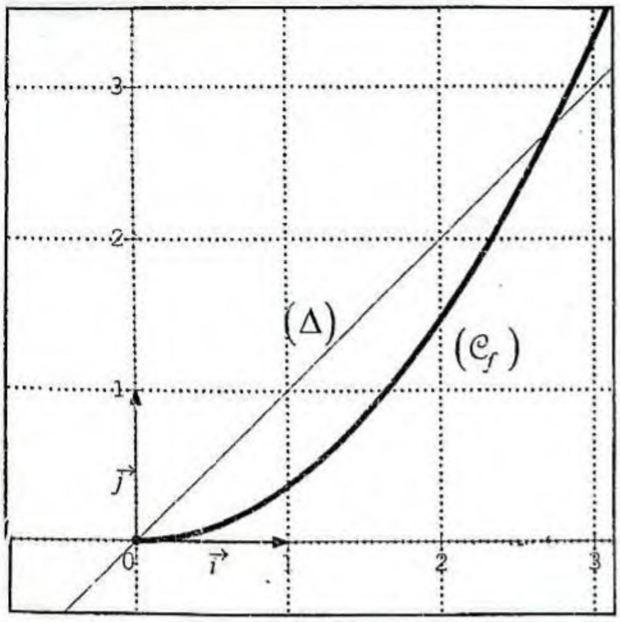
مديرية التربية تلمســان	السنة الدراسية: 2022/ 2023
ثانوية بوعزة ميلود مغنية	المستوى: 3 علوم تجريبية
إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات	المدة: 2 سا

التمرين الأوّل: (07 نقاط)



f الدّالة العددية المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{e}x^2$

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=2$ وَ $u_{n+1}=f(u_n)$

ليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وَ (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ **(أنظر الشكل)**.

1. أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل الحدود u_0، u_1، u_2 وَ u_3 على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل،
أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2. برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $0<u_n\le 2$.

3. أ ـ بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_{n+1}\le \frac{2}{e}u_n$.

ب ـ استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $0<u_n\le 2\left(\frac{2}{e}\right)^n$ ،ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4. المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=-1+\ln u_n$

أ ـ أُحسب v_0 ثم بيّن أنّ المتتالية العددية (v_n) هندسية أساسها 2.

ب ـ أُكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_n=e\left(\frac{2}{e}\right)^{2^n}$.

جـ ـ أُحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

5. نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n: $P_n=u_0\times u_1\times\ldots\times u_n$ ؛ أُحسب P_n بدلالة n.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللّمس منها كريتان بيضاوان وثلاث خضراء والكريات الأخرى حمراء.
نسحب عشوائياً وفي آنٍ واحدٍ ثلاث كريات من الصندوق.

نعتبر الحدثان: A " سحب كريتين بيضاوين " ؛ B " سحب كرية خضراء على الأقل".

1. أ ـ أُحسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحدثين A و B على الترتيب.

ب ـ أُحسب $P(A\cap B)$ احتمال الحدث $A\cap B$ واستنتج $P(A\cup B)$ احتمال الحدث $A\cup B$.

2. نسحب الآن من الصندوق ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع.

أ ـ ما هو عدد إمكانيات هذه التجربة ؟

ب ـ X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.

ـ برِر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي: $\{0;1;2\}$.

ـ تحقّق أنّ: $P(X=0)=P(X=1)=\frac{7}{15}$.

ـ عرّف قانون احتمال المتغيّر العشوائي X وأُحسب أملهُ الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدّالة العددية المعرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{-x}{x+1}+\ln(x+1)$.

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ ـ أحسب كلاً من $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} -1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب ـ بيّن أنّ الدّالة f متناقصة تماما على $]-1;0]$ وأنّ الدّالة f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

جـ ـ بيّن أنّ النقطة Ω ذات الفاصلة 1 نقطة انعطاف للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ثمّ اكتب معادلة المماس (T) لـ $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة Ω.

2. (Γ) المنحنى الممثل للدالة $h:x\mapsto -1+\ln(x+1)$ على $]-1;+\infty[$ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ ـ أدرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المنحنى (Γ).

ب ـ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-h(x)\right]$ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا.

جـ ـ اِشرح كيفية إنشاء المنحنى (Γ) انطلاقًا من منحنى الدالة: $x\mapsto \ln x$

3. أنشئ (Γ) وارسم كلاً من (T) و $(\mathcal{C}_f)$.

4. أحسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين $(\mathcal{C}_f)$ و (Γ) والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x=0$ و $x=e-1$.

5. F الدّالة العددية المعرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$.

أ ـ أدرس حسب قيم x إشارة $F(x)$.

ب ـ فسّر هندسيًا العدد الحقيقي $F(\alpha)$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما.

6. أ ـ تحقّق أنّ من أجل كلّ x من $]-1;+\infty[$: $\frac{x}{x+1}=1-\frac{1}{x+1}$.

ب ـ باستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أنّ: $\int_0^\alpha \ln(x+1)\,dx=(\alpha+1)\ln(\alpha+1)-\alpha$ ،ثمّ أحسب $F(\alpha)$.

انتهى

أساتذة مادة الرياضيات يتمنون لكم التوفيق