العبقري في الرياضيات

الثالثة ثانوي

الشعب: ● تسيير وإقتصاد.

جمع وإعداد الأستاذ: بوعزة مصطفى.

مجلة العبقري في الرياضيات (الإحصاء)
الملخص // الشعبة: تسيير وإقتصاد.

ملخص: حول الإحصاء// التحضير الجيد بكالوريا// الشعبة: تسيير وإ.

سحابة النقط والنقطة المتوسطة:

- **النقطة المتوسطة** لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ هي: النقطة $G(\overline{x};\overline{y})$،

حيث:
$$\begin{cases} \overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=\dfrac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n} \\ \overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}y_i}{n}=\dfrac{y_1+y_2+\ldots+y_n}{n} \end{cases}.$$

مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا:

- ليكن هذا المستقيم هو (Δ):

معادلة مستقيم الانحدار (Δ) من الشكل: $y=ax+b$ حيث:

$$a=\frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)}=\frac{\left(\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}x_iy_i\right)-\overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$$ و $b=\overline{y}-a\overline{x}$ (لأنّ $G\in(\Delta)$).

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	x_1	x_2	…	x_n	المجموع Σ
y_i	y_1	y_1	…	y_n	
$x_i.y_i$	$x_1.y_1$	$x_2.y_2$	…	$x_n.y_n$	المجموع
$(x_i-\overline{x})^2$	$(x_1-\overline{x})^2$	$(x_2-\overline{x})^2$	…	$(x_n-\overline{x})^2$	المجموع

مجلة العبقري في الرياضيات (الإحصاء -بكالوريات جزائرية)

التمارين// الشعبة: تسيير وإقتصاد.

التمرين 01: (04 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يُمثل الجدول الآتي تطور إنتاج معمل الإسمنت خلال 6 سنوات من 2000 إلى 2005.

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج بالمليون طن y_i	3,8	4	4,5	4,8	5,2	5,6

1-مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس حيث وحدة الأطوال $2\ cm$.

2-عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G.

3-أ-بيّن أنّ a معامل توجيه مستقيم الانحدار (D) مُدورا إلى 10^{-2} هو $a = 0,37$.

علماً أنّ G نقطة من (D). عيّن معادلة مختصرة للمستقيم (D).

ب- من أهداف المعمل الوصول إلى انتاج 7,3 مليون كن في سنة 2009.

بيّن باستعمال التعديل الخطي السابق إذا كان هذا الهدف يمكن أن يتحقق؟

التمرين 02: (05 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

الجدول التالي يمثل تطور نسبة البطالة في بلد بين السنوات 1970 و2005.

السنة a_i	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
رتبة السنة $x_i = a_i - 1970$	0	5	10	15	20	25	30	35
النسبة المئوية y_i	1,3	1,5	1,5	1,3	1,4	2,2	2,5	2

1.مثّل بيانيا سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

($1\ cm$ لكل 5 سنوات على محور الفواصل و$1\ cm$ لكل $0,5\%$ على محور التراتيب).

2.جِد إحداثيتي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط ثم علّمها.

3.أ. بيّن أنّ المعادلة المختصرة لـ(Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي: $y = 0,03x + 1,19$ ثم ارسمه.

ب. ما هي نسبة البطالة المتوقعة في هذا البلد سنة 2009؟

جـ. ابتداءً من أي سنة تصبح النسبة المتوقعة للبطالة أكبر من 3%؟

التمرين 03: (04 نقاط) بكالوريا 2009// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يُمثّل الجدول التالي عدد الزوّار(بالآلاف) لأحد الحمّامات المعدنية بين سنتي 2000 و2007.

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد الزوّار y_i (بالآلاف)	4,5	4,9	5,5	5,2	5,7	6	6,8	7,4

1- مثّل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

(على محور الفواصل $2\ cm$ تُمثل سنة واحدة، على محور التراتيب: $1\ cm$ ألف زائر).

2- عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثمّ علّمها.

3- بيّن أنّ المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تُكتب على الشكل:

$$y = 0{,}38x + 4.$$

4- باستعمال التعديل الخطي السابق عيّن عدد زوّار هذا الحمّام في سنة 2010؟

التمرين 04: (05 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يُمثّل الجدول التالي ضغط الدم y_i بدلالة السن x_i لعينة من الرجال.

السن x_i	35	40	45	50	55	60	65
ضغط الدم y_i	12,2	12,4	12,5	13	13,3	13,6	14

1)مثّل الجدول بسحابة نقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(30; 11)$ وبوحدة $1\ cm$ لكل 5 سنوات على محور الفواصل و$2\ cm$ لكل وحدة على محور التراتيب.

2)أ) عيّن إحداثيي G النقطة المتوسطة للسحابة.

ب) مثّل النقطة G في المعلم السابق.

3)أوجد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا: $y = ax + b$، تُعطى a وb مُدورة إلى 10^{-2}.

4)أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق.

5)رجل عمره 70 سنة وضغط دمه 15,2. هل هذا معقول حسب هذا التعديل؟ علّل.

التمرين 05: (05 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يمثّل الجدول التالي تطور إنتاج سنوي بالطن لأحد أنواع الأسماك في إحدى المجمعات المائية لتربية الأسماك:

السنة	2004	2005	2006	2007	2008	2009
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج y_i	530	640	770	850	980	1115

1)مثّل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ المرفقة بالسلسلة الإحصائية في معلم متعامد

(على محور الفواصل $2\ cm$ يمثل سنة واحدة، على محور التراتيب $1\ cm$ يُمثل 100 طن من السمك).

2)عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة.

3)بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y = 115x + 411{,}67$.

4)عيّن إنتاج هذا المُجمع المائي في سنة 2015. (تُعطى كل النتائج مُدورة إلى 10^{-2})

التمرين 06: (04,5 نقطة) بكالوريا 2011// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

إليك فيما يلي جدول يمثل أجور 5 موظفين في مؤسسة وطنية وذلك حسب أقدميتهم في المهنة:

الأقدمية (بالسنوات) x_i	2	8	15	19	24
الأجرة (بالدنانير) y_i	32400	35400	39600	41400	44700

1)أ. مثّل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد

($1\ cm$ لكل سنتين على محور الفواصل و$1\ cm$ لكل 1000 دينار على محور التراتيب ويبدأ التدريج على هذا المحور ابتداءً من 30000).

ب. أذكر لماذا يمكننا إجراء تعديل خطي لهذه السحابة.

2)أ. عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط.

ب. لتكن $y = ax + b$ معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا.

- بيّن أنّ مُدوّر a إلى 10^{-3} هو 556,356.
- عيّن مُدوّر b إلى 10^{-3} باعتبار $a = 556,356$.

3)أ. باستعمال التعديل الخطي السابق، قدّر أجرة موظف له 30 سنة أقدمية.

ب. بعد كم سنة من العمل تتجاوز أجرة الموظف 50000 ديناراً؟

التمرين 07: (04,5 نقطة) بكالوريا 2011// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يمثّل الجدول التالي الكميات المُنتجة لسلعة شركة من سنة 2006 إلى سنة 2010. (الكميات مقدرة بالطن)

السنة	2006	2007	2008	2009	2010
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
كمية الإنتاج y_i	2,6	2,8	3,2	4	4,4

1.مثّل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.

($2\ cm$ يُمثل رتبة واحدة على محور الفواصل، $1\ cm$ يُمثل 0,4 طن على محور التراتيب).

2.عيّن إحداثيي G النقطة المتوسطة للسحابة ومثّلها في المعلم السابق.

3.أ) جِد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا.

ب) أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق.

4.ما هي كمية الإنتاج المتوقعة خلال سنة 2015؟

التمرين 08: (05 نقاط) بكالوريا 2012// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يعطي الجدول أدناه، كميات الحليب، مقدرة بالهكتولتر hL، التي تمّ تجميعها في إحدى ولايات الوطن من سنة 2006 إلى سنة 2011:

السنة	2006	2007	2008	2009	2010	2011
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
كمية الحليب المجمّعة y_i (بالهكتولتر hL)	25000	26000	28500	29000	31000	33498

1)مثّل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(0; 20000)$ وبوحدة $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$1cm$ لكل $2000hL$ على محور التراتيب.

2)أ- عيّن إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة.

ب-عيّن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا. (تعطى نتائج كل حساب مدوّرة إلى 10^{-2})

3)قدّر كمية الحليب التي يمكن تجميعها في سنة 2015 باستعمال التعديل الخطي السابق.

4)إذا اعتبرنا أن كمية الحليب المجمعة في السنوات الموالية لسنة 2011 تَتِمُّ بنفس الوتيرة التي تمت بها من سنة 2006 إلى سنة 2011، فابتداءً من أية سنة ستتعدى الكمية المجمعة $50000hL$؟

التمرين 09: (04 نقاط) بكالوريا 2013// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

الجدول التالي يُعطي تطور النسب المئوية من ميزانية إحدى الجامعات، والمخصّصة للإنفاق على البحث العلمي بين سنتي 2005 وَ2012.

السنة	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة المئوية $y_i\%$	3,3	3,8	4,5	4,7	5	5,2	5,7	6,2

1)مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

2)جِد إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط، ثمّ مثّلها.

3)بيّن أنّ المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y=0{,}38x+3{,}09$، ثمّ ارسمه.

4)بفرض أنّ تغيّر النسب المئوية يبقى على هذه الوتيرة في السنوات القادمة.

أ-قدّر النسبة المئوية لإنفاق هذه الجامعة على البحث العلمي في سنة 2015.

ب-في أيّة سنة تصبح النسبة المئوية المتوقّعة لإنفاق على البحث العلمي لهذه الجامعة هي 9,93%؟

التمرين 10: (04 نقاط) بكالوريا 2013// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

الجدول التالي يُعطي تطور عدد مستعملي الهاتف النقال في مدينة ما من سنة 2006 إلى سنة 2012:

السنة	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
عدد المستعملين y_i	21400	32400	48000	75600	121200	207000	280000

1)أ-مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد،

(نأخذ على محور الفواصل $1cm$ لكل سنة وعلى محور التراتيب $1cm$ لكل 20000 مستعمل).

ب-هل يمكن تسوية النقط السابقة بتعديل خطي؟ برّر إجابتك.

2)بوضع: $z_i=\ln y_i$ من أجل $i\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$. (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

أ-أنقل الجدول التالي على ورقة الإجابة، ثمّ أكمله:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i=\ln y_i$							

ب-مثّل سحابة $M'_i(x_i;z_i)$ في معلم متعامد آخر مبدؤه $O'(0;9)$ وبوحدة $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$5cm$ لكل وحدة على محور التراتيب.

جـ-جِد إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M'_i(x_i;z_i)$.

د-بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسة $(x_i;z_i)$ هي: $z=0{,}44x+9{,}51$.

3)أ-تحقّق أنّ: $y=ke^{0{,}44x}$، حيث k عدد حقيقي يُطلب تعيينه. (تدوّر النتيجة إلى الوحدة)

ب-بفرض أنّ عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة يتزايد بنفس الوتيرة، قدّر عددهم سنة 2014.

التمرين 11: (05 نقاط) بكالوريا 2014// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

أجب بصحيح أو خطأ، مع التبرير، في كل حالة من الحالات الآتية:

1/ متتاليات عددية.

2/الجدول الآتي يمثل سلسلة إحصائية:

x_i	1	2	3	4	5
y_i	8	9	12	12	13

أ) إحداثيات النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ هي $(3;10{,}8)$.

ب) معامل توجيه مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لسحابة النقط هو 3,1.

التمرين 12: (04,5 نقطة) بكالوريا 2014// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

الجدول الآتي يمثّل تغير سعر الكيلوغرام الواحد من مادة استهلاكية بين السنوات 2008 و2012.

السنة	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
سعر y_i $1kg$ بالدولار	3,64	3,76	3,81	3,95	4,39

1)احسب النسبة المئوية لتغير سعر الكيلوغرام الواحد من هذه المادة بين سنتي 2008 و2012.

2)مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

3)جِد إحداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط السابقة.

4)بيّن أنّ المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي:$y = 0{,}17x + 3{,}40$ (النتائج مدورة إلى 10^{-2})

5)بفرض أنّ تغير الكيلوغرام الواحد من هذه المادة يبقى على نفس الوتيرة في السنوات القادمة.

أ) قدّر سعر الكيلوغرام الواحد من هذه المادة في سنة 2016.

ب) في أيّة سنة سيصبح سعر الكيلوغرام الواحد من هذه المادة الاستهلاكية 5,61 دولارا؟

التمرين 13: (05 نقاط) بكالوريا 2015// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يعطي الجدول التالي الاستهلاك y_i (باللتر l لكل $100km$) من الوقود لقاطرة منجمية بدلالة سرعتها x_i مقدّرة بـ km/h.

x_i مقدّرة بـ (km/h)	50	60	70	80	90
y_i مقدّر بـ $(l/100km)$	3,2	3,4	3,8	4,4	5,2

1)مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

2)تعطى معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـy بدلالة x كالآتي:$y = 0{,}05x + 0{,}5$.

باستعمال هذا التعديل، ما هو تقديرك لاستهلاك هذه القاطرة من الوقود عندما تسير بسرعة قدرها $130km/h$؟

3)نبحث في هذا الجزء عن تعديل آخر.

أ) أتمم الجدول التالي:(تُدوَّرُ كل نتائج الحسابات إلى 10^{-2} عند ملء الجدول فقط)

x_i مقدّرة بـ (km/h)	50	60	70	80	90
y_i مقدّر بـ $(l/100km)$	3,2	3,4	3,8	4,4	5,2
$z_i = \ln y_i$					

ب) عيّن $(\overline{x};\overline{z})$ إحداثيي النقطة المتوسطة للسلسلة الإحصائية $(x_i;z_i)$.

ج) عيّن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ z بدلالة x على الشكل $z = ax + b$.

د) عبّر عن y بدلالة x؛ باستعمال هذا التعديل، ما هو تقديرك لاستهلاك القاطرة من الوقود عندما تسير بسرعة قدرها $130km/h$؟

هـ) في الواقع أنّه ابتداءً من السرعة $90km/h$، كلما ازدادت هذه الأخيرة بمقدار $10km/h$ ارتفع استهلاك القاطرة للوقود بمقدار $0{,}75l$.

من بين التعديلين السابقين؛ أيهما يُعطي أفضل تقدير لاستهلاك القاطرة من الوقود حينما تسير بسرعة $130km/h$؟

التمرين 14: (04 نقاط) بكالوريا 2016// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

الجدول التالي يُبيّن كمية الإنتاج السنوي بآلاف الأطنان من البطاطا لتعاونية فلاحية ما بين سنتي 2010 و2015.

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
كمية المنتوج بآلاف الأطنان y_i	25	30	33	42	48	55

1)مثّل سحابة النقط $(x_i; y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس حيث على محور الفواصل كل $1cm$ يمثل سنة واحدة وعلى محور التراتيب كل $1cm$ يمثل 10 آلاف طن.

2)احسب إحداثيات النقطة المتوسطة G ثم علّمها.

3)أ-اكتب معادلة من الشكل $y = ax + b$ لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا. (تُدوّر a وb إلى 10^{-2}).

ب-أنشئ المستقيم (Δ).

4)باستعمال هذا التعديل:

أ-احسب كمية إنتاج التعاونية سنة 2020.

ب-في أيّ سنة يتجاوز الإنتاج 120 ألف طن؟

التمرين 15: (04 نقاط) بكالوريا 2017_د01// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

الجدول التالي يمثل تطوّر ميزانية الإشهار بالمليون دينار لمؤسسة اقتصادية من سنة 2009 إلى سنة 2016.

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
الميزانية y_i بالمليون دينار	0,4	0,45	0,5	0,56	0,63	0,68	0,75	0,83

1)مثّل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.

(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$1cm$ لكل $100000DA$ على محور التراتيب)

2)جِد إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط ثم علّمها.

3)بيّن معادلة مستقيم الانحدار (Δ) بالمربّعات الدّنيا هي: $y = 0{,}06x + 0{,}33$، (النتائج تُدور إلى 10^{-2})

ثمّ ارسم المستقيم (Δ) في المعلم السابق.

4)أ) باستعمال التعديل الخطي السابق قدّر الميزانية المتوقعة سنة 2020.

ب) ابتداءً من أيّ سنة تتجاوز هذه الميزانية $1200000DA$.

التمرين 16: (04 نقاط) بكالوريا 2017_د01// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يمثّل الجدول التّالي نسب النجاح في امتحان شهادة البكالوريا لشعبة التسيير والاقتصاد بثانوية في الفترة من سنة 2010 إلى سنة 2014.

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
النسبة المئوية y_i	33,1	36,8	41,0	41,1	44,1
$z_i = \ln y_i$					

1)عيّن إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$.

2)لتكن $y = ax + b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا للسلسة $(x_i; y_i)$.

بيّن أنّ $a = 2{,}63$ ثمّ احسب قيمة b.

3)أ) أكمل السطر الأخير من الجدول أعلاه. (تُدور النتائج إلى 10^{-2})

ب) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسة $(x_i; z_i)$ هي: $z = 0{,}07x + 3{,}46$.

4)من بين التعديلين السابقين، ما هو التعديل الذي يعطي أكبر نسبة نجاح في سنة 2017؟

التمرين 17: (04 نقاط) بكالوريا 2017_د02// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

الجدول الآتي يعطي نسبة الأمية في بلد ما، خلال الفترة الممتدة من 1948 إلى 2008.

السنة	1948	1958	1968	1978	1988	1998	2008
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7
نسبة الأمية y_i	14	92	74,6	60	31	38,4	22

1)أ) احسب إحداثيي النقطة المتوسطة G. (تُدور النتائج إلى 10^{-2})

ب) مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد (على حامل محور الفواصل $1cm$ يمثل رتبة واحدة وعلى حامل محور التراتيب $1cm$ يمثّل 10%).

2)بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا هي: $y=-4,53x+65,54$.

3)باستعمال التّعديل الخطّي السّابق، قدّر نسبة الأمية في سنة 2038 في هذا البلد.

4)ابتداءً من أيّ سنة تكون نسبة الأمية في هذا البلد أقل من 5%.

التمرين 18: (04 نقاط) بكالوريا 2017_د02// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يمثّل الجدول الآتي تطوّر إنتاج مصنع للإسمنت خلال الفترة الممتدة من 2010 إلى 2014.

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5
الإنتاج بالمليون طن y_i	4,8	5	5,5	6,2	7

1)عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G، ثمّ مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد $(1cm$ يمثل رتبة واحدة على حامل محور الفواصل، $1cm$ يمثل 1 مليون طن على حامل محور التراتيب)

2)لتكن $y=ax+b$ معادلة (Δ)، مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا للسلسة $(x_i;y_i)$.

بيّن أنّ: $a=0,56$، ثمّ احسب b. (تُعطى النتيجة مدورة إلى 10^{-2})

3)من أهداف المصنع الوصول إلى إنتاج يفوق 8,45 مليون طن في سنة 2017.

هل يمكن تحقيق هذا الهدف باستعمال التعديل الخطي السابق؟ مع التبرير.

4)ابتداءً من أيّ سنة يتعدى إنتاج المصنع 10,17 مليون طن في السّنة.

التمرين 19: (04 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يمثّل الجدول التّالي تطوّر النسبة المئوية لنتائج شهادة البكالوريا في ثانوية ما، من سنة 2011 إلى سنة 2017.

السنة	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
النسبة المئوية $y_i\%$	44,78	49,79	51,36	56,07	58,84	62,45	75,01

1)مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد (نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$1cm$ لكل 5% على محور التراتيب).

2)احسب $(\overline{X};\overline{Y})$ إحداثيي G، النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$.

3)لتكن $y=ax+b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا للسلسة $(x_i;y_i)$.

بيّن أنّ $a=4,41$ (تُدور النتيجة إلى 10^{-2})، ثمّ احسب قيمة b.

4)باستعمال التعديل الخطي السابق، ابتداءً من أيّ سنة تتجاوز نسبة النجاح 80%؟

التمرين 20: (04 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

الجدول التالي يمثّل تطوّر عدد المتقاعدين من سنة 2009 إلى سنة 2014 بالجزائر. (الديوان الوطني للإحصائيات).

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد المتقاعدين y_i (بالملايين)	2,17	2,19	2,32	2,48	2,63	2,77

1)مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

(نأخذ كوحدة بيانية: $2cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$2cm$ لكل مليون متقاعد على محور التراتيب).

2)عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G ثمّ علّمها.

3)اكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا.

4)نفرض أنّ تطوّر عدد المتقاعدين يبقى على هذه الوتيرة في السنوات الموالية.

أ. قدّر عدد المتقاعدين في الجزائر في سنة 2020.

ب. ابتداءً من أيّ سنة يتعدّى عدد المتقاعدين في الجزائر 4 ملايين متقاعد.

التمرين 21: (05 نقاط) بكالوريا 2019// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يُمثّل الجدول التالي تطور الواردات في الجزائر مقدرة بالمليار دولار من سنة 2009 إلى سنة 2014.

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
الواردات y_i	39,29	40,47	47,25	47,49	54,85	58,33

(المرجع: المركز الوطني للإعلام الآلي والإحصاء التابع للجمارك)

1)مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

(نأخذ $1\ cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$1\ cm$ لكل 10 مليار دولار على محور التراتيب).

2)جِد إحداثيي النقطة المتوسطة G، ثمّ علّمها.

3)بيّن أنّ معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا لهذه السلسلة الإحصائية هي: $y = 3{,}96x + 34{,}09$

ثمّ مثّل (Δ). (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

4)اعتماداً على التعديل الخطي السابق، ابتداءً من أيّ سنة تفوق الواردات 77 مليار دولار؟

التمرين 22: (05 نقاط) بكالوريا 2019// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

يُمثّل الجدول التالي تطور الإنتاج السنوي (الوحدة: الطن) لأحد أنواع الأسماك في حوض مائي لتربية الأسماء.

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج (بالطن) y_i	490	510	595	630	840	999

1)مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

(نأخذ $1\ cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$1\ cm$ لكل 100 طن على محور التراتيب).

2)جِد إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السّحابة.

3)بيّن أنّ معادلة لمستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا لهذه السلسلة هي: $y = 102x + 320{,}33$ ومثّله بيانيا.

4)باعتبار أنّ كمية الإنتاج تتبع نفس الوتيرة:

أ) ما هي كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023؟

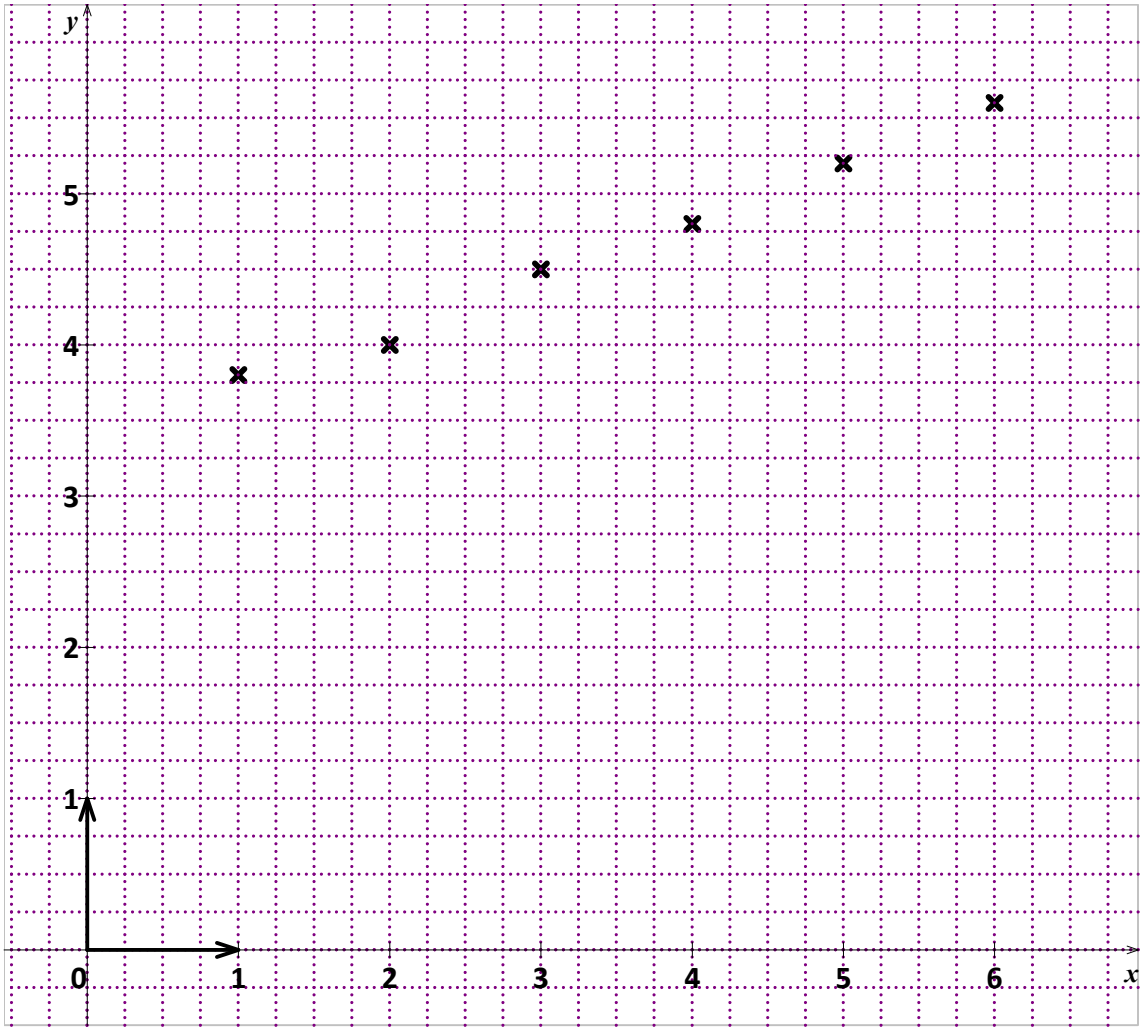
ب) ابتداءً من أي سنة تتجاوز كمية الإنتاج 2000 طن؟

مجلة العبقري في الرياضيات (الإحصاء -بكالوريات جزائرية)

الحلول// الشعبة: تسيير وإقتصاد.

حل التمرين 01: (04 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1-تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس حيث وحدة الأطوال $2\ cm$:



2-تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة G:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$، حيث:

$$\begin{cases} \overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{6}x_i}{6}=\dfrac{1+2+3+4+5+6}{6}=\dfrac{21}{3}=3,5 \\ \overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{6}y_i}{6}=\dfrac{3,8+4+4,5+4,8+5,2+5,6}{6}=\dfrac{27,9}{3}=4,65 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(3,5;4,65)}$.

3-أ-تبيان أنّ a معامل توجيه مستقيم الانحدار (D) مُدورا إلى 10^{-2} هو $a=0,37$:

لدينا: $a=\dfrac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)}=\dfrac{\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_iy_i\right)-\overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$ **ولحسابه نستعين بالجدول التالي:**

x_i	1	2	3	4	5	6	المجموع Σ
y_i	3,8	4	4,5	4,8	5,2	5,6	
$x_i.y_i$	3,8	8	14,4	18	26	33,6	103,8
$(x_i-\overline{x})^2$	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	26,5	17,5

بالتعويض نجد: $a=\dfrac{\left(\frac{103,8}{6}\right)-(3,5\times4,65)}{\frac{17,5}{6}}$ ومنه: مُدور a إلى 10^{-2} هو $a\simeq0,37$.

علماً أنّ G نقطة من (D)، تعيين معادلة مختصرة للمستقيم (D):

معادلة مستقيم الانحدار (D) من الشكل: $y=ax+b$ حيث

$$a=\frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)}=\frac{\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_iy_i\right)-\overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$$ وَ $b=\overline{y}-a\overline{x}$ (لأنّ $G\in(D)$)

ومنه: $b=\overline{y}-a\overline{x}=4,65-0,37(3,5)=3,36$ إذن: $\boxed{(D):y=0,37x+3,36}$.

ب- من أهداف المعمل الوصول إلى انتاج 7,3 مليون طن في سنة 2009.

تبيان باستعمال التعديل الخطي السابق إذا كان هذا الهدف يمكن أن يتحقق:

لدينا: رتبة السنة 2009 هو $x=2009-2000+1=10$،

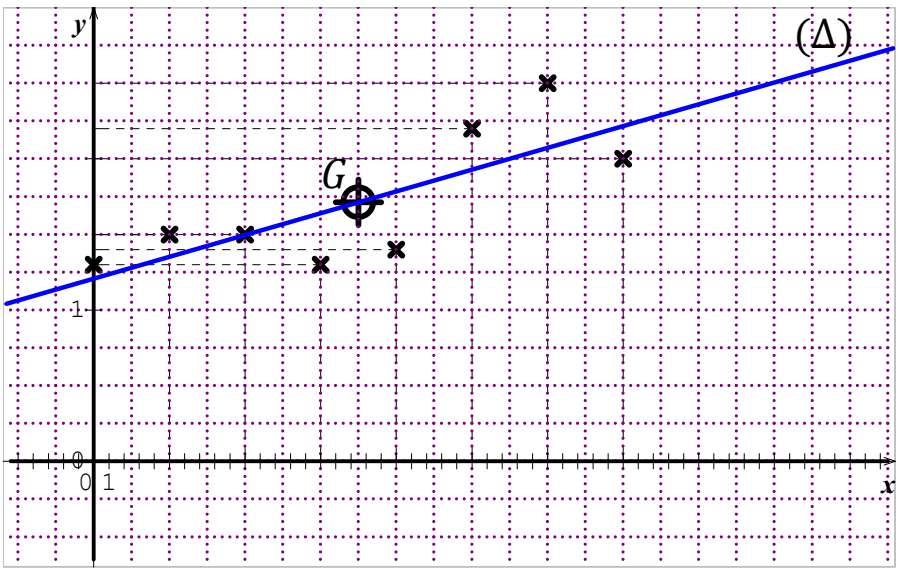
ومنه: من أجل $x=10$ نجد: $y=0,37(10)+3,36=7,06$

إذن: الهدف **لا يمكن** أن يتحقق (**لأنّ** $7,06<7,30$).

حل التمرين 02: (05 نقاط) بكالوريا 2008// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1.تمثّيل بيانيا سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد:

($1\ cm$ لكل 5 سنوات على محور الفواصل و$1\ cm$ لكل $0,5\%$ على محور التراتيب).



2.ايجاد إحداثيتي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط ثم تعليمها:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$،

$$\begin{cases} \overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{8}x_i}{8}=\dfrac{0+5+10+15+20+25+30+35}{8}=\dfrac{140}{8}=17,5 \\ \overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{8}y_i}{8}=\dfrac{1,3+1,5+1,5+1,3+1,4+2,2+2,5+2}{8}=\dfrac{13,7}{8}=1,7125 \end{cases}$$

حيث:

ومنه: $\boxed{G(17,5;1,7125)}$.

3.أ. تبيان أنّ المعادلة المختصرة لـ(Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي، $y=0,03x+1,19$ ثم رسمه:

معادلة مستقيم الانحدار (Δ) من الشكل: $y=ax+b$ حيث

$$a=\frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)}=\frac{\left(\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}x_iy_i\right)-\overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$$ وَ $b=\overline{y}-a\overline{x}$ (لأنّ $G\in(\Delta)$)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	0	5	10	15	20	25	30	35	المجموع $\sum$
y_i	1,3	1,5	1,5	1,3	1,4	2,2	2,5	2	
$x_i.y_i$	0	7,5	15	19,5	28	55	75	70	270
$(x_i-\overline{x})^2$	306,25	156,25	56,25	6,25	6,25	56,25	156,25	306,25	1050

بالتعويض نجد: $a=\frac{\left(\frac{270}{8}\right)-(17,5\times1,7125)}{\frac{1050}{8}}=\frac{33,75-(17,5\times1,7125)}{131,25}$ ومنه: $a\simeq0,03$.

ولدينا: $b=\overline{y}-a\overline{x}=1,7125-0,03(17,5)\simeq1,19$ إذن: $\boxed{(\Delta):y=0,03x+1,19}$.

ب. ايجاد نسبة البطالة المتوقعة في هذا البلد سنة 2009:

لدينا: رتبة السنة 2009 هي $x=2009-1970=39$،

ومنه: من أجل $x=39$ نجد: $y=0,03(39)+1,19=2,36\%$.

جـ. نسبة البطالة أكبر من 3% معناه: $y>3$

أي: $0,03x+1,19>3$

ومنه: $(x=61)\quad x>60,33$

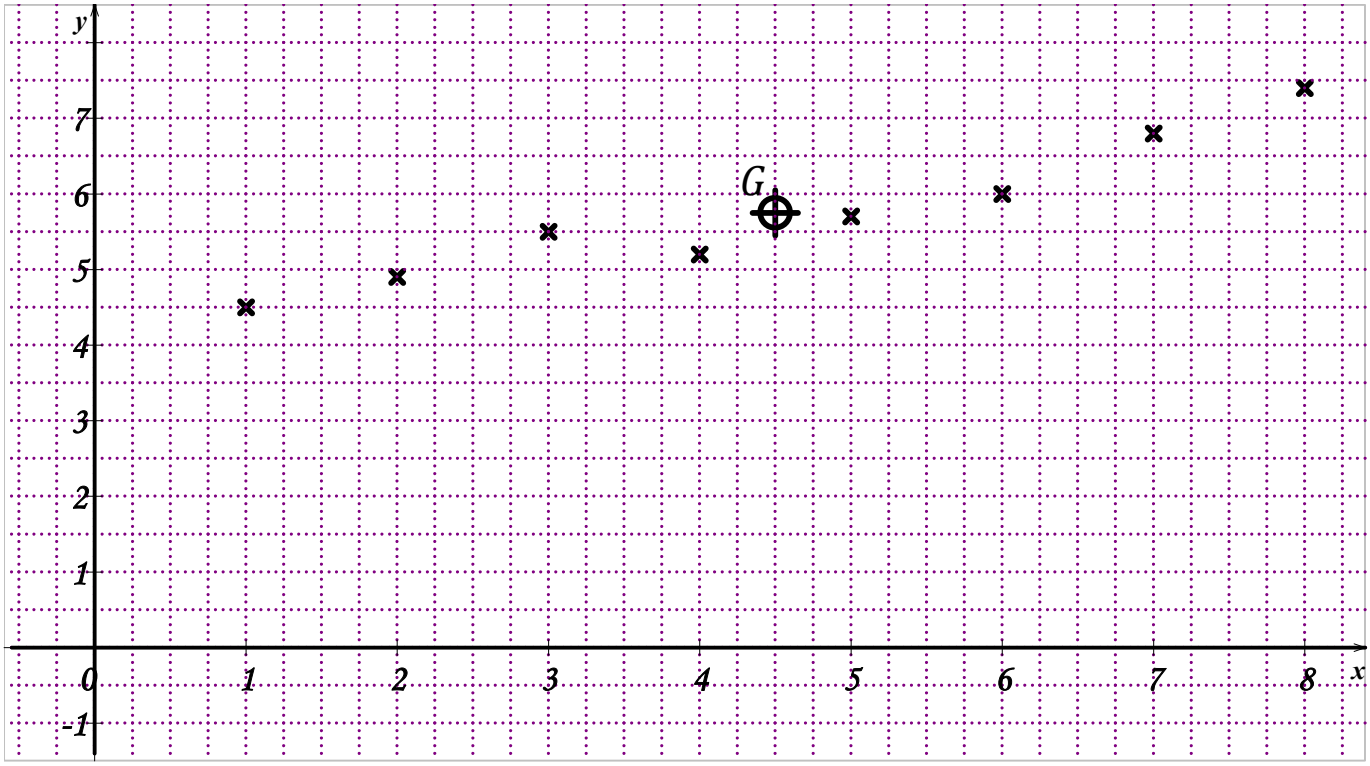
وبالتالي: السنة التي رتبتها 61 هي $1970+61=2031$،

إذن: ابتداءً من 2031 تكون نسبة البطالة أكبر من 3%.

حل التمرين 03: (04 نقاط) بكالوريا 2009// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1- تمثيل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد:

(على محوّر الفواصل $2\ cm$ تُمثل سنة واحدة، على محور التراتيب: $1\ cm$ ألف زائر).



2- تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثمّ تعليمها:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$،

حيث:

$$\begin{cases} \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{8} x_i}{8} = \dfrac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} = \dfrac{36}{8} = 4,5 \\ \overline{y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{8} y_i}{8} = \dfrac{4,5+4,9+5,5+5,2+5,7+6+6,8+7,4}{8} = \dfrac{46}{8} = 5,75 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(4,5;5,75)}$.

3- تبيان أنّ المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تُكتب على الشكل، $y = 0,38x + 4$:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y = ax + b$ حيث

$$a = \frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)} = \frac{\left(\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} x_i y_i\right) - \overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$ وَ $b = \overline{y} - a\overline{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	المجموع $\sum$
y_i	4,5	4,9	5,5	5,2	5,7	6	6,8	7,4	
$x_i.y_i$	4,5	9,8	16,5	20,8	28,5	36	47,6	59,2	222,9
$(x_i - \overline{x})^2$	12,25	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	12,25	42

بالتعويض نجد: $a = \frac{\left(\frac{222,9}{8}\right)-(4,5\times5,75)}{\frac{42}{8}} = \frac{27,8625-(4,5\times5,75)}{5,25}$ ومنه: $a \simeq 0,38$.

ولدينا: $0,38(4,5) \simeq 4$ $a\overline{x} = 5,75$ $b = \overline{y}$ إذن: $\boxed{y = 0,38x + 4}$.

4- باستعمال التعديل الخطي السابق، تعيين عدد زوّار هذا الحمّام في سنة 2010:

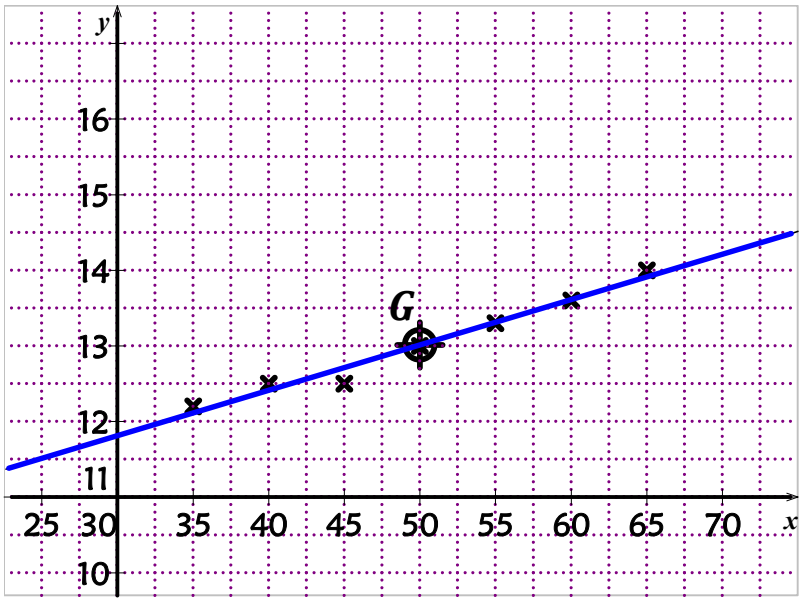
لدينا: رتبة السنة 2010 هي $x = 2010 - 2000 + 1 = 11$،

ومنه: من أجل $x = 11$ نجد: $y = 0,38(11) + 4 = 8,18$

أي: عدد زوّار هذا الحمّام في سنة 2010 هو 8180 زائر.

حل التمرين 04: (05 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1)تمثّيل الجدول بسحابة نقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(30; 11)$ وبوحدة $1\ cm$ لكل 5 سنوات على محور الفواصل و$2\ cm$ لكل وحدة على محور التراتيب:



2)أ) تعيين إحداثيي G النقطة المتوسطة للسحابة:

لدينا: $G(\overline{x}; \overline{y})$، حيث:

$$\begin{cases} \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{7} x_i}{7} = \dfrac{35+40+45+50+55+60+65}{7} = \dfrac{350}{7} = 50 \\ \overline{y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{7} y_i}{7} = \dfrac{12,2+12,4+12,5+13+13,3+13,6+14}{7} = \dfrac{91}{7} = 13 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(50; 13)}$.

ب) تمثّيل النقطة G في المعلم السابق:

3)إيجاد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا، $y = ax + b$، تُعطى a وb مُدورة إلى 10^{-2}:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y = ax + b$ حيث

education-onec-dz.blogspot.com

$$a=\frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)}=\frac{\left(\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}x_iy_i\right)-\bar{x}.\bar{y}}{\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}$$ وَ $b=\bar{y}-a\bar{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	35	40	45	50	55	60	65	المجموع $\sum$
y_i	12,2	12,4	12,5	13	13,3	13,6	14	
$x_i.y_i$	427	496	562,5	650	731,5	816	910	4593
$(x_i-\bar{x})^2$	225	100	25	0	25	100	225	700

بالتعويض نجد: $a=\frac{\left(\frac{4593}{7}\right)-(50\times13)}{\frac{700}{7}}=\frac{\left(\frac{4593}{7}\right)-(650)}{100}$ ومنه: $a\simeq0,06$.

ولدينا: $b=\bar{y}-a\bar{x}=13-0,06(50)=10$ إذن: $\boxed{y=0,06x+10}$.

4) رسم هذا المستقيم في المعلم السابق:

5)لدينا: عمر الرجل 70 سنة أي: $x=70$، بالتعويض في معادلة المستقيم

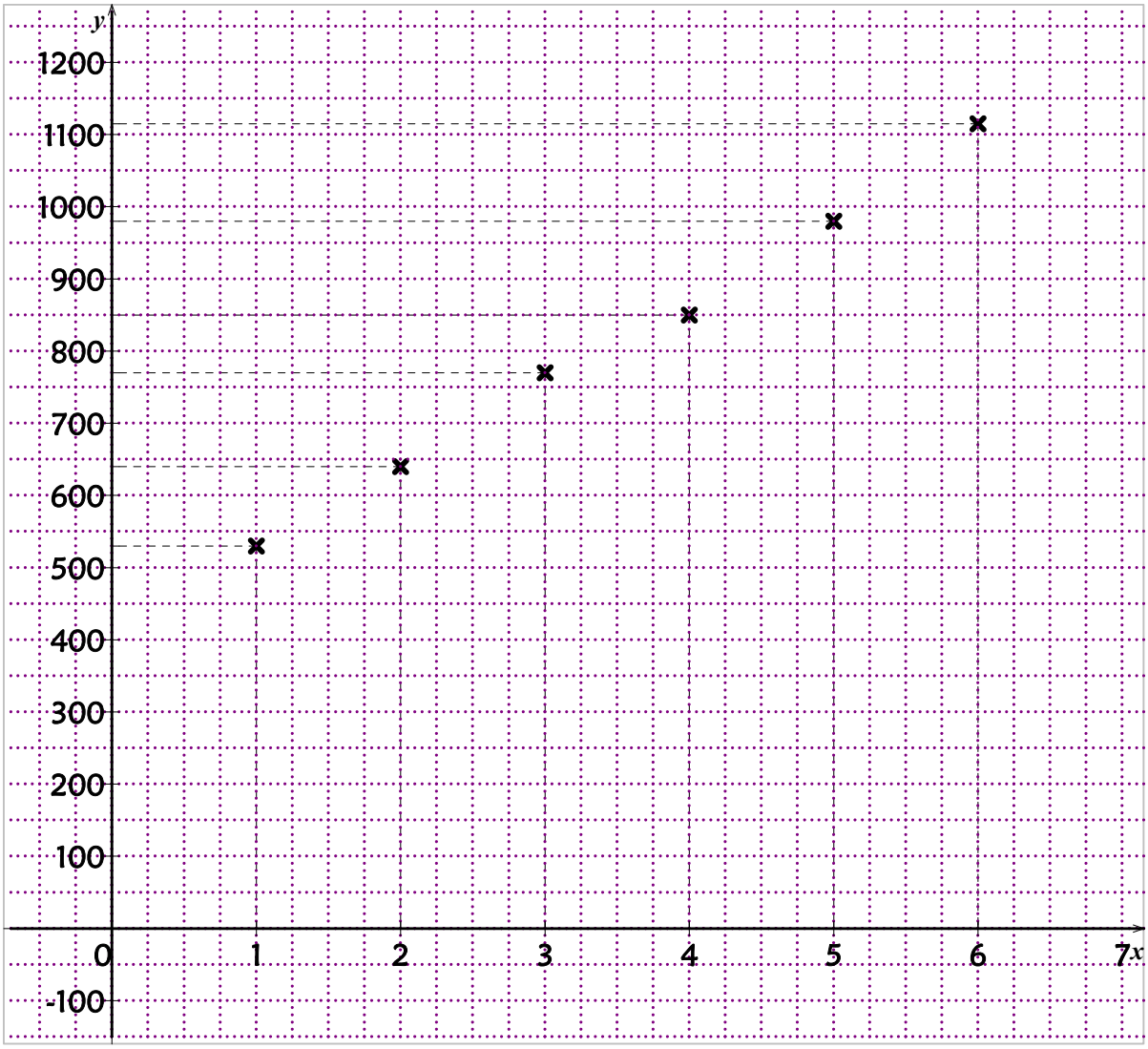
نجد: $y=0,06(70)+10=14,2$

وبمأنّ $14,2\neq15,2$ فإنّ هذا **غير معقول** حسب هذا التعديل.

حل التمرين 05: (05 نقاط) بكالوريا 2010// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1)تمثّيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ المرفقة بالسلسلة الإحصائية في معلم متعامد:

(على محور الفواصل $2\ cm$ يمثل سنة واحدة، على محور التراتيب $1\ cm$ يُمثل 100 طن من السمك)



2)تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$،

حيث:

$$\begin{cases} \overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{6}x_i}{6}=\dfrac{1+2+3+4+5+6}{6}=\dfrac{21}{6}=3,5 \\ \overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{6}y_i}{6}=\dfrac{530+640+770+850+980+1115}{6}=\dfrac{4885}{6}=814,17 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(3,5;814,17)}$.

3)تبيان أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي، $y=115x+411,67$:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y=ax+b$ حيث

$$a=\frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)}=\frac{\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_iy_i\right)-\overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$$ و $b=\overline{y}-a\overline{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	المجموع $\sum$
y_i	530	640	770	850	980	1115	
$x_i.y_i$	530	1280	2310	3400	4900	6690	19110
$(x_i-\overline{x})^2$	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	17,5

بالتعويض نجد: $a=\frac{\left(\frac{19110}{6}\right)-(3,5\times 814,17)}{\frac{17,5}{6}}=\frac{3185-2849,595}{\frac{17,5}{6}}$ ومنه: $a\simeq 115$.

ولدينا: $a\overline{x}=814,17-115(3,5)=411,67$ $b=\overline{y}$ إذن: $\boxed{y=115x+411,67}$.

4)تعيين إنتاج هذا المُجمع المائي في سنة 2015: (تُعطى كل النتائج مُدورة إلى 10^{-2})

لدينا: ترتيب السنة 2015 هو $x=2015-2004+1=12$،

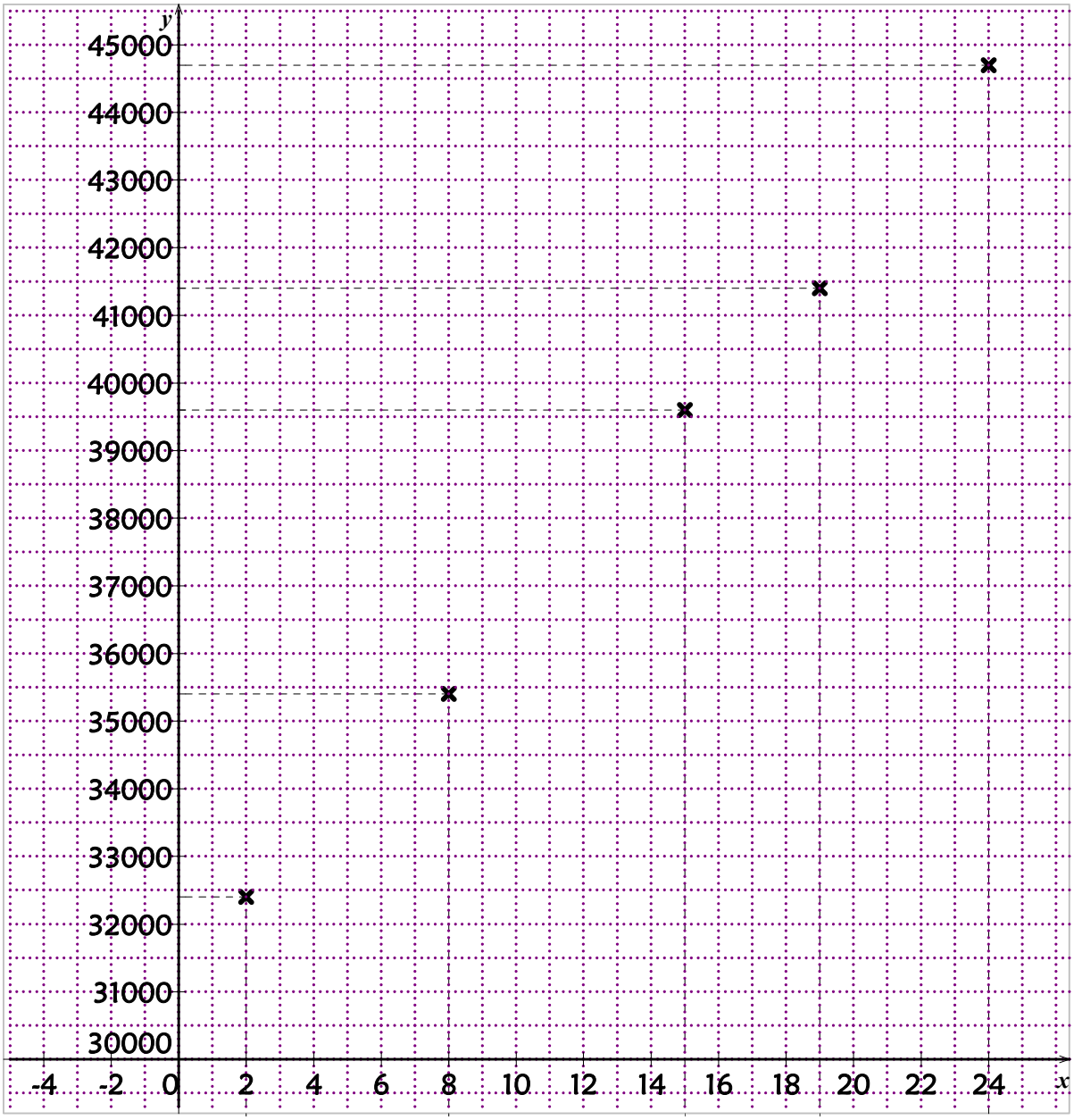
ومنه: من أجل $x=12$ نجد: $y=115(12)+411,67=1791,67$

أي: إنتاج هذا المُجمع المائي في سنة 2015 هو 1791,67 طن.

حل التمرين 06: (04,5 نقطة) بكالوريا 2011// الموضوع 01// الشعبة: تسيير وإ.

1)أ. تمثّيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد:

($1\ cm$ لكل سنتين على محور الفواصل و$1\ cm$ لكل 1000 دينار على محور التراتيب ويبدأ التدريج على هذا المحور ابتداءً من 30000).



ب. يمكننا إجراء تعديل خطي لهذه السحابة، **لأنّ** نقاطها موزعة في شكل متطاول.

2)أ. تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$،

حيث:

$$\begin{cases} \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5} = \dfrac{2+8+15+19+24}{5} = \dfrac{68}{5} = 13,6 \\ \overline{y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} y_i}{5} = \dfrac{32400+35400+39600+41400+44700}{5} = \dfrac{193500}{5} = 38700 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(13,6;38700)}$.

ب. لدينا: $y = ax + b$ معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا.

تبيان أنّ مُدوّر a إلى 10^{-3} هو $556,356$، وَتعيين مُدوّر b إلى 10^{-3} باعتبار $a = 556,356$:

$$a=\frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)}=\frac{\left(\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}x_iy_i\right)-\overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$$ و $b=\overline{y}-a\overline{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	2	8	15	19	24	المجموع $\sum$
y_i	32400	35400	39600	41400	44700	
$x_i.y_i$	64800	283200	594000	786600	1072800	2801400
$(x_i-\overline{x})^2$	134,56	31,36	1,96	29,16	108,16	305,2

بالتعويض نجد: $a=\frac{\left(\frac{2801400}{5}\right)-(13,6\times38700)}{\frac{305,2}{5}}=\frac{560280-526320}{61,04}=\frac{33960}{61,04}$ ومنه: $\boxed{a\simeq556,356}$.

ولدينا: $b=\overline{y}-a\overline{x}=38700-556,356(13,6)\simeq31133,558$،

إذن: $\boxed{y=556,356x+31133,558}$.

3)أ. باستعمال التعديل الخطي السابق، تقدير أجرة موظف له 30 سنة أقدمية:

موظف له 30 سنة أقدمية أي: $x=30$، بالتعويض في معادلة المستقيم

نجد: $y=556,356(30)+31133,558=47824,238$

إذن: أجرة موظف له 30 سنة أقدمية هي، 47824,238 ديناراً.

ب. تتجاوز أجرة الموظف 50000 ديناراً معناه: $y>50000$

أي: $556,356x+31133,558>50000$

ومنه: $556,356x>50000-31133,558$

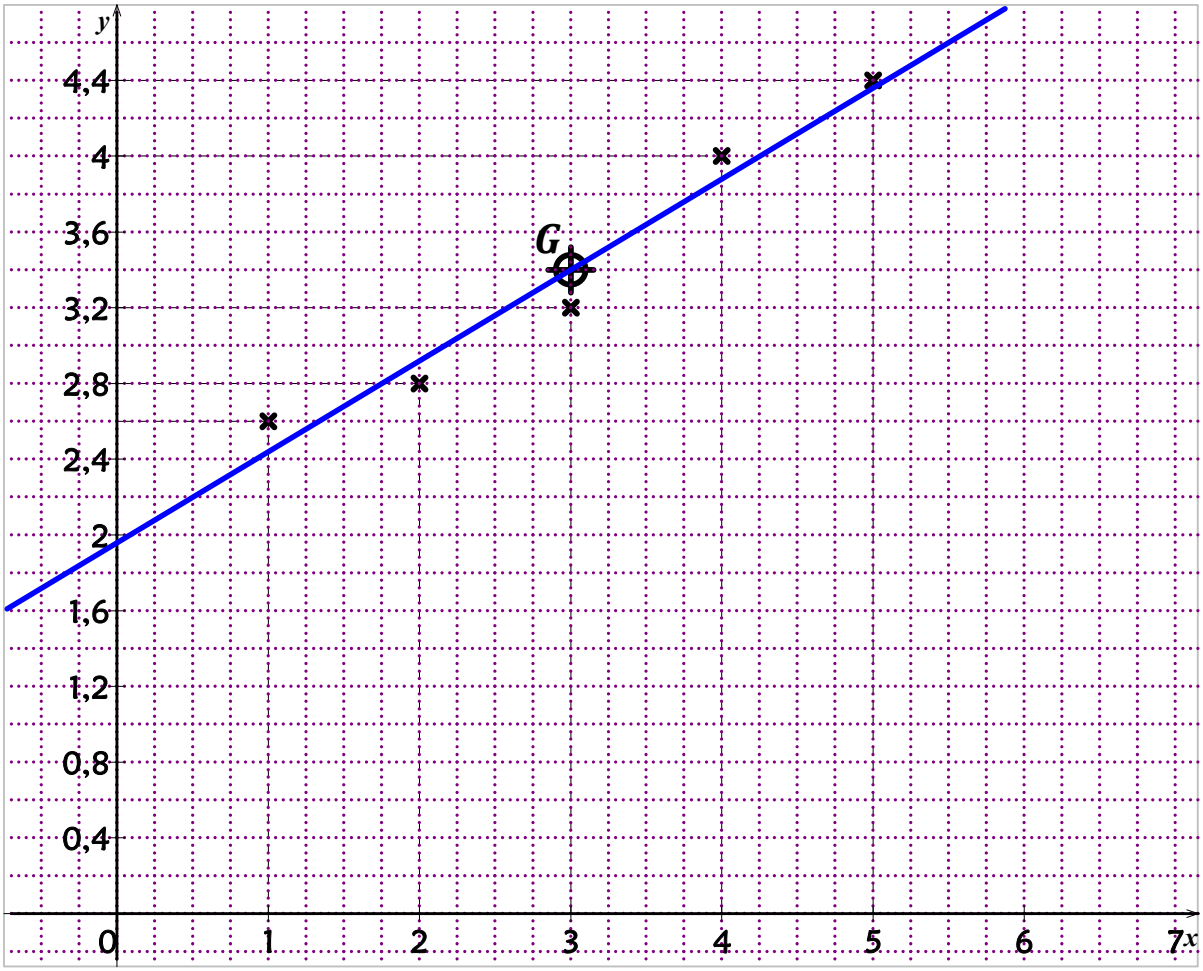
وبالتالي: $x>\frac{18866,442}{556,356}$ $(x>33,911)$

إذن: بعد 34 سنة؛ تتجاوز أجرة الموظف 50000 ديناراً.

حل التمرين 07: (04,5 نقطة) بكالوريا 2011// الموضوع 02// الشعبة: تسيير وإ.

1.تمثّيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد:

($2\ cm$ يُمثل رتبة واحدة على محور الفواصل، $1\ cm$ يُمثل 0,4 طن على محور التراتيب).



2.تعيين إحداثيي G النقطة المتوسطة للسحابة وتمثّيلها في المعلم السابق:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$، حيث:

$$\begin{cases} \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5} = \dfrac{1+2+3+4+5}{5} = \dfrac{15}{5} = 3 \\ \overline{y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} y_i}{5} = \dfrac{2,6+2,8+3,2+4+4,4}{5} = \dfrac{17}{5} = 3,4 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(3;3,4)}$.

3.أ) إيجاد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y = ax + b$ حيث

$$a = \frac{\text{cov}(x;y)}{V(x)} = \frac{\left(\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i y_i\right) - \overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$ وَ $b = \overline{y} - a\overline{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	$\sum$ المجموع
y_i	2,6	2,8	3,2	4	4,4	
$x_i.y_i$	2,6	5,6	9,6	16	22	55,8
$(x_i - \overline{x})^2$	4	1	0	1	4	10

بالتعويض نجد: $a = \frac{\left(\frac{55,8}{5}\right)-(3\times3,4)}{\frac{10}{5}} = \frac{11,16-10,2}{2} = 0,48$

ولدينا: $b = \overline{y} - a\overline{x} = 3,4 - 0,48(3) = 1,96$ إذن: $\boxed{y = 0,48x + 1,96}$.

ب) رسم مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا في المعلم السابق.

4.ايجاد كمية الإنتاج المتوقعة خلال سنة 2015:

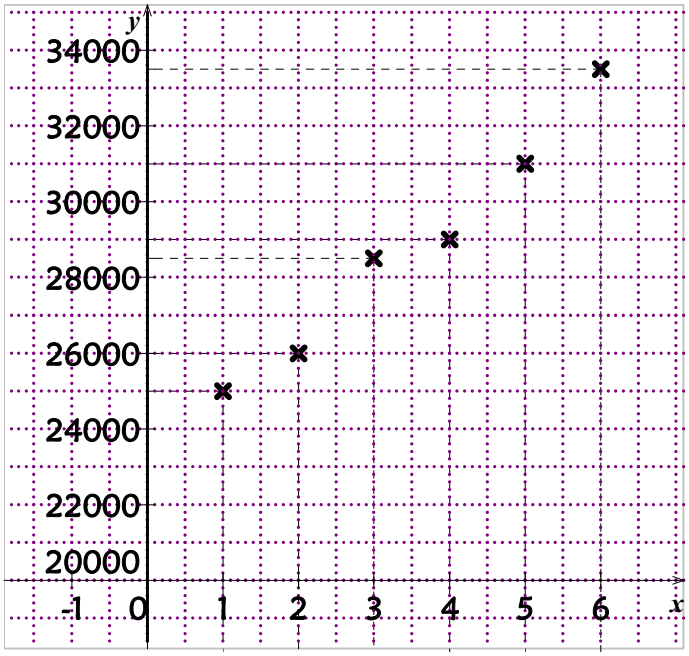
لدينا: رتبة السنة 2015 هي: $2015 - 2006 + 1 = 10$، أي: $x = 6$

وبالتعويض في معادلة المستقيم نجد: $y = 0,48(10) + 1,96 = 6,76$،

إذن: كمية الإنتاج المتوقعة خلال سنة 2015 هي: 6,76 طن.

حل التمرين 08: (05 نقاط) بكالوريا 2012// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1)تمثّيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(0; 20000)$ وبوحدة $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$1cm$ لكل $2000hL$ على محور التراتيب:



2)أ- تعيين إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السحابة:

لدينا: $G(\overline{x}; \overline{y})$، حيث:

$$\begin{cases} \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{6} x_i}{6} = \dfrac{1+2+3+4+5+6}{6} = \dfrac{21}{6} = 3,5 \\ \overline{y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{6} y_i}{6} = \dfrac{25000+26000+28500+29000+31000+33498}{6} = \dfrac{172998}{6} = 28833 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(3,5; 28833)}$.

ب-تعيين معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا: (النتائج مدوّرة إلى 10^{-2})

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y = ax + b$ حيث

$$a=\frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)}=\frac{\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_iy_i\right)-\bar{x}.\bar{y}}{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}$$ وَ $b=\bar{y}-a\bar{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	المجموع $\sum$
y_i	25000	26000	28500	29000	31000	33498	
$x_i.y_i$	25000	52000	85500	116000	155000	200988	634488
$(x_i-\bar{x})^2$	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	17,5

بالتعويض نجد: $a=\frac{\left(\frac{634488}{6}\right)-(3,5\times 28833)}{\frac{17,5}{6}}=\frac{105748-100915,5}{\frac{17,5}{6}}$ ومنه: $a\simeq 1656,86$.

ولدينا: $b=\bar{y}-a\bar{x}=28833-1656,86(3,5)=23033,99$

إذن: $\boxed{y=1656,48x+23033,99}$.

3)تقدير كمية الحليب التي يمكن تجميعها في سنة 2015 باستعمال التعديل الخطي السابق:

لدينا: رتبة السنة 2015 هي: $2015-2006+1=10$

أي: $x=10$، وبالتعويض في معادلة المستقيم

نجد: $y=1656,48(10)+23033,99=39598,79hL$

إذن: كمية الحليب التي يمكن تجميعها في سنة 2015 هي: $39598,79hL$.

4)

ب. كمية الحليب المجمعة تتعدى $50000hL$ معناه: $y>50000$

أي: $1656,48x+23033,99>50000$

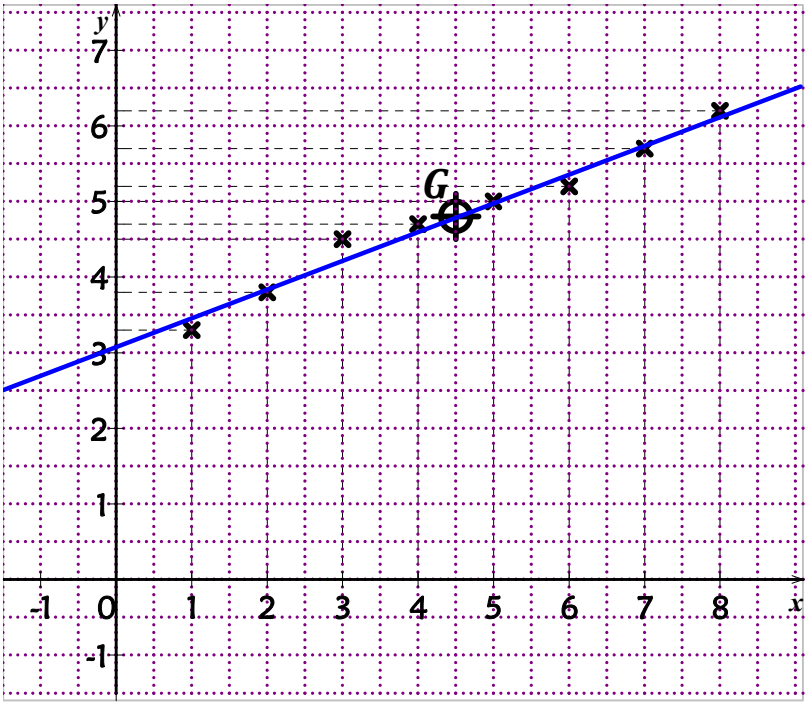
ومنه: $1656,48x>50000-23033,99$

وبالتالي: $x>\frac{26966,01}{1656,48}$ $(x>16,28)$

وبالتالي: $x=17$، إذن: ابتداءً من سنة 2022 ستتعدى الكمية المجمعة $50000hL$.

حل التمرين 09: (04 نقاط) بكالوريا 2013// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1)تمثّيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد:



2)إيجاد إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط، ثمّ تمثّيلها:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$، حيث:

$$\begin{cases} \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{8} x_i}{8} = \dfrac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} = \dfrac{36}{8} = 4,5 \\ \overline{y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{8} y_i}{8} = \dfrac{3,3+3,8+4,5+4,7+5+5,2+5,7+6,2}{8} = \dfrac{38,4}{8} = 4,8 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(4,5;\,4,8)}$.

3)تبيان أنّ المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي، $y = 0,38x + 3,09$، ثمّ رسمه:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y = ax + b$ حيث

$$a = \frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)} = \frac{\left(\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} x_i y_i\right) - \overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$ وَ $b = \overline{y} - a\overline{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	المجموع $\sum$
y_i	3,3	3,8	4,5	4,7	5	5,2	5,7	6,2	
$x_i.y_i$	3,3	7,6	13,5	18,8	25	31,2	39,9	49,6	188,9
$(x_i - \overline{x})^2$	12,25	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	12,25	42

بالتعويض نجد: $a = \frac{\left(\frac{188,9}{8}\right) - (4,5\times 4,8)}{\frac{42}{8}} = \frac{23,6125 - 21,6}{5,25}$ ومنه: $a \simeq 0,38$.

ولدينا: $b = \overline{y} - a\overline{x} = 4,8 - 0,38(4,5) = 3,09$، إذن: $\boxed{y = 0,38x + 3,09}$.

4)بفرض أنّ تغيّر النسب المئوية يبقى على هذه الوتيرة في السنوات القادمة.

أ-تقدير النسبة المئوية لإنفاق هذه الجامعة على البحث العلمي في سنة 2015:

لدينا: رتبة السنة 2015 هي: $2015 - 2005 + 1 = 11$

أي: $x = 11$، وبالتعويض في معادلة المستقيم

نجد: $y = 0{,}38(11) + 3{,}09 = 7{,}27\%$

إذن: النسبة المئوية لإنفاق هذه الجامعة على البحث العلمي في سنة 2015 هي: $7{,}27\%$.

ب-النسبة المئوية المتوقّعة لإنفاق على البحث العلمي لهذه الجامعة هي $9{,}93\%$ معناه: $y = 9{,}93\%$،

وبالتعويض في معادلة المستقيم نجد: $0{,}38x + 3{,}09 = 9{,}93$

ومنه: $0{,}38x + 3{,}09 = 9{,}93$

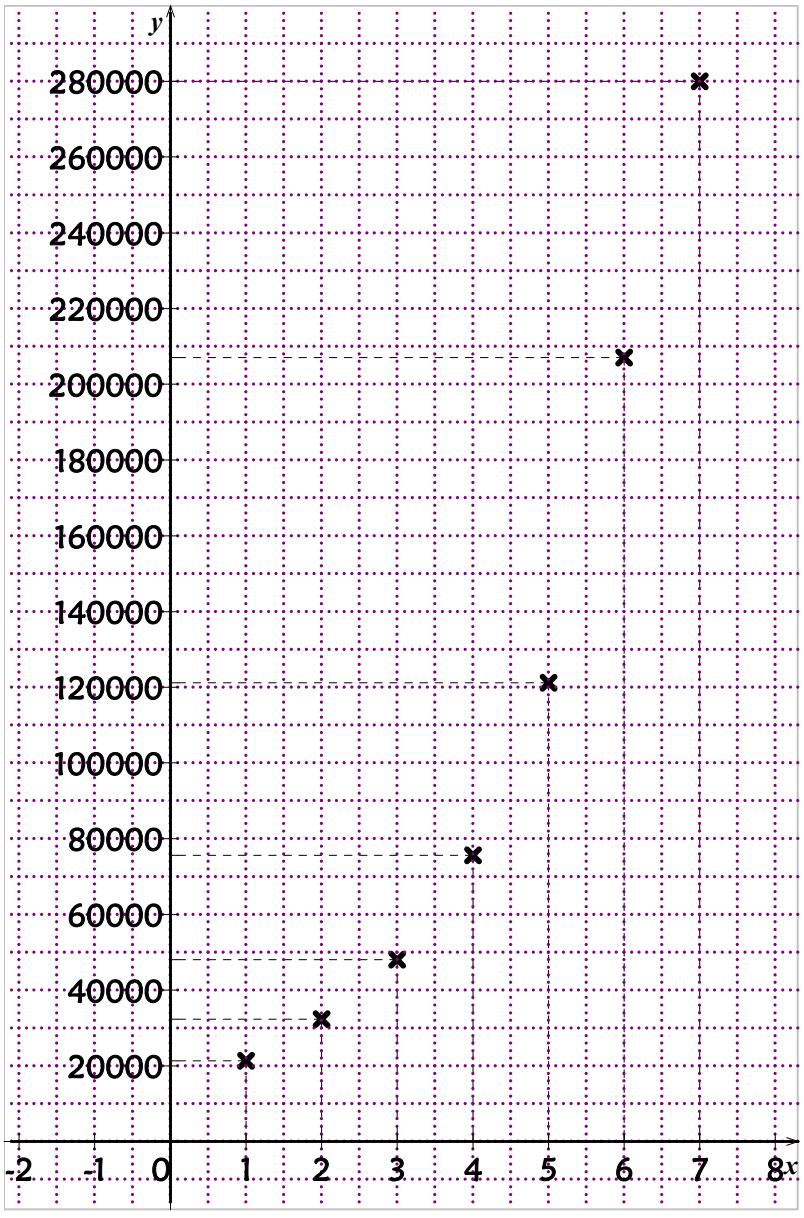
وعليه: $x = \frac{6{,}84}{0{,}38} = 18$

إذن: النسبة المئوية المتوقّعة لإنفاق على البحث العلمي لهذه الجامعة هي $9{,}93\%$، في سنة 2022.

حل التمرين 10: (04 نقاط) بكالوريا 2013// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1)أ-تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد،

(بأخذ على محور الفواصل $1cm$ لكل سنة وعلى محور التراتيب $1cm$ لكل 20000 مستعمل).



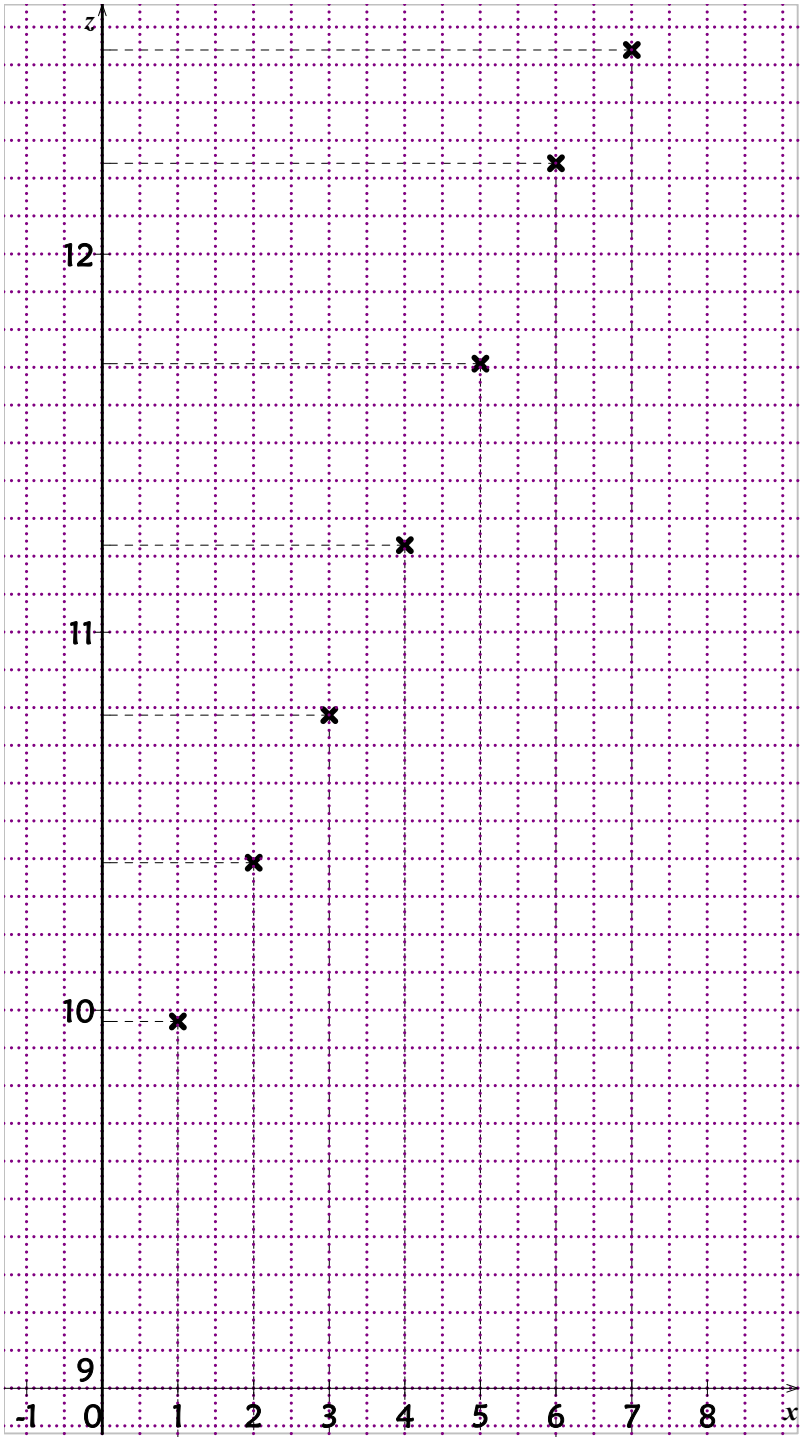
ب-**لا يمكن** تسوية النقط السابقة بتعديل خطي، **لأنّ** السحابة ليس لها شكلاً متطاولاً.

2)بوضع: $z_i = \ln y_i$ من أجل $i \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

أ-نقل وإكمال الجدول على ورقة الإجابة:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$	9,97	10,39	10,78	11,23	11,71	12,24	12,54

ب-تمثّيل سحابة $M_i'(x_i; z_i)$ في معلم متعامد آخر مبدؤه $O'(0; 9)$ وبوحدة $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$5cm$ لكل وحدة على محور التراتيب:



جـ-إيجاد إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i'(x_i; z_i)$:

لدينا: $G(\overline{x}; \overline{z})$، حيث:

$$\begin{cases} \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{7} x_i}{7} = \dfrac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = \dfrac{28}{7} = 4 \\ \overline{z} = \dfrac{\sum_{i=1}^{7} y_i}{7} = \dfrac{9,97+10,39+10,78+11,23+11,71+12,24+12,54}{7} = \dfrac{78,86}{7} \simeq 11,27 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(4;11,27)}$.

د-تبيان أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;z_i)$ هي: $z = 0,44x + 9,51$:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $z = ax + b$ حيث

$$a = \frac{\operatorname{cov}(x;z)}{V(x)} = \frac{\left(\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7} x_i z_i\right) - \overline{x}.\overline{z}}{\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} \quad \text{و} \quad b = \overline{z} - a\overline{x}$$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	المجموع $\sum$
z_i	7,97	10,39	10,78	11,23	11,71	12,24	12,54	
$x_i.z_i$	9,97	20,78	32,34	44,92	58,55	73,44	87,78	327,78
$(x_i - \overline{x})^2$	9	4	1	0	1	4	9	28

بالتعويض نجد: $a = \frac{\left(\frac{327,78}{7}\right)-(4\times 11,27)}{\frac{28}{7}} = \frac{\frac{327,78}{7}-45,08}{4}$ ومنه: $a \simeq 0,44$.

ولدينا: $b = \overline{z} - a\overline{x} = 11,27 - 0,44(4) = 9,51$، إذن: $\boxed{z = 0,44x + 9,51}$.

3)أ-التحقّق أنّ $y = ke^{0,44x}$، حيث k عدد حقيقي يُطلب تعيينه: (تدوّر النتيجة إلى الوحدة)

لدينا: $\begin{cases} z = \ln y \\ z = 0,44x + 9,51 \end{cases}$، أي: $\ln y = 0,44x + 9,51$

ومنه: $e^{\ln y} = e^{0,44x+9,51}$

وعليه: $y = e^{9,51} \times e^{0,44x}$،

إذن: $\boxed{y = 13494e^{0,44x}}$ $(k = e^{9,51} \simeq 13494)$

ب-تقدير عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة، في سنة 2014:

لدينا: رتبة السنة 2014 هي: $2014 - 2006 + 1 = 9$

أي: $x = 9$، وبالتعويض في العلاقة $y = 13494e^{0,44x}$

نجد: $y = 13494e^{0,44(9)} \simeq 707859$

إذن: يُقدر عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة في سنة 2014 بـ: 707859 مستعمل.

حل التمرين 11: (05 نقاط) بكالوريا 2014// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

الإجابة بصحيح أو خطأ، مع التبرير:

1/ متتاليات عددية.

2/أ) إحداثيات النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ هي $(3;10,8)$. ـــــــــــــــــــــــ **صحيح.**

التبرير: لتكن هذه النقطة هي G،

ومنه: $G(\overline{x};\overline{y})$، حيث:

$$\begin{cases}\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}x_i}{5}=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=\dfrac{15}{5}=3\\ \overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}y_i}{5}=\dfrac{8+9+12+12+13}{5}=\dfrac{54}{5}=10,8\end{cases}$$

إذن: $\boxed{G(3;10,8)}$.

ب) معامل توجيه مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لسحابة النقط هو 3,1. ـــــــــــــــــــــــ **خطأ.**

التبرير: لدينا: معامل توجيه مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لسحابة النقط هو

$$a=\frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)}=\frac{\left(\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}x_iy_i\right)-\overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$$ ، **ولحسابه نستعين بالجدول التالي:**

x_i	1	2	3	4	5	المجموع Σ
y_i	8	9	12	12	13	
$x_i.y_i$	8	18	36	48	65	175
$(x_i-\overline{x})^2$	4	1	0	1	4	10

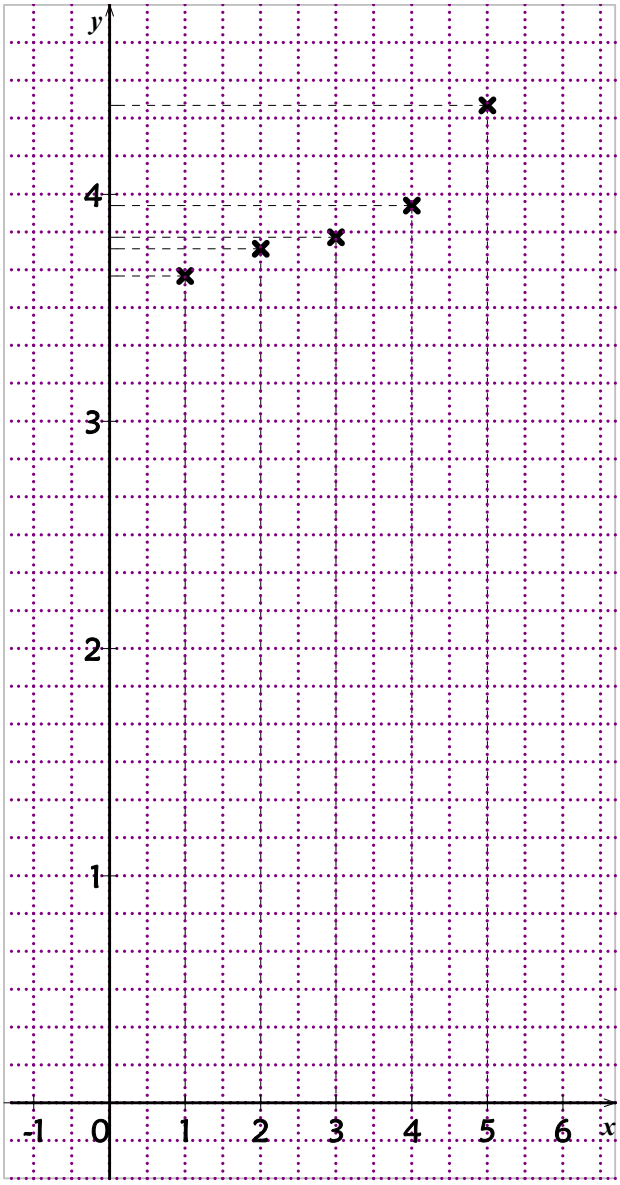
بالتعويض نجد: $a=\frac{\left(\frac{175}{5}\right)-(3\times10,8)}{\frac{10}{5}}=\frac{35-32,4}{2}=1,3\neq3,1$.

حل التمرين 12: (04,5 نقطة) بكالوريا 2014// الموضوع 02// الشعبة: تسيير وإ.

1)النسبة المئوية لتغير سعر الكيلوغرام الواحد من هذه المادة بين سنتي 2008 و2012 هي:

$$\boxed{\frac{4,39-3,64}{3,64}\times100\simeq20,6\%}.$$

2)تمثّيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد:



3)إيجاد إحداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط السابقة:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$،

حيث:
$$\begin{cases}\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}x_i}{5}=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=\dfrac{15}{5}=3\\ \overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}y_i}{5}=\dfrac{3,64+3,76+3,81+3,95+4,39}{5}=\dfrac{19,54}{5}=3,91\end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(3;3,91)}$.

4)تبيان أنّ المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي، $y=0,17x+3,40$ (النتائج مدورة إلى 10^{-2})

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y=ax+b$ حيث

$a=\dfrac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)}=\dfrac{\left(\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}x_iy_i\right)-\overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$ وَ $b=\overline{y}-a\overline{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	المجموع $\sum$
y_i	3,64	3,76	3,81	3,95	4,39	
$x_i.y_i$	3,64	7,52	11,43	15,8	21,95	60,34
$(x_i-\overline{x})^2$	4	1	0	1	4	10

بالتعويض نجد: $a=\frac{\left(\frac{60,34}{5}\right)-(3\times 3,91)}{\frac{10}{5}}=\frac{12,068-11,73}{2}$ ومنه: $a\simeq 0,17$.

ولدينا: $b=\overline{y}-a\overline{x}=3,91-0,17(3)=3,4$، إذن: $\boxed{y=0,17x+3,4}$.

5)بفرض أنّ تغير الكيلوغرام الواحد من هذه المادة يبقى على نفس الوتيرة في السنوات القادمة.

أ) تقدير سعر الكيلوغرام الواحد من هذه المادة في سنة 2016:

لدينا: رتبة السنة 2016 هي: $2016-2008+1=9$

أي: $x=9$، وبالتعويض في معادلة المستقيم

نجد: $y=0,17(9)+3,4=4,93$

إذن: سعر الكيلوغرام الواحد من هذه المادة في سنة 2016 هي: 4,93 دولار.

ب) سعر الكيلوغرام الواحد من هذه المادة الاستهلاكية 5,61 دولارا معناه: $y=5,61$،

وبالتعويض في معادلة المستقيم نجد: $0,17x+3,4=5,61$

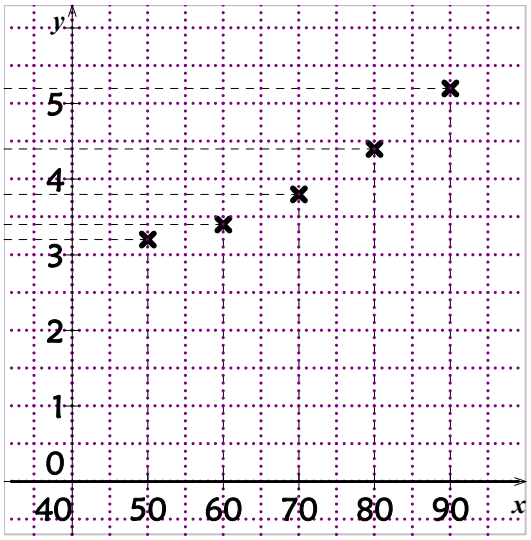
ومنه: $0,17x=5,61-3,4$

وعليه: $x=\frac{2,21}{0,17}=13$

إذن: سعر الكيلوغرام الواحد من هذه المادة الاستهلاكية 5,61 دولارا، في سنة 2020.

حل التمرين 13: (05 نقاط) بكالوريا 2015// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1)تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد:



2)لدينا: $y=0,05x+0,5$ هي معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـy بدلالة x.

باستعمال التعديل، تقدير استهلاك هذه القاطرة من الوقود عندما تسير بسرعة قدرها $130km/h$:

من أجل: $x=130$، بالتعويض نجد: $y=0,05(130)+0,5=7$

أي: استهلاك هذه القاطرة من الوقود عندما تسير بسرعة قدرها $130km/h$ هو: $7l$.

3)أ) إتمام الجدول: (نتائج الحسابات مدورة إلى 10^{-2} عند ملء الجدول فقط)

x_i مقدّرة بـ (km/h)	50	60	70	80	90
y_i مقدّر بـ $(l/100km)$	3,2	3,4	3,8	4,4	5,2
$z_i = \ln y_i$	1,16	1,22	1,34	1,48	1,65

ب) تعيين $(\overline{x};\overline{z})$ إحداثيي النقطة المتوسطة للسلسلة الإحصائية $(x_i;z_i)$:

لتكن هذه النقطة G، لدينا: $G(\overline{x};\overline{z})$،

حيث: $\begin{cases}\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}x_i}{5}=\dfrac{50+60+70+80+90}{5}=\dfrac{350}{5}=70\\ \overline{z}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}z_i}{5}=\dfrac{1,16+1,22+1,34+1,48+1,65}{5}=\dfrac{6,85}{5}=1,37\end{cases}$ ومنه: $\boxed{G(70;1,37)}$.

ج) تعيين معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ z بدلالة x على الشكل $z=ax+b$:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $z=ax+b$ أي

$$a=\frac{\operatorname{cov}(x;z)}{V(x)}=\frac{\left(\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}x_iz_i\right)-\overline{x}.\overline{z}}{\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$$ وَ $b=\overline{z}-a\overline{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	50	60	70	80	90	المجموع $\sum$
z_i	1,16	1,22	1,34	1,48	1,65	
$x_i.z_i$	58	73,2	93,8	118,4	148,5	491,9
$(x_i-\overline{x})^2$	400	100	0	100	400	1000

بالتعويض نجد: $\frac{98,38-95,9}{200}=\frac{\left(\frac{491,9}{5}\right)-(70\times1,37)}{\frac{1000}{5}}=a$ ومنه: $a=0,0124$.

ولدينا: $b=\overline{z}-a\overline{x}=1,37-0,0124(70)=0,502$، إذن: $\boxed{z=0,0124x+0,502}$.

د) التعبير عن y بدلالة x:

لدينا: $\begin{cases}z=\ln y\\ z=0,0124x+0,502\end{cases}$، أي: $\ln y=0,0124x+0,502$ ومنه: $\boxed{y=e^{0,0124x+0,502}}$.

باستعمال هذا التعديل، تقدير استهلاك القاطرة من الوقود عندما تسير بسرعة قدرها $130km/h$:

من أجل: $x=130$، بالتعويض نجد: $y=e^{0,0124(130)+0,502}\simeq 8,28$

أي: استهلاك هذه القاطرة من الوقود عندما تسير بسرعة قدرها $130km/h$ هو: $8,28l$.

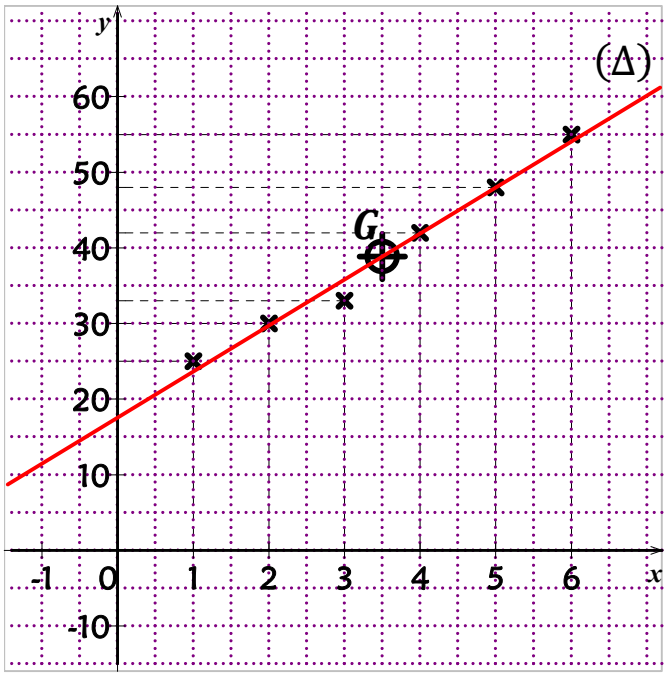
هـ) في الواقع أنّه ابتداءً من السرعة $90km/h$، كلما ازدادت هذه الأخيرة بمقدار $10km/h$ ارتفع استهلاك القاطرة للوقود بمقدار $0,75l$ **أي:** استهلاك القاطرة من الوقود حينما تسير بسرعة $130km/h$ هو:

$$y=5,2+(0,75\times4)=8,2l.$$

ولدينا: التعديل الأول: $y=7$، والتعديل الثاني: $y\simeq 8,28$ وبالمقارنة نجد أنّ **التعديل الثاني أفضل** من الأوّل في تقدير الاستهلاك عند سرعة $130km/h$ لأنّه **الأقرب** إلى $8,2l$.

حل التمرين 14: (04 نقاط) بكالوريا 2016// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1)تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس حيث على محور الفواصل كل $1cm$ يمثل سنة واحدة وعلى محور التراتيب كل $1cm$ يمثل 10 آلاف طن:



2)حساب إحداثيات النقطة المتوسطة G ثم تعليمها:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$،

حيث: $\begin{cases} \overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{6}x_i}{6}=\dfrac{1+2+3+4+5+6}{6}=\dfrac{21}{6}=3,5 \\ \overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{6}y_i}{6}=\dfrac{25+30+33+42+48+55}{6}=\dfrac{233}{6}=38,83 \end{cases}$ ومنه: $\boxed{G(3,5;38,83)}$.

3)أ-كتابة معادلة من الشكل $y=ax+b$ لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا: (a وb مدورة إلى 10^{-2})

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y=ax+b$ حيث

$$a=\frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)}=\frac{\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_iy_i\right)-\overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$$ و $b=\overline{y}-a\overline{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	المجموع $\sum$
y_i	25	30	33	42	48	55	
$x_i.y_i$	25	60	99	168	240	330	922
$(x_i-\overline{x})^2$	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	17,5

بالتعويض نجد: $a=\dfrac{\left(\frac{922}{6}\right)-(3,5\times 38,83)}{\frac{17,5}{6}}$ ومنه: $a\simeq 6,09$.

ولدينا: $b = \overline{y} - a\overline{x} = 38,83 - 6,09(3,5) \simeq 17,52$، إذن: $\boxed{y = 6,09x + 17,52}$.

ب-إنشاء المستقيم (Δ):

4)باستعمال التعديل:

أ-حساب كمية إنتاج التعاونية سنة 2020:

لدينا: رتبة السنة 2020 هي: $2020 - 2010 + 1 = 11$

أي: $x = 11$، وبالتعويض في معادلة المستقيم

نجد: $y = 6,09(11) + 17,52 = 84,51$

إذن: كمية إنتاج التعاونية سنة 2020 هي: 84,51 ألف طن.

ب- يتجاوز الإنتاج 120 ألف طن معناه: $y > 120$،

أي: $6,09x + 17,52 > 120$

ومنه: $x > \frac{120-17,52}{6,09}$ $(x > 16,83)$

أي: $x = 17$

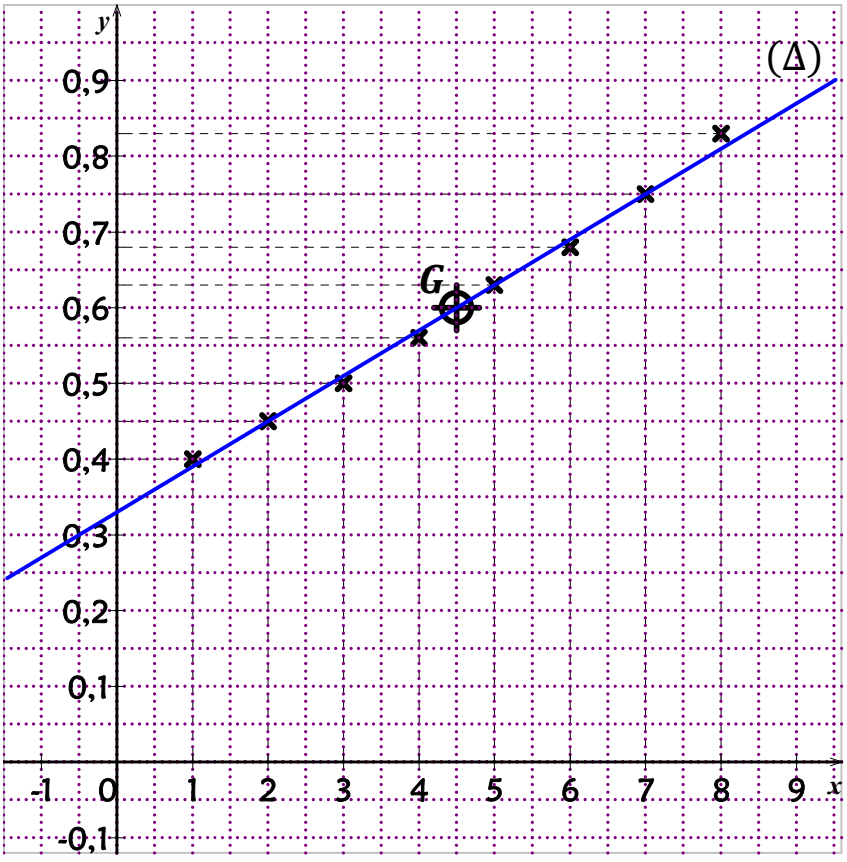
إذن: في سنة 2026 يتجاوز الإنتاج 120 ألف طن.

حل التمرين 15: (04 نقاط) بكالوريا 2017_د01// الموضوع 01// الشعبة: تسيير وإ.

1)تمثّيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد:

($1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$1cm$ لكل $100000DA$ على محور التراتيب)

لاحظ أنّ: $\boxed{100000DA = 0,1 \text{ مليون دينار}}$.



2)إيجاد إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط ثم تعلّيمها:

لدينا: $G(\overline{x}; \overline{y})$،

$$\begin{cases} \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{8} x_i}{8} = \dfrac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} = \dfrac{36}{8} = 4,5 \\ \overline{y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{8} y_i}{8} = \dfrac{0,4+0,45+0,5+0,56+0,63+0,68+0,75+0,83}{8} = \dfrac{4,8}{8} = 0,6 \end{cases}$$

حيث:

ومنه: $\boxed{G(4,5;0,6)}$.

3)تبيان أنّ معادلة مستقيم الانحدار (Δ) بالمربّعات الدّنيا هي $y = 0,06x + 0,33$، (النتائج مدورة إلى 10^{-2})

معادلة مستقيم الانحدار (Δ) من الشكل: $y = ax + b$ حيث

$$a = \frac{cov(x;y)}{V(x)} = \frac{\left(\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} x_i y_i\right) - \overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} \quad \text{و} \quad b = \overline{y} - a\overline{x} \quad (\text{لأنّ } G \in (\Delta))$$

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	المجموع $\sum$
y_i	0,4	0,45	0,5	0,56	0,63	0,68	0,75	0,83	
$x_i.y_i$	0,4	0,9	1,5	2,24	3,15	4,08	5,25	6,64	24,16
$(x_i - \overline{x})^2$	12,25	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	12,25	42

بالتعويض نجد: $a = \frac{\left(\frac{24,16}{8}\right)-(4,5\times0,6)}{\frac{42}{8}} = \frac{3,02-2,7}{5,25}$ ومنه: $a \simeq 0,06$.

ولدينا: $0,06(4,5) = 0,33 \quad a\overline{x} = 0,6$، إذن: $\boxed{(\Delta): y = 0,06x + 0,33}$.

رسم المستقيم (Δ) في المعلم السابق:

4)أ) باستعمال التعديل الخطي السابق تقدير الميزانية المتوقعة سنة 2020:

لدينا: رتبة السنة 2020 هي: $2020 - 2009 + 1 = 12$

أي: $x = 12$، وبالتعويض في معادلة المستقيم

نجد: $y = 0,06(12) + 0,33 = 1,05$

إذن: الميزانية المتوقعة في سنة 2020 هي: 1,05 مليون دينار.

ب) تتجاوز هذه الميزانية $1200000DA$ معناه: $y > 1,2$،

أي: $0,06x + 0,33 > 1,2$

ومنه: $x > \frac{1,2-0,33}{0,06} \quad (x > 14,5)$

وعليه: $x = 15$

إذن: تتجاوز هذه الميزانية $1200000DA$، في سنة 2023.

حل التمرين 16: (04 نقاط) بكالوريا 2017_د01// الموضوع 02// الشعبة: تسيير وإ.

1)تعيين إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$،

حيث: $\begin{cases}\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}x_i}{5}=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=\dfrac{15}{5}=3\\ \overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}y_i}{5}=\dfrac{33,1+36,8+41,0+41,1+44,1}{5}=\dfrac{196,1}{5}=39,22\end{cases}$ ومنه: $\boxed{G(3;39,22)}$.

2)لدينا: $y=ax+b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا للسلسة $(x_i;y_i)$.

تبيان أنّ $a=2,63$ ثمّ حساب قيمة b:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y=ax+b$ حيث

$a=\dfrac{\text{cov}(x;y)}{V(x)}=\dfrac{\left(\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}x_iy_i\right)-\overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2}$ وَ $b=\overline{y}-a\overline{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	المجموع $\sum$
y_i	33,1	36,8	41,0	41,1	44,1	
$x_i.y_i$	33,1	73,6	123	164,4	220,5	614,6
$(x_i-\overline{x})^2$	4	1	0	1	4	10

بالتعويض نجد: $a=\dfrac{\left(\frac{614,6}{5}\right)-(3\times39,22)}{\frac{10}{5}}=\dfrac{122,92-117,66}{2}$ ومنه: $a=2,63$.

ولدينا: $b=\overline{y}-a\overline{x}=39,22-2,63(3)=31,33$، إذن: $\boxed{y=2,63x+31,33}$.

3)أ) إكمال السطر الأخير من الجدول: (النتائج مدورة إلى 10^{-2})

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
النسبة المئوية y_i	33,1	36,8	41,0	41,1	44,1
$z_i=\ln y_i$	3,50	3,61	3,71	3,72	3,79

ب) تبيان أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسة $(x_i;z_i)$ هي $z=0,07x+3,46$:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $z=a'x+b'$ حيث

$a'=\dfrac{\text{cov}(x;z)}{V(x)}=\dfrac{\left(\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}x_iz_i\right)-\overline{x}.\overline{z}}{\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2}$ وَ $b'=\overline{z}-a'\overline{x}$ (لأنّ G' تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a' نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	المجموع $\sum$
z_i	3,50	3,61	3,71	3,72	3,79	
$x_i.z_i$	3,50	7,22	11,13	14,88	18,95	55,68
$(x_i-\overline{x})^2$	4	1	0	1	4	10

بالتعويض نجد: $a'=\frac{\left(\frac{55,68}{5}\right)-(3\times3,666)}{\frac{10}{5}}$ ومنه: $a'\simeq 0,07$.

ولدينا: $b'=\overline{z}-a'\overline{x}=3,666-0,07(3)\simeq 3,46$، إذن: $\boxed{z=0,07x+3,46}$.

4) التعديل الذي يعطي أكبر نسبة نجاح في سنة 2017:

لدينا: رتبة السنة 2017 هي: $2017-2010+1=8$

أي: $x=8$، وبالتعويض نجد:

- **بالنسبة للتعديل الأوّل:** $y=2,63(8)+31,33=52,37\%$
- **بالنسبة للتعديل الثاني:** $z=0,07(8)+3,46=4,02$ ومنه: $y=e^z=e^{4,02}=55,77\%$

إذن: التعديل الذي يعطي أكبر نسبة نجاح في سنة 2017 هو: التعديل اللوغاريتمي **(التعديل الثاني)**

حل التمرين 17: (04 نقاط) بكالوريا 2017_د02// الموضوع 01// الشعبة: تسيير وإ.

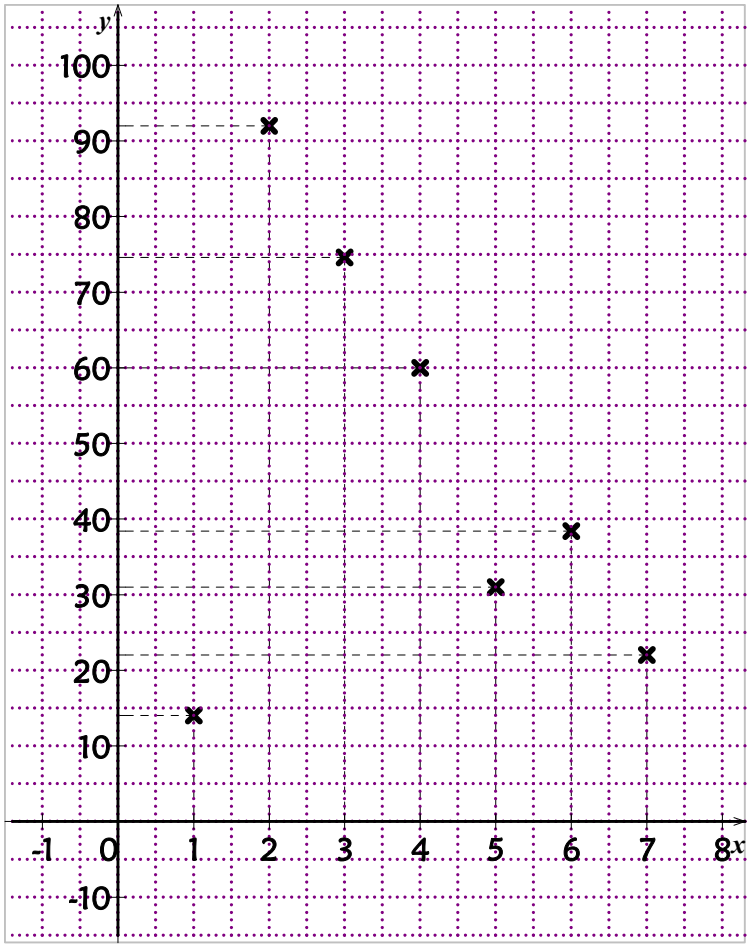
1)أ) حساب إحداثيي النقطة المتوسطة G: (النتائج مدورة إلى 10^{-2})

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$، حيث:

$$\begin{cases}\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{7}x_i}{7}=\dfrac{1+2+3+4+5+6+7}{7}=\dfrac{28}{7}=4\\ \overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{7}y_i}{7}=\dfrac{14+92+74,6+60+31+38,4+22}{7}=\dfrac{322}{7}=47,43\end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(4;47,43)}$.

ب) تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد: (على حامل محور الفواصل $1cm$ يمثل رتبة واحدة وعلى حامل محور التراتيب $1cm$ يمثل 10%)



2)تبيان أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا هي $y = -4,53x + 65,54$:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y = ax + b$ حيث

$$a = \frac{\text{cov}(x;y)}{V(x)} = \frac{\left(\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7} x_i y_i\right) - \overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} \quad \text{وَ} \quad b = \overline{y} - a\overline{x}$$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	المجموع $\sum$
y_i	14	92	74,6	60	31	38,4	22	
$x_i.y_i$	14	184	223,8	240	155	230,4	154	1201,2
$(x_i - \overline{x})^2$	9	4	1	0	1	4	9	28

بالتعويض نجد: $a = \frac{\left(\frac{1201,2}{7}\right) - (4 \times 47,43)}{\frac{28}{7}} = \frac{171,6 - 189,72}{4}$ ومنه: $a = -4,53$.

ولدينا: $b = \overline{y} - a\overline{x} = 47,43 - (-4,53)(4) = 65,55$، إذن: $\boxed{y = -4,53x + 65,55}$.

3)باستعمال التّعديل الخطّي السّابق، تقدير نسبة الأمية في سنة 2038 في هذا البلد:

لدينا: رتبة السنة 2038 هي: $\frac{(2038-1948)}{10} + 1 = 10$

أي: $x = 10$، وبالتعويض في معادلة المستقيم

نجد: $y = -4,53(10) + 65,55 = 20,25\%$

4) نسبة الأمية في هذا البلد أقل من 5% معناه: $y < 5$،

أي: $-4{,}53x + 65{,}55 < 5$

ومنه: $x > \frac{5-65{,}55}{-4{,}53}$ $(x > 13{,}37)$

وعليه: $x = 14$

إذن: ابتداءً من سنة 2128 تكون نسبة الأمية في هذا البلد أقل من 5%.

حل التمرين 18: (04 نقاط) بكالوريا 2017_د02// الموضوع 02// الشعبة: تسيير وإ.

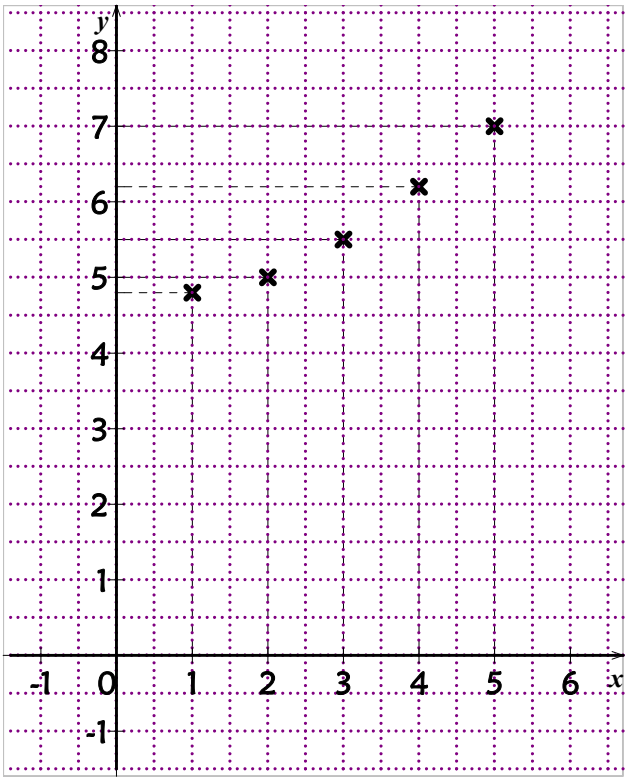
1)تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة G، ثمّ تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد:

($1cm$ يمثل رتبة واحدة على حامل محور الفواصل، $1cm$ يمثل 1 مليون طن على حامل محور التراتيب)

لدينا: $G(\overline{x}; \overline{y})$، حيث:

$$\begin{cases} \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5} = \dfrac{1+2+3+4+5}{5} = \dfrac{15}{5} = 3 \\ \overline{y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} y_i}{5} = \dfrac{4{,}8+5+5{,}5+6{,}2+7}{5} = \dfrac{28{,}5}{5} = 5{,}7 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(3; 5{,}7)}$.



2)لدينا: $y = ax + b$ معادلة (Δ)، مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا للسلسة $(x_i; y_i)$.

تبيان أنّ $a = 0{,}56$، ثمّ حساب b: (النتائج مدورة إلى 10^{-2})

معادلة مستقيم الانحدار (Δ) من الشكل: $y = ax + b$ حيث

$$a = \frac{\operatorname{cov}(x; y)}{V(x)} = \frac{\left(\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i y_i\right) - \overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$ وَ $b = \overline{y} - a\overline{x}$ (لأنّ $G \in (\Delta)$)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	المجموع $\sum$
y_i	4,8	5	5,5	6,2	7	
$x_i.y_i$	4,8	10	16,5	24,8	35	91,1
$(x_i-\overline{x})^2$	4	1	0	1	4	10

بالتعويض نجد: $a=\frac{\left(\frac{91,1}{5}\right)-(3\times5,7)}{\frac{10}{5}}=\frac{18,22-17,1}{2}$ ومنه: $a=0,56$.

ولدينا: $b=\overline{y}-a\overline{x}=5,7-0,56(3)=4,02$، إذن: $\boxed{(\Delta):y=0,56x+4,02}$.

3)من أهداف المصنع الوصول إلى إنتاج يفوق 8,45 مليون طن في سنة 2017.

لدينا: رتبة السنة 2017 هي: $2017-2010+1=8$

أي: $x=8$، وبالتعويض في معادلة المستقيم

نجد: $y=0,56(8)+4,02=8,5>8,45$

إذن: يمكن تحقيق هذا الهدف باستعمال التعديل الخطي السابق.

4) يتعدى إنتاج المصنع 10,17 مليون طن معناه: $y>10,17$،

نجد: $0,56x+4,02>10,17$

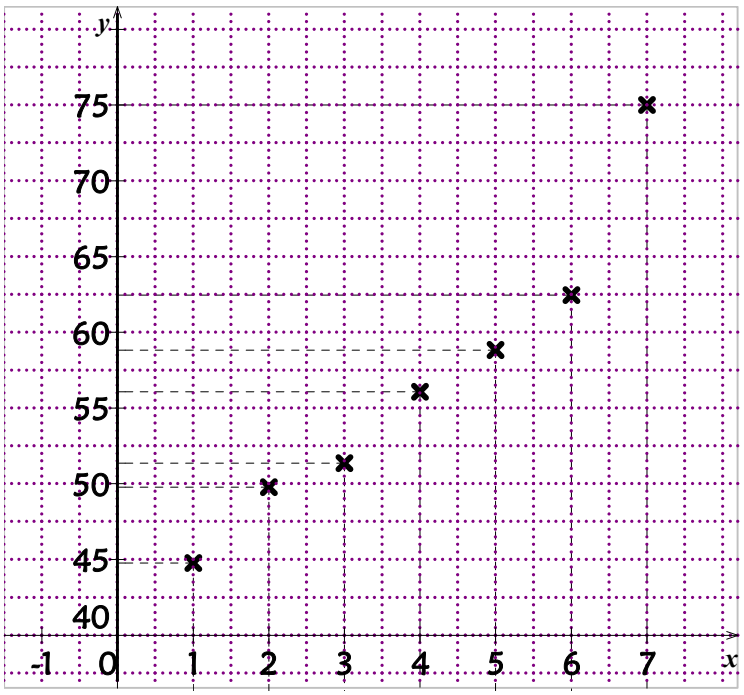
ومنه: $x>\frac{10,17-4,02}{0,56}$ $(x>10,98)$

وعليه: $x=11$

إذن: ابتداءً من سنة 2020 يتعدى إنتاج المصنع 10,17 مليون طن في السّنة.

حل التمرين 19: (04 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1)تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد: ($1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$1cm$ لكل 5% على محور التراتيب).



2)حساب $(\overline{X};\overline{Y})$ إحداثيي G، النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$:

لدينا: $G(\overline{X};\overline{Y})$، حيث:

$$\begin{cases} \overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{7} x_i}{7} = \dfrac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = \dfrac{28}{7} = 4 \\ \overline{Y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{7} y_i}{7} = \dfrac{44,78+49,79+51,36+56,07+58,84+62,45+75,01}{7} = \dfrac{398,3}{7} = 56,9 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(4;56,9)}$.

3)لدينا: $y = ax + b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا للسلسة $(x_i; y_i)$.

تبيان أنّ $a = 4,41$ (النتيجة مدورة إلى 10^{-2})، ثمّ حساب قيمة b:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y = ax + b$ حيث

$$a = \frac{\text{cov}(x;y)}{V(x)} = \frac{\left(\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7} x_i y_i\right) - \overline{X}.\overline{Y}}{\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}\left(x_i - \overline{X}\right)^2}$$ وَ $b = \overline{Y} - a\overline{X}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	المجموع
y_i	44,78	49,79	51,36	56,07	58,84	62,45	75,01	Σ
$x_i.y_i$	44,78	99,58	154,08	224,28	294,2	374,7	525,07	1716,69
$(x_i - \overline{X})^2$	9	4	1	0	1	4	9	28

بالتعويض نجد: $a = \frac{\left(\frac{1716,69}{7}\right) - (4\times 56,9)}{\frac{28}{7}} = \frac{\left(\frac{1716,69}{7}\right) - 227,6}{4}$ ومنه: $a \simeq 4,41$.

ولدينا: $b = \overline{Y} - a\overline{X} = 56,9 - 4,41(4) = 39,26$، إذن: $\boxed{y = 4,41x + 39,26}$.

4)تتجاوز نسبة النجاح 80% معناه: $y > 80$،

أي: $4,41x + 39,26 > 80$

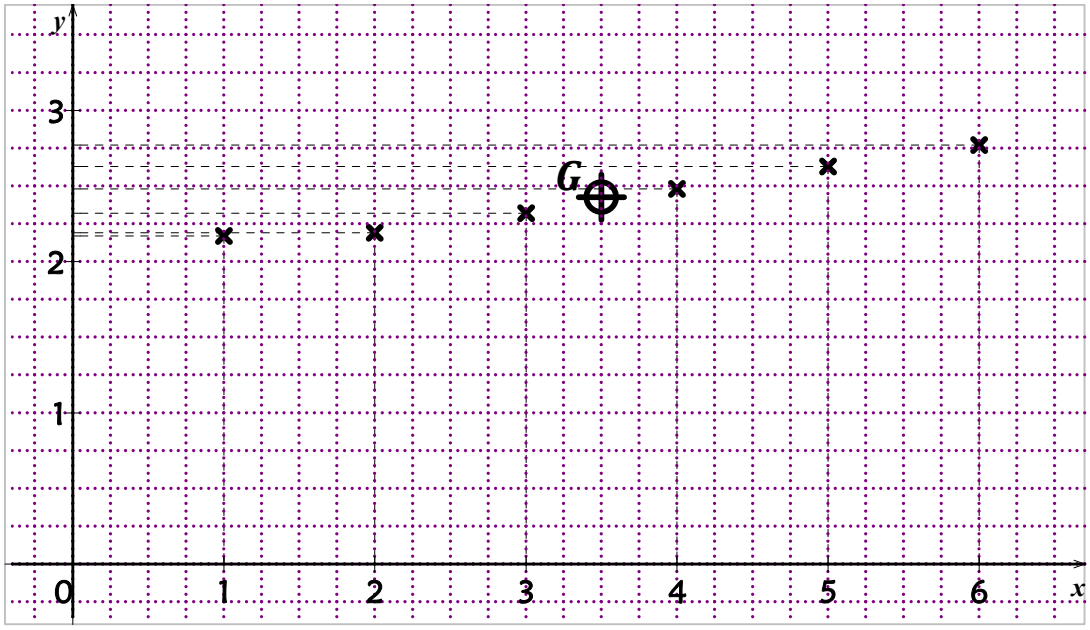
ومنه: $x > \frac{80-39,26}{4,41}$ $(x > 9,24)$

وعليه: $x = 10$

إذن: ابتداءً من سنة 2020 تتجاوز نسبة النجاح 80%.

حل التمرين 20: (04 نقاط) بكالوريا 2018// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1)تمثّيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد: ($2cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$2cm$ لكل مليون متقاعد على محور التراتيب)



2)تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة G ثمّ تعليمها:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$،

حيث:

$$\begin{cases} \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{6} x_i}{6} = \dfrac{1+2+3+4+5+6}{6} = \dfrac{21}{6} = 3,5 \\ \overline{y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{6} y_i}{6} = \dfrac{2,17+2,19+2,32+2,48+2,63+2,77}{6} = \dfrac{14,56}{6} = 2,43 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(3,5;2,43)}$.

3)كتابة معادلة مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y = ax + b$ حيث

$$a = \frac{\operatorname{cov}(x;y)}{V(x)} = \frac{\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} x_i y_i\right) - \overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$ و $b = \overline{y} - a\overline{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	المجموع $\sum$
y_i	2,17	2,19	2,32	2,48	2,63	2,77	
$x_i.y_i$	2,17	4,38	6,96	9,92	13,15	16,62	53,2
$(x_i - \overline{x})^2$	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	17,5

بالتعويض نجد: $a = \frac{\left(\frac{53,2}{6}\right) - (3,5 \times 2,43)}{\frac{17,5}{6}}$ ومنه: $a = 0,124$.

ولدينا: $b = \overline{y} - a\overline{x} = 2,43 - 0,124(3,5) = 1,996$، إذن: $\boxed{y = 0,124x + 1,996}$.

4)بفرض أنّ تطوّر عدد المتقاعدين يبقى على هذه الوتيرة في السنوات الموالية.

أ. تقدير عدد المتقاعدين في الجزائر في سنة 2020:

لدينا: رتبة السنة 2020 هي: $2020 - 2009 + 1 = 12$

أي: $x = 12$، وبالتعويض في معادلة المستقيم

نجد: $y = 0{,}124(12) + 1{,}996 = 3{,}48$

إذن: عدد المتقاعدين في الجزائر في سنة 2020 هو: 3,48 مليون متقاعد.

ب. يتعدّى عدد المتقاعدين في الجزائر 4 ملايين متقاعد معناه: $y > 4$،

أي: $0{,}124x + 1{,}996 > 4$

ومنه: $x > \frac{4-1{,}996}{0{,}124}$ $(x > 16{,}16)$

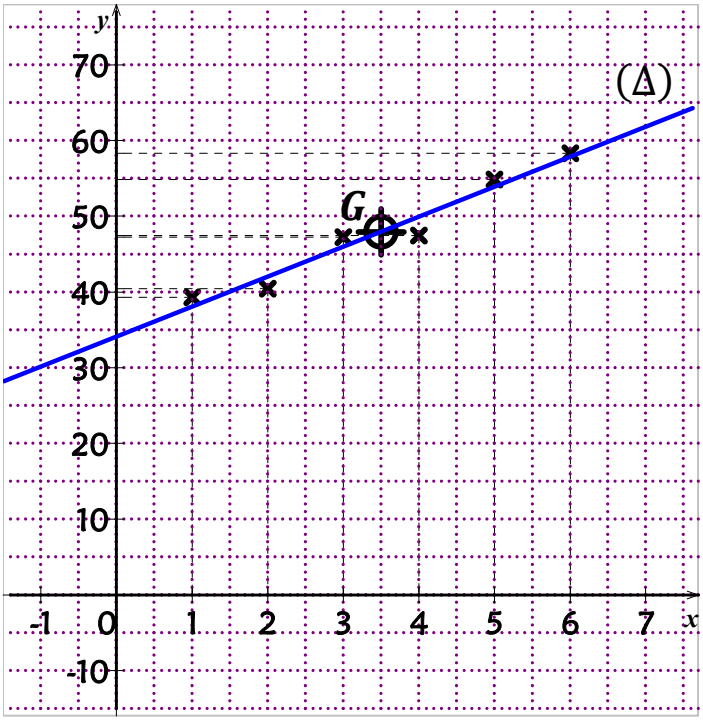
وعليه: $x = 17$

إذن: ابتداءً من سنة 2025 يتعدّى عدد المتقاعدين في الجزائر 4 ملايين متقاعد.

حل التمرين 21: (05 نقاط) بكالوريا 2019// الموضوع 01// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1)تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد:

($1\ cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$1\ cm$ لكل 10 مليار دولار على محور التراتيب).



2)إيجاد إحداثيي النقطة المتوسطة G، ثمّ تعليمها:

لدينا: $G(\overline{x}; \overline{y})$،

حيث:

$$\begin{cases} \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{6} x_i}{6} = \dfrac{1+2+3+4+5+6}{6} = \dfrac{21}{6} = 3{,}5 \\ \overline{y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{6} y_i}{6} = \dfrac{39{,}29+40{,}47+47{,}25+47{,}49+54{,}85+58{,}33}{6} = \dfrac{287{,}68}{6} = 47{,}95 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(3{,}5; 47{,}95)}$.

3)تبيان أنّ معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا لهذه السلسلة الإحصائية هي $y = 3{,}96x + 34{,}09$:

معادلة مستقيم الانحدار (Δ) من الشكل: $y = ax + b$ حيث

$$a = \frac{\text{cov}(x;y)}{V(x)} = \frac{\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} x_i y_i\right) - \overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$ و $b = \overline{y} - a\overline{x}$ (لأنّ $G \in (\Delta)$)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	المجموع
y_i	39,29	40,47	47,25	47,49	54,85	58,33	Σ
$x_i.y_i$	39,29	80,94	141,75	189,96	274,25	349,98	1076,17
$(x_i - \overline{x})^2$	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	17,5

بالتعويض نجد: $a = \frac{\left(\frac{1076,17}{6}\right) - (3,5 \times 47,95)}{\frac{17,5}{6}}$ ومنه: $a \simeq 3,96$.

ولدينا: $b = \overline{y} - a\overline{x} = 47,95 - 3,96(3,5) = 34,09$، إذن: $\boxed{(\Delta): y = 3,96x + 34,09}$.

تمثيل (Δ): (النتائج مدورة إلى 10^{-2}).

4) تفوق الواردات 77 مليار دولار معناه: $y > 77$،

أي: $3,96x + 34,09 > 77$

ومنه: $x > \frac{77 - 34,09}{3,96}$ $(x > 10,84)$

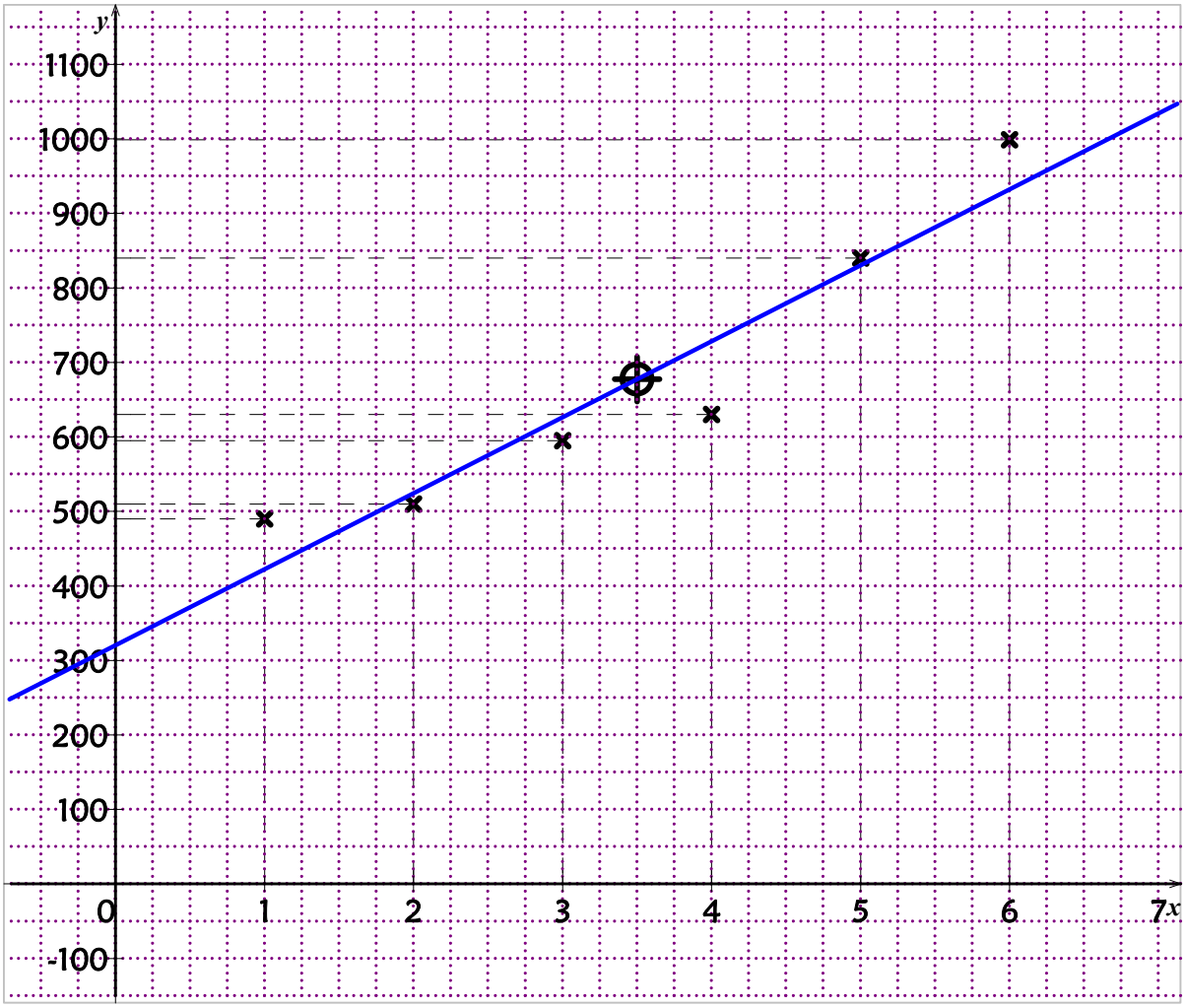
وعليه: $x = 11$

إذن: ابتداءً من سنة 2019 تفوق الواردات 77 مليار دولار.

حل التمرين 22: (05 نقاط) بكالوريا 2019// الموضوع 02// الشعبة: تسيير واقتصاد.

1) تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد:

($1\ cm$ لكل سنة على محور الفواصل و$1\ cm$ لكل 100 طن على محور التراتيب).



2)إيجاد إحداثيي النقطة المتوسطة G للسّحابة:

لدينا: $G(\overline{x};\overline{y})$، حيث:

$$\begin{cases} \overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{6}x_i}{6}=\dfrac{1+2+3+4+5+6}{6}=\dfrac{21}{6}=3,5 \\ \overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{6}y_i}{6}=\dfrac{490+510+595+630+840+999}{6}=\dfrac{4064}{6}=677,33 \end{cases}$$

ومنه: $\boxed{G(3,5;\ 677,33)}$.

3)تبيان أنّ معادلة لمستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا لهذه السلسلة هي $y=102x+320,33$ وتمثّيله بيانيا:

معادلة مستقيم الانحدار من الشكل: $y=ax+b$ حيث

$a=\dfrac{\text{cov}(x;y)}{V(x)}=\dfrac{\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_iy_i\right)-\overline{x}.\overline{y}}{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$ و$b=\overline{y}-a\overline{x}$ (لأنّ G تنتمي إلى هذا المستقيم)

ولحساب a نستعين بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	5	6	المجموع $\sum$
y_i	490	510	595	630	840	999	
$x_i.y_i$	490	1020	1785	2520	4200	5994	16009
$(x_i-\overline{x})^2$	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	17,5

بالتعويض نجد: $a=\frac{\left(\frac{16009}{6}\right)-(3,5\times 677,33)}{\frac{17,5}{6}}$ ومنه: $a\simeq 102$.

ولدينا: $102(3,5)=320,33$ $a\overline{x}=677,33$ ، $b=\overline{y}$ إذن: $\boxed{y=102x+320,33}$.

4)باعتبار أنّ كمية الإنتاج تتبع نفس الوتيرة:

لدينا: رتبة السنة 2023 هي: $2023-2013+1=11$

أي: $x=11$، وبالتعويض في معادلة المستقيم

نجد: $y=102(11)+320,33=1442,33$

إذن: كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023 هي: 1442,33 طن.

ب) تتجاوز كمية الإنتاج 2000 طن معناه: $y>2000$،

أي: $102x+320,33>2000$

ومنه: $x>\frac{2000-320,33}{102}$ $(x>16,47)$

وعليه: $x=17$

إذن: ابتداءً من سنة 2029 تتجاوز كمية الإنتاج 2000 طن.