.

التمرين 05: (06 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 2010$ وَ $b = 1431$.

1.أ-عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب-استنتج مما سبق، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7.

جـ-تحقّق أنّ: $a^3 \equiv 1[7]$ وَ $b^3 \equiv 6[7]$ واستنتج أنّ $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.

2.أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$.

ثمّ استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

التمرين 06: (06 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.

1.باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو:

أ) 3 -   ب) 2   جـ) 3.

2. x عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5، فإنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x+5$ على 7 هو: أ) 0   ب) 1   جـ) 2.

3. **الدّوال كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة.**

التمرين 07: (06 نقاط) بكالوريا 2011// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=619$ و $b=2124$.

1.بيّن أنّ العددين a و b متوافقان بترديد 5.

2.أ) بيّن أنّ: $2124\equiv -1[5]$.

ب)استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} وَ 619^{721} على 5.

ج)بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ: $2124^{2n}\equiv 1[5]$.

د)عيّن قيم العدد طبيعي n حتى يكون: $2124^{4n}+619^{4n+1}+n\equiv 0[5]$.

التمرين 08: (06 نقاط) بكالوريا 2011// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

a، b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6.

1-عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكلّ من العددين: $a\times b$، a^2-b^2.

2-أ) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $c^{2n}\equiv 1[7]$.

ب) تحقّق أنّ $48\equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 48^{2010} و 48^{2011} على 7.

التمرين 09: (06 نقاط) بكالوريا 2012// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التّعليل.

1.n و n' عددان طبيعيان حيث: $n=3n'+5$. باقي قسمة n على 3 هو 5.

2.باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4. (لاحظ أنّ: $2012=3\times 670+2$)

3.n عدد صحيح حيث: $n\equiv 2[11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2-9$ على 11 هو 10.

4. **دّالة تناظرية.**

التمرين 10: (06 نقاط) بكالوريا 2012// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

a و b عددان طبيعيان بحيث: $a+b\equiv 7[11]$ وَ $a-b\equiv 5[11]$.

1.أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2-b^2 على العدد 11.

ب) بيّن أنّ: $2a\equiv 1[11]$ و $2b\equiv 2[11]$ ثم استنتج أنّ: $a\equiv 6[11]$ و $b\equiv 1[11]$.

2.أ) أثبت أنّ: $a^5\equiv -1[11]$.

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k: $a^{10k}\equiv 1[11]$.

3.أ) تحقّق أنّ: $2012=10\times 201+2$.

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11.

التمرين 11: (06 نقاط) بكالوريا 2013// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

1-هل العددان 2013 و718 متوافقان بترديد 7؟

2-أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7.

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n: $4^{6n}-1\equiv 0[7]$.

3-أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و718 على 7.

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $2013+3\times 718^{6n}$ يقبل القسمة على 7.

4-أ) تحقق أن: $1434\equiv -1[7]$.

ب) عين الأعداد الطبيعية n، الأصغر من 25، بحيث: $1434^{2n}+n\equiv 0[7]$.

التمرين 12: (06 نقاط) بكالوريا 2013// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

a و b عددان صحيحان حيث: $a\equiv 2[7]$ و $b\equiv 6[7]$.

1-عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a+b$ على 7.

2-عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2+3b^2 على 7.

3-أ) تحقّق أنّ: $b\equiv -1[7]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.

4-عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a+b)^n+n\equiv 0[7]$.

التمرين 13: (05 نقاط) بكالوريا 2014// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

1)عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9.

2)بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي k: $10^k\equiv 1[9]$.

3)استنتج أنّ: $4\times 10^4+3\times 10^3+2\times 10^2+28\equiv 1[9]$.

4)أ) تحقّق أنّ: $2^3\equiv -1[9]$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $2^{6n}+n-1\equiv 0[9]$.

التمرين 14: (06 نقاط) بكالوريا 2014// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

عيّن الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

		الاقتراح (أ)	الاقتراح (ب)	الاقتراح (ج)
1	عدد قواسم العدد 1435 هو:	8	5	2
2	إذا كان $a\equiv -1[8]$ فإن باقي قسمة a على 8 هو:	-1	7	6
3	العددان 1435 و2014 متوافقان بترديد:	2	4	3
4	إذا كان $x\equiv 2[5]$ وَ $y\equiv 2[5]$ فإنّ:	$x^9+y^9\equiv 3[5]$	$x^9+y^9\equiv 2[5]$	$x^9+y^9\equiv 4[5]$
5	لدينا $27\equiv 21[6]$ إذن:	$9\equiv 7[6]$	$9\equiv 7[2]$	$9\equiv 7[3]$

التمرين 15: (05 نقاط) بكالوريا 2015// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد، مع التعليل، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

1)إذا كان a عددا صحيحاً حيث: $a \equiv -1[5]$ فإنّ:

أ) $a \equiv 2[5]$ ب) $a \equiv 6[5]$ ج) $a \equiv 99[5]$.

2)باقي القسمة الإقليدية للعدد 99- على 7 هو:

أ) -1 ب) 6 ج) 1.

3)من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $10^n - 1$ يَقبل القسمة على:

أ) 3 ب) 5 ج) 2.

4)مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:

أ) عدد زوجي ب) مضاعف للعدد 3 ج) مضاعف للعدد 4.

التمرين 16: (06 نقاط) بكالوريا 2015// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

a و b عددان صحيحان يحقّقان: $a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$.

1)عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b.

2)بيّن أنّ العددين $a^3 + 1$ و $b^3 - 1$ يقبلان القسمة على 7.

3)أ) تحقّق أنّ: $a \equiv 2015[7]$ و $b \equiv 1436[7]$.

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$.

ج) استنتج أنّ: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0[7]$.

التمرين 17: (05 نقاط) بكالوريا 2016// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

1)عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 2^0، 2^1، 2^2، 2^3 و 2^4 على العدد 5.

2)أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n يكون: $2^{4n} \equiv 1[5]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5.

3)عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$.

التمرين 18: (06 نقاط) بكالوريا 2016// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

1)أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9.

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k: $4^{3k} \equiv 1[9]$.

جـ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9.

د) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2015^{2016} على 9.

2)أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $8^{2n} \equiv 1[9]$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $8^{2n} + 4^n + 1$ مضاعفاً للعدد 9.

التمرين 19: (06 نقاط) بكالوريا 2017_د01// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغ

نعتبر الأعداد الطبيعية a، b و c حيث $a = 2016$، $b = 1437$ و $c = 1954$.

1)عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من a، b و c على 5.

2)استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد: $a + b + c$، $a \times b \times c$ و b^4 على 5.

3)أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $b^{4n} \equiv 1[5]$.

ب) استنتج أنّ العدد $b^{2016}-1$ يقبل القسمة على 5.

4)أ) تحقّق أنّ: $c \equiv -1[5]$.

ب) بيّن أنّ: $c^{1438}+c^{2017} \equiv 0[5]$.

التمرين 20: (06 نقاط) بكالوريا 2017 _د01// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغ

a، b و c ثلاثة أعداد طبيعية حيث $a \equiv -5[7]$، $b=1966$ و $c=2017$.

1)عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a، b و c على 7.

2)تحقّق أنّ: $b \equiv -1[7]$.

3)اثبت أنّ العدد: $b^{2017}+3\times c^{1438}-2$ يقبل القسمة على 7.

4)تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k، $2^{3k} \equiv 1[7]$ ثمّ استنتج أنّ: $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$.

5)عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون 2^n+3 قابلاً للقسمة على 7.

التمرين 21: (06 نقاط) بكالوريا 2017 _د02// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغ

1)أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 4، 4^2 و 4^3 على 9.

ب) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n} \equiv 1[9]$.

جـ) استنتج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n+1} \equiv 4[9]$.

2)تحقّق أنّ: $2020^{1438} \equiv 4[9]$.

3)بيّن أنّ العدد $(2020^{1438}-2017^2+1995)$ يقبل القسمة على 9.

التمرين 22: (06 نقاط) بكالوريا 2017 _د02// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغ

a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 14[13]$ وَ $b \equiv -1[13]$.

1)أ) بيّن أنّ باقي القسمة الإقليدية للعددين a و b على 13 هو 1 و 12 على الترتيب.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a+b$، $a-b$ و $2a+b^2$ على 13.

2)بيّن أنّ العدد $a^{1438}+b^{2017}$ يقبل القسمة على 13.

3)عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $b^{2017}+n+1438 \equiv 0[13]$.

التمرين 23: (06 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

1)ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5.

2)عيّن العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018=4a+2$.

3)بيّن أنّ العدد: $2^{2018}+2017^8-5$ يقبل القسمة على 5.

4)أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $12^n \equiv 2^n[5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n[5]$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n+(-3)^n-4 \equiv 0[5]$.

التمرين 24: (06 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث $a=4b+6$.

1)عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4.

2)بيّن أنّ a و b متوافقان بترديد 3.

3)نضع $b=489$.

أ) تحقّق أنّ $a \equiv -1[13]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $40^{2968} + a^{2018}$ على 13.

ج) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13.

التمرين 25: (06 نقاط) بكالوريا 2019// الموضوع 01// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

a و b عددان طبيعيان حيث: $a = 2019$ و $b = 2969$.

1)أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب) استنتج أنّ العددين a و $3b$ متوافقان بترديد 7.

2)بيّن أنّ: $9a + b \equiv 0[7]$.

3)تحقق أنّ: $2a \equiv -1[7]$ ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2969} \times 2^{2969}$ على 7.

4)عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث: $b^n + an + 2 \equiv 0[7]$.

التمرين 26: (06 نقاط) بكالوريا 2019// الموضوع 02// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أ.

a و b العددان الطبيعيان حيث $a = 2019$، $b = 1441$.

1)تحقق أنّ: $a \equiv 13[17]$.

2)بيّن أنّ: a و b متوافقان بترديد 17، ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 17.

3)بيّن أنّ $a \times b \equiv -1[17]$ ثمّ استنتج أنّ $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$.

4)أدرس تبعاً لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على 17.

5)بيّن أنّ: $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$.

6)عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$.

مجلة العبقري في الرياضيات (الحساب -بكالوريات جزائرية)
الحلول// الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أجنبية.

حل التمرين 01: (06 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: $a = 1428$ وَ $b = 2006$.

1/أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9:

لدينا: $a = 9(158) + \boxed{6}$ أي: $\boxed{a \equiv 6[9]}$، ومنه: باقي قسمة a على 9 هو $\boxed{6}$.

ب) تبيان أنّ $b \equiv -1[9]$: (نُبين أنّ الفرق $b - (-1)$ مضاعف لـ 9)

لدينا: $b - (-1) = b + 1 = 2007 = 9(223)$ أي: $b - (-1) \equiv 0[9]$ إذن: $\boxed{b \equiv -1[9]}$.

جـ) لدينا: $b \equiv -1[9]$ ومنه: $b \equiv (-1+9)[9]$ أي: $b \equiv 8[9]$، ومنه: باقي قسمة b على 9 هو $\boxed{8}$.

نلاحظ أنّ: العددان a وَ b **ليس لهما نفس الباقي** على 9، فهما **غير متوافقين** بترديد 9.

2/أ) تعيين باقي قسمة العدد $(a + b^2)$ على 9:

لدينا: $\begin{cases} a \equiv 6[9] \\ b \equiv -1[9] \end{cases}$ ومنه: $a + b^2 \equiv 6 + (-1)^2[9]$ أي: $a + b^2 \equiv 7[9]$

إذن: باقي قسمة $(a + b^2)$ على 9 هو $\boxed{7}$.

ب) استنتاج باقي قسمة $(a + b^2)$ على 3:

حسب نتيجة السؤال أ) لدينا: $a + b^2 \equiv 7[9]$

معناه: $(k \in \mathbb{N})\ a + b^2 = 9k + \boxed{7}$

ومنه: $a + b^2 = 3(3k) + 3(2) + 1 = 3(3k+2) + 1 = 3k' + \boxed{1}$

(حيث $k' = k + 2$)

إذن: باقي قسمة $(a + b^2)$ على 3 هو $\boxed{1}$.

حل التمرين 02: (04 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1-حساب باقي قسمة كل من 3^2، 3^3، 3^4، 3^5، 3^6 على 7:

لدينا: $\boxed{3^2 \equiv 2[7]}$، إذن: باقي قسمة 3^2 على 7 هو 2.

$\boxed{3^3 \equiv 6[7]}$، إذن: باقي قسمة 3^3 على 7 هو 6.

$\boxed{3^4 \equiv 4[7]}$، إذن: باقي قسمة 3^4 على 7 هو 4.

$\boxed{3^5 \equiv 5[7]}$، إذن: باقي قسمة 3^5 على 7 هو 5.

$\boxed{3^6 \equiv 1[7]}$، إذن: باقي قسمة 3^6 على 7 هو 1.

2-تعيين باقي قسمة كل من، 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم:

- لدينا: $3^6 \equiv 1[7]$ ومنه: $(n \in \mathbb{N}^*)\ (3^6)^n \equiv (1)^n[7]$

وعليه: $\boxed{3^{6n} \equiv 1[7]}$ إذن: باقي قسمة 3^{6n} على 7 هو $\boxed{1}$.

▪ ولدينا: $\begin{cases} 3^{6n} \equiv 1[7] \\ 3^4 \equiv 4[7] \end{cases}$، ومنه: $3^{6n} \times 3^4 \equiv (1 \times 4)[7]$

أي: $\boxed{3^{6n+4} \equiv 4[7]}$ إذن: باقي قسمة 3^{6n+4} على 7 هو $\boxed{4}$.

استنتاج باقي قسمة 3^{2008} على 7:

نقسم الأس 2008 على الدور 6 نجد: $2008 = 6(334) + 4$ أي: $2008 = 6n + 4$ $(n = 334)$

ومنه: $\boxed{3^{2008} \equiv 4[7]}$، إذن: باقي قسمة 3^{2008} على 7 هو 4.

3-تبيان أنّ العدد، $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n:

لدينا: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv (3 \times 4 - 2 \times 1 + 4)[7]$

ومنه: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv (12 - 2 + 4)[7]$

أي: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv 14[7]$

وبالتالي: $\boxed{3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv \mathbf{0}[7]}$

إذن: $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ **يقبل القسمة** على 7 من أجل كل عدد طبيعي n.

حل التمرين 03: (05 نقاط) بكالوريا 2009// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: العدد الطبيعي $a = 25$

1.أ-التحقّق أنّ: $a \equiv 1[3]$:

ط1) لدينا: $a = 3(8) + \boxed{1}$ ومنه: باقي قسمة a على 3 هو $\boxed{1}$ إذن: $\boxed{a \equiv 1[3]}$.

ط2) نُبين أنّ الفرق $a - 1$ **مضاعف لـ** 3:

لدينا: $a - 1 = 25 - 1 = 24 = 3(8)$ أي: $a - 1 \equiv 0[3]$ إذن: $\boxed{a \equiv 1[3]}$.

ب-استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3:

لدينا: $a \equiv 1[3]$ ومنه: $2a^2 + 4 \equiv 2(1)^2 + 1[3]$

أي: $2a^2 + 4 \equiv 3[3]$

وبالتالي: $\boxed{2a^2 + 4 \equiv 0[3]}$، إذن: باقي قسمة العدد $2a^2 + 4$ على 3 هو 0.

ج-تبيان أنّ: $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$:

لدينا: $a \equiv 1[3]$ ومنه: $a^{360} - 5 \equiv (1)^{360} + 1[3]$

أي: $a^{360} - 5 \equiv (1 + 1)[3]$ إذن: $\boxed{a^{360} - 5 \equiv 2[3]}$

2.أ) دراسة، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة العدد 5^n على 3:

لدينا: $5^0 \equiv 1[3]$، $5^1 \equiv 2[3]$ و $5^2 \equiv 1[3]$.

ومنه: بواقي قسمة 5^n على 3 تُشكل **متتالية دورية**، دورها 2.

إذن: $5^{2k} \equiv 1[3]$، $5^{2k+1} \equiv 2[3]$ $(k \in \mathbb{N})$

ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $5^n + a^2 \equiv 0[3]$:

$5^n + a^2 \equiv 0[3]$ يعني: $5^n + 1 \equiv 0[3]$

ومنه: $5^n \equiv -1[3]$

وعليه: $5^n \equiv 2[3]$

حسب نتيجة السؤال أ) فإنّ: $\boxed{n = 2k + 1}$، (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 04: (05 نقاط) بكالوريا 2009// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1°) دراسة تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9:

لدينا: $7^0 \equiv 1[9]$، $7^1 \equiv 7[9]$، $7^2 \equiv 4[9]$، $7^3 \equiv 1[9]$.

ومنه: بواقي قسمة 7^n على 9 تُشكل **متتالية دورية**، دورها 3.

إذن: $\begin{cases} 7^{3k} \equiv 1[9] \\ 7^{3k+1} \equiv 7[9] \\ 7^{3k+2} \equiv 4[9] \end{cases}$، $(k \in \mathbb{N})$

2°) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد، $(1429^{2009} + 2008^{1430})$ على 9:

- لدينا: $1429 \equiv 7[9]$ ومنه: $1429^{2009} \equiv 7^{2009}[9]$

إذن: $\boxed{1429^{2009} \equiv 4[9]}$، (لأنّ $2009 = 3(669) + 2$ من الشكل $3k + 2$)

- ولدينا من جهة أخرى: $2008 \equiv 1[9]$ ومنه: $2008^{1430} \equiv 1^{1430}[9]$ إذن: $\boxed{2008^{1430} \equiv 1[9]}$

نجد: $1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv (4 + 1)[9]$

أي: $\boxed{1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 5[9]}$، إذن: باقي قسمة $1429^{2009} + 2008^{1430}$ على 9 هو 5.

3°) تبيان أنّ العدد A حيث، $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n:

A يقبل القسمة على 9 معناه: $A \equiv 0[9]$

نُبين أنّ $A \equiv 0[9]$:

لدينا: $7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6 \equiv (1 + 7 + 4 + 6)[9]$

ومنه: $A \equiv 18[9]$

وعليه: $\boxed{A \equiv 0[9]}$، إذن: A **يقبل القسمة** على 9 من أجل كل عدد طبيعي n.

حل التمرين 05: (06 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: $a = 2010$ وَ $b = 1431$.

1.أ-تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7:

لدينا: $a = 7(287) + \boxed{1}$ أي: $\boxed{a \equiv 1[7]}$ إذن: باقي قسمة a على 7 هو 1.

لدينا: $b = 7(204) + \boxed{3}$ أي: $\boxed{b \equiv 3[7]}$ إذن: باقي قسمة b على 7 هو 3.

ب-استنتاج مما سبق، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7:

لدينا: $a + 2b \equiv 1 + 2(3)[7]$ أي: $a + 2b \equiv 7[7]$ وبالتالي: $\boxed{a + 2b \equiv 0[7]}$،

إذن: باقي قسمة $a + 2b$ على 7 هو 0. (**معناه:** $(a + 2b)$ **يقبل القسمة** على 7)

جـ-التحقّق أنّ، $a^3 \equiv 1[7]$ وَ $b^3 \equiv 6[7]$:

- لدينا: $a \equiv 1[7]$ ومنه: $a^3 \equiv (1)^3[7]$ إذن: $\boxed{a^3 \equiv 1[7]}$.
- ولدينا: $b \equiv 3[7]$ ومنه: $b^3 \equiv (3)^3[7]$ أي: $b^3 \equiv 27[7]$ وبمأنّ: $27 \equiv 6[7]$ فإنّ: $\boxed{b^3 \equiv 6[7]}$.

استنتاج أنّ $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$:

لدينا: $\begin{cases} a^3 \equiv 1[7] \\ b^3 \equiv 6[7] \end{cases}$، ومنه: $a^3 + b^3 \equiv (1 + 6)[7]$

أي: $a^3+b^3\equiv 7[7]$ إذن: $\boxed{a^3+b^3\equiv 0[7]}$ (لأنّ $7\equiv 0[7]$)

2.إيجاد الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $n+2010^3\equiv 1431[7]$:

$n+2010^3\equiv 1431[7]$ $(n+a^3\equiv b[7])$ معناه: $n+1\equiv 3[7]$

ومنه: $n\equiv(3-1)[7]$

أي: $n\equiv 2[7]$

إذن: $\boxed{n=7k+2}$ (حيث $k\in\mathbb{N}$ عدد طبيعي)

استنتاج قيم n الأصغر من أو تساوي 16:

$n\le 16$ معناه: $7k+2\le 16$

ومنه: $k\le\frac{14}{7}$

أي: $\boxed{k\le 2}$، وبالتالي:

$k=$	0	1	2
$n=$	2	9	16

حل التمرين 06: (06 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

اختيار الإجابة الصحيحة، مع التعليل:

1.باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو: $\boxed{2}$.

لأنّ: $-203=5(-41)+\boxed{2}$ أي: $-203\equiv 2[5]$، إذن: الإجابة الصحيح هي: **ب).**

2. x عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5. فإنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x+5$ على 7 هو: $\boxed{1}$.

لأنّ: إذا كان $x\equiv 5[7]$ يكون: $2x\equiv 10[7]$

ومنه: $2x\equiv 3[7]$

وعليه: $2x+5\equiv(3+5)[7]$

أي: $2x+5\equiv 8[7]$ وبالتالي: $\boxed{2x+5\equiv 1[7]}$، إذن: الإجابة الصحيحة هي: **ب).**

3. **الدّوال كثيرات الحدود من الدرجة الثالثة.**

حل التمرين 07: (06 نقاط) بكالوريا 2011// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: $a=619$ و $b=2124$.

1.تبيّان أنّ العددين a و b متوافقان بترديد 5:

ط01: نُبين أنّ الفرق $(b-a)$ مضاعف لـ 5:

لدينا: $b-a=2124-619=1505=5(301)$ أي: $b-a\equiv 0[5]$ إذن: $\boxed{a\equiv b[5]}$.

ط02: نُبين أنّ للعددين a و b نفس الباقي في القسمة الإقليدية على 5:

لدينا: $a=5(123)+\boxed{4}$ أي: $\boxed{a\equiv 4[5]}$ إذن: باقي قسمة a على 5 هو $\boxed{4}$.

ولدينا: $b=5(424)+\boxed{4}$ أي: $\boxed{b\equiv 4[5]}$ إذن: باقي قسمة b على 5 هو $\boxed{4}$.

نلاحظ أنّ: للعددين a و b **نفس الباقي** في القسمة الإقليدية على 5 **فهما متوافقين** بترديد 5.

2.أ) تبيّان أنّ: $2124\equiv -1[5]$ $(b\equiv -1[5])$

نُبين أنّ الفرق $b-(-1)$ مضاعف لـ 5.

لدينا: $b-(-1)=b+1=2125=5(425)$ أي: $b-(-1)\equiv 0[5]$ إذن: $\boxed{b\equiv -1[5]}$.

ب)استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2124^{720} وَ 619^{721} على 5:

(استنتاج باقي قسمة b^{720} و a^{721} على 5)

- لدينا: $b\equiv -1[5]$ ومنه: $b^{720}\equiv (-1)^{720}[5]$ ويكون: $\boxed{b^{720}\equiv 1[5]}$ (**لأنّ** 720 عدد **زوجي**)

إذن: باقي قسمة b^{720} على 5 هو 1.

- ولدينا: $a\equiv -1[5]$ (**لأنّ** $a\equiv b[5]$ و $b\equiv -1[5]$)

ومنه: $a^{721}\equiv (-1)^{721}[5]$

ويكون: $a^{721}\equiv -1[5]$ (**لأنّ** 721 عدد **فردي**)

وبالتالي: $\boxed{a^{721}\equiv 4[5]}$، إذن: باقي قسمة a^{721} على 5 هو 4.

ج)تبيّان أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ: $2124^{2n}\equiv 1[5]$ ($b^{2n}\equiv 1[5]$)

لدينا: $b\equiv -1[5]$ ومنه: $b^{2n}\equiv (-1)^{2n}[5]$ ويكون: $\boxed{b^{2n}\equiv 1[5]}$ (**لأنّ** $2n$ عدد **زوجي**)

د)تعيّين قيم العدد طبيعي n حتى يكون: $2124^{4n}+619^{4n+1}+n\equiv 0[5]$:

- لدينا: $b\equiv -1[5]$ ومنه: $b^{4n}\equiv (-1)^{4n}[5]$ ويكون: $\boxed{b^{4n}\equiv 1[5]}$ (**لأنّ** $4n$ عدد **زوجي**)
- ولدينا: $a\equiv -1[5]$ ومنه: $a^{4n}\equiv (-1)^{4n}[5]$ ويكون: $\boxed{a^{4n}\equiv 1[5]}$ (**لأنّ** $4n$ عدد **زوجي**)

نجد: $a^{4n}\times a\equiv (1\times(-1))[5]$ ومنه: $a^{4n+1}\equiv -1[5]$ ويكون: $\boxed{a^{4n+1}\equiv 4[5]}$

- $b^{4n}+a^{4n+1}+n\equiv 0[5]$ تُكافئ: $1+4+n\equiv 0[5]$ ومنه: $n\equiv -5[5]$ وعليه: $n\equiv 0[5]$

إذن: $\boxed{n=5k}$ (**حيث** $k\in\mathbb{N}$ عدد طبيعي).

حل التمرين 08: (06 نقاط) بكالوريا 2011// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a، b و c أعداد صحيحة

باقي قسمة العدد a على 7 هو 3، أي: $\boxed{a\equiv 3[7]}$.

باقي قسمة العدد b على 7 هو 4، أي: $\boxed{b\equiv 4[7]}$.

باقي قسمة العدد c على 7 هو 6، أي: $\boxed{c\equiv 6[7]}$.

1-تعيّين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكلّ من العددين، $a\times b$، a^2-b^2:

- لدينا: $\begin{cases} a\equiv 3[7] \\ b\equiv 4[7]\end{cases}$ ومنه: $a\times b\equiv 12[7]$

وبالتالي: $\boxed{a\times b\equiv 5[7]}$، إذن: باقي قسمة $(a\times b)$ على 7 هو 5.

- ولدينا: $\begin{cases} a\equiv 3[7] \\ b\equiv 4[7]\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} a^2\equiv 9[7] \\ b^2\equiv 16[7]\end{cases}$ وبالتالي: $\begin{cases} a^2\equiv 2[7] \\ b^2\equiv 2[7]\end{cases}$ وعليه: $a^2-b^2\equiv 0[7]$

إذن: باقي قسمة (a^2-b^2) على 7 هو 0. ((a^2-b^2) **يقبل القسمة على** 7)

2-أ) اثبات أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $c^{2n}\equiv 1[7]$:

لدينا: $c\equiv 6[7]$ ومنه: $c\equiv (6-7)[7]$

أي: $c\equiv -1[7]$

وبالتالي: $c^{2n}\equiv (-1)^{2n}[7]$، إذن: $\boxed{c^{2n}\equiv 1[7]}$ (لأنّ $2n$ عدد **زوجي**)

ب) التحقّق أنّ $48 \equiv 6[7]$:

ط01: لدينا: $48 = 7(6) + \boxed{6}$ معناه: باقي قسمة 48 على 7 هو $\boxed{6}$ إذن: $\boxed{48 \equiv 6[7]}$.

ط02: (نُبين أنّ الفرق $(48-6)$ مضاعف لـ 7)

لدينا: $48 - 6 = 42 = 7(6)$ أي: $48 - 6 \equiv 0[7]$ إذن: $\boxed{48 \equiv 6[7]}$.

استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 48^{2010} و 48^{2011} على 7:

لدينا: $48 \equiv 6[7]$ ومنه: $48 \equiv (6-7)[7]$

أي: $48 \equiv -1[7]$

وعليه: $\begin{cases} 48^{2010} \equiv (-1)^{2010}[7] \\ 48^{2011} \equiv (-1)^{2011}[7] \end{cases}$، وبالتالي: $\boxed{48^{2010} \equiv 1[7]}$ (لأنّ 2010 عدد **زوجي**)

و $48^{2011} \equiv -1[7]$ (لأنّ 2011 عدد **فردي**)، ويكون: $\boxed{48^{2011} \equiv 6[7]}$

إذن: باقي قسمة 48^{2010} على 7 هو 1، وباقي قسمة 48^{2011} على 7 هو 6.

حل التمرين 09: (06 نقاط) بكالوريا 2012// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

ذِكر في كل حالة من الحالات إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التّعليل:

1.خاطئة، لأنّ:

ط 01: $\boxed{5 > 3}$.

ط 02: $n = 3n' + 5 = 3n' + 3 + 2 = 3(n'+1) + 2 = 3n'' + \boxed{2}$ (حيث $n'' = n' + 1$)

إذن: باقي قسمة n على 3 هو $\boxed{2}$.

2.صحيحة، لأنّ:

لدينا: $2^{2012} = 2^{3(670)+2} = 2^{3(670)} \times 2^2$.

ولدينا من جهة أخرى: $2^3 \equiv 1[7]$ ومنه: $(2^3)^{670} \equiv 1^{670}[7]$

أي: $\boxed{2^{3(670)} \equiv 1[7]}$ **(1)** وَ $\boxed{2^2 \equiv 4[7]}$ **(2)**

من **(1)** و **(2)** نجد: $2^{3(670)} \times 2^2 \equiv (1 \times 4)[7]$

أي: $2^{3(670)+2} \equiv 4[7]$

وبالتالي: $\boxed{2^{2012} \equiv 4[7]}$، إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4

3.صحيحة، لأنّ: $n \equiv 2[11]$ ومنه: $n^2 \equiv 4[11]$

وعليه: $2n^2 \equiv 8[11]$

ويكون: $2n^2 - 9 \equiv (8-9)[11]$

أي: $2n^2 - 9 \equiv -1[11]$

ومنه: $2n^2 - 9 \equiv (-1+11)[11]$

وبالتالي: $\boxed{2n^2 - 9 \equiv 10[11]}$،

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10.

4. **دالّة تناظرية**.

حل التمرين 10: (06 نقاط) بكالوريا 2012// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a و b عددان **طبيعيان** بحيث: $a+b\equiv 7[11]$ وَ $a-b\equiv 5[11]$.

1.أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2-b^2 على العدد 11:

نعلم أنّ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

لدينا: $\begin{cases}a+b\equiv 7[11]\\a-b\equiv 5[11]\end{cases}$ ومنه: $(a+b)(a-b)\equiv(7\times 5)[11]$

أي: $a^2-b^2\equiv 35[11]$

ولكون: $35\equiv 2[11]$ فإنّ: $\boxed{a^2-b^2\equiv 2[11]}$.

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2-b^2 على العدد 11 هو $\boxed{2}$.

ب) تبيّان أنّ: $2a\equiv 1[11]$ و $2b\equiv 2[11]$:

- لدينا: $\begin{cases}a+b\equiv 7[11]\\a-b\equiv 5[11]\end{cases}$، بالجمع نجد: $(a+b)+(a-b)\equiv(7+5)[11]$

أي: $a+b+a-b\equiv 12[11]$

ومنه: $2a\equiv 12[11]$

ولكون: $12\equiv 1[11]$ فإنّ: $\boxed{2a\equiv 1[11]}$.

- لدينا: $\begin{cases}a+b\equiv 7[11]\\a-b\equiv 5[11]\end{cases}$، بالطرح نجد: $(a+b)-(a-b)\equiv(7-5)[11]$

أي: $a+b-a+b\equiv 2[11]$

ومنه: $2b\equiv 2[11]$، إذن: $\boxed{2b\equiv 2[11]}$.

استنتاج أنّ $a\equiv 6[11]$ وَ $b\equiv 1[11]$:

- لدينا: $2a\equiv 1[11]$ ومنه: $12a\equiv 6[11]$ وبما أنّ: $12\equiv 1[11]$، فإنّ: $\boxed{a\equiv 6[11]}$.
- ولدينا: $2b\equiv 2[11]$ وبما أنّ: $2\equiv 2[11]$، فإنّ: $\boxed{b\equiv 1[11]}$.

2.أ) اثبات أنّ: $a^5\equiv -1[11]$:

لدينا: $a\equiv 6[11]$ ومنه: $a^5\equiv(6)^5[11]$

أي: $a^5\equiv 7776[11]$

وعليه: $a^5\equiv 10[11]$

ويكون: $a^5\equiv(10-11)[11]$، إذن: $\boxed{a^5\equiv -1[11]}$.

ب) استنتاج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k، $a^{10k}\equiv 1[11]$:

لدينا: $a^5\equiv -1[11]$ ومنه: $(a^5)^{2k}\equiv(-1)^{2k}[11]$ إذن: $\boxed{a^{10k}\equiv 1[11]}$ ($2k$ عدد **زوجي**)

3.أ) التحقق أنّ، $2012=10\times 201+2$:

لدينا: $10\times 201+2=2010+2=2012$. **(الانتقال من طرف والوصول إلى الطرف الآخر)**

ب) تعيّين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11:

- لدينا: $a^{2012}=a^{10(201)+2}=a^{10(201)}\times a^2$ حسب (ب.2) نجد: $\boxed{a^{10(201)}\equiv 1[11]}$ **(1)**
- ولدينا من جهة أخرى: $a\equiv 6[11]$ ومنه: $a^2\equiv 36[11]$ وعليه: $\boxed{a^2\equiv 3[11]}$ **(2)**

من **(1)** و **(2)** نجد: $a^{10(201)}\times a^2\equiv(1\times 3)[11]$،

وبالتالي: $\boxed{a^{2012} \equiv 3[11]}$، إذن: باقي قسمة a^{2012} على 11 هو 3.

حل التمرين 11: (06 نقاط بكالوريا 2013// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1-دراسة توافق العددان 2013 و718 بترديد 7:

ط01: لدينا: $2013 = 7(287) + \boxed{4}$ أي: $\boxed{2013 \equiv 4[7]}$

ولدينا: $718 = 7(102) + \boxed{4}$ أي: $\boxed{718 \equiv 4[7]}$

إذن: العددان 2013 و718 **متوافقان بترديد 7** لأنّ **لهما نفس الباقي** في القسمة الإقليدية على 7 وهو $\boxed{4}$.

ط02: لدينا: $2013 - 718 = 1295 = 7(185)$

أي: $2013 - 718 \equiv 0[7]$

وبالتالي: الفرق $(2013 - 718)$ **مضاعف لـ 7**، إذن: $\boxed{2013 \equiv 718[7]}$.

2-أ) تعيّين باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7:

لدينا: $4^6 \equiv 1[7]$ ($4^6 = 4096$)، إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7 هو $\boxed{1}$.

ب) استنتاج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$:

لدينا: $4^6 \equiv 1[7]$ ومنه: $(4^6)^n \equiv 1^n[7]$ ($n \in \mathbb{N}$)

وعليه: $4^{6n} \equiv 1[7]$

ويكون: $\boxed{4^{6n} - 1 \equiv 0[7]}$.

3-أ) تعيّين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و718 على 7:

- لدينا: $2013 = 7(287) + \boxed{4}$ أي: $\boxed{2013 \equiv 4[7]}$
- ولدينا: $718 = 7(102) + \boxed{4}$ أي: $\boxed{718 \equiv 4[7]}$

إذن: باقي قسمة كل من 2013 وَ718 على 7 هو $\boxed{4}$

ب) تبيّان أنّ، العدد $3 \times 718^{6n} + 2013$ يقبل القسمة على 7: (نُبين أنّ $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 0[7]$)

لدينا: $3 \times \mathbf{718}^{6n} + 2013 \equiv (3 \times \mathbf{4}^{6n} + 4)[7]$

ومنه: $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv (3(1) + 4)[7]$

وعليه: $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 7[7]$

وبالتالي: $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv \mathbf{0}[7]$

إذن: $3 \times 718^{6n} + 2013$ **يقبل القسمة** على 7.

4-أ) التحقّق أنّ، $1434 \equiv -1[7]$:

الطريقة 01: نُبين أنّ الفرق $(\, 1434 - (-1) \,)$ **مضاعف لـ 7**

لدينا: $1434 - (-1) = 1434 + 1 = 1435 = 7(205)$

أي: $1434 - (-1) \equiv 0[7]$،

إذن: $\boxed{1434 \equiv -1[7]}$.

ب) تعيّين الأعداد الطبيعية n، الأصغر من 25، بحيث، $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$:

$1434^{2n} + n \equiv 0[7]$ معناه: $(-1)^{2n} + n \equiv 0[7]$

ومنه: $1 + n \equiv 0[7]$ (لأنّ $2n$ **عدد زوجي**)

وعليه: $n \equiv -1[7]$

ويكون: $n \equiv 6[7]$، وبالتالي: $\boxed{n = 7k + 6}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$)

- $7k + 6 < 25$:أي $n < 25$
  ومنه: $7k < 19$
  وعليه: $k < \frac{19}{7}$
  وبالتالي: $k \in \{0; 1; 2\}$ إذن: $\boxed{n \in \{6; 13; 20\}}$.

حل التمرين 12: (06 نقاط بكالوريا 2013// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a و b عددان **صحيحان** حيث، $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 6[7]$.

1-تعيّين باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7:

لدينا: $\begin{cases} a \equiv 2[7] \\ b \equiv 6[7] \end{cases}$ ومنه: $3a + b \equiv 3(2) + 6[7]$

وعليه: $3a + b \equiv 12[7]$

ومنه: $\boxed{3a + b \equiv 5[7]}$، إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7 هو $\boxed{5}$.

2-تعيّين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7:

- لدينا: $a \equiv 2[7]$ ومنه: $a^2 \equiv 2^2[7]$ أي: $a^2 \equiv 4[7]$ **(1)**
- ولدينا: $b \equiv 6[7]$ ومنه: $b^2 \equiv 6^2[7]$ أي: $b^2 \equiv 36[7]$ وعليه: $b^2 \equiv 1[7]$ ويكون: $3b^2 \equiv 3[7]$ **(2)**

من **(1)** و **(2)** نجد: $a^2 + 3b^2 \equiv (4 + 3)[7]$

أي: $a^2 + 3b^2 \equiv 7[7]$

وبالتالي: $\boxed{a^2 + 3b^2 \equiv 0[7]}$

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7 هو $\boxed{0}$. ($a^2 + 3b^2$ **يقبل القسمة** على 7)

3-أ) التحقّق أنّ $b \equiv -1[7]$:

لدينا: $b \equiv 6[7]$ ومنه: $b \equiv (6 - 7)[7]$ إذن: $\boxed{b \equiv -1[7]}$.

ب) استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7:

- لدينا: $b \equiv -1[7]$ ومنه: $b^{2013} \equiv (-1)^{2013}[7]$
  وعليه: $b^{2013} \equiv -1[7]$ (لأنّ **2013** عدد **فردي**)
  وبالتالي: $\boxed{b^{2013} \equiv 6[7]}$، إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{2013} على 7 هو 6.
- لدينا: $b \equiv -1[7]$ ومنه: $b^{1434} \equiv (-1)^{1434}[7]$
  وعليه: $\boxed{b^{1434} \equiv 1[7]}$ (لأنّ **1434** عدد **زوجي**)
  إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{1434} على 7 هو 1

4-تعيّين الأعداد الطبيعية n بحيث، $(a + b)^n + n \equiv 0[7]$:

لدينا: $a + b \equiv (2 + 6)[7]$ أي: $a + b \equiv 8[7]$

ومنه: $a + b \equiv 1[7]$

وعليه: $(a + b)^n \equiv 1^n[7]$ (حيث $n \in \mathbb{N}$)

ويكون: $\boxed{(a + b)^n \equiv 1[7]}$.

$(a + b)^n + n \equiv 0[7]$ تُكافئ: $1 + n \equiv 0[7]$

ومنه: $n \equiv -1[7]$

وعليه: $n \equiv 6[7]$، إذن: $\boxed{n = 7k + 6}$ حيث $k \in \mathbb{N}$.

حل التمرين 13: (05 نقاط) بكالوريا 2014// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9:

لدينا: $28 = 9(3) + \boxed{1}$ أي: $\boxed{28 \equiv 1[9]}$ إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد 28 على العدد 9 هو $\boxed{1}$.

2) تبيان أنّه من أجل كل عدد طبيعي k، $10^k \equiv 1[9]$:

لدينا: $10 \equiv 1[9]$ ومنه: $10^k \equiv 1^k[9]$ $(k \in \mathbb{N})$

إذن: $\boxed{10^k \equiv 1[9]}$.

3) استنتاج أنّ $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1[9]$:

لدينا حسب نتيجة السؤال 1) $28 \equiv 1[9]$.

ولدينا حسب نتيجة السؤال 2): من أجل كل عدد طبيعي k، $10^k \equiv 1[9]$

يعني: $10^2 \equiv 1[9]$، $10^3 \equiv 1[9]$ و $10^4 \equiv 1[9]$

ومنه: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv (4(1) + 3(1) + 2(1) + 1)[9]$

وعليه: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv (4 + 3 + 2 + 1)[9]$

أي: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 10[9]$

إذن: $\boxed{4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1[9]}$ (لأنّ $10 \equiv 1[9]$).

4) أ) التحقق أنّ $2^3 \equiv -1[9]$:

ط01: لدينا: $2^3 = 8$ و $8 \equiv 8[9]$ ومنه: $8 \equiv (8 - 9)[9]$ أي: $8 \equiv -1[9]$ إذن: $\boxed{2^3 \equiv -1[9]}$.

ط02: نُبين أنّ الفرق $(-1) - 2^3$ مضاعف لـ 9

لدينا: $2^3 - (-1) = 2^3 + 1 = 9 = 9(1)$ أي: $2^3 - (-1) \equiv 0[9]$ إذن: $\boxed{2^3 \equiv -1[9]}$.

ب) تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث، $2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$:

لدينا: $2^{6n} = 2^{3 \times 2n} = (2^3)^{2n}$

ولدينا من جهة أخرى: $2^3 \equiv -1[9]$ ومنه: $(2^3)^{2n} \equiv (-1)^{2n}[9]$

ويكون: $\boxed{2^{6n} \equiv 1[9]}$ (لأنّ $2n$ **عدد زوجي**)

$2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$ تُكافئ: $1 + n - 1 \equiv 0[9]$

أي: $n \equiv 0[9]$

وبالتالي: n **مضاعف** لـ 9 (أو **يقبل القسمة على** 9)

إذن: $\boxed{n = 9k}$ حيث $k \in \mathbb{N}$.

حل التمرين 14: (06 نقاط) بكالوريا 2014// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

تعيين الاقتراح الصحيح، مع التبرير:

1)

$$\begin{array}{r|l} 1435 & 5 \\ 287 & 7 \\ 41 & 41 \\ 1 & \end{array}$$

ومنه: $\boxed{1435 = 5^1 \times 7^1 \times 41^1}$.

وبالتالي: عدد قواسم العدد 1435 هو $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 2 \times 2 = 8$

إذن: الاقتراح الصحيح هو الاقتراح (أ).

2) إذا كان $a \equiv -1[8]$ فإنّ $a \equiv (-1+8)[8]$ أي: $\boxed{a \equiv 7[8]}$، وبالتالي: باقي قسمة a على 8 هو $\boxed{7}$.

إذن: الاقتراح الصحيح هو الاقتراح (ب).

3)ط01: لدينـا: $2014 = 3(671) + \boxed{1}$ أي: $\boxed{2014 \equiv 1[3]}$

ولدينا: $1435 = 3(478) + \boxed{1}$ أي $\boxed{1435 \equiv 1[3]}$

نلاحظ أن: العددان 2014 و1435 **لهما نفس الباقي في القسمة الإقليدية على 3** فهما **متوافقان بترديد 3**.

إذن: الاقتراح الصحيح هو الاقتراح (ج).

ط02: لدينا: $2014 - 1435 = 579 = \mathbf{3}(193)$

أي: $2014 - 1435 \equiv 0[3]$

ومنه: الفرق $(2014 - 1435)$ **مضاعف لـ 3**.

وبالتالي: $\boxed{2014 \equiv 1435[3]}$، إذن: الاقتراح الصحيح هو الاقتراح (ج).

4) لدينا: $\begin{cases} x \equiv 2[5] \\ y \equiv 2[5] \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} x^9 \equiv 2^9[5] \\ y^9 \equiv 2^9[5] \end{cases}$

وبمأنّ: $2^9 = 512 \equiv 2[5]$ فإنّ: $\begin{cases} x^9 \equiv 2[5] \\ y^9 \equiv 2[5] \end{cases}$

وعليه: $\boxed{x^9 + y^9 \equiv 4[5]}$، إذن: الاقتراح الصحيح هو الاقتراح (ج).

5) لدينا: $27 \equiv 21[6]$

ط01: $27 \equiv 21[6]$ معناه: $3 \times 9 \equiv (3 \times 7)[3 \times 2]$ ومنه: $\boxed{9 \equiv 7[2]}$.

ط02: $27 \equiv 21[6]$ معناه: $27 = 6k + 21$

ومنه: $27 = 3(2k + 7)$

وعليه: $\frac{27}{3} = \frac{3(2k+7)}{3}$

أي: $9 = 2k + 7$

وبالتالي: $\boxed{9 \equiv 7[2]}$، إذن: الاقتراح الصحيح هو الاقتراح (ب).

حل التمرين 15: (05 نقاط) بكالوريا 2015// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

تعيّين الاقتراح الصحيح، مع التعليل:

1)إذا كان a عدداً صحيحاً حيث: $a \equiv -1[5]$، فإنّ: ج) $a \equiv 99[5]$.

لأنّ: لدينا: $a \equiv -1[5]$ ومنه: $a \equiv 4[5]$

ولدينا: $99 \equiv 4[5]$ إذن: $\boxed{a \equiv 99[5]}$.

2)باقي القسمة الإقليدية للعدد 99- على 7 هو: ب) 6

لأنّ: ط01: لدينا: $99 \equiv 1[7]$ ومنه: $-99 \equiv -1[7]$ وعليه: $\boxed{-99 \equiv 6[7]}$.

ط02: لدينا: **الفرق** $\mathbf{-99 - 6} = -105 = \mathbf{7}(-15)$

أي: $-99 - 6 \equiv 0[7]$

وبالتالي: **الفرق** $(-99 - 6)$ **مضاعف لـ 7**

إذن: $\boxed{-99 \equiv 6[7]}$.

3)من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $10^n - 1$ يَقبل القسمة على: أ) 3.

لأنّ: لدينا: $10 \equiv 1[3]$ ومنه: $10^n \equiv 1^n[3]$ ($n \in \mathbb{N}$)
أي: $10^n \equiv 1[3]$
وبالتالي: $\boxed{10^n - 1 \equiv 0[3]}$، إذن: $10^n - 1$ **يقبل القسمة على** 3.

4)مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً: ب) مضاعف للعدد 3.
لأنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، لدينا:
$\boldsymbol{n} + (\boldsymbol{n}+\mathbf{1}) + (\boldsymbol{n}+\mathbf{2}) = 3n + 3 = \mathbf{3}(n+1) = \mathbf{3}k$، (حيث $k = n+1$).

حل التمرين 16: (06 نقاط بكالوريا 2015// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a و b **عددان صحيحان** يحققان، $a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$.

1)تعيين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b:

- لدينا: $a \equiv 13[7]$ ومنه: $\boxed{a \equiv \mathbf{6}[7]}$ إذن: باقي قسمة a على 7 هو $\boxed{\mathbf{6}}$
- ولدينا: $b \equiv -6[7]$ ومنه: $b \equiv (-6+7)[7]$ أي: $\boxed{b \equiv \mathbf{1}[7]}$، إذن: باقي قسمة b على 7 هو $\boxed{\mathbf{1}}$.

2)تبيان أنّ العددين a^3+1 و b^3-1 يقبلان القسمة على 7:

نُبين أنّ $a^3 + 1 \equiv 0[7]$ وَ $b^3 - 1 \equiv 0[7]$.

- لدينا: $a \equiv 6[7]$ ومنه: $a \equiv -1[7]$
وعليه: $a^3 \equiv (-1)^3[7]$
نجد: $a^3 \equiv -1[7]$ (لأنّ **3 عدد فردي**)
وبالتالي: $\boxed{a^3 + 1 \equiv 0[7]}$
إذن: $a^3 + 1$ **يقبل القسمة على** 7.
- لدينا: $b \equiv 1[7]$ ومنه: $b^3 \equiv (1)^3[7]$ نجد: $b^3 \equiv 1[7]$ وبالتالي: $\boxed{b^3 - 1 \equiv 0[7]}$
إذن: $b^3 - 1$ **يقبل القسمة على** 7.

3)أ) التحقق أنّ، $a \equiv 2015[7]$ و $b \equiv 1436[7]$:

- لدينا: $\boxed{2015 \equiv \mathbf{6}[7]}$ (لأنّ باقي قسمة 2015 على 7 هو $\boxed{\mathbf{6}}$)
ولدينا من جهة أخرى: $\boxed{a \equiv \mathbf{6}[7]}$ إذن: $\boxed{a \equiv 2015[7]}$.
- لدينا: $\boxed{1436 \equiv \mathbf{1}[7]}$ (لأنّ باقي قسمة 1436 على 7 هو $\boxed{\mathbf{1}}$)
ولدينا من جهة أخرى: $\boxed{b \equiv \mathbf{1}[7]}$ إذن: $\boxed{b \equiv 1436[7]}$.

ب) تعيين باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$:

ط01:

- لدينا: $\begin{cases} a \equiv -1[7] \\ a \equiv 2015[7] \end{cases}$ ومنه: $2015 \equiv -1[7]$
- ولدينا: $\begin{cases} b \equiv 1[7] \\ b \equiv 1436[7] \end{cases}$ ومنه: $1436 \equiv 1[7]$،

نجد: $2015^3 + 1436^3 \equiv (-1)^3 + (1)^3[7]$
ومنه: $2015^3 + 1436^3 \equiv -1 + 1[7]$
وبالتالي: $\boxed{2015^3 + 1436^3 \equiv \mathbf{0}[7]}$.
إذن: باقي قسمة العدد $2015^3 + 1436^3$ على 7 هو $\boxed{\mathbf{0}}$. (العدد $2015^3 + 1436^3$ **يقبل القسمة على** 7)

ط02:

- لدينا: $\begin{cases} a \equiv 2015[7] \\ b \equiv 1436[7] \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} a^3 \equiv 2015^3[7] \\ b^3 \equiv 1436^3[7] \end{cases}$ بالجمع نجد: $a^3 + b^3 \equiv 2015^3 + 1436^3[7]$
- وحسب نتيجة السؤال 2) لدينا: $\begin{cases} a^3 + 1 \equiv 0[7] \\ b^3 - 1 \equiv 0[7] \end{cases}$ بالجمع نجد: $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$

وبالتالي: $\boxed{2015^3 + 1436^3 \equiv \mathbf{0}[7]}$.

إذن: باقي قسمة العدد $2015^3 + 1436^3$ على 7 هو $\boxed{\mathbf{0}}$. (العدد $2015^3 + 1436^3$ **يقبل القسمة على** 7)

ج) استنتاج أنّ $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0[7]$:

- لدينا: $1962 \equiv 2[7]$ ومنه: $1962^3 \equiv 2^3[7]$ أي: $1962^3 \equiv 8[7]$ ويكون: $1962^3 \equiv 1[7]$

ولدينا من جهة أخرى: $2015^3 + 1436^3 \equiv \mathbf{0}[7]$

وبالتالي: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0 - 1 + 1[7]$

إذن: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0 - 1 + 1[7]$.

حل التمرين 17: (05 نقاط) بكالوريا 2016// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 2^0، 2^1، 2^2، 2^3 و 2^4 على العدد 5:

لدينا: $\boxed{2^0 \equiv \mathbf{1}[5]}$، إذن: باقي قسمة 2^0 على 5 هو **1**.

$\boxed{2^1 \equiv \mathbf{2}[5]}$، إذن: باقي قسمة 2^1 على 5 هو **2**.

$\boxed{2^2 \equiv \mathbf{4}[5]}$، إذن: باقي قسمة 2^2 على 5 هو **4**.

$\boxed{2^3 \equiv \mathbf{3}[5]}$، إذن: باقي قسمة 2^3 على 5 هو **3**.

$\boxed{2^4 \equiv \mathbf{1}[5]}$، إذن: باقي قسمة 2^4 على 5 هو **1**.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n يكون، $2^{4n} \equiv 1[5]$:

لدينا: $2^4 \equiv 1[5]$ ومنه: $(2^4)^n \equiv (1)^n[5]$ $(n \in \mathbb{N})$، إذن: $\boxed{2^{4n} \equiv 1[5]}$

ب) استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5: (نقسم الأس 2016 على الدور 4)

لدينا: $2016 = 4(504)$ من الشكل $4n$

حسب السؤال 2)أ) نجد: $\boxed{2^{2016} \equiv 1[5]}$، إذن: باقي قسمة 2^{2016} على 5 هو **1**.

3) تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون، $2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$:

$2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$ تُكافئ: $1 + 2 + n \equiv 0[5]$

ومنه: $n \equiv -3[5]$

وعليه: $n \equiv \mathbf{2}[5]$، إذن: $\boxed{n = 5k + 2}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 18: (06 نقاط) بكالوريا 2016// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1) أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9:

لدينا: $\boxed{4^3 \equiv \mathbf{1}[9]}$ (لأنّ $4^3 = 64$)، إذن: باقي قسمة 4^3 على 9 هو **1**.

ب) استنتاج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k، $4^{3k} \equiv 1[9]$:

لدينا: $4^3 \equiv 1[9]$ ومنه: $(4^3)^k \equiv (1)^k[9]$ $(k \in \mathbb{N})$، إذن: $\boxed{4^{3k} \equiv 1[9]}$.

جـ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9:

لدينا: $4^0 \equiv 1[9]$، $4^1 \equiv 4[9]$، $4^2 \equiv 7[9]$ و $4^3 \equiv 1[9]$.

ومنه: بواقي قسمة 4^n على 9 تُشكل **متتالية دورية**، دورها 3.

إذن: $\begin{cases} 4^{3k} \equiv 1[9] \\ 4^{3k+1} \equiv 4[9] \\ 4^{3k+2} \equiv 7[9] \end{cases}$، (حيث $k \in \mathbb{N}$).

د) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد 2015^{2016} على 9:

ط01: لدينا: $2015 \equiv 8[9]$ ومنه: $2015 \equiv -1[9]$

وعليه: $2015^{2016} \equiv (-1)^{2016}[9]$

أي: $\boxed{2015^{2016} \equiv 1[9]}$ (2016 **زوجي**)

إذن: باقي قسمة 2015^{2016} على 9 هو $\boxed{1}$.

ط02: لدينا: $2015 \equiv 8[9]$ أي: $2015 \equiv 2^3[9]$

ومنه: $2015^{2016} \equiv (2^3)^{2016}[9]$

وعليه: $2015^{2016} \equiv (2^3)^{2\times1008}[9]$

ويكون: $2015^{2016} \equiv (2^2)^{3\times1008}[9]$

أي: $2015^{2016} \equiv 4^{3(1008)}[9]$

وبالتالي: $\boxed{2015^{2016} \equiv 1[9]}$ (**(سؤال 1)(ب)**)

إذن: باقي قسمة 2015^{2016} على 9 هو $\boxed{1}$.

2)أ) تبيان أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $8^{2n} \equiv 1[9]$:

لدينا: $8 \equiv -1[9]$ ومنه: $8^{2n} \equiv (-1)^{2n}[9]$ إذن: $\boxed{8^{2n} \equiv 1[9]}$ (لأنّ $2n$ عدد **زوجي**)

ب) تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $8^{2n} + 4^n + 1$ مضاعفاً للعدد 9:

العدد $8^{2n} + 4^n + 1$ **مضاعفاً للعدد** 9 معناه: $8^{2n} + 4^n + 1 \equiv \mathbf{0}[9]$

ومنه: $1 + 4^n + 1 \equiv \mathbf{0}[9]$ ($\boxed{8^{2n} \equiv 1[9]}$)

وعليه: $4^n \equiv -\mathbf{2}[9]$

ويكون: $4^n \equiv \mathbf{7}[9]$

وحسب نتيجة السؤال 1)جـ)، إذن: $\boxed{n = 3k + 2}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 19: (06 نقاط) بكالوريا 2017_د01// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ

لدينا: $a = 2016$، $b = 1437$ و $c = 1954$.

1)تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من a، b و c على 5:

- لدينا: $a = 5(403) + \boxed{1}$ ومنه: $\boxed{a \equiv 1[5]}$، إذن: باقي قسمة a على 5 هو $\boxed{1}$.
- لدينا: $b = 5(287) + \boxed{2}$ ومنه: $\boxed{b \equiv 2[5]}$، إذن: باقي قسمة b على 5 هو $\boxed{2}$.
- لدينا: $c = 5(390) + \boxed{4}$ ومنه: $\boxed{c \equiv 4[5]}$، إذن: باقي قسمة c على 5 هو $\boxed{4}$.

2)استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد، $a+b+c$، $a\times b\times c$ و b^4 على 5:

- لدينا: $\begin{cases} a\equiv 1[5] \\ b\equiv 2[5] \\ c\equiv 4[5]\end{cases}$ ومنه: $a+b+c\equiv(1+2+4)[5]$

أي: $a+b+c\equiv 7[5]$

وبالتالي: $\boxed{a+b+c\equiv \mathbf{2}[5]}$، إذن: باقي قسمة $a+b+c$ على 5 هو $\boxed{2}$.

- لدينا: $\begin{cases} a\equiv 1[5] \\ b\equiv 2[5] \\ c\equiv 4[5]\end{cases}$ ومنه: $a\times b\times c\equiv(1\times 2\times 4)[5]$

أي: $a\times b\times c\equiv 8[5]$

وبالتالي: $\boxed{a\times b\times c\equiv \mathbf{3}[5]}$، إذن: باقي قسمة $a\times b\times c$ على 5 هو $\boxed{3}$.

- لدينا: $b\equiv 2[5]$ ومنه: $b^4\equiv 2^4[5]$

أي: $b^4\equiv 16[5]$

وبالتالي: $\boxed{b^4\equiv \mathbf{1}[5]}$، إذن: باقي قسمة b^4 على 5 هو $\boxed{1}$.

3)أ) التحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $b^{4n}\equiv 1[5]$:

لدينا: $b^4\equiv 1[5]$ ومنه: $(b^4)^n\equiv (1)^n[5]$ $(n\in\mathbb{N})$، إذن: $\boxed{b^{4n}\equiv 1[5]}$.

ب) استنتاج أنّ العدد $b^{2016}-1$ يقبل القسمة على 5: (نقسم الأس 2016 على الدور 4)

لدينا: $b^{2016}\equiv 1[5]$ (لأنّ $2016=4(504)$)

ومنه: $b^{2016}-1\equiv(1-1)[5]$

أي: $\boxed{b^{2016}-1\equiv \mathbf{0}[5]}$، إذن: $b^{2016}-1$ **يقبل القسمة على** 5.

4)أ) التحقق أنّ $c\equiv -1[5]$:

لدينا: $c\equiv 4[5]$ ومنه: $c\equiv(4-5)[5]$ إذن: $\boxed{c\equiv -1[5]}$.

ب) تبيان أنّ $c^{1438}+c^{2017}\equiv 0[5]$:

لدينا: **حسب نتيجة السؤال السابق 4)أ)** $c\equiv -1[5]$

ومنه: $c^{1438}+c^{2017}\equiv(-1)^{1438}+(-1)^{2017}[5]$

وبمأنّ $(-1)^{1438}=1$ (لأنّ 1438 **عدد زوجي**) **و** $(-1)^{2017}=-1$ (لأنّ 2017 **عدد فـردي**)

فإنّ: $c^{1438}+c^{2017}\equiv 1-1[5]$

إذن: $\boxed{c^{1438}+c^{2017}\equiv 0[5]}$.

حل التمرين 20: (06 نقاط) بكالوريا 2017_د01// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ

a، b و c **ثلاثة أعداد طبيعية** حيث $a\equiv -5[7]$، $b=1966$ و $c=2017$.

1)تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a، b و c على 7:

- لدينا: $a\equiv -5[7]$ ومنه: $a\equiv(-5+7)[7]$ أي: $\boxed{a\equiv \mathbf{2}[7]}$، إذن: باقي قسمة a على 7 هو $\boxed{2}$.
- لدينا: $b=7(280)+\boxed{6}$ ومنه: $\boxed{b\equiv \mathbf{6}[7]}$، إذن: باقي قسمة b على 7 هو $\boxed{6}$.
- لدينا: $c=7(288)+\boxed{1}$ ومنه: $\boxed{c\equiv \mathbf{1}[7]}$، إذن: باقي قسمة c على 7 هو $\boxed{1}$.

2)التحقّق أنّ: $b \equiv -1[7]$:

ط01: لدينا: $b \equiv 6[7]$ ومنه: $b \equiv (6-7)[7]$ إذن: $\boxed{b \equiv -1[7]}$.

ط02: لدينا: $b-(-1) = b+1 = 1967 = 7(281)$

أي: $b-(-1) \equiv 0[7]$

إذن: $\boxed{b \equiv -1[7]}$.

3)اثبات أنّ العدد، $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2$ يقبل القسمة على 7:

لدينا: $\begin{cases} b \equiv -1[7] \\ c \equiv 1[7] \end{cases}$ ومنه: $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2 \equiv (-1)^{2017} + 3(1)^{1438} - 2[7]$

وعليه: $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2 \equiv -1 + 3(1) - 2[7]$

أي: $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2 \equiv -1 + 3 - 2[7]$

وبالتالي: $\boxed{b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2 \equiv 0[7]}$

إذن: $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2$ يقبل القسمة على 7.

4)التحقّق أنّ من أجل كل عدد طبيعي k، $2^{3k} \equiv 1[7]$:

لدينا: $2^3 \equiv 1[7]$ (لأنّ $2^3 = 8$)، ومنه: $(2^3)^k \equiv (1)^k[7]$ $(k \in \mathbb{N})$، إذن: $\boxed{2^{3k} \equiv 1[7]}$.

استنتاج أنّ، $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$:

لاحظ أنّ $\boxed{2^{3k+1} = 2^{3k} \times 2^1}$ وَ $\boxed{2^{3k+2} = 2^{3k} \times 2^2}$

- لدينا: $\begin{cases} 2^{3k} \equiv 1[7] \\ 2^1 \equiv 2[7] \end{cases}$ ومنه: $2^{3k} \times 2^1 \equiv (1 \times 2)[7]$ إذن: $\boxed{2^{3k+1} \equiv 2[7]}$.
- لدينا: $\begin{cases} 2^{3k} \equiv 1[7] \\ 2^2 \equiv 4[7] \end{cases}$ ومنه: $2^{3k} \times 2^2 \equiv (1 \times 4)[7]$ إذن: $\boxed{2^{3k+1} \equiv 4[7]}$.

5)تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $2^n + 3$ قابلاً للقسمة على 7:

$2^n + 3$ قابلاً للقسمة على 7 معناه: $2^n + 3 \equiv 0[7]$

ومنه: $2^n \equiv -3[7]$

ويكون: $2^n \equiv 4[7]$

حسب السؤال السابق 4)، نستنتج أنّ: $\boxed{n = 3k+1}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 21: (06 نقاط) بكالوريا 2017_د02// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ

1)أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد، 4، 4^2 و 4^3 على 9:

لدينا: $\boxed{4^1 \equiv 4[9]}$، إذن: باقي قسمة 4 على 9 هو 4.

$\boxed{4^2 \equiv 7[9]}$، إذن: باقي قسمة 4^2 على 9 هو 7.

$\boxed{4^3 \equiv 1[9]}$، إذن: باقي قسمة 4^3 على 9 هو 1.

ب) تبيان أنّ من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n} \equiv 1[9]$:

لدينا: $4^3 \equiv 1[9]$ (**نتيجة السؤال 1)أ)**)

ومنه: $(4^3)^n \equiv (1)^n[9]$ $(n \in \mathbb{N})$

إذن: $\boxed{4^{3n} \equiv 1[9]}$.

جـ) استنتاج أنّ من أجل كل عدد طبيعي n، $4^{3n+1} \equiv 4[9]$:

لاحظ أنّ $\boxed{4^{3n+1} = 4^{3n} \times 4^1}$

- لدينا: $\begin{cases} 4^{3n} \equiv 1[9] \\ 4^1 \equiv 4[9] \end{cases}$ ومنه: $4^{3n} \times 4^1 \equiv (1 \times 4)[7]$ إذن: $\boxed{4^{3n+1} \equiv 4[9]}$.

2)التحقق أنّ، $2020^{1438} \equiv 4[9]$:

لدينا: $2020 = 9(224) + \boxed{4}$ ومنه: $\boxed{2020 \equiv 4[9]}$

وعليه: $2020^{1438} \equiv 4^{1438}[9]$ (**نقسم الأس 1438 على الدور 3**)

نجد: $1438 = 3(479) + 1$ من الشكل $3n + 1$

وبالتالي: $2020^{1438} \equiv 4^{3n+1}[9]$

إذن: $\boxed{2020^{1438} \equiv 4[9]}$.

3)تبيان أنّ العدد $2020^{1438} - 2017^2 + 1995$ يقبل القسمة على 9:

- لدينا: $\begin{cases} 2017 \equiv 1[9] \\ 1995 \equiv 6[9] \end{cases}$ لأنّ: $\begin{cases} 2017 = 9(224) + \boxed{1} \\ 1995 = 9(221) + \boxed{6} \end{cases}$
- ولدينا: $2020^{1438} \equiv 4[9]$ ومنه: $2020^{1438} - 2017^2 + 1995 \equiv 4 - (1)^2 + 6[9]$

وعليه: $2020^{1438} - 2017^2 + 1995 \equiv 9[9]$

وبالتالي: $\boxed{2020^{1438} - 2017^2 + 1995 \equiv 0[9]}$

إذن: العدد $(2020^{1438} - 2017^2 + 1995)$ **يقبل القسمة على** 9.

حل التمرين 22: (06 نقاط) بكالوريا 2017_د02// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ

لدينا: a و b **عددان صحيحان** حيث، $a \equiv 14[13]$ وَ $b \equiv -1[13]$.

1)أ) تبيان أنّ باقي القسمة الإقليدية للعددين a و b على 13 هو 1 و12 على الترتيب:

- لدينا: $a \equiv 14[13]$ ومنه: $a \equiv (14 - 13)[13]$ أي: $\boxed{a \equiv 1[13]}$ إذن: باقي قسمة a على 13 هو $\boxed{1}$.
- لدينا: $b \equiv -1[13]$ ومنه: $b \equiv (-1 + 13)[13]$ أي: $\boxed{b \equiv 12[13]}$ إذن: باقي قسمة b على 13 هو $\boxed{12}$

ب) استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a + b$، $a - b$ و $2a + b^2$ على 13:

- لدينا: $a + b \equiv 1 + (-1)[13]$ أي: $\boxed{a + b \equiv 0[13]}$، إذن: باقي قسمة $a + b$ على 13 هو $\boxed{0}$.

(**$a + b$ يقبل القسمة على 13**)

- لدينا: $a - b \equiv 1 - (-1)[13]$ أي: $\boxed{a - b \equiv 2[13]}$ إذن: باقي قسمة $a - b$ على 13 هو $\boxed{2}$.
- لدينا: $2a + b^2 \equiv 2(1) + (-1)^2[13]$ ومنه: $2a + b^2 \equiv (2 + 1)[13]$

أي: $\boxed{2a + b^2 \equiv 3[13]}$،

إذن: باقي قسمة $2a + b^2$ على 13 هو $\boxed{3}$.

2)تبيان أنّ العدد $a^{1438} + b^{2017}$ يقبل القسمة على 13:

لدينا: $a^{1438} + b^{2017} \equiv (1)^{1438} + (-1)^{2017}[13]$ ومنه: $a^{1438} + b^{2017} \equiv 1 + (-1)[13]$

أي: $\boxed{a^{1438} + b^{2017} \equiv 0[13]}$

إذن: العدد $a^{1438} + b^{2017}$ **يقبل القسمة على** 13.

3)تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث، $b^{2017}+n+1438\equiv 0[13]$:

لدينا: $b^{2017}\equiv -1[13]$ وَ $1438\equiv 8[13]$ (لأنّ $1438=13(110)+\boxed{8}$)

$b^{2017}+n+1438\equiv 0[13]$ تُكافئ: $-1+n+8\equiv 0[13]$

ومنه: $n\equiv -7[13]$

وعليه: $n\equiv 6[13]$، إذن: $\boxed{n=13k+6}$ (حيث $k\in\mathbb{N}$).

حل التمرين 23: (06 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

1)دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5:

لدينا: $2^0\equiv 1[5]$، $2^1\equiv 2[5]$، $2^2\equiv 4[5]$، $2^3\equiv 3[5]$، $2^4\equiv 1[5]$.

ومنه: بواقي قسمة 2^n على 5 تُشكل **متتالية دورية**، دورها $\boxed{4}$.

إذن: $\begin{cases}2^{4k}\equiv 1[5]\\2^{4k+1}\equiv 2[5]\\2^{4k+2}\equiv 4[5]\\2^{4k+3}\equiv 3[5]\end{cases}$، $(k\in\mathbb{N})$.

2)تعيين العدد الطبيعي a بحيث يكون، $2018=4a+2$:

$2018=4a+2$ يُكافئ: $4a=2018-2$

أي: $4a=2016$

وبالتالي: $a=\frac{2016}{4}=504$ إذن: $\boxed{2018=4(504)+2}$.

3)تبيان أنّ العدد، $2^{2018}+2017^8-5$ يقبل القسمة على 5:

- لدينا: $2^{2018}\equiv 4[5]$ (لأنّ $2018=4(504)+2$ من الشكل $4k+2$)
- ولدينا: $2017\equiv 2[5]$ ومنه: $2017^8\equiv 2^8[5]$ إذن: $2017^8\equiv 1[5]$ (لأنّ $8=4(2)$ من الشكل $4k$)

نجد: $2^{2018}+2017^8-5\equiv(4+1-5)[5]$

وبالتالي: $\boxed{2^{2018}+2017^8-5\equiv 0[5]}$، إذن: $2^{2018}+2017^8-5$ **يقبل القسمة على** 5.

4)أ) التحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $12^n\equiv 2^n[5]$ وَ $(-3)^n\equiv 2^n[5]$:

- لدينا: $12\equiv 2[5]$ ومنه: $12^n\equiv 2^n[5]$ $(n\in\mathbb{N})$ إذن: $\boxed{12^n\equiv 2^n[5]}$.
- لدينا: $-3\equiv 2[5]$ ومنه: $(-3)^n\equiv 2^n[5]$ $(n\in\mathbb{N})$ إذن: $\boxed{(-3)^n\equiv 2^n[5]}$.

ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث، $12^n+(-3)^n-4\equiv 0[5]$:

لدينا: $12^n+(-3)^n-4\equiv 0[5]$ تُكافئ $2^n+2^n-4\equiv 0[5]$ أي: $2\times 2^n-4\equiv 0[5]$

ط01: ومنه: $2^{n+1}\equiv 4[5]$ وبالتالي: $n+1=4k+2$ إذن: $\boxed{n=4k+1}$ (حيث $k\in\mathbb{N}$).

ط02: وعليه: $2\times 2^n\equiv 2\times 2[5]$ أي: $2^n\equiv 2[5]$ إذن: $\boxed{n=4k+1}$ (حيث $k\in\mathbb{N}$).

حل التمرين 24: (06 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع 02// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: a و b **عددان طبيعيان غير معدومين** حيث $a=4b+6$.

1)تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4:

بمأنّ $4>6$ فهو **ليس الباقي**

ط01: لدينا: $a=4b+6=4b+4(1)+2=4(b+1)+\boxed{2}$ ومنه: $\boxed{a\equiv 2[4]}$

إذن: باقي قسمة a على 4 هو $\boxed{2}$.

ط02: لدينا: $a = 4b + 6$ ومنه: $a \equiv 6[4]$ وبالتالي: $\boxed{a \equiv 2[4]}$ إذن: باقي قسمة a على 4 هو $\boxed{2}$.

2)تبيان أنّ a وb متوافقان بترديد 3: (نُبين أنّ الفرق $a - b$ مضاعف لـ 3)

لدينا: $a - b = (4b + 6) - b = 3b + 6 = \mathbf{3}(b + 2)$ ومنه: $a - b \equiv \mathbf{0}[\mathbf{3}]$ إذن: $\boxed{a \equiv b[\mathbf{3}]}$.

3)بوضع $b = 489$.

أ) تحقّق أنّ $a \equiv -1[13]$:

- لدينا: $b = 489$ ومنه: $a = 4b + 6 = 4(489) + 6 = 1962$
- ولدينا: $a = 1962 = 13(150) + \boxed{12}$ ومنه: $a \equiv 12[\mathbf{13}]$

وعليه: $a \equiv (12 - \mathbf{13})[\mathbf{13}]$ إذن: $\boxed{a \equiv -1[13]}$.

ط02: نُبين أنّ الفرق $(-1) - a$ مضاعف لـ 13.

لدينا: $a - (-1) = a + 1 = 1963 = \mathbf{13}(151)$ ومنه: $a - (-1) \equiv \mathbf{0}[\mathbf{13}]$ إذن: $\boxed{a \equiv -1[\mathbf{13}]}$

ب) استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13:

- لدينا: $\begin{cases} a \equiv -1[13] \\ 40 \equiv 1[13] \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} a^{2018} \equiv (-1)^{2018}[13] \\ 40^{2968} \equiv 1^{2968}[13] \end{cases}$

إذن: $\begin{cases} a^{2018} \equiv 1[13] \\ 40^{2968} \equiv 1[13] \end{cases}$ (لأنّ 2018 **عدد زوجي**)

- نجد: $a^{2018} + 40^{2968} \equiv 1 + 1[13]$ أي: $\boxed{a^{2018} + 40^{2968} \equiv 2[13]}$

إذن: باقي قسمة $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13 هو **2**.

ج) تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13:

لدينا: $a^{2n} + n + 3$ **قابلا للقسمة على** 13 معناه: $a^{2n} + n + 3 \equiv 0[13]$

ومنه: $(-1)^{2n} + n + 3 \equiv 0[13]$

وعليه: $1 + n + 3 \equiv 0[13]$ (لأنّ $2n$ **عدد زوجي**)

أي: $n + 4 \equiv 0[13]$

ومنه: $n \equiv -4[13]$

وعليه: $n \equiv \mathbf{9}[13]$ إذن: $\boxed{n = 13k + \mathbf{9}}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 25: (06 نقاط) بكالوريا 2019 // الموضوع 01// الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: $a = 2019$ و$b = 2969$.

1)أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a وb على 7:

- لدينا: $a = 7(288) + \boxed{3}$ ومنه: $\boxed{a \equiv \mathbf{3}[7]}$ إذن: باقي قسمة a على 7 هو $\boxed{3}$.
- لدينا: $b = 7(424) + \boxed{1}$ ومنه: $\boxed{b \equiv \mathbf{1}[7]}$ إذن: باقي قسمة b على 7 هو $\boxed{1}$.

ب) استنتاج أنّ العددين a و$3b$ متوافقان بترديد 7:

- لدينا: $\boxed{a \equiv \mathbf{3}[7]}$ **(1)**
- ولدينا: $b \equiv \mathbf{1}[7]$ ومنه: $\boxed{3b \equiv \mathbf{3}[7]}$ **(2)**

من **(1)** وَ**(2)** إذن: $\boxed{a \equiv 3b[7]}$.

ط02: لدينا: $a - 3b \equiv 3 - 3(1)[7]$ أي: $a - 3b \equiv \mathbf{0}[7]$ إذن: $\boxed{a \equiv 3b[7]}$.

2)تبيان أنّ: $\boldsymbol{9a + b \equiv 0[7]}$:

لدينا: $9a + b \equiv 9(3) + 1[7]$ أي: $9a + b \equiv 28[7]$ ومنه: $\boxed{9a + b \equiv \mathbf{0}[7]}$ (لأنّ $28 \equiv 0[7]$)

3)التحقق أنّ: $\boldsymbol{2a \equiv -1[7]}$:

ط01: لدينا: $a \equiv 3[7]$ ومنه: $2a \equiv 6[7]$ وعليه: $2a \equiv (6-7)[7]$ إذن: $\boxed{2a \equiv -1[7]}$.

ط02: نُبين أنّ الفرق $\boldsymbol{2a - (-1)}$ مضاعف لـ 7.

لدينا: $2a - (-1) = 2a + 1 = 2(2019) + 1 = 4039 = \mathbf{7}(577)$

ومنه: $2a - (-1) \equiv \mathbf{0}[7]$

إذن: $\boxed{2a \equiv -1[7]}$.

استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $\boldsymbol{2^{2969} \times a^{2969}}$ على 7:

لاحظ أنّ $\boldsymbol{2^{2969} \times a^{2969} = (2a)^{2969}}$

حسب السؤال السابق، لدينا: $2a \equiv -1[7]$ ومنه: $(2a)^{2969} \equiv (-1)^{2969}[7]$

وعليه: $2^{2969} \times a^{2969} \equiv -1[7]$ (لأنّ 2969 **عدد فردي**)

وبالتالي: $\boxed{2^{2969} \times a^{2969} \equiv \mathbf{6}[7]}$

إذن: باقي قسمة $2^{2969} \times a^{2969}$ على 7 هو $\boxed{6}$.

4)تعيين قيم العدد الطبيعي $\boldsymbol{n}$ حيث، $\boldsymbol{b^n + an + 2 \equiv 0[7]}$:

- لدينا: $b^n + an + 2 \equiv 0[7]$ معناه: $(1)^n + an + 2 \equiv 0[7]$

أي: $1 + an + 2 \equiv 0[7]$

ومنه: $an + 3 \equiv 0[7]$

وعليه: $an \equiv -3[7]$

بمأنّ $a \equiv 3[7]$ فإنّ $n \equiv -1[7]$ وبالتالي: $n \equiv \mathbf{6}[7]$ إذن: $\boxed{n = 7k + \mathbf{6}}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين 26: (06 نقاط) بكالوريا 2019 // الموضوع 02 // الشعبة: آ وف؛ لغ أ.

لدينا: $a = 2019$ وَ $b = 1441$.

1)التحقق أنّ: $\boldsymbol{a \equiv 13[17]}$:

ط01: لدينا: $a = 17(118) + \boxed{13}$، ومنه: $\boxed{a \equiv \mathbf{13}[17]}$

ط02: نُبين أنّ الفرق $\boldsymbol{a - 13}$ مضاعف لـ 17.

لدينا: $a - 13 = 2019 - 13 = 2006 = \mathbf{17}(118)$

ومنه: $a - 13 \equiv \mathbf{0}[17]$

إذن: $\boxed{a \equiv 13[17]}$.

2)تبيان أنّ، $\boldsymbol{a}$ و$\boldsymbol{b}$ متوافقان بترديد 17: (نُبين أنّ الفرق $\boldsymbol{a - b}$ مضاعف لـ 17)

لدينا: $a - b = 2019 - 1441 = 578 = \mathbf{17}(34)$ ومنه: $a - b \equiv \mathbf{0}[17]$ إذن: $\boxed{a \equiv b[17]}$.

استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $\boldsymbol{b}$ على 17:

بمأنّ $\begin{cases} a \equiv 13[17] \\ a \equiv b[17] \end{cases}$ فإنّ $\boxed{b \equiv 13[17]}$، إذن: باقي قسمة b على 17 هو $\boxed{13}$.

3)تبيان أنّ $a \times b \equiv -1[17]$:

- لدينا: $\begin{cases} a \equiv 13[17] \\ b \equiv 13[17] \end{cases}$ ومنه: $a \times b \equiv 169[17]$

وعليه: $a \times b \equiv 16[17]$

وبالتالي: $a \times b \equiv (16-17)[17]$ إذن: $\boxed{a \times b \equiv -1[17]}$.

استنتاج أنّ $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$:

لاحظ انّ $a^2 \times b^2 = (a \times b)^2$

حسب السؤال السابق، لدينا: $a \times b \equiv -1[17]$ ومنه: $(a \times b)^2 \equiv (-1)^2[17]$

أي: $a^2 \times b^2 \equiv 1[17]$

ومنه: $3a^2 \times b^2 \equiv 3[17]$

وعليه: $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv (3+14)[17]$

أي: $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 17[17]$

إذن: $\boxed{3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]}$ (لأنّ $17 \equiv 0[17]$)

4)دراسة تبعاً لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على 17:

لدينا: $13^0 \equiv \mathbf{1}[17]$ ،$13^1 \equiv \mathbf{13}[17]$ ،$13^2 \equiv \mathbf{16}[17]$ ،$13^3 \equiv \mathbf{4}[17]$ ،$13^4 \equiv \mathbf{1}[17]$.

ومنه: بواقي قسمة 13^n على 17 تُشكل **متتالية دورية**، دورها $\boxed{4}$.

إذن: $\begin{cases} 13^{4k} \equiv 1[17] \\ 13^{4k+1} \equiv 13[17] \\ 13^{4k+2} \equiv 16[17] \\ 13^{4k+3} \equiv 4[17] \end{cases}$ ، $(k \in \mathbb{N})$.

5)تبيان أنّ $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$:

لدينا: $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv a^{1954} + (a \times b)^{2n} + b^{2969} - 13[17]$

ومنه: $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 13^{1954} + (-1)^{2n} + 13^{2969} - 13[17]$

وعليه: $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 13^{4(488)+2} + (-1)^{2n} + 13^{4(742)+1} - 13[17]$

وبالتالي: $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 16 + 1 + 13 - 13[17]$

أي: $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 17[17]$

إذن: $\boxed{2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]}$ (لأنّ $17 \equiv 0[17]$)

6)تعيين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$:

$n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$ معناه: $n + 16^{1962} + 16 \equiv 0[17]$

ومنه: $n + (-1)^{1962} + 16 \equiv 0[17]$

وعليه: $n + 1 + 16 \equiv 0[17]$

وبالتالي: $n \equiv \mathbf{0}[17]$ إذن: $\boxed{n = 17k}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$).