



المدة :ساعتين

إختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يستعمل اللون الأزرق أو الأسود فقط:

الموضوع

التمرين الأول: (04.5 نقط)

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير:

1. المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{1}{2^{n-1}}$ هي متتالية:

(أ) هندسية (ب) حسابية (ج) لاحسابية ولاهندسية

2. قيمة العدد الحقيقي: $\int_1^2 (1 + \frac{1}{x^2}) dx$ هي:

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{3}{2}$ (ج) $\frac{2}{3}$

3. الدالة العددية h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = 2x - 1 + \frac{3}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في المستو المنسوب إلى معلم متعامد يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته هي:

(أ) $y = 2x - 1$ (ب) $y = 2x$ (ج) $y = 2x + 1$

التمرين الثاني: (05.5 نقط)

(I) لتكن (u_n) متتالية هندسية معرفة على \mathbb{N} حدودها موجبة حيث: $u_3 \times u_5 = 2304$ و $3u_3 - u_4 = 24$

1. أحسب u_4 ثم u_3 ثم q أساس هذه المتتالية.

2. أعط عبارة u_n بدلالة n .

(II) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n = \ln(u_n)$

1. أحسب v_0 و v_1 .

2. أحسب v_n بدلالة n .

3. استنتج أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

(III) لتكن المتتالية (w_n) حيث من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \ln(u_n) + u_n$

أحسب المجموع: $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

التمرين الثالث: (10 نقط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = x^2 + \ln(x)$

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجال تعريفها.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g . ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق: $0.65 < \alpha < 0.66$
4. استنتج إشارة $g(x)$.

(II) لتكن f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = 1 - x + \frac{1 + \ln(x)}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها. (نقبل أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$).
2. أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ (f' الدالة المشتقة للدالة f).
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها.
4. أثبت أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 1 - x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.
5. أحسب $f(0.3)$ و $f(1.8)$ ثم أرسم (C_f) و (D) . نأخذ $(f(\alpha) \approx 1.2)$.
6. عين مشتقة الدالة $[\ln(x)]^2 \mapsto x$. ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.
7. أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 0.3$ و $x = 1.8$.

إنتهى الموضوع