



مارس 2024

المستوى: الثانية علوم تجريبية/ تقني رياضي

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة: 2 سا

التمرين الأول (6 ن)

A, B و C ثلاث نقط من المستوي ليست في استقامية. I منتصف القطعة $[AC]$

(1) عين قيم العدد الحقيقي m بحيث تقبل الجملة المنقلة $\{(A, 2m + 3); (B, 4); (C, m)\}$

النقطة G مرجحا لها.

(2) نضع $m = -2$:

(أ) أنشئ النقطة G .

(ب) عين المجموعة (E_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$$\|-\vec{MA} + 4\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = 3$$

(ج) عين المجموعة (E_2) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$$\|-\vec{MA} + 4\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \frac{1}{2} \|\vec{MA} + \vec{MC}\|$$

التمرين الثاني (14 ن)

(I) دالة معرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = x^3 - 3x - 3$

(1) ادرس تغيرات الدالة .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2 < \alpha < 2,2$

(3) استنتج إشارة $g(x)$

(II) دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ب: $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 2}{x^2 - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ فإن $f'(x) = \frac{2x g(x)}{(x^2-1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين الأعداد الحقيقية a, b, c, d حيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$:

$$f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 - 1}$$

5) بين أن (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة احدها مائلا يطلب تعيين معادلته.

6) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$

7) عين دون حساب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

8) بين أن $f(\alpha) = 3\alpha + 1$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$

9) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-2 < \beta < -1$

10) ارسم المنحنى (C_f) . (يعطى $f(\alpha) \approx 7,5$)

11) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$2x^3 + x^2 - mx^2 + m = -2$$

III) h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$: $h(x) = \frac{2|x|x^2+x^2+2}{x^2-1}$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

1) بين h أن دالة زوجية.

2) أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

3) اشرح كيفية رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم أرسمه.

بالتوفيق

التصحيح النموذجي

التمرين 1

(1) تعيين قيم العدد الحقيقي m بحيث تقبل الجملة المثقلة $\{(A, 2m + 3); (B, 4); (C, m)\}$ النقطة G مرجحا لها.

$$m \in \mathbb{R} - \left\{-\frac{7}{3}\right\}$$

(2) نضع $m = -2$ و منه G مرجح الجملة المثقلة $\{(A, -1); (B, 4); (C, -2)\}$

(أ) إنشاء النقطة G حيث $\vec{AG} = 4\vec{AB} - 2\vec{AC}$.

(ب) تعيين المجموعة (E_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$$\|-\vec{MA} + 4\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = 3$$

(E_1) هي الدائر التي مركزها G نصف قطرها $r = 3$

(ج) تعيين المجموعة (E_2) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$$\|-\vec{MA} + 4\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \frac{1}{2} \|\vec{MA} + \vec{MC}\|$$

(E_2) هي محور القطعة المستقيمة $[GI]$

التمرين 2

(1) تغيرات الدالة g

• النهايات

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty;$$

• حساب الدالة المشتقة

g دالة قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} و g' دالتها المشتقة حيث من اجل كل x من \mathbb{R} لدينا :

$$g'(x) = 3x^2 - 3$$

• استنتاج اتجاه تغير الدالة g ثم تشكيل جدول تغيراتها.

- إشارة $g'(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$
			0	$+$

إذن الدالة g متزايدة تماما على المجالين $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$

و متناقصة تماما على المجال $]-1; 1[$

جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$
			0	$+$
$g(x)$		-1		$+\infty$
	$-\infty$		-5	

(2) نبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2 < \alpha < 2,2$

لدينا $g(2) = -1$; $g(2,2) = 1,048$

g متزايدة تماما على المجال $]-\infty; -1]$ فهي رتيبة تماما على المجال $[2; 2,2]$

(3) استنتاج إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$		0	$+$
	$-$		

(II)

(1) نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow -1}^- f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1}^+ f(x) = -\infty ;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1}^- f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1}^+ f(x) = +\infty$$

(2) نبين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ فإن $f'(x) = \frac{2x g(x)}{(x^2-1)^2}$

(3) استنتاج اتجاه تغير الدالة f

الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty; -1[$ و $]1; +\infty[$ و متناقصة تماما على المجالين $]0; 1[$ و $]1; \alpha]$

(4) تعيين الأعداد الحقيقية a, b, c, d حيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$:

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{2x + 3}{x^2 - 1}$$

$$a=2; b=1; c=2; d=3$$

(5) (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة احدهما مائلا (Δ)

$$x=1; x=-1; (\Delta): y=2x+1$$

(6) وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x+1$

(C_f) يقع فوق (Δ) في المجالين $]1; +\infty[$ و $]1; -\frac{3}{2}[$

(C_f) يقع تحت (Δ) في المجالين $]-\infty; -\frac{3}{2}[$ و $]1; -1[$

$$(C_f) \cap (\Delta) = \left\{ A \left(-\frac{3}{2}; -2 \right) \right\}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha+h) - f(\alpha)}{h} = f'(\alpha) = 0 \quad (7)$$

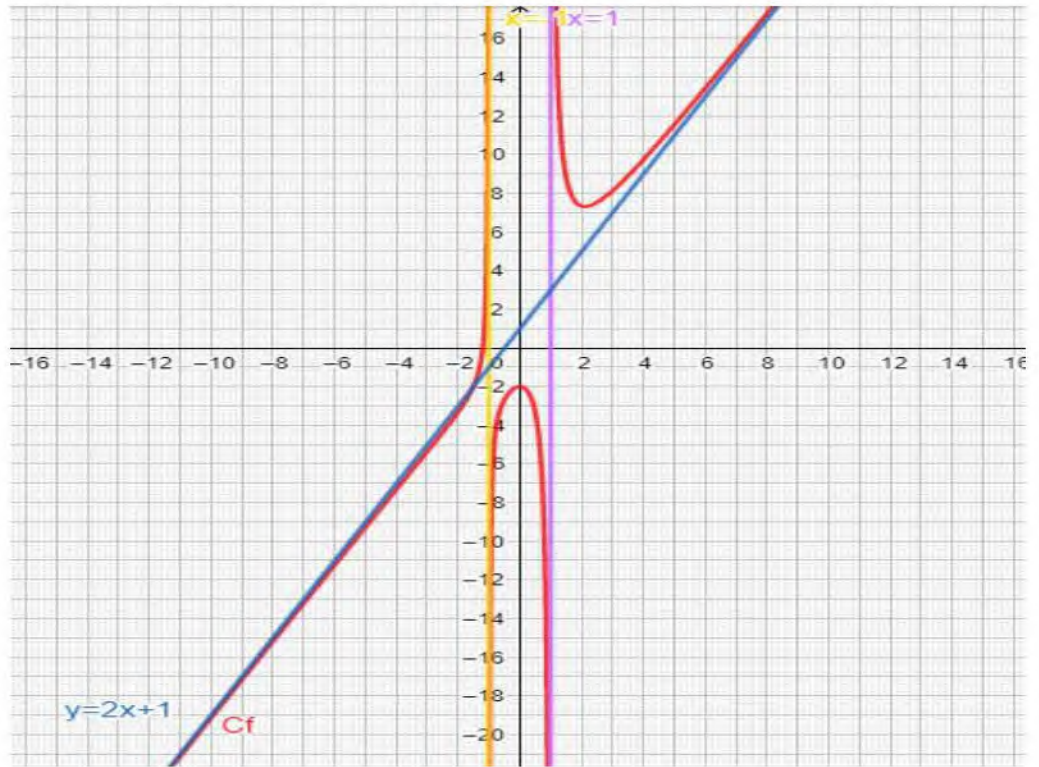
التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماسا أفقيا عند النقطة ذات الفاصلة α

(8) نبين أن $f(\alpha) = 3\alpha + 1$

• حصر $f(\alpha)$: $7 < f(\alpha) < 7,6$

(9) نبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-2 < \beta < -1$

(10) رسم (C_f) .



(11) المناقشة بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$2x^3 + x^2 - mx^2 + m = -2$$

حلول المعادلة $f(x) = m$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) و المستقيم ذو المعادلة $y = m$

- لما $m \in]-\infty ; -2[$: المعادلة تقبل حلين سالبين و حل موجب
- لما $m = -2$: للمعادلة حل مضاعف معدوم و حل سالب
- لما $m \in]-2 ; f(\alpha)[$: للمعادلة حل سالب
- لما $m = f(\alpha)$: للمعادلة حل سالب و حل اخر مضاعف هو α
- لما $m \in] f(\alpha) ; +\infty [$: للمعادلة حلين موجبيين و حل سالب

(III) 1) نبين أن دالة زوجية.

من اجل كل x من $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ فإن $(-x)$ من $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$: نبين أن $h(-x) = h(x)$

(2) كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

$$\begin{cases} h(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 2}{x^2 - 1} & ; x \in [0; 1[\cup]1; +\infty[\\ h(x) = \frac{-2x^3 + x^2 + 2}{x^2 - 1} & ; x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0] \end{cases}$$

(2) كيفية إنشاء المنحنى (C_h) انطلاقاً من المنحنى (C_f) .

- لما $x \in [0; 1[\cup]1; +\infty[$ ينطبق (C_h) على (C_f) .
- لما $x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0]$ نظير الجزء المنطبق بالنسبة إلى محور الترتيب لأن h أن دالة زوجية.

رسم (C_h)

