الأسئلة الشائعة في دراسة الدوال و كيفية الإجابة عليها

1) السلوك التقاربي / الوضع النسبي لمنحني

السؤال	الإجابة
فسر بيانيا : $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$	(C_f) يقبل مستقيما مقاربا يوازي حامل محور الفواصل معادلته $x=a$
فسر بيانيا : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=b$	(C_f) يقبل مستقيما مقاربا يوازي حامل محور التراتيب معادلته $y=b$
فسر بيانيا : $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$	(C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا بجوار $\pm\infty$ معادلته $y=ax+b$
بين أن المستقيم $(\Delta): y=ax+b$ مقارب مائل لـ (C_f).	نبيّن أن : $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$.
بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب تعيين معادلته خاص بشعبتي الرياضي و التقني رياضي	• إذا كان : $f(x)=ax+b+g(x)$ ، يكفي أن نبين : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0$. ومعادلته هي : $y=ax+b$. • و إذا لم يكن ذلك نعين العددين a و b من $\mathbb{R}$ كما يلي : $a=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$ و $b=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(f(x)-ax\right)$
أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y=ax+b$. نطبق نفس الإجابة على السؤال : أدرس وضعية المنحنيين (C_f) و (C_g) بوضع : $D(x)=f(x)-g(x)$	ندرس إشارة الفرق : $D(x)=f(x)-y$. • $D(x)\succ 0$ معناه أن : (C_f) يقع فوق (Δ) . • $D(x)\prec 0$ معناه أن : (C_f) يقع تحت (Δ) . • $D(x)=0$ معناه أن: (C_f) يقطع (Δ) .
فسر بيانيا : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-g(x)=0$	(C_f) و (C_g) متقاربان بجوار $\pm\infty$.

2) عناصر تناظر منحني / شفعية دالــة

السؤال	الإجابة
بين أن النقطة $\Omega(\alpha;\beta)$ مركز تناظر للمنحني (C_f)	يكفي أن نبين : $f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta$.
بين أن : $f(\alpha+x)+f(\alpha-x)=2\beta$ ، ماذا تستنتج ؟ .	بعد الحساب نستنتج أن (C_f) متناظر بالنسبة $\Omega(\alpha;\beta)$
بين أن المستقيم $(d): x=\alpha$ محور تناظر للمنحني (C_f)	يكفي أن نبين : $f(2\alpha-x)=f(x)$.
بين أن : $f(\alpha+x)=f(\alpha-x)$ ، ماذا تستنتج ؟.	نستنتج أن : المستقيم ذو المعادلة $x=\alpha$ محور تناظر لـ (C_f)
بين أن f دالة فردية	نبرهن أن : $f(-x)=-f(x)$
بين أن f دالة زوجية	نبرهن أن : $f(-x)=f(x)$
بين أن : $f(-x)+f(x)=0$ ، ماذا تستنتج ؟ .	نستنتج أن : f دالة فردية ، و مبدأ المعلم مركز تناظر لـ (C_f)
بين أن : $f(-x)-f(x)=0$ ، ماذا تستنتج ؟ .	نستنتج أن f دالة زوجية ، و (C_f) متناظر بالنسبة لمحور التراتيب
بين أن : $f(\alpha-x)+f(x)=\beta$ ، ماذا تستنتج ؟ .	نستنتج أن : (C_f) متناظر بالنسبة للنقطة $\Omega\left(\frac{\alpha}{2};\frac{\beta}{2}\right)$
بين أن : $f(\alpha-x)-f(x)=\beta$ ، ماذا تستنتج ؟ .	نستنتج أن: (C_f) متناظر بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $x=\frac{\alpha}{2}$

3) إشارة دالـــة / مبرهنة القيم المتوسطة

يعطى لك المنحنى (C_f) ممثلا في معلم . • حل بيانيا المعادلة $f(x)=0$ • إستنتج إشارة $f(x)$.	• حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل • بالنسبة للإشارة : المجالات التي يكون فيها (C_f) تحت محور الفواصل فإن $(f(x)\prec 0)$ ، و المجالات التي يكون فيها (C_f) فوق محور الفواصل فإن $(f(x)\succ 0)$.
أحسب $f(\alpha)$ ، ثم استنتج إشارة $f(x)$.	نجد $f(\alpha)=0$ ثم نحدد المجالات : $f(x)$ إما موجبة أو سالبة
بين أن المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $a\leq\alpha\leq b$	• أولا : نبين أن f مستمرة و رتيبة على المجال $[a;b]$. • ثانيا : نحسب كلا من $f(a)$ و $f(b)$ ثم نبين أن k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ ، وعليه يجد α من المجال $[a;b]$ يحقق : $f(x)=k$
بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث : $\alpha\in[a;b]$. أو بصيغة أخرى : بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α .	• نبين أن f مستمرة و رتيبة على المجال $[a;b]$. • نحسب $f(a)$ و $f(b)$ ، ثم نجد : $f(a)\times f(b)\prec 0$. ومنه يوجد α وحيد من المجال $[a;b]$ يحقق : $f(x)=0$.

4) العدد المشتق و تفسيره الهندسي

السؤال	الإجابة
فسر مايلي : $\lim\limits_{h\to 0}\left(\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}\right)=L$ أو : $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}\right)=L$ ، (L ثابت حقيقي)	• الدالة f تقبل الإشتقاق عند a ، و $f'(a)=L$. • (C_f) يقبل عند النقطة $A(a;f(a))$ مماسا معامل توجيهه $f'(a)$ أي : L .
فسر مايلي : $\lim\limits_{h\to 0}\left(\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}\right)=0$.	• الدالة f تقبل الإشتقاق عند a ، و $f'(a)=0$. • (C_f) يقبل عند النقطة $A(a;f(a))$ مماسا موازيا لحامل محور الفواصل .
فسر مايلي : $\lim\limits_{h\xrightarrow[>]{<}0}\left(\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}\right)=\pm\infty$	• الدالة f لا تقبل الإشتقاق عند a . • (C_f) يقبل عند النقطة $A(a;f(a))$ مماسا (أو نصف مماس) موازي لحامل محور التراتيب معادلته $x=a$.
فسر ما يلي : $\lim\limits_{h\xrightarrow{<}0}\left(\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}\right)=L_1$ و : $\lim\limits_{h\xrightarrow{>}0}\left(\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}\right)=L_2$ ، حيث $(L_1\neq L_2)$	• الدالة f لا تقبل الإشتقاق عند a . • (C_f) يقبل عند النقطة $A(a;f(a))$ نصفي مماسين معامل توجيههما L_1 و L_2 على الترتيب ، و تسمى النقطة A نقطة زاوية .

5) المماســـــات

السؤال	الإجابة
عين معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0	نكتب المعادلة : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ ، ثم نحسب كلا من $f'(x_0)$ و $f(x_0)$ و نعوض في المعادلة.
أكتب معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الترتيبة y_0	أي نبحث عن الفاصلة x_0 و ذلك بحل المعادلة $f(x_0)=y_0$ ، ثم نكتب معادلة المماس عند x_0 .
عين بيانيا العدد المشتق : $f'(x_0)$. ملاحظة : معامل توجيه المماس = $f'(x_0)$.	نحسب معامل التوجيه : $f'(x_0)=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$ ، حيث النقطتين A و B من المماس .
هل توجد مماسات لـ (C_f) معامل توجيهها a ؟ .	نبحث عن الفاصلة x_0 بحل المعادلة $f'(x)=a$ ، أي عدد حلول المعادلة هي عدد المماسات التي معامل توجيهها a
هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم ذا المعادلة $(d): y=ax+b$ ؟ .	نحل المعادلة : معامل توجيه $(d)=f'(x)$ أي $f'(x)=a$. إذا وجدنا حلول نقول يوجد مماسات لـ (C_f) موازية لـ (d)
هل توجد مماسات لـ (C_f) تشمل النقطة $A(\alpha,\beta)$ ؟ .	نبحث عن x_0 بحل المعادلة $\beta=f'(x_0)(\alpha-x_0)+f(x_0)$ عدد حلول المعادلة تمثل عدد المماسات .
هل توجد مماسات لـ (C_f) تعامد المستقيم ذا المعادلة $(d): y=ax+b$ ؟. (في معلم متعامد و متجانس) .	نبحث عن x_0 بحل المعادلة : $f'(x_0)=-\dfrac{1}{a}$ ، (a هو معامل توجيه (d)) . وعدد الحلول يمثل عدد المماسات .

6) أحيانا تعطى لنا عبارة الدالة $f(x)$ بثوابت مجهولة $(a,b,c,......)$ و يطلب منا تعيينها

علما أن عدد المعطيات المباشرة و غير المباشرة تكون بعدد الثوابت

المعطيات	ترجمتها إلى معادلات لتعيين الثوابت $(a,b,c,......)$
(C_f) يقبل في النقطة $A(x_0,y_0)$ يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل، (أو يقبل ذروة في النقطة $A(x_0,y_0)$) .	نحل الجملة : $\begin{cases} f(x_0)=y_0 \\ f'(x_0)=0 \end{cases}$ ثم نعين الثوابت المجهولة .
(C_f) يقبل في النقطة ذات الفاصلة x_0 مماسا يوازي المستقيم ذا المعادلة $y=mx+k$.	نحل الجملة : $\begin{cases} f(x_0)=mx_0+k \\ f'(x_0)=m \end{cases}$
(C_f) يقبل في النقطة $A(x_A;y_A)$ مماسا يشمل النقطة $B(x_B;y_B)$.	نحل الجملة : $\begin{cases} f(x_A)=y_A \\ f'(x_0)=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B} \end{cases}$

7) رسم منحني (C_g) إنطلاقا من المنحني (C_f)

إذا كـــــان :	فـــــإن :
$g(x)=-f(x)$	(C_g) يناظر (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل (xx')
$g(x)=f(\lvert x\rvert)$	g دالة زوجية، و لما : $x\geq 0$ يكون (C_g) منطبقا على (C_f).
$g(x)=\lvert f(x)\rvert$	• (C_g) ينطبق على (C_f) في المجالات التي تكون فيها f موجبة. • (C_g) يناظر (C_f) بالنسبة إلى (xx') في المجالات التي تكون فيها f سالبة.

بالتوفيق لجميع طلبتنا الأعزاء في بكالوريا 2018

الأستاذ : بلقاسم عبد الرزاق